أسئلة الوزارة

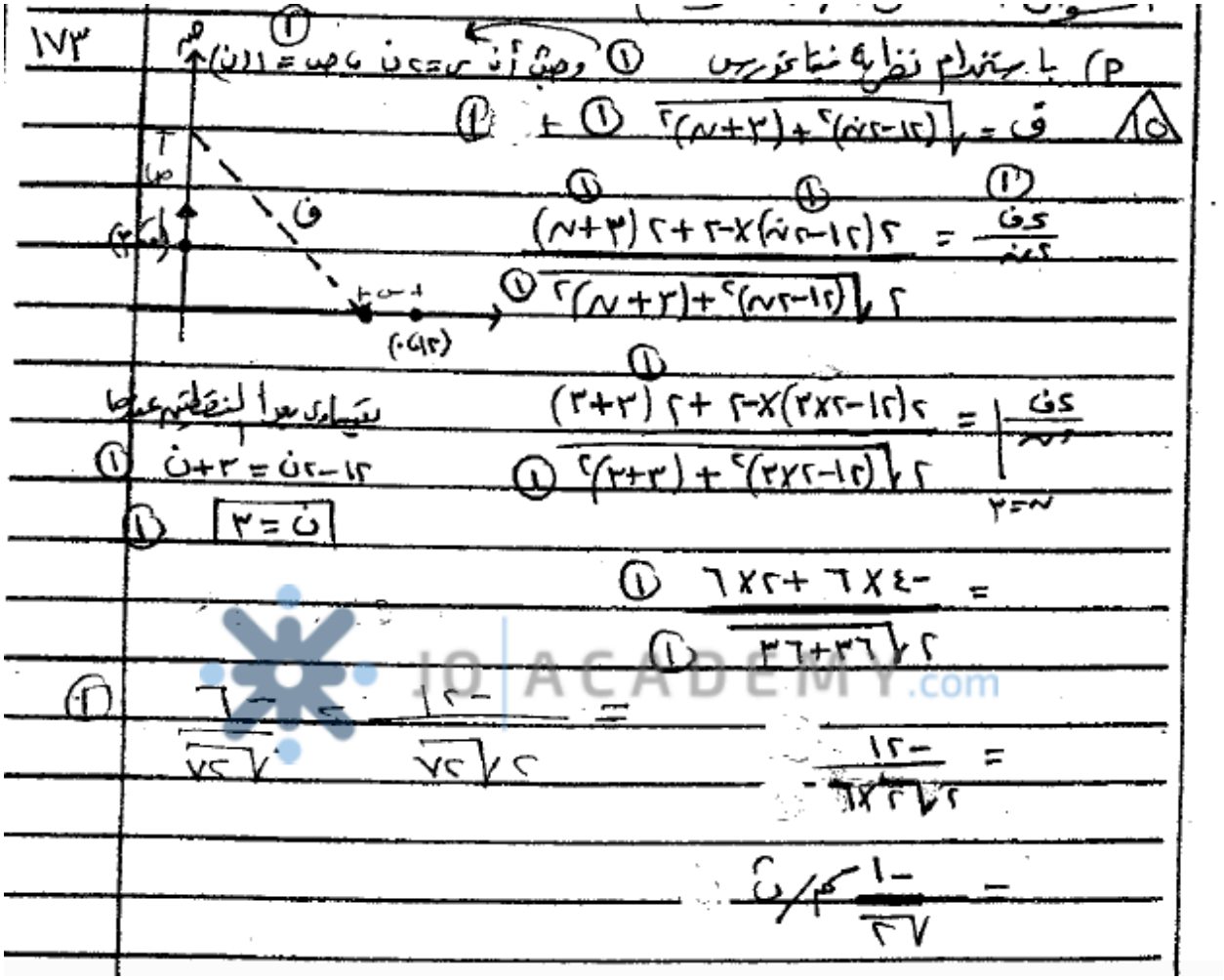
المعدلات المرتبطة بالزمن

توجيهي علمي

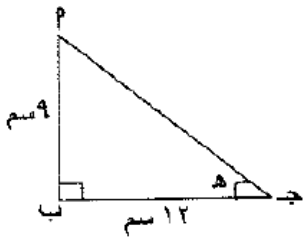
إعداد الأستاذ: عصام الشيخ

0796300625

أ) بدأت نقطة مادية الحركة من النقطة أ(١٢ ، ٠) على محور السينات باتجاه نقطة الأصل بسرعة ٢ سم/ث، وفي اللحظة نفسها بدأت نقطة أخرى الحركة من النقطة ب(٠ ، ٣) على محور الصادات مبتعدة عن نقطة الأصل بسرعة ١سم/ث، جد معدل التغير في المسافة بين النقطتين أ ، ب في اللحظة التي يتساوى فيها بعدا النقطتين عن نقطة الأصل. (١٥ علامة)

