

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

ماجستير رياضيات

الفصل (الأول)

الاتصال عند نقطة

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

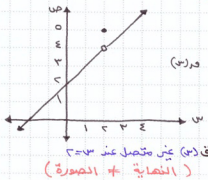
عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

Esam Shikh

0796300625

مثال



تعميم:

يكون الاقتران f متصلًا عند $x=p$ إذا حقق الشروط الآتية

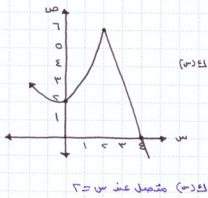
(١) f معرف عند $x=p$ أي أن $f(p)$ عدد حقيقي

(٢) نها $f(x)$ موجودة $x \rightarrow p$

(٣) نها $f(x) = f(p)$ $x \rightarrow p$

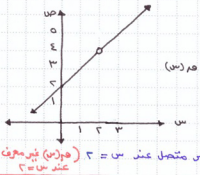
عماد الشيخ
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

مثال



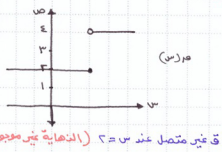
* معرفة اتصال الاقتران من الرسم .

مثال

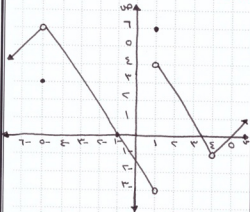


عماد الشيخ
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

مثال



مثال



معتمدًا = الشكل ما قيمه s التي يكون
 عندها f غير متصل مع ذكر السبب

الحل:

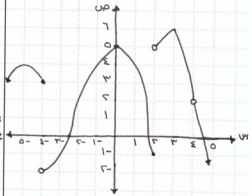
$s = -$ (النهاية \neq الصورة)

$s = 1$ (النهاية غير موجودة)

$s = 4$ (الاقتتان غير معرف عند 4)

عماد الشيخ
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

مثال



معتمدًا = الشكل ما قيمه s التي يكون
 عندها f اقتتانًا غير متصل مع ذكر
 السبب

الحل:

$s = -$ (النهاية غير موجودة)

$s = 2$ (النهاية غير موجودة)

$s = 4$ (الاقتتان غير معرف عند 4)
 أي لا يوجد صورة عند $s = 4$

عماد الشيخ
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

* بحث الاتصال عند نقطة :

مثال

ابحث في اتصال الاقتران

$$f(x) = \frac{x-1}{1-x} \text{ عند } x=1$$

الحل:

$$f(1) = \frac{1-1}{1-1} = \frac{0}{0} \text{ غير معرف}$$

$$\leftarrow f(1) \text{ غير معرف عند } x=1$$

$$\leftarrow f(1) \text{ غير متصل عند } x=1$$

مثال

ابحث في اتصال الاقتران

$$f(x) = \frac{x-2}{x-3} \text{ عند } x=3$$

الحل:

$$f(3) = \frac{3-2}{3-3} = \frac{1}{0} \text{ غير معرف}$$

$$\leftarrow f(3) \text{ غير معرف عند } x=3$$

$$\leftarrow f(3) \text{ غير متصل عند } x=3$$

مثال

$$\text{إذا كان } f(x) = \left. \begin{array}{l} x+6 \\ x-2 \end{array} \right\} \text{ عند } x \geq 3$$

$$x-2 \text{ عند } 2 > x > 3$$

$$1-x \text{ عند } x \leq 2$$

ابحث اتصال الاقتران ك عند $x=3$

الحل:

$$f(3) = 1-3 = 1-2 \times 3 = -5$$

$$\text{نهاى ك (س) } = 3$$

$$+ \infty$$

$$\text{نهاى ك (س) } = 3-3 = 0 \text{ صغير}$$

$$- \infty$$

$$\leftarrow \text{نهاى ك (س) غير موجودة}$$

$$\leftarrow \text{نهاى ك (س) غير متصل عند } x=3$$

مثال

$$\text{إذا كان } f(x) = \left. \begin{array}{l} 0+3x \\ 4-3x \end{array} \right\} \text{ عند } x \geq 3$$

$$3 \text{ عند } 3 > x$$

ابحث في اتصال الاقتران ق عند $x=3$

الحل:

$$f(3) = 0+9 = 0+3 \times 3 = 9$$

$$\text{نهاى ك (س) } = 4-9 \times 3 = -23$$

$$14 = 4-18 = -14$$

$$\text{نهاى ك (س) } = f(3) = 9$$

$$\leftarrow f(3) \text{ متصل عند } x=3$$

$$\leftarrow f(3) \text{ متصل عند } x=3$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

مثال

$$\text{إذا كان } f(x) = \left. \begin{array}{l} 4-x \\ x-3 \end{array} \right\} \text{ عند } x > 3$$

$$7-x \text{ عند } x \leq 3$$

ابحث اتصال الاقتران ق عند $x=3$

الحل:

$$f(3) = 4-3 = 1$$

$$\text{نهاى ك (س) } = 4-3 = 1$$

$$+ \infty$$

$$\text{نهاى ك (س) } = \frac{4-x}{x-3} \text{ نهاى ك (س) } = \frac{4-3}{3-3} = \frac{1}{0}$$

$$- \infty$$

$$\text{نهاى ك (س) } = \frac{(3+3) - (3-3)}{(3-3)} = \frac{3}{0}$$

$$\leftarrow \text{نهاى ك (س) } = 4-3 = 1$$

$$+ \infty$$

عصام الشيخ
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

زها فر (س) = فر (س) = صفر
 $\frac{\Sigma + \Sigma -}{\Sigma + \Sigma} = \frac{\Sigma + \Sigma -}{\Sigma + \Sigma}$ زها فر (س)
 صخر

