

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ  
الفصل (الأول)

# مفهوم النهاية

عصام الشيخ  
عمان طبريزور  
جامعة آل البيت  
0796300625

عصام الشيخ  
عمان طبريزور  
جامعة آل البيت  
0796300625

عصام الشيخ  
عمان طبريزور  
جامعة آل البيت  
0796300625

\* رموز :

$s \leftarrow p$  :  $s$  تؤول (تقترب) إلى العدد  $p$  من جهة اليمين

$s \leftarrow -p$  :  $s$  تؤول (تقترب) إلى العدد  $p$  من جهة اليسار

$s \leftarrow p$  :  $s$  تؤول (تقترب) إلى العدد  $p$  من جهة اليمين ومن جهة اليسار

نها (در  $s$ ) : هي القيمة التي سيقترّب منها الاقتران (در  $s$ ) كلما اقترب  $s$  من العدد  $p$  من جهة اليمين

نها (در  $s$ ) : هي القيمة التي سيقترّب منها الاقتران (در  $s$ ) كلما اقترب  $s$  من العدد  $p$  من جهة اليسار

نها (در  $s$ ) : هي القيمة التي سيقترّب منها الاقتران (در  $s$ ) كلما اقترب  $s$  من العدد  $p$  من جهة اليمين واليسار

عماد الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات واللاتصال) عماد محمد الشيخ  
 الفصل (1) العنوان (مفهوم النهاية) ماجستير رياضيات

\* توضيح مفهوم النهاية من خلال  
 طريقة الجدول .

س	1.99	1.999	...	1.9999	...	1.99999
فر (س)	0.99	0.999	...	0.9999	...	0.99999

مثال

ليكن فر (س) =  $3س + 1$  ، مستخدماً  
 طريقة الجدول ادرس سلوك الاقتران  
 فر (س) عندما س تقترب من العدد 3  
 أو جد نها فر (س)  
 $3س$

الحل :

عماد الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300625

نها فر (س) =  $7 - 3س$   
 نها فر (س) =  $7 + 3س$   
 نها فر (س) =  $7 - 3س$

س	1.9	1.99	1.999	...	1.9999
فر (س)	5.7	5.97	5.997	...	5.9997

مثال

ليكن فر (س) =  $\frac{1-3س}{1-س}$

- (1) ما مجال الاقتران فر (س) ؟  
 (2) جد نها فر (س)

الحل :

(1) مجال فر (س) هو  $3 - 1 < س < 1$  لأنه  
 لا يمكن أن نقسم على 0 حيث  
 يجعل المقام يادي صفر .

ملاحظات :

نها فر (س) = نها فر (س) =  $3س - 3س$  ب

نها فر (س) = نها فر (س) =  $3س$  (النهاية موجودة) ج

نها فر (س)  $\neq$  نها فر (س) =  $3س - 3س$  د

نها فر (س) غير موجودة .  
 $3س$  هـ

مثال

ليكن فر (س) =  $3س + 3$  ، جد نها فر (س)  
 مستخدماً طريقة الجدول .  
 $3س$

الحل :

نها فر (س) =  $3 - 1س$

نها فر (س) =  $3 + 1س$

نها فر (س) =  $3$

س	1.0	1.00	1.000	...	1.0000
فر (س)	1.0	1.00	1.000	...	1.0000

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)

عصام محمد الشيخ

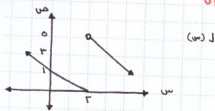
الفصل ( 1 ) العنوان ( مفهوم النهاية

ماجستير رياضيات

مثال

\* ايجاد قيمة النهاية من الرسم

\* أسئلة مباشرة على النهاية :



معتدداً = الشكل الذي يمثل منحني الاقتران

ل المحرف على ح جد

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$        $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$   
 -نها ل(س)                      +نها ل(س)

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$   
 .نها ل(س)

عصام الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300625

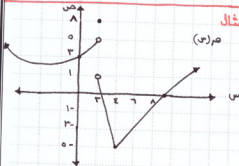
الحل :

1)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0$

2)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \text{صفر}$

3)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  غير موجودة .