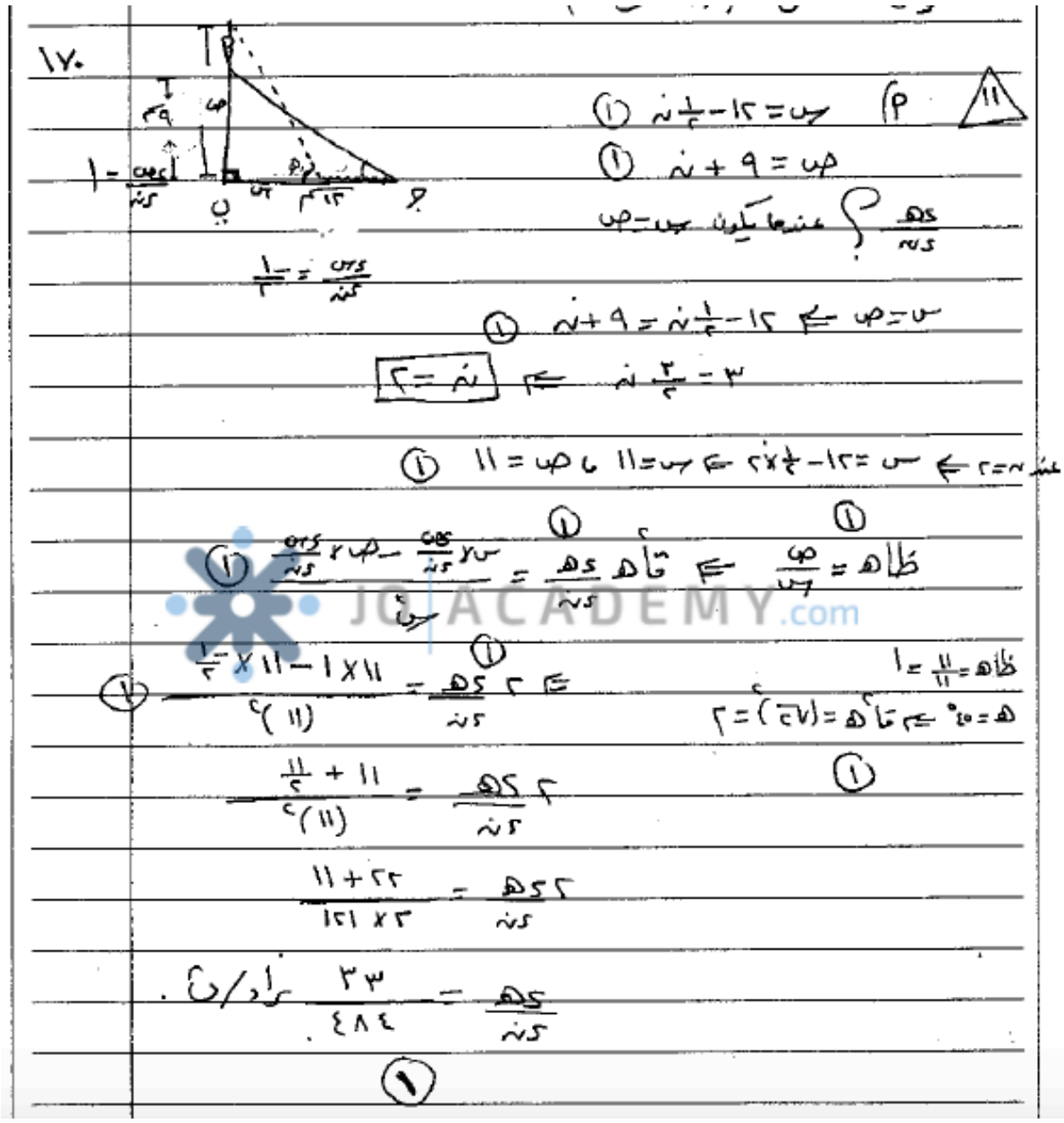


أ) ﻫ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، طولا ضلعي القائمة $\overline{ﻫ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$

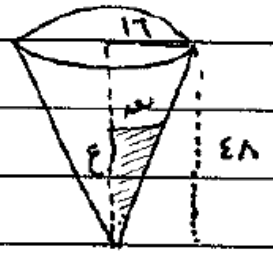


٩ سم ، ١٢ سم على الترتيب (انظر الشكل التوضيحي المجاور)، بدأت أضلاع المثلث تتغيّر معًا بحيث يبقى المثلث محافظًا على شكله ونوعـــه، إذا كان معدّل تغيّر طول الضلع $\overline{ب جـ}$ يساوي $(-\frac{١}{٢})$ سم/د، ومعدّل تغيّر طول الضلع $\overline{ﻫ ب}$ يساوي (١) سم/د ، فما معدّل التغيّر في الزاوية هـ في اللحظة التي يتساوى فيها طولا ضلعي القائمة ؟

(١١ علامة)



أ) وعاء على شكل مخروط دائري قائم قاعدته أفقية ورأسه إلى أسفل، ارتفاعه ٤٨ سم، ونصف قطر قاعدته ١٦ سم، يتسرب منه الماء بمعدل ٢ سم^{٣} / ث، جد معدل تغير انخفاض الماء في الوعاء عندما يصبح ارتفاع الماء فيه ٩ سم. (٧ علامات)



(أ) $ح = \frac{١}{٣}\pi \, نق^{٢} \, ع$ (١)

$ح = \frac{١}{٣}\pi \left(\frac{١}{٣}ع\right)^{٢} \times ع = \frac{\pi}{٢٧} ع^{٣}$ (١)

$\frac{دح}{دن} = \frac{٣\pi}{٢٧} ع^{٢} \times \frac{دع}{دن}$ (١)

$-٢ = \frac{\pi}{٩} \times (٩)^{٢} \times \frac{دع}{دن}$ (١)