زها فر (س) = صفر
 زها فر (س) = فر (س)

فر (س) متصل عند س = Σ

مثال 3.13 شتوي
 إذا كان ل (س) = $\frac{\Sigma - س^2 + س^3 + س^3}{1 - س}$
 إذا كان ل (س) = $\frac{\Sigma - س^2 + س^3 + س^3}{1 - س}$
 إذا كان ل (س) = $\frac{\Sigma - س^2 + س^3 + س^3}{1 - س}$

فابحث في اتصال الاقتران ل عند س = 1

الحل 1

$\Sigma = 1 - 0 = 1 - 1 \times 0 = 1$

زها ل (س) = $\frac{\Sigma - س^2 + س^3 + س^3}{1 - س}$
 زها ل (س) = $\frac{\Sigma - س^2 + س^3 + س^3}{1 - س}$

زها ل (س) = $\frac{(\Sigma - س^2 + س^3 + س^3)(1 - س)}{(1 - س)}$
 $\Sigma = \Sigma + 2 + 1 = 7$

زها ل (س) \neq ل (س)
 ل غير متصل عند س = 1

مثال
 إذا كان فر (س) = $\frac{\Sigma - |س|}{\Sigma - س}$
 فابحث في اتصال فر عند س = 0

الحل:

فر (س) = $\frac{\Sigma - س}{\Sigma - س}$
 فر (س) = $\frac{\Sigma - س}{\Sigma - س}$
 فر (س) = $\frac{\Sigma - س}{\Sigma - س}$

مثال

إذا كان فر (س) = $\frac{|\Sigma - س|}{\Sigma + س}$
 فابحث في اتصال فر عند س = 0

الحل:

فر (س) = $\frac{\Sigma - س}{\Sigma + س}$
 فر (س) = $\frac{\Sigma + س}{\Sigma + س}$

فر (س) = $\frac{\Sigma - \Sigma}{\Sigma + \Sigma} = 0$

فر (س) = $\frac{\Sigma - س}{\Sigma - س}$
 فر (س) = $\frac{\Sigma - س}{\Sigma - س}$
 فر (س) = $\frac{\Sigma - س}{\Sigma - س}$

زها فر (س) = $\frac{\Sigma - س}{\Sigma - س}$
 زها فر (س) = $\frac{\Sigma - س}{\Sigma - س}$

زها فر (س) \neq ل (س) \Rightarrow غير متصلة
 فر غير متصل عند س = 0

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) عصام محمد الشيخ

الفصل (١) العنوان (الاتصال عند نقطة) ماجستير رياضيات

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

← و متصل عند $s = 3$ $v =$

مثال
إذا كان $(s) = \sqrt{3-s}$ $3 < s$

$3 \geq s$ $|s-9|$

فابحث في اتصال الاقتران (s) عند $s=3$

الحل:

$3 < s$ $\sqrt{3-s}$ $(s) =$

$3 \geq s \geq 3-$

$3 -> s$

$\sqrt{3-s}$

$9-s$

$9-s$

$(s) = 9-9 = 0$ زها

زها $(s) = \frac{9-s}{3+s}$ زها $(s) = \frac{9-s}{3+s}$

زها $(s) = 9-9 = 0$ زها $(s) = \frac{9-s}{3+s}$

زها $(s) = 0$

زها $(s) = 0$

← ل متصل عند $s = 3$

مثال

إذا كان

ق $(s) = \sqrt{s+4}$ $s < 3$

$3 = s$ $[4+s]$

$3 < s$ $\sqrt{\frac{1}{s} + 4+s}$

فابحث في اتصال الاقتران (s) عند $s=3$

الحل:

$s > 3$ $s+4$ $(s) = \sqrt{s+4}$

$3 = s$ 4

$3 < s$ $\sqrt{\frac{1}{s} + 4+s}$

$4 = (s)$

مثال

إذا كان $(s) = [4-s]$

ابحث اتصال (s) عند $s=3$

الحل:

$8 > s \geq 6$ $1 - (s) =$

$1 - = (s)$

زها $(s) = 1 -$

زها $(s) = 1 -$

زها $(s) = 1 -$

$$0 = \text{نها فر (س)} \\ \text{ع 4 س}$$

$$\text{نها فر (س)} = \text{فر (2)} \\ \text{ع 4 س}$$

⇔ فر متصل عند س = 3

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

$$\text{فر (2)} = 1.0$$

$$1.0 = 9 + 8 = 9 + 2 \times 4 = \text{نها فر (س)} \\ - 2 \text{ ع 3}$$

$$\text{نها فر (س)} = \frac{(0-1+3c)(0+1+3c)}{3-s} \\ + 2 \text{ ع 3}$$

$$\text{نها} = \frac{(4-3c)(7+3c)}{3-s} \\ + 2 \text{ ع 3}$$

$$\text{نها} = \frac{(3-s)(2)(7+3c)}{(3-s)} \\ + 2 \text{ ع 3}$$

$$(2)(7+2 \times 4) =$$

$$2. = 2 \times 1. =$$

نها فر (س) غير موجودة
ع 4 س

⇔ فر غير متصل عند س = 3

3.14 شتوي

$$\left. \begin{array}{l} 3 > s \geq 1 \\ 1 - \frac{3}{s} \end{array} \right\} \text{إذا كان فر (س)}$$