مثال



معتدداً = الشكل الذي يمثل منحني الاقتران

ق جد

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$        $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$   
 -نها ل(س)                      +نها ل(س)

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1$   
 .نها ل(س)

الحل:

1) نها (ل) = 1  
 $+ \infty$

2) نها (ل) = 0  
 $- \infty$

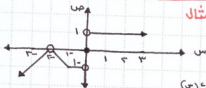
3) نها (ل) غير موجودة.  
 $\infty$

4) نها (ل) = 3  
 $+ \infty$

5) نها (ل) = 2  
 $- \infty$

6) نها (ل) = 2  
 $\infty$

مثال



ك(س)

معتدماً الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران  
 ك(س) حد

1) نها ك(س)  
 $- \infty$

2) نها ك(س)  
 $1 \infty$

3) نها ك(س)  
 $-1 - \infty$

4) نها ك(س)  
 $3 - \infty$

5) نها ك(س)  
 $1 - \infty$

6) نها ك(س)  
 $+1 - \infty$

الحل:

1) نها ك(س) = 1  
 $+ \infty$

2) نها ك(س) = 1  
 $- \infty$

3) نها ك(س) = 1  
 $\infty$

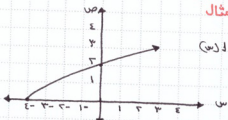
4) نها ك(س) = 1  
 $+ \infty$

5) نها ك(س) = -1  
 $- \infty$

6) نها ك(س) غير موجودة.  
 $- \infty$

عصام الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300625

مثال



ك(س)

معتدماً الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران  
 ل(س) =  $\sqrt{4+s}$  حد

1) مجال الاقتران ل

2) نها ل(س)  
 $- \infty - \infty$

3) نها ل(س)  
 $+ \infty - \infty$

4) نها ل(س)  
 $\infty - \infty$

5) نها ل(س)  
 $4 - \infty$

الحل:

1)  $0 \leq 4+s$

$4 \leq s$

2) المجال =  $\{s : s \geq 4\}$

3) نها ل(س) = صفر  
 $+ \infty - \infty$

4) نها ل(س) غير موجودة  
 $- \infty - \infty$

5) نها ل(س) غير موجودة  
 $4 - \infty$

1 = نها (د(س))  
 $-1 - \epsilon$

نها (د(س)) حين موجودة .

3 = نها (د(س))  
 $0 - \epsilon$

4 = نها (د(س))  
 $-2 - \epsilon$

الحل:

3 = نها (د(س))  
 $+ \epsilon$

2 = نها (د(س))  
 $- \epsilon$

2 = نها (د(س))  
 $+ \epsilon$

3 = نها (د(س))  
 $-2 - \epsilon$

عماد الشيخ  
 عمان طبربور  
 حاصه ال البيت  
 0796300625

3 = نها (د(س)) = صفر  
 $+2 - \epsilon$

نها (د(س)) = صفر  
 $-2 - \epsilon$

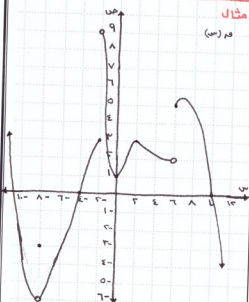
نها (د(س)) = صفر  
 $-2 - \epsilon$

4 = نها (د(س)) = 1-  
 $-1 - \epsilon$

5 = نها (د(س)) = 1-  
 $+1 - \epsilon$

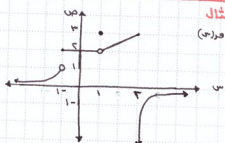
نها (د(س)) = 1-  
 $1 - \epsilon$

مثال  
 (د(س))



معتدًا الشكّل الذي يمثّل منحنى ق الحرف على ح مجد

مثال  
 (د(س))



معتدًا الشكّل الذي يمثّل ق الحرف على ح مجد

5 = نها (د(س))  
 $1 - \epsilon$

6 = نها (د(س))  
 $1 + \epsilon$

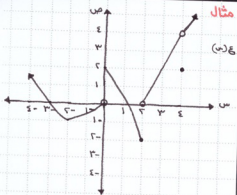
الحل:

2 = نها (د(س))  
 $+1 + \epsilon$

نها (د(س))  
 $-1 - \epsilon$

نها (د(س))  
 $1 + \epsilon$

3 = نها (د(س))  
 $+1 - \epsilon$



معتاداً الشكل الذي يمثل منحني الاقتران ع-ج

1) نها ع(س)  $-2 \leftarrow$

2) نها ع(س)  $+ \leftarrow$

3) نها ع(س)  $4 \leftarrow$

4) نها ع(س)  $3 \leftarrow$

الحل:

1) نها ع(س)  $3 = + \leftarrow$

2) نها ع(س)  $-2 = - \leftarrow$

3) نها ع(س)  $3 = + \leftarrow$

4) نها ع(س)  $-2 = - \leftarrow$

5) نها ع(س)  $3 = \leftarrow$

6) نها ع(س)  $4 = + \leftarrow$

7) نها ع(س)  $-4 = - \leftarrow$

8) نها ع(س)  $4 = \leftarrow$

9) نها در(س)  $-7 \leftarrow$

10) نها در(س)  $+7 \leftarrow$

11) نها در(س)  $- \leftarrow$

12) نها در(س)  $+ \leftarrow$

13) نها در(س)  $-8 \leftarrow$

14) نها در(س)  $+8 \leftarrow$

15) نها در(س)  $+1 \leftarrow$

الحل:

1) نها در(س)  $0 = +7 \leftarrow$

2) نها در(س)  $3 = -7 \leftarrow$

3) نها در(س)  $1 = + \leftarrow$

4) نها در(س)  $1 = - \leftarrow$

5) نها در(س)  $1 = - \leftarrow$

6) نها در(س)  $9 = +2 \leftarrow$

7) نها در(س)  $3 = -2 \leftarrow$

8) نها در(س) غير موجودة  $- \leftarrow$

9) نها در(س)  $-7 = +8 \leftarrow$

10) نها در(س)  $-7 = -8 \leftarrow$

11) نها در(س) = صفر  $+1 \leftarrow$

12) نها در(س) = صفر  $-1 \leftarrow$

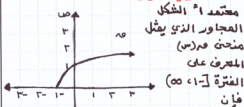
13) نها در(س) = صفر  $+1 \leftarrow$

عماد الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300625

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل ( ١ ) العنوان ( مفهوم النهاية ) ماجستير رياضيات

٢٠١٩ صيفي كيميائية ( ٢٠٠١ )



نها  $f(x)$  تساوي  
٣-٤-٥

(٢) صفر (ب) -٢ (ج) -٣ (د) غير موجودة

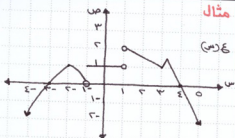


رياضيات (العلمي) الوحدة ( النهايات والاتصال )  
 الفصل ( ١ ) العنوان ( مفهوم النهاية )  
 عماد محمد الشيخ ( ماجستير رياضيات )

مثال

\* إيجاد قيم  $s$  في النهاية من الرسم

□ إذا كانت النهاية تساوي عدد



معتمدًا الشكل الذي يمثل منحنى  $f(s)$  جد  
 مجموعة قيم  $p$  حيث نها  $f(s) = 1$   
 $p \in \mathbb{R}$

□ مجموعة قيم  $p$  حيث نها  $f(s) = 1$   
 $p \in \mathbb{R}$

□ مجموعة قيم  $p$  حيث نها  $f(s) = 0$   
 $p \in \mathbb{R}$

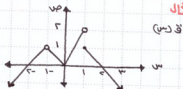
الحل:

$$\square \{ -2 < s < -1 \} \cup \{ -1 \}$$

$$\square \{ -2 < s < -1 \} \cup \{ -1 \}$$

$$\square \{ -2 < s < -1 \}$$

مثال



معتمدًا الشكل الذي يمثل منحنى  $f(s)$  المعروف  
 على  $\mathbb{R}$  جد مجموعة قيم  $p$  حيث  
 نها  $f(s) = 0$   
 $p \in \mathbb{R}$

عماد الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300629

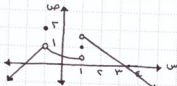
الحل:

$$\{ -2 < s < -1 \}$$

3.9 صيفي  
 في معرف على  $[-2, 3]$  مجموعة قيم  $P$   
 حيث نهاها  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  هي