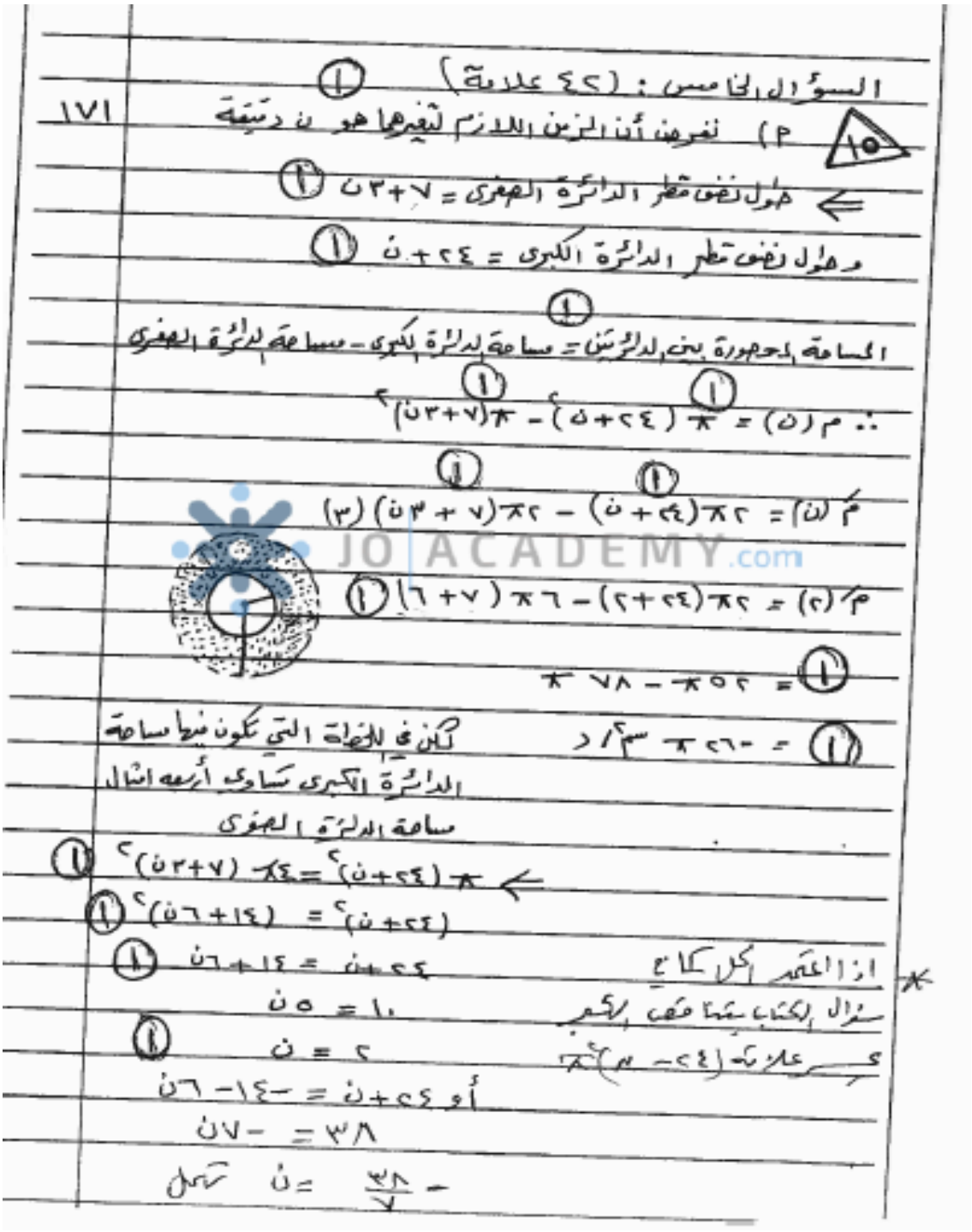
$\frac{دع}{دن} = \frac{-٢}{٩\pi}$ سم / ث (١)

$\frac{نق}{ع} = \frac{١٦}{٤٨}$ (١)

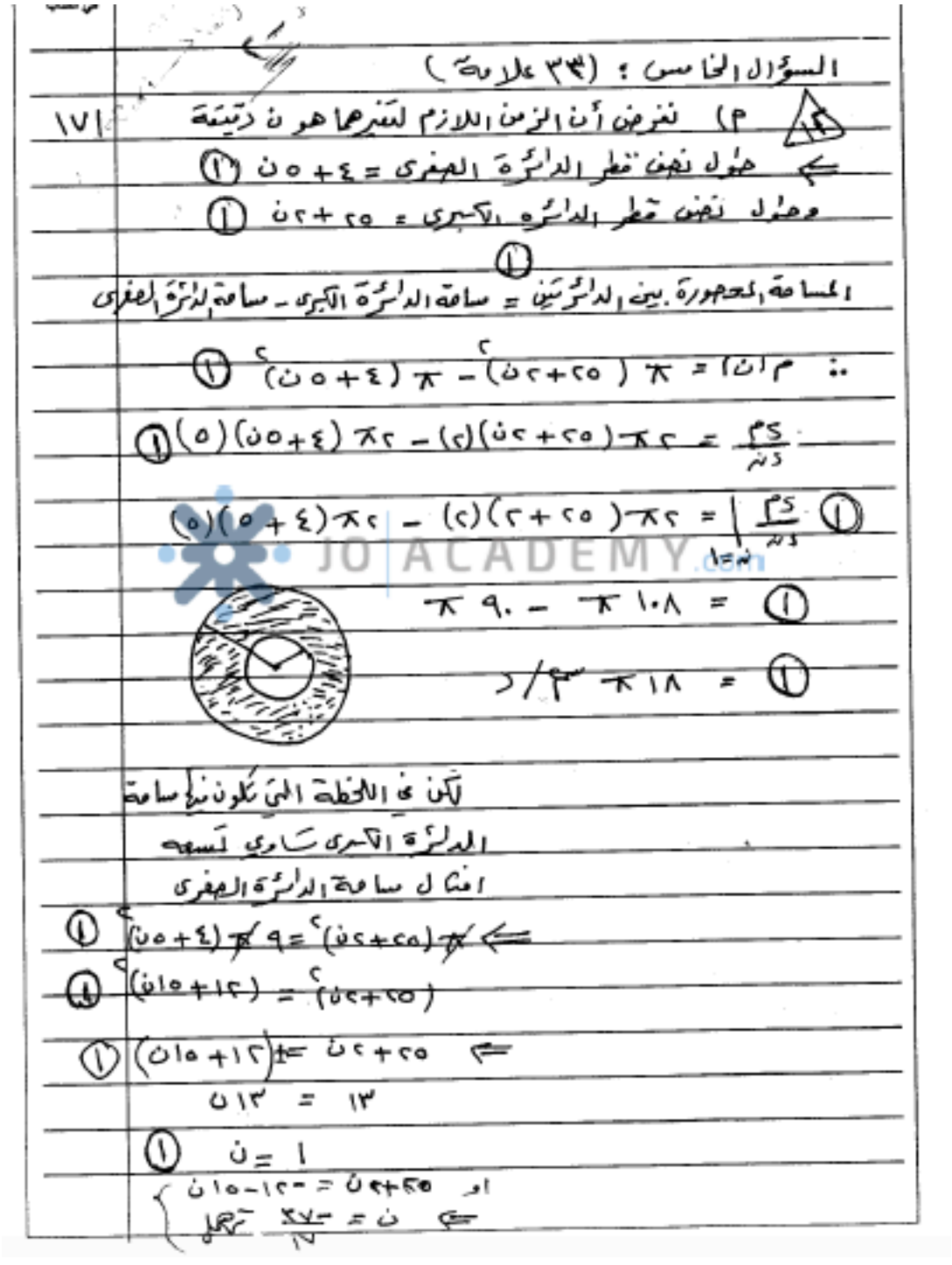
$نق = \frac{١}{٣} ع$ (١)