$$4 > s \geq 2 \quad \left[3 + \frac{1}{s} \right]$$

فابحث في اتصال الاقتران فر (س) عند س = 3

الحل:

$$\left. \begin{array}{l} 3 > s \geq 1 \\ \frac{3}{s} - 1 \end{array} \right\} \text{ق (س)}$$

$$3 > s \geq 2 \quad 1 - \frac{3}{s}$$

$$4 > s \geq 3 \quad 4$$

$$4 = \text{فر (2)}$$

$$2 = \text{نها فر (س)} \\ + 2 \text{ ع 3}$$

$$\frac{1}{4} = 1 - \frac{3}{4} = \text{نها فر (س)} \\ - 3 \text{ ع 3}$$

نها فر (س) غير موجودة
ع 4 س

فر غير متصل عند س = 3

3.16 شتوي

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} > s > \frac{1}{2} \\ \frac{1-s}{5s+37-1} \end{array} \right\} \text{إذا كان ق (س)}$$

$$\frac{1}{4} = s \quad 2 -$$

$$\frac{3}{4} > s > \frac{1}{2} \quad [3] - 37 -$$

فابحث في اتصال فر (س) عند س = 3

الحل:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} > s > \frac{1}{2} \\ \frac{1-s}{37-1} \end{array} \right\} \text{ق (س)}$$

$$\frac{1}{4} = s \quad 2 -$$

$$1 > s > \frac{1}{2} \quad 37 -$$

$$\frac{3}{4} > s > 1 \quad 1 - 37 -$$

3.15 شتوي

$$\left. \begin{array}{l} 3 > s \geq 0 \\ 3 + 3s \end{array} \right\} \text{إذا كان فر (س)}$$

$$2 = s \quad 1.$$

$$4 \geq s > 2 \quad \frac{20 - (1+3c)}{3-s}$$

فابحث في اتصال فر عند س = 3

الحل:

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{1 - 9x^2}{x^2 - 1} \quad \text{نها (فر)س} = \frac{1 - 9x^2}{x^2 - 1} \quad \text{نها} \quad \frac{1 - 9x^2}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{(1+3x)(1-3x)}{(x^2-1)} \quad \text{نها} \quad \frac{(1+3x)(1-3x)}{(x^2-1)}$$

$$(1+3x) - =$$

$$f(x) = (1+1) - =$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \times 7 - = \text{نها (فر)س} + \frac{1}{x^2}$$

$$f(x) = \text{نها (فر)س} \frac{1}{x^2}$$

$$\text{نها (فر)س} = \frac{1}{x^2}$$

$$\Leftarrow \text{فر متصل عند } x = \frac{1}{x^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad \text{نها (فر)س}$$

$$\text{نها (فر)س} = \frac{1}{x^2} \quad \text{نها} \quad \frac{1}{x^2}$$

$$= \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)} \quad \text{نها} \quad \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)}$$

$$f(x) = 1+1 =$$

$$f(x) = \text{نها (فر)س} \frac{1}{x^2}$$

$$\text{نها (فر)س} = \text{نها (فر)س} \frac{1}{x^2}$$

$$\Leftarrow \text{فر متصل عند } x = 1$$

عماد الشيخ
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

٣.١٧ شتوي

$$\text{ق(س)} = \frac{1}{x^2} \quad \text{إذا كان}$$

$$x \leq 3$$

$$x > 3 \quad \frac{[x-3] + [3-x]}{x-3}$$

فابحث في اتصال فر(س) عند $x = 3$

الحل:

$$x \leq 3 \quad \text{ق(س)} = \frac{1}{x^2}$$

$$x > 3 \quad \frac{x-3}{x-3}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} = \text{نها (فر)س}$$

$$1 = \text{نها (فر)س} \frac{1}{x^2}$$

$$1 = \frac{x-3}{x-3} = \text{نها (فر)س} \frac{x-3}{x-3}$$

$$1 = \text{نها (فر)س} \frac{1}{x^2}$$

٣.١٦ صيفي

$$x > 3 > 1 \quad \text{ق(س)} = \frac{[x+3x^2][x^2-3]}{x-1}$$

$$x > 3 > 1 \quad [x^2-1] - 3x^2$$

فابحث في اتصال فر(س) عند $x = 1$

الحل:

$$x > 3 > 1 \quad \frac{x^2-3x-0}{x-1} = \text{ق(س)}$$

$$x > 3 > 1 \quad \frac{x^2-3x-0}{x-1}$$

$$x > 3 > 1 \quad (x^2-3x) - 3x^2$$

$$f(x) = (1-1) - f(x) = \text{نها (فر)س}$$

الحل ١

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} > \text{صفر} \\ \text{ق (س)} = \frac{\text{جا (س-٣)}}{\text{س}^٢} \end{array} \right\}$$

س <= صفر

$$\frac{١-٣}{٤-٣٢}$$

$$\frac{١}{٤} = \frac{٢}{٤} = \text{ق (١)}$$

$$\frac{١}{٤} = \text{نها (س)} + ٠.٤٣$$

$$\frac{١}{٤} = \text{نها (س)} = \frac{\text{جا-٣}}{\text{س}^٢} - ٠.٤٣$$

$$\frac{١}{٤} = \text{نها (س)} + ٠.٤٣$$

$$\text{نها (س)} = \text{ق (٠)} + ٠.٤٣$$

← ق متصل عند س = صفر .