- (أ)  $\{0, 2\}$  (ب)  $\{2, 0\}$   
 (ج)  $\{2, 0, 2\}$  (د)  $\{0, 2\}$

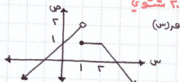
3.12 شتوي



مجموعة قيم  $P$  بحيث تكون نهاها  $f(x) = 1$  هي

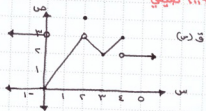
- (أ)  $\{1, 1\}$  (ب)  $\{2, 1, 1\}$   
 (ج)  $\{2, 1\}$  (د)  $\{2, 0, 1\}$

3.13 شتوي



الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران في المعرف على  $[-1, 2]$  ان مجموعة قيم  $P$  التي تجعل نهاها  $f(x) = 1$  هي

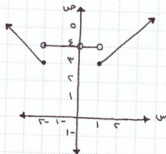
- (أ)  $\{2, 1\}$  (ب)  $\{0\} \cup [2, 1]$   
 (ج)  $\{2, 1\}$  (د)  $\{0\} \cup [2, 1]$



مجموعة قيم  $P$  حيث نهاها  $f(x) = 3$  هي

- (أ)  $\{2\} \cup [-1, \infty)$  (ب)  $\{2\} \cup [0, \infty)$   
 (ج)  $\{2, 3\} \cup [0, \infty)$  (د)  $\{2, 3\} \cup [1, \infty)$

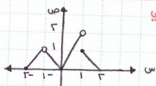
3.10 شتوي



مجموعة قيم  $P$  حيث نهاها  $f(x) = 1$  هي

- (أ)  $\{1\}$  (ب)  $\{2, -1\}$   
 (ج)  $\{2, 0, 1\}$  (د)  $\{2, 0, 1\}$

3.11 صيفي



ق (س)

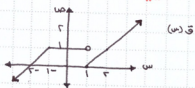
٣.١٣ صيفي

معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى  $f$  المعروف على الفترة  $[-2, 1]$  ما قيم الثابت  $p$  التي تجعل

زها  $f(1) = 1 - p$  ؟

(أ)  $[-2, 1]$  (ب)  $[2, 1]$

(ج)  $[2, 1]$  (د)  $[2, 1]$

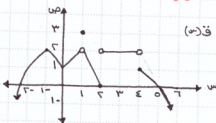


ق(س) معرف على  $J$  ، مجموعة قيم  $s$  التي تجعل زها  $f(s) = 1$

$[-1, 1]$  ■  $(-1, 1)$  ■

$\{2\} \cup [-1, 1]$  ■  $\{2\} \cup (-1, 1)$  ■

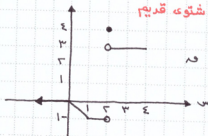
٣.١٦ شتوي



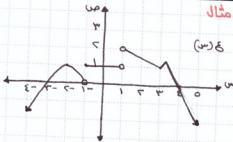
ق(س) معرف على  $J$  معتمداً الشكل جـ د قيم الثابت  $p$  حيثاً زها  $f(s) = 2$

الحل  $\{1, -1\} \cup (2, 5)$

٣.١٩ شتوي قديم



رياضيات (العلمي) الوحدة ( النهايات والاتصال )  
 الفصل ( ١ ) العنوان ( مفهوم النهاية )  
 عماد محمد الشيخ ( ماجستير رياضيات )

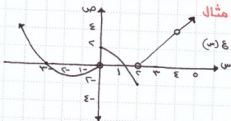


معتداً الشكل الذي يمثل منحنى ع (س)  
 جد مجموعة قيم ك حيث  
 نها ع (س) غير موجودة  
 $k \in \mathbb{R}$

عماد الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300625

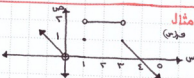
الحل:  
 $\{ -1, 1, 3, 5, 6 \}$

إذا كانت النهاية غير موجودة



معتداً الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ع  
 جد مجموعة قيم P حيث  
 نها ع (س) غير موجودة  
 $P \in \mathbb{R}$