٧

أ) دائرتان متحدتان في المركز طولا نصفي قطريهما ٧ سم، ٢٤ سم، ابتدأت الدائرة الصغرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٣ سم/د، وفي اللحظة نفسها أخذت الدائرة الكبرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ١ سم/د، جد معدل التغير في المساحة المحصورة بين الدائرتين في اللحظة التي تكون فيها مساحة الدائرة الكبرى تساوي ٤ أمثال مساحة الدائرة الصغرى.
(١٥ علامة)



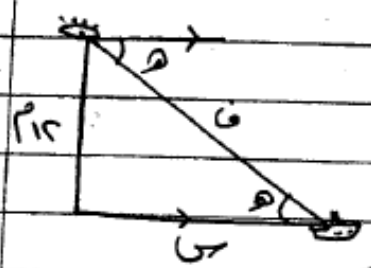
أ) دائرتان متحدتان في المركز طولا نصفي قطريهما ٤ سم، ٢٥ سم، ابتدأت الدائرة الصغرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٥ سم/د، وفي اللحظة نفسها أخذت الدائرة الكبرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٢ سم/د، جد معدل التغير في المساحة المحصورة بين الدائرتين في اللحظة التي تكون فيها مساحة الدائرة الكبرى تساوي ٩ أمثال مساحة الدائرة الصغرى.
(١٢ علامة)



أ) من قمة برج ارتفاعه ١٢ مترًا عن سطح البحر، رصد رجل قارب سباق يتحرك بسرعة ١,٥ م/ث مبتعدًا عن قاعدة البرج، جد معدل تغير زاوية انخفاض خط نظر الرجل في اللحظة التي يكون فيها القارب على بعد ٩ أمتار عن قاعدة البرج. (٧ علامات)

السؤال الخامس : (٢٠ علامة)

٧ أ)



ظاهـ = $\frac{١٢}{س}$ (١)

قا^{٢}هـ $\frac{دهـ}{دن}$ (١) = $\frac{-١٢ \frac{دس}{دن}}{س^{٢}}$ (١)

في اللحظة عندما س = ٩

(١) قاهـ = $\frac{١٥}{٩}$ = $\frac{٥}{٣}$

$\left(\frac{٥}{٣}\right)^{٢} \frac{دهـ}{دن}$ = $\frac{-١٢ \times ١,٥}{٨١}$ (١)

$\frac{٢٥}{٩} \frac{دهـ}{دن}$ = $\frac{-١٨}{٨١}$

لأن ف^{٢} = (٩)^{٢} + (١٢)^{٢}

ف^{٢} = ٨١ + ١٤٤

ف^{٢} = ٢٢٥

ف = ١٥ (١)

$\frac{دهـ}{دن}$ = $\frac{\frac{-١٨}{٨١}}{\frac{٢٥}{٩}}$ (١) = $\frac{-١٨ \times ٩}{٢٥ \times ٨١}$

= $\frac{-٢}{٢٥}$

= -٠,٠٨ راداح

JO ACADEMY.com

٢) صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها، مـا معدل تغير مساحة الصفيحة بالنسبة إلى طول ضلعها عندما يكون طول ضلعها ١٠ سم ؟

أ) ٣٠ سم ب) ٤٠ سم ج) ١٠ سم د) ٢٠ سم

JO ACADEMY.com

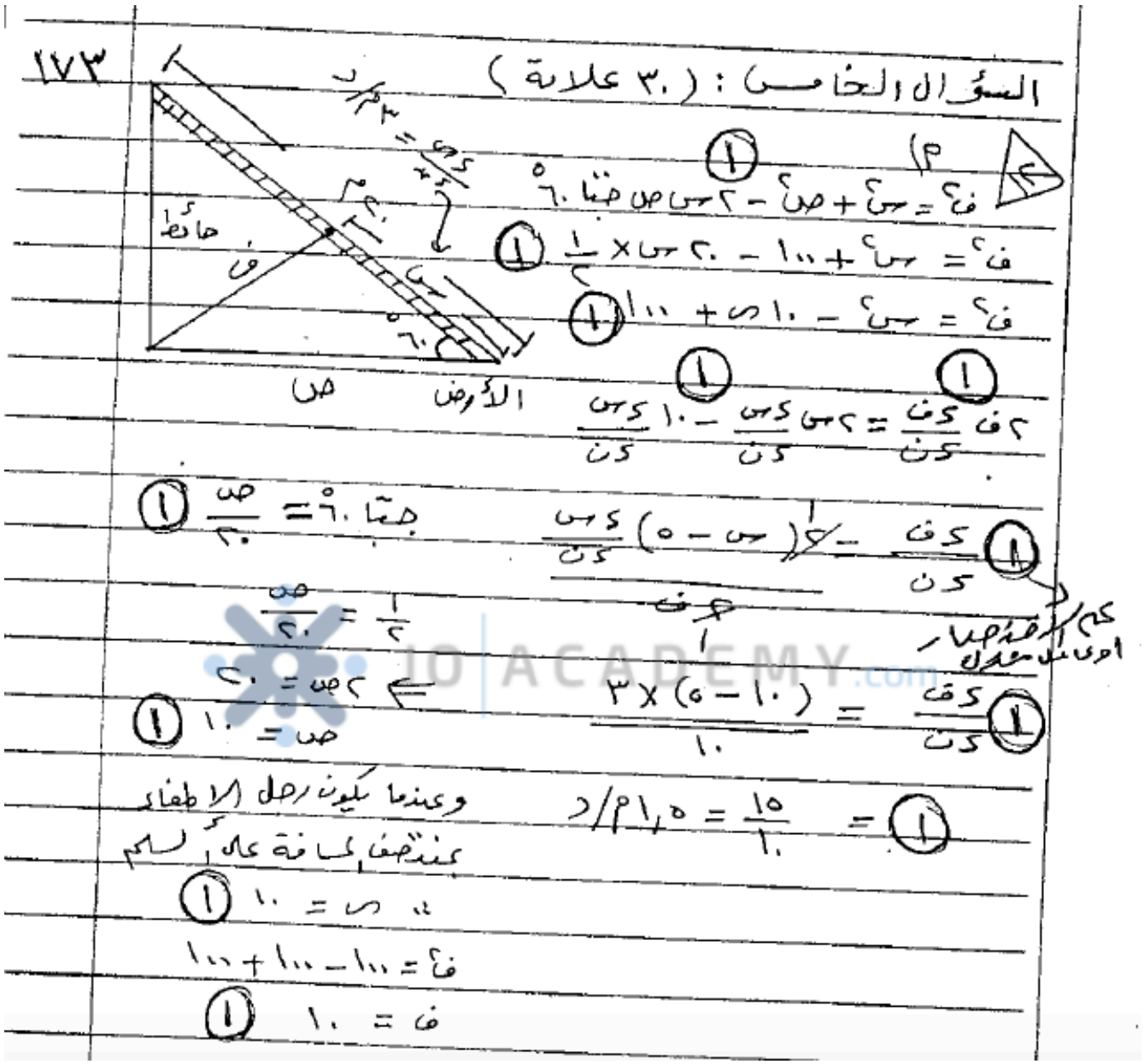
س ج)