نها (س) = ق (٤)

← ق متصل عند س = ٤

٣.١٧ صيفي

إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \frac{١}{٤} - \left| \frac{١}{٤-س} \right| \\ ١ > س > ٠ \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ > س \geq ١ \\ \left[\frac{١}{٣-س} + ١ \right] \end{array} \right\}$$

فابحث في اتصال ق (س) عند س = ١

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \frac{١}{٣} - \frac{١}{س-٤} \\ ١ > س > ٠ \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٢ > س \geq ١ \\ \frac{١}{٣-س} \end{array} \right\}$$

$$\frac{١}{٣} = \text{ق (١)}$$

عماد الشيخ
عماد طهريور
جامعة ال البيت
0796300625

$$\frac{١}{٣} = \text{نها (س)} + ١.٤٣$$

$$\text{نها (س)} = \frac{١}{٣} - \frac{١}{٣} = \text{صفر} - ١.٤٣$$

نها (س) غير موجودة
١.٤٣

ق (س) غير متصل عند س = ١

٣.١٨ صيفي جديد

ابحث في اتصال الاقتران

$$\text{ق (س)} = (س-٢) \left[\frac{١}{٣} + \frac{١}{٣} \right]^٣$$

عند س = ٢

الحل :

$$\left. \begin{array}{l} ٢ > س \geq ٠ \\ \text{ق (س)} = (س-٢) \times ٢^٣ \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٤ > س \geq ٢ \\ \text{ق (س)} = (س-٢) \times ٤ \end{array} \right\}$$

$$\text{ق (٢)} = (٢-٢) \times ٤ = \text{صفر}$$

$$\text{نها (س)} = \text{ق (٢)} + ٠.٤٣$$

$$\text{نها (س)} = (س-٢) \times ٢ = \text{صفر} - ٢.٤٣$$

$$\text{نها (س)} = \text{ق (٢)} + ٢.٤٣$$

٣.١٨ شتوي قديم

إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \frac{\text{جا} \sqrt{\text{س}}}{\text{س}^٢} \\ \text{س} > \text{صفر} \end{array} \right\}$$

س <= صفر

$$\frac{١ - [٣ + \text{س}]}{٤ - ٣٢}$$

فابحث في اتصال ق (س) عند س = صفر

زها فر (س) = فر (٢)
 $\frac{1}{s} = \frac{1}{2}$

فر متصل عند س = ٢

زها فر (س) غير موجودة
 $\frac{1}{s}$

فر غير متصل عند س = ١

٢.١٨ شتوي جديد

إذا كان

ق (س) = $\frac{|1-s^2|}{s} - \frac{1}{s}$ $1 \geq s \geq -1$

$\frac{[s] - [s]}{(1-s^2)}$ $1 > s > -1$

فابحث في اتصال فر (س) عند س = ١

الحل:

ق (س) = $1 - s^2 - \frac{1}{s}$ $1 \geq s \geq -1$

$1 - s - \frac{1}{s}$ $1 \geq s > -1$

$\frac{1-s}{(1-s^2)}$ $1 > s > -1$

$\frac{s-2}{(1-s^2)}$ $1 \geq s \geq -1$

ق (١) = $1 - 1 - \frac{1}{1} = -1$

زها فر (س) = $\frac{1}{s}$

زها فر (س) = $\frac{(1-s)}{(1+s)}$ زها فر (س) = $\frac{1+s}{(1+s)(1-s)} + 1$

زها - (س) = $\frac{(1-s)}{(1+s)}$

زها = $\frac{1}{1+s} \times \frac{(1+s)(1-s)}{(1+s)(1-s)} + 1$

= $1 - \frac{1}{s}$

٢.١٩ شتوي قديم

إذا كان

فر (س) = $\frac{\sqrt{[s] + [s] - [s] + s^2 - s^2}}{1-s}$ $\frac{1}{s} > s > -1$

$-\frac{1}{s}$ $1 \geq s \geq -1$

فابحث في اتصال الاقتران فر عند س = ٢

الحل:

فر (س) = $\frac{\sqrt{3 - 3s + s^2}}{1-s}$ $\frac{1}{s} > s > -1$

$-\frac{1}{s}$ $1 \geq s \geq -1$

فر (س) = $\frac{\sqrt{(s-3)^2}}{1-s}$ $\frac{1}{s} > s > -1$

$-\frac{1}{s}$ $1 \geq s \geq -1$

فر (س) = $\frac{|s-3|}{1-s}$ $\frac{1}{s} > s > -1$

$-\frac{1}{s}$ $1 \geq s \geq -1$

فر (س) = $\frac{1-s}{1-s}$ $\frac{1}{s} > s > -1$

$-\frac{1}{s}$ $1 \geq s \geq -1$

٢.١٩ صيغي قديم

إذا كان

$$\left. \begin{aligned} & \text{فر (س)} = \frac{س^٢ - ٢س}{٨(٢ - س)} \end{aligned} \right\} \text{عند } ٢ > س > ٠$$

$$\frac{1}{٤} \quad س = ٢$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{س - [س]}{٤ - س^٢} \end{aligned} \right\} ٣ > س > ٢$$