الحل:  
 $\{ 3, 0 \}$



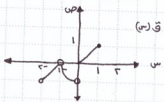
ما مجموعة قيم P حيث نها ع (س) غير موجودة  
 $P \in \mathbb{R}$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (عصام محمد الشيخ)  
 الفصل (1) العنوان (مفهوم النهاية) ماجستير رياضيات

(ب)  $\{2\}$   
 (ج)  $\{1-\}$   
 (د)  $\{2, 0, 1-\}$

الحل:  
 $\{3, 1\}$

٢٠١٨ شتوي جديد

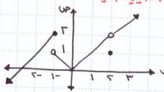


عصام الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300625

الشكل يمثل منحنى  $q(s)$  المعرفة على  $[-1, 3]$  بأن مجموعة قيم  $P$  التي تجعل  $q(s)$  غير موجودة  $P \in S$

(ب)  $\{1, 0, 1-\}$   
 (د)  $\{1, 2, 0, 1-\}$   
 (ج)  $\{1, 0\}$

٢٠١٨ صيفي جديد

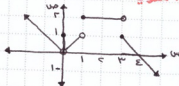


جد مجموعة قيم  $P$  التي تكون عندها  $q(s)$  غير موجودة هي  $P \in S$

(ب)  $\{2, 1-\}$   
 (د)  $\{2, 0, 1-\}$   
 (ب)  $\{1-\}$   
 (ج)  $\{2, 0\}$

عصام الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300625

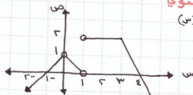
٢٠١٩ شتوي



مجموعة قيم  $P$  حيث  $q(s)$  غير موجودة  $P \in S$

(ب)  $\{2, 3, 1\}$   
 (د)  $\{3, 1\}$   
 (ب)  $\{0, 2, 1\}$   
 (ج)  $\{-2, 2, 3, 1\}$

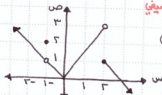
٢٠١١ شتوي



مجموعة قيم  $P$  حيث  $q(s)$  غير موجودة  $P \in S$

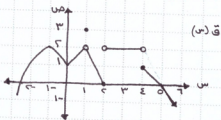
(ب)  $\{1, 0\}$   
 (د)  $\{3, 1, 0\}$   
 (ب)  $\{1\}$   
 (ج)  $\{3\}$

٢٠١٣ صيفي



مجموعة قيم  $P$  حيث  $q(s)$  غير موجودة  $P \in S$

3.17 مشوي

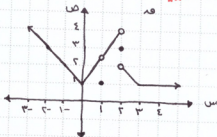


ق (س) معرف على ح معتمداً الشكل جد قيم الثابت ب حيث نها (س) غير موجودة

الحل :

$$\{ 4 < 3 \}$$

3.19 صيفي



معتمداً الذي يمثل منحنى الاقتران ه معرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ما مجموعة قيم الثابت ج ، حيث نها (س) غير موجودة ؟

(ب)  $\{ 2 < 1 \}$  (ج)  $\{ 3 < 0 \}$

(د)  $\{ 2 \}$  (هـ)  $\{ 3 < 2 < 1 < 0 \}$

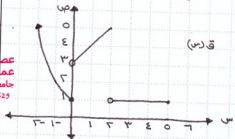
\* إيجاد النهاية من الرسم بالاشتغال

$$v = 3 - s^2$$

$$s \leftarrow 3 \leftarrow v$$

نها ل(ص) = 1  
 $s \leftarrow v$

عماد الشيخ  
 عمان طبربور  
 جامعة آل البيت  
 0796300625



٢٠١٧ صيفي

ق(ص)

معتمدًا = الشكل الذي يمثل  $v(s)$  جد

نها ل(ص-٣) =  
 $+ 2 \leftarrow s$

$$-9 = 3 - s$$

الحل:

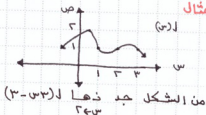
$v = 3 - s$   
 عند ما  $s \leftarrow 3$

$v \leftarrow -1$

نها ل(ص) =  
 $-1 \leftarrow v$

نها ل(ص-٣) =  
 $+ 2 \leftarrow s$

مثال



من الشكل جد نها ل(ص-٣)  
 $+ 2 \leftarrow s$