٦

رقم الفقرة	١	٢	٣	
الاجابه	٦س٥	٢٠سم	[-٣،٣]	١٣٧
رمز الاجابة	أ	د	ب	٩٦
				١٨٠

لكل فقرة علامتان

أ) يرتكز سلّم طوله ٢٠ مترًا بطرفه العلوي على حائط عمودي، وبطرفه السفلي على أرض مستوية يميل عنها بزاوية ٦٠° ، بدأ رجل إطفاء صعود السلمّ بمعدّل ٣ م/د ، جد معدّل تغير المسافة بين الرجل ونقطة التقاء الحائط مع الأرض في اللحظة التي يكون فيها الرجل في منتصف السلّم. (١٢ علامة)



٣) معدل تغيّر مساحة دائرة بالنسبة إلى طول نصف قطرها (نق) عند أي نقطة (بوحدات الطول) يساوي:

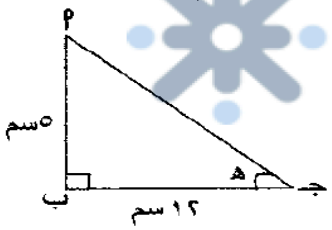
أ) π نق^{٢} ب) ٤ π نق ج) ٢ π نق^{٢} د) ٢ π نق

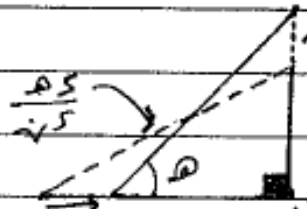
٦ أ)

رقم الفقرة	١	٢	٣
الاجابة الصحيحة	$\frac{\pi}{٢}$	٤	٢ π نق وحدة طول
رمز الاجابة الصحيحة	ج	ب	د

٨

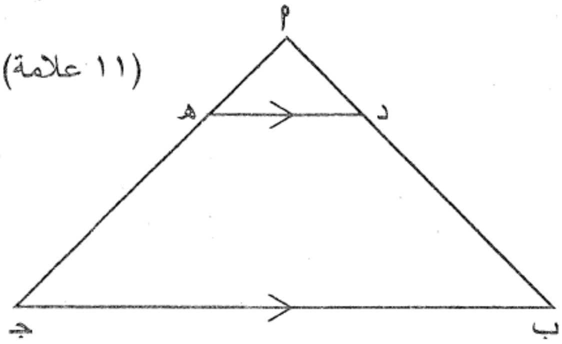
ب) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، طولا ضلعي القائمة $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$ ٥ سم ، ١٢ سم على الترتيب (انظر الشكل التوضيحي المجاور)، بدأت أضلاع المثلّث تتغيّر معًا، بحيث يبقى المثلّث محافظًا على شكله ووضعه، إذا علمت أن معدّل تغيّر الضلع $\overline{ب جـ}$ $(-\frac{1}{٤})$ سم/د ، ومعدّل تغيّر الضلع $\overline{أ ب}$ $(\frac{٣}{٢})$ سم/د ، فما معدّل التغيّر في الزاوية هـ في اللحظة التي يتساوى فيها طولا ضلعي القائمة ؟ (٧ علامات)



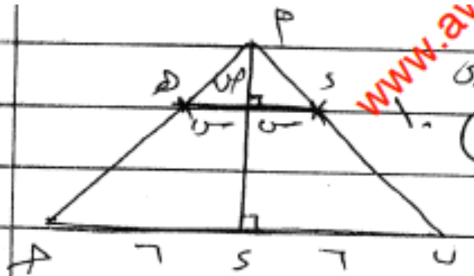


ونكون أقرب ما يمكن إلى المستشفى. (٨ علامات)

ب) يمثّل الشكل المجاور المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين فيه أ ب = أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم ، القطعة المستقيمة د هـ // ب جـ ، فإذا تحرّكت القطعة المستقيمة د هـ للأسفل مبتعدة عن أ بمعدل $\frac{1}{4}$ سم/د فجد معدل التغير في مساحة الشكل الرباعي د ب جـ هـ عندما تكون د ، هـ في منتصف كل من الضلعين أ ب ، أ جـ على الترتيب. (١١ علامة)