فابحث في اتصال الاقتران فر عند س = ٢

الحل:

$$\left. \begin{aligned} & \text{فر (س)} = \frac{س^٢ - ٢س}{٨(٢ - س)} \end{aligned} \right\} \text{عند } ٢ > س > ٠$$

$$\frac{1}{٤} \quad س = ٢$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{س - ٢}{٤ - س^٢} \end{aligned} \right\} ٣ > س > ٢$$

$$\text{فر (٢)} = \frac{1}{٤}$$

$$\frac{1}{٤} = \frac{\text{زها فر (س)}}{+٢٤س} = \frac{(س - ٢) \text{ زها}}{+٢٤س(٢ - س)}$$

$$\frac{1}{٤} = \frac{س - ٢}{٨} = \frac{\text{زها فر (س)}}{-٢٤س} = \frac{س(س - ٢) \text{ زها}}{(س - ٢) ٨}$$

$$\leftarrow \text{زها فر (س)} = \frac{1}{٤}$$

$$\text{فر (٢)} = \frac{1}{٤} = \text{زها فر (س)}$$

فر متصل عند س = ٢

$$\text{فر (٢)} = \frac{1}{٤} \times ٢ = ١ -$$

$$\text{زها فر (س)} = ١ - +٢٤س$$

$$\text{زها فر (س)} = \frac{س - ٢}{٢ - س} \text{ زها} = -٢٤س - ٢٤س$$

$$\leftarrow \text{زها فر (س)} = ١ - -٢٤س$$

$$\text{فر (٢)} = ١ - = \text{زها فر (س)}$$

فر متصل عند س = ٢

٢.١٩ شئوي جديد

إذا كان

$$\left. \begin{aligned} & \text{فر (س)} = \left. \begin{aligned} & ٢ + س \\ & ٢ \geq |س| \end{aligned} \right\}$$

فإن الاقتران فر يكون غير متصل عند

- س = ٤ (أ) ٢ (ب) ٢ (ج) ٢ (د) صفر

الحل:

$$\left. \begin{aligned} & \text{فر (س)} = \left. \begin{aligned} & ٢ + س \\ & ٢ - س \geq ٢ \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & ٢ - س < ٢ \\ & ٢ > س \end{aligned} \right\} \text{س}$$

فر غير متصل عند س = ٢ - لأن

$$\text{فر (٢-)} = \text{صفر}$$

$$\text{منا فر (س)} = \text{صفر} + ٢ - ٤س$$

$$\text{زها فر (س)} = ٤ - ٢ - ٤س$$

٣.١٩ صيفي جديد (طلاب ٢٠١١)

إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{فر (س)} = \frac{|[س] - س^2|}{س^2 - س} \end{array} \right\} \text{س} > ٢$$

$$\text{س} = ٢ \quad \frac{1}{1.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{جا (س)} = \frac{(٤ - س^2) س}{(س - ٢) س} \end{array} \right\} \text{س} < ٢$$

فابحث في اتصال الاقتران فر عند س = ٢
الحل:

$$\left. \begin{array}{l} \text{فر (س)} = \frac{|س^2 - 1|}{(1 - س^2) س} \end{array} \right\} \text{س} > ٢$$

$$\text{س} = ٢ \quad \frac{1}{1.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{جا (س)} = \frac{(س - ٢) س}{(س - ٢) س} \end{array} \right\} \text{س} < ٢$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{فر (س)} = \frac{1}{س} \frac{(1 - س^2) س}{(1 + س^2) (1 - س^2) س} \end{array} \right\} \text{س} > ٢$$

$$\text{س} = ٢ \quad \frac{1}{1.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{جا (س)} = \frac{(س - ٢) س}{(س - ٢) س} \end{array} \right\} \text{س} < ٢$$

$$\text{فر (س)} = \frac{1}{1.}$$

$$\text{نها فر (س)} = \frac{(1 - س^2) س}{(1 + س^2) (1 - س^2) س - س^2 س}$$

$$\frac{1}{1.} =$$

$$\text{نها فر (س)} = \frac{\text{جا (س)}}{س} = \frac{(٢ - س) س}{(س - ٢) س}$$

$$\text{س} = ٢ - س$$

$$\text{س} = ٢ - س$$

$$\frac{1}{1.} = \frac{س}{1.} = \frac{\text{نها (س)}}{س}$$

$$\frac{1}{1.} = \text{نها فر (س)} = \frac{س}{س}$$

$$\text{فر (س)} = \frac{1}{1.} = \text{نها فر (س)} = \frac{س}{س}$$

$$\leftarrow \text{فر متصل عند س} = ٢$$

ملاحظة:

ف(س) متصل عند س = 2 ←

$$\lim_{s \rightarrow 2^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 2^-} (2 + 2s - 2s^2) = 2 + 4 - 8 = -2$$

$$\lim_{s \rightarrow 2^+} f(s) = \lim_{s \rightarrow 2^+} (2 + 2s - 2s^2) = 2 + 4 - 8 = -2$$

$$\lim_{s \rightarrow 2^-} \left(\sqrt{2s} + \frac{1-s}{1-s} \right) = \lim_{s \rightarrow 2^-} (\sqrt{4} + 1) = 2 + 1 = 3$$

$$\lim_{s \rightarrow 2^+} \left(\sqrt{2s} + \frac{1-s}{1-s} \right) = \lim_{s \rightarrow 2^+} (\sqrt{4} + 1) = 2 + 1 = 3$$

$$\lim_{s \rightarrow 2} \left(\sqrt{2s} + \frac{1-s}{1-s} \right) = 3$$

$$3 = 2 + 1 = 3$$

٣.٩ شتوي

إذا كان ه اقتراً متصلاً عند س = 3 وكان ه(3) = 1 فإن
 $\lim_{s \rightarrow 3^-} h(s) = \lim_{s \rightarrow 3^-} (1 - 2s) = 1 - 6 = -5$

١ (د) $\frac{1}{2}$ (ج) ١ (ب) $\frac{1}{3}$ (أ)

الحل:

ه متصل عند 3 ←

$$\lim_{s \rightarrow 3^-} h(s) = \lim_{s \rightarrow 3^-} (1 - 2s) = 1 - 6 = -5$$

$$\lim_{s \rightarrow 3^+} h(s) = \lim_{s \rightarrow 3^+} (1 - 2s) = 1 - 6 = -5$$

٣.١١ صيفي

إذا كان ه اقتراً متصلاً عند س = 1 وكان ه(1) = 2 فجد

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} \left(\sqrt{1-s} + \frac{|1-s|}{1-s} \right) = \lim_{s \rightarrow 1^-} (\sqrt{0} + 1) = 0 + 1 = 1$$

٣ (د) ١ (ب) ٥ (ج) غير موجودة (أ)

الحل:

ه متصل عند س = 1

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} h(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} (2 + 2s - 2s^2) = 2 + 2 - 2 = 2$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} h(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} (2 + 2s - 2s^2) = 2 + 2 - 2 = 2$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} h(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} (2 + 2s - 2s^2) = 2 + 2 - 2 = 2$$

الآن

$$\lim_{s \rightarrow 1} h(s) = 2$$

$$2 = 2 \times 1 = 2$$

٣.١٩ صيفي (طلاب ٣٠٠)

إذا كان ه كثير حدود يمر بالنقطة (1, 2) وكانت نها (1- ل(س)) = 3

فإن نها(ه(س)) ل(س) تساوي

٢ (د) ٩ (ب) ١٨ (ج) ٩ (أ)

الحل:

ه كثير حدود ← متصل عند س = 1

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} h(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} (2 + 2s - 2s^2) = 2 + 2 - 2 = 2$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} h(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} (2 + 2s - 2s^2) = 2 + 2 - 2 = 2$$

$$\lim_{s \rightarrow 1} h(s) = 2$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} h(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} (2 + 2s - 2s^2) = 2 + 2 - 2 = 2$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} h(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} (2 + 2s - 2s^2) = 2 + 2 - 2 = 2$$

الآن

$$\lim_{s \rightarrow 1} h(s) = 2$$

$$18 = 9 \times 2 = 3 \times 6$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال)
الفصل (الأول) العنوان (الاتصال عند نقطة)
عصام محمد الشيخ (ماجستير رياضيات)

٢٠١٩ صيفي جديد (طلاب ٢٠١٩)
إذا كان عدد (s) اقتران كثير حدود يمر
بالنقطة $(٢, ١)$ فإن

زها $(٨ - s)$ تساوي
١ ← ٣

٨ (٢) ب) صفر (ج) ٤ (د) ٥
الحل:

فه كثير حدود ← متصل عند $s = ١$ ←
عدد $(١) = ٢ =$ زها عدد (٣)
١ ← ٣

← زها $٨ - (٣)$
١ ← ٣

$$\Sigma = ٤ - ٨ = (٣) - ٨ =$$

متصل عند $s = 3$ فجد قيمة P

الحل:

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} & \text{ع (3)} = s + \frac{P}{s} \\ & \text{ع (3)} = 3 + \frac{P}{3} \end{aligned} \right. \\ & \left. \begin{aligned} & 3 > 3 > 2 \\ & 3 > 3 > 2 \\ & 3 = 3 \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

ع (3) متصل عند $s = 3$

ع (3) = زها ع (3) + $3 \leftarrow s$

$0 = 4 + \frac{P}{3}$

$3 = P \leftarrow 1 = \frac{P}{3}$

* ايجاد الثوابت مع الاتصال

ملاحظة (تذكير)

ع (3) متصل عند $s = 3$

ع (3) = زها ع (3) = P
 $-P \leftarrow s$ $+P \leftarrow s$

عماد الشيخ
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

زها ع (3) = $P \leftarrow s$

مثال

إذا كان $f(s) = s + b$ $3 > 3 \geq 2$

$3 > 3 \geq 2$ $0 - |s|$

جد قيمة b التي تجعل f متصل عند $s = 3$

الحل:

$f(s) = s + b$ $3 > 3 \geq 2$

$3 > 3 \geq 2$ $0 - s$

ليكون f متصل عند $s = 3$

زها $f(s) = f(3) = 3 + b$
 $-2 \leftarrow s$

$0 - 3 = 3 + b$

$3 - = 3 + b$

$7 - = 4 + 3 - = b$

2.0.8 صيفي

إذا كان $f(s) = s + [s]$ $3 > 3 > 2$
 $3 > 3 \geq 2$ $\frac{1}{s}$

فجد قيمة الثابت b التي تجعل f متصل عند $s = 3$

$(P) - 1 - (b) - 4 \rightarrow 3 \rightarrow 4$

الحل:

ع (3) = $s + 1 + b$ $3 > 3 > 2$

$3 > 3 \geq 2$ $\frac{1}{s}$

ع (3) متصل عند $s = 3$

زها ع (3) = زها ع (3) + $2 \leftarrow s$
 $-2 \leftarrow s$

$\frac{1}{3} = 3 + 1 + b$

$0 = 3 + 1 + b$

$4 = b$

مثال 2.10 شتوي

إذا كان $f(s) = s + \frac{P}{s}$ $3 > 3 > 2$

$3 > 3 > 2$ $3 + [s]$

$3 = s$ \sqrt

① $b + p = 7$

مر (س) = زها مر (س)
 $+ 3e$

② $b - p = 7$

$7 = b + p$
 $7 = b - p$

$12 = 2b + 2p$
 $7 = b - p$

 $18 = 3p$
 $6 = p$

$\frac{7}{6} = \frac{1}{1} = p$

③ $7 = b + \frac{7}{6} \times 9$

$28 = 6b + 10.5$

$28 = 6b + 10.5$

$17.5 = 6b$

$2.916 = b$

$\frac{17.5}{6} = b$

مثال
 إذا كان $(س)$ $\left. \begin{array}{l} 1 > س \\ 1 = س \\ 1 < س \end{array} \right\} = \begin{array}{l} 1 + س - 3س \\ 0 \\ 2 + 3(ب + پ) - 6س \end{array}$

متصلاً عند $س = 1$ فجد قيمة $ب, پ$.
 الحل:

بما أن $س = 1$ متصل عند $س = 1$
 مر (س) = زها مر (س)
 $- 1e$

$1 + ب - پ = 0$

① $2 = ب - پ$

مر (س) = زها مر (س)
 $+ 1e$

$2 + (ب + پ) - 1 = 0$

② $ب - پ = 2$

الآن

$2 = ب - پ$

$2 = ب - پ$

$3 = ب - پ$

$2 = (ب - پ) - پ$

$1 = پ$

٢٠٩ صيفي

إذا كان مر اختارنا "متصلاً" عند $س = 2$
 وكان $س = 3$ مر (ع) وكانت
 زها مر (س) = $ع$ $ب$ فإن قيمة الثابت $ب =$

$2 - (ب) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right)$

مر (ع) = زها مر (س)
 $+ 2e$

$\frac{1}{2} = ب$

مثال
 إذا كان $(س)$ $\left. \begin{array}{l} 3 > س \\ 3 = س \\ 3 < س \end{array} \right\} = \begin{array}{l} 3 + 6س \\ 7 \\ 3 - 3س \end{array}$

متصلاً عند $س = 3$ فجد قيمة $ب, پ$.
 الحل:

ق متصل عند $س = 3$

مر (س) = زها مر (س)
 $- 3e$

3.13 شتوي

إذا كان
 فر(س) = ٢ جتا س
 فإن قيمة P التي تجعل فر متصل عند
 س = $\frac{\pi}{2}$ هي

$$\frac{\pi}{2} \geq s$$

$$\frac{\pi}{2} < s$$

فر(س) = ٢ جتا س
 فر(س) = ٢(٠) = ٠
 فر(س) = ٢ جتا س

(P) < (ب) صفر (ج) -٤ (د) ٤
 الحل:

فر متصل عند س = $\frac{\pi}{2}$

نها فر(س) = نها فر(س)
 $-\frac{\pi}{2} < s$
 $+\frac{\pi}{2} < s$

٢ جتا $\frac{\pi}{2}$ = $\frac{\pi}{2}$ P + $\frac{\pi}{2}$

صفر = $\frac{\pi}{2}$ P + $\frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2}$ P = $\frac{\pi}{2}$ -

$\frac{\pi}{2} = P \leftarrow \frac{P}{\frac{\pi}{2}} = 1 -$

فر متصل عند س = ٠
 فر(س) = نها فر(س)
 -٤ < s

نها جتا س = ١
 نها جتا س = ١
 نها جتا س = ١

نها (جتا س جتا س - جتا س جتا س)
 نها جتا س = ١
 نها جتا س = ١

١ = ١ - ١ = ١

١ = ١ - ١ = ١

١ = ١ - ١ = ١

١ = ١ - ١ = ١

نها فر(س) = نها فر(س)
 +٤ < s

نها (س + س) = نها س
 +٤ < s

س = س

س = س

$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = P \leftarrow C = P 1$

3.10 صيفي

إذا كان
 فر(س) = نها فر(س)