السؤال الخامس:



ب) من نظرية فيثاغورس

أ د = $\sqrt{١٠٠ - ٣٦} = \sqrt{٦٤} = ٨$

نفرض طول د هـ = ٢س

نفرض بعد القطعة د هـ عن رأس أ = ص سم/د (فرض السؤال)

م = مساحة △ أ ب جـ − مساحة △ أ د هـ

م = ½ × ١٢ × ٨ − ½ × ٢س × ص

م = ٤٨ − س ص

من تشابه المثلثين: $\frac{ص}{س} = \frac{٨}{٦}$

س = ¾ ص

م = ٤٨ − ¾ ص²

$\frac{دم}{دن} = -\frac{٣}{٢}$ ص × $\frac{دص}{دن}$

عندما تكون القطعة المستقيمة في منتصف الضلعين أ ب ، أ جـ

يكون طول القطعة المستقيمة د هـ = ½ × ب جـ

٢س = ½ × ١٢ = ٦

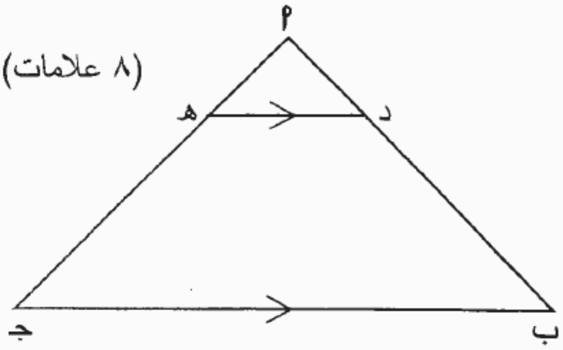
س = ٣

ص = ٤

∴ $\frac{دم}{دن} = -\frac{٣}{٢} × ٤ × \frac{١}{٤} = -\frac{٣}{٢}$ سم²/د

لتكون اقرب ما يمكن إلى المستشفى.   (٦ علامات)

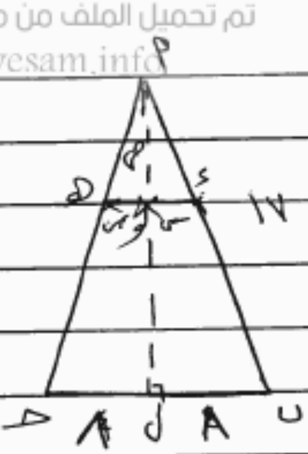
ب) يمثّل الشكل المجاور المثلث ٩ ب جـ متطابق الضلعين فيه ٩ ب = ٩ جـ = ١٧ سم ، ب جـ = ١٦ سم ، القطعة المستقيمة د هـ // ب جـ . فإذا تحرّكت القطعة المستقيمة د هـ للأسفل مبتعدة عن ٩ بمعدل $\frac{1}{3}$ سم/د فجد معدل التغير في مساحة الشكل الرباعي د ب جـ هـ عندما تكون د ، هـ في منتصف كل من الضلعين ٩ ب ، ٩ جـ على الترتيب.   (٨ علامات)



تم تحميل الملف من موقع مكتبة الوسام
www.alwesam.info

السؤال الخامس :

ب)



نفرض د هـ = ٢س

٩ و = ص ، $\frac{دص}{دن} = \frac{1}{3}$ سم/د

٩ ل = $\sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225}$

= ١٥ سم (١)

مساحة الشكل الرباعي د ب جـ هـ = مساحة △ ٩ ب جـ − مساحة △ ٩ د هـ

م = $\frac{1}{2} \times 16 \times 15 - \frac{1}{2} \times 2س \times ص$ (١) (ويمكن استخدام قانون شبه المنحرف)

م = ١٢٠ − س ص

من تشابه المثلثات: $\frac{ص}{س} = \frac{15}{8}$ ، س = $\frac{8}{15}$ ص (١)

م = ١٢٠ − $\frac{8}{15}$ ص² (١)

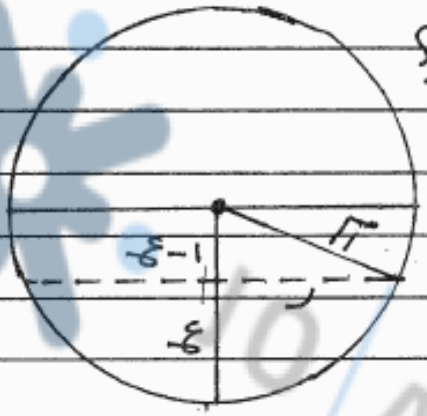
$\frac{دم}{دن} = -\frac{16}{15}$ ص $\frac{دص}{دن}$ (١)

عندما تكون القطعة المستقيمة د هـ في منتصف الضلعين ٩ ب ، ٩ جـ يكون طولها = $\frac{1}{2}$ طول ب جـ = ٨ سم

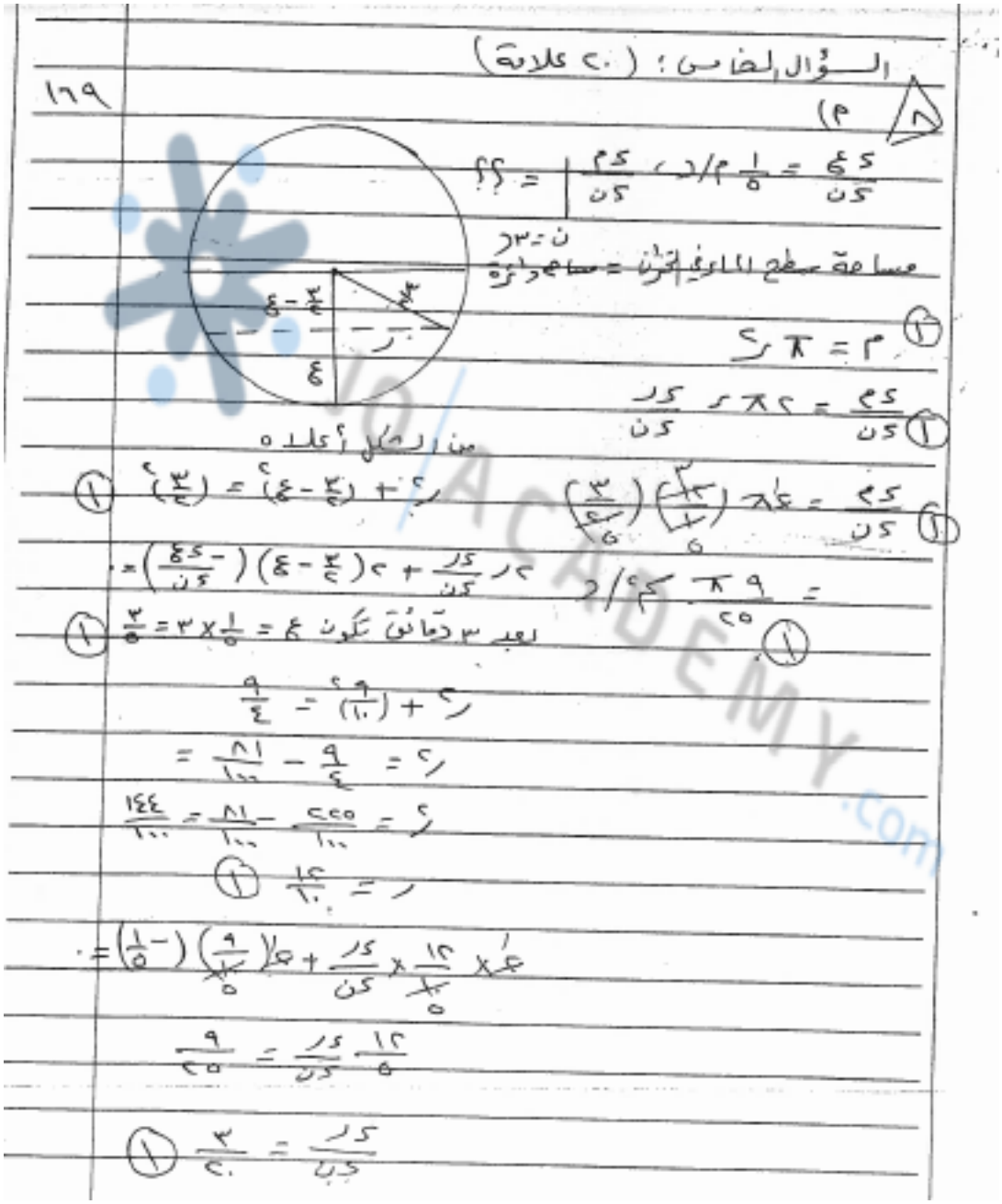
∴ س = ٤ ⇐ ص = $\frac{30}{8} = \frac{15}{4}$ (١)

∴ $\frac{دم}{دن} = \frac{16}{15} \times \frac{15}{4} \times \frac{1}{3} = -\frac{8}{3}$ سم²/د (١)

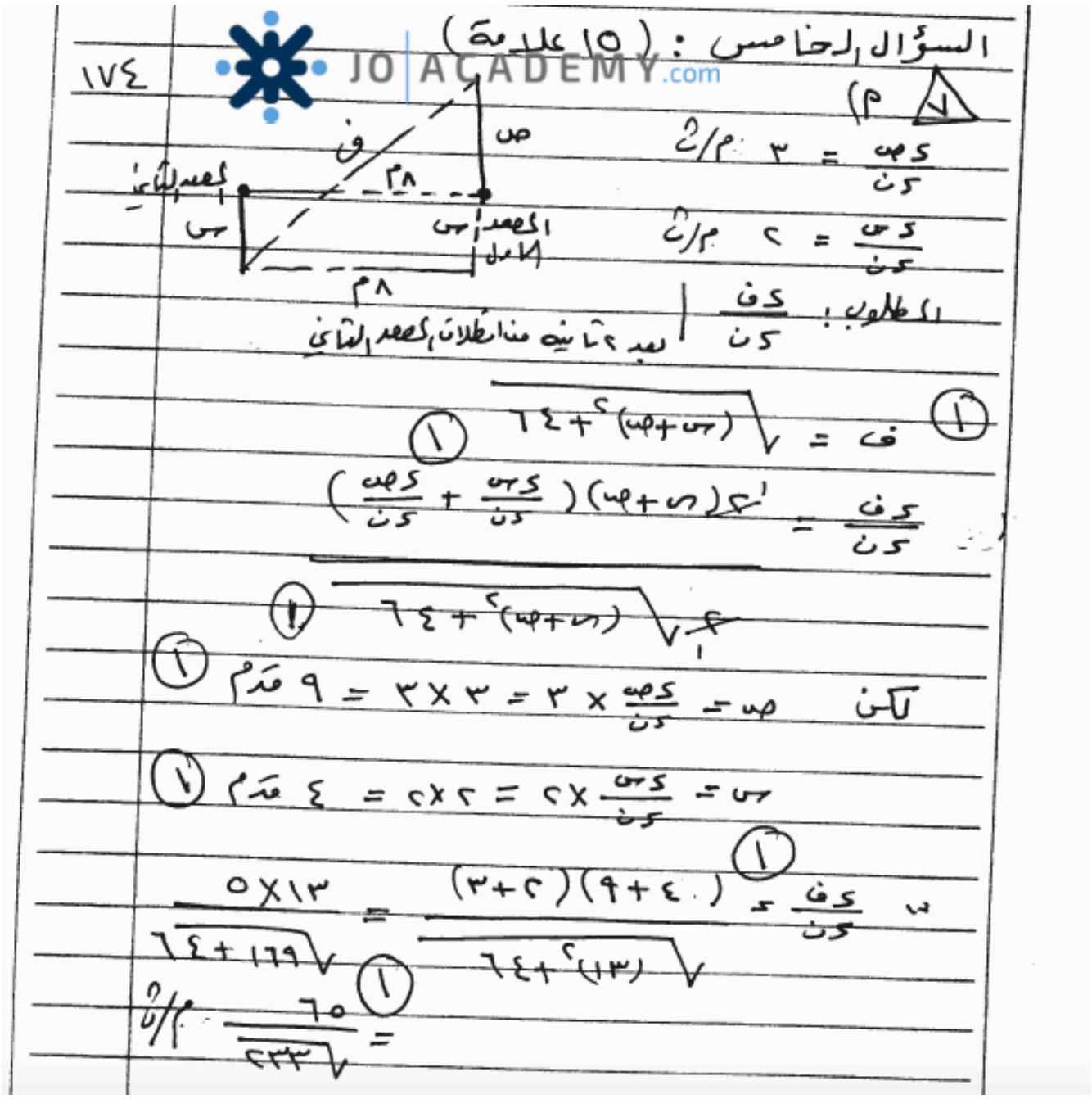
ب) خزّان ماء كروي الشكل طول نصف قطره (١) م ، صُبَّ فيه الماء، فإذا كان معدّل تغيّر ارتفاع الماء فيه $\frac{١}{٤}$ م / د ، جد معدّل تغيّر مساحة سطح الماء في الخزان بعد دقيقتين من بدء صبّ الماء.
(١٢ علامة)