فر(س) > س

نها جتا س = نها جتا س
 نها جتا س = نها جتا س

س = س

س > س

نها (س - س) = نها س
 نها س = نها س

اقتربنا متصلاً عند س = ٠ فوجد قيمة
 كل من الثابتين C ، ب

الحل:

عصام الشيك
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

* نظريات الاتصال

إذا كان f ، g متصلين عند $s = P$ فإن

(1) $f + g$ متصل عند $s = P$

(2) $f - g$ متصل عند $s = P$

(3) $f \times g$ متصل عند $s = P$

(4) $\frac{f}{g}$ متصل عند $s = P$ حيث $g(P) \neq 0$

نظرية:

إذا كان f متصل عند $s = P$ و g و h متصلين في فترة مفتوحة تحتوي P فإن الاقتران $\sqrt{f \pm g}$ متصل عند $s = P$

مثال
 إذا كان $f(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = x^2 + 6$ عند $s = 2$

$f(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = x^2 + 6$ عند $s = 2$

ابحث اتصال $(f+g)$ عند $s = 2$

الحل: $L(f) = (2)^2 + 3 = 7$

$L(g) = (2)^2 + 6 = 10$

$L(f+g) = (2+2) = 17$

نلاحظ $L(f) = 7$ و $L(g) = 10$

نلاحظ $L(f+g) = 17$

$17 = 7 + 10$

نلاحظ $L(f) = 7$ و $L(g) = 10$

نلاحظ $L(f+g) = 17$

نلاحظ $L(f+g) = 17$

عصام الشيخ
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

عصام الشيخ
 عمان طبربور
 جامعة آل البيت
 0796300625

مثال 3.14 شتوي

إذا كان $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = x^2$ عند $s = 1$

$f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = x^2$ عند $s = 1$

ابحث اتصال $f \times g$ عند $s = 1$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{زها و(س)} &= (س) \cdot (1-3) = 2-4س \\ 1- &= 2-4س \end{aligned}$$

$$\leftarrow \text{زها و(س) غير موجودة}$$

$$\leftarrow \text{هو غير متصل عند } س = 3$$

$$\text{و(س) و(س) } (س) \cdot (س) = (س)$$

$$\left. \begin{aligned} 1 > س & \quad (س) \cdot (س+1) \\ 1 \leq س & \quad (س) \cdot (س-3) \end{aligned} \right\} = \text{و(س)}$$

$$\text{و(س)} = 1 \times 3 = 3$$

$$\text{زها و(س)} = 3 = 1 \times 3$$

$$\begin{aligned} \text{زها و(س)} &= (س) \cdot (س+1) = 3 \cdot 4 = 12 \\ \text{و(س)} &= 1 \times 3 = 3 \end{aligned}$$

$$\text{زها و(س)} = 3 = 1 \times 3$$

$$\text{زها و(س)} = (س) = 1$$

$$\leftarrow \text{هو (س) متصل عند } س = 1$$

مثال

$$\text{إذا كان و(س) و(س) } (س) \cdot (س) = (س)$$

$$\text{و(س)} = [3+س]$$

فابحث في اتصال الاقتران و(س) و(س) عند س = 3

الحل:

$$\left. \begin{aligned} 1- & \quad 3- \rightarrow س \geq 3 \\ \cdot & \quad 2- \rightarrow س \geq 3 \\ 6 & \quad 4- \rightarrow س \geq 4 \\ 7 & \quad 5- \rightarrow س \geq 0 \end{aligned} \right\} = \text{و(س)}$$

$$\text{و(س) و(س) } (س) \cdot (س) = (س)$$

$$\text{و(س)} = (س) \cdot (س) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = 3 \cdot 3 = 9$$

$$س = 3$$

$$\text{و(س)} = (س) \cdot (س) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{زها ل(س)} = 9$$

$$\text{زها ل(س)} = (س) \cdot (س) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\leftarrow \text{زها ل(س) غير موجودة}$$

مثال

$$\text{إذا كان و(س) و(س) } (س) \cdot (س) = (س)$$

$$\text{و(س)} = [3-س]$$

ابحث في اتصال الاقتران و(س) و(س) عند س = 3

الحل:

$$\left. \begin{aligned} 1- & \quad 3- \\ 2- & \quad 4- \end{aligned} \right\} = \text{و(س)}$$

$$\text{و(س)} = (س) \cdot (س) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = (س) \cdot (س) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = (س) \cdot (س) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = (س) \cdot (س) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = (س) \cdot (س) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{و(س)} = (س) \cdot (س) = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\text{زها و(س)} = 3 = 1 \times 3$$

رياضيات (العلمي) الوحدة (النهايات والاتصال) (عصام محمد الشيخ

الفصل (1) العنوان (الاتصال عند نقطة) (ماجستير رياضيات

← ل غير متصل عند $x=3$ = $3-$

$0 = 3$

$$\sqrt{x} (3-0) = (0)$$

$$0 \cdot 6 = \sqrt{x} \cdot 8 =$$

عصام الشيخ
عمان طبربور
جامعة آل البيت
0796300625

نها ل (3) = $0 \cdot 6$
 $0 \leftarrow 3$

نها ل (3) = $6 \times (3-0)$
 $-0 \leftarrow 3$

$$6 \times 8 = 6 \times 8 =$$

نها ل (3) غير موجودة
 $0 \leftarrow 3$

← ل (3) غير متصل عند $x=3$ = 0