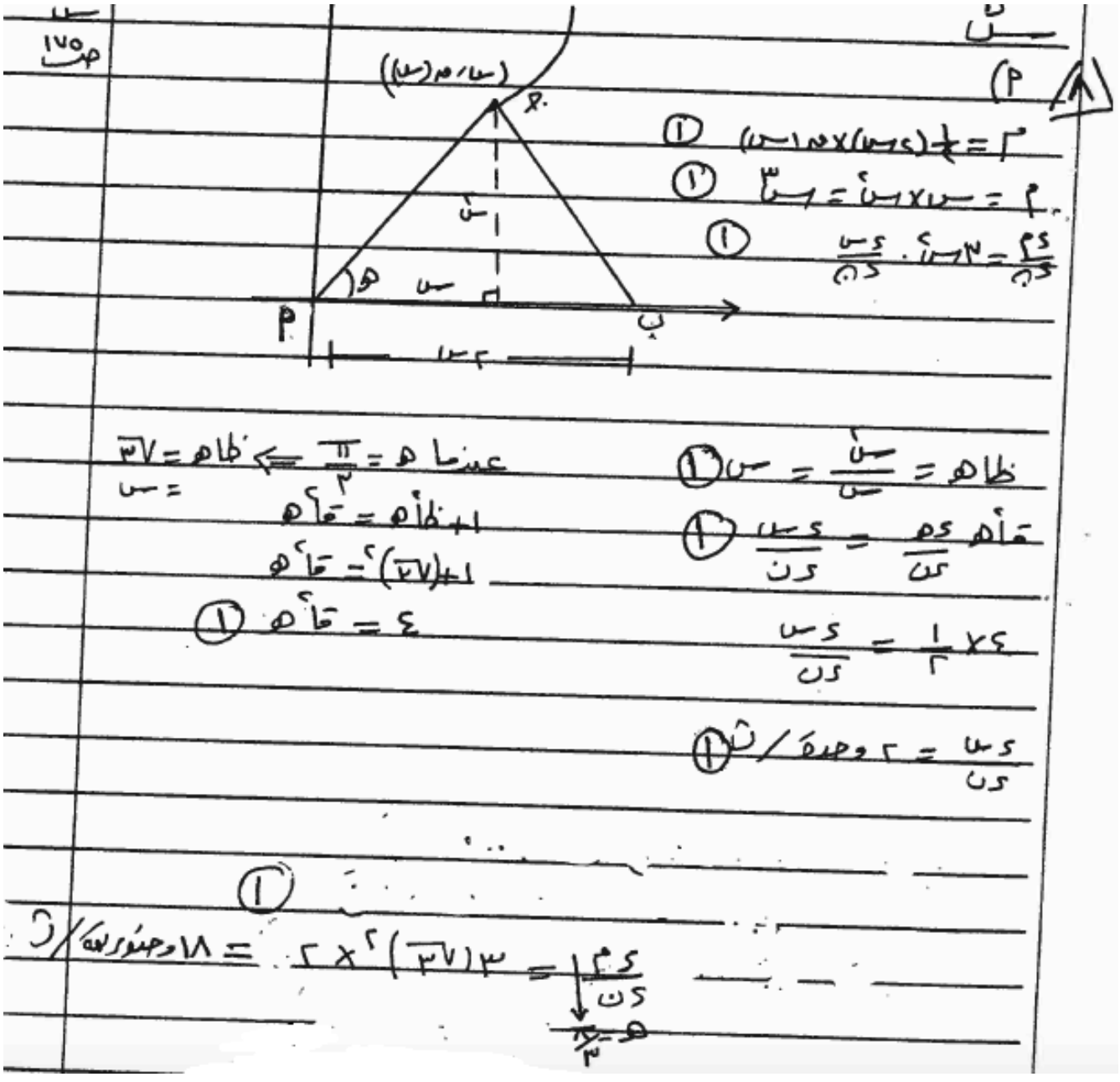
أ) خزان ماء كروي الشكل طول نصف قطره ($\frac{3}{2}$) م ، صُبَّ فيه الماء ، فإذا كان معدل تغير ارتفاع الماء فيه $\frac{1}{5}$ م / د ، جد معدل تغير مساحة سطح الماء في الخزان بعد (٣) دقائق من بدء صب الماء.
(٨ علامات)



أ) مصعدان كهربائيان مستقران في الطابق الأرضي، المسافة الأفقية بينهما (٨) م، بدأ المصعد الأول في الارتفاع للأعلى بسرعة (٣) م/ث، وبعد ثانية بدأ المصعد الثاني في الانخفاض للأسفل بسرعة (٢) م/ث.
جد معدل تغيّر المسافة بين المصعدين بعد ثانيتين من بدء حركة المصعد الثاني. (٧ علامات)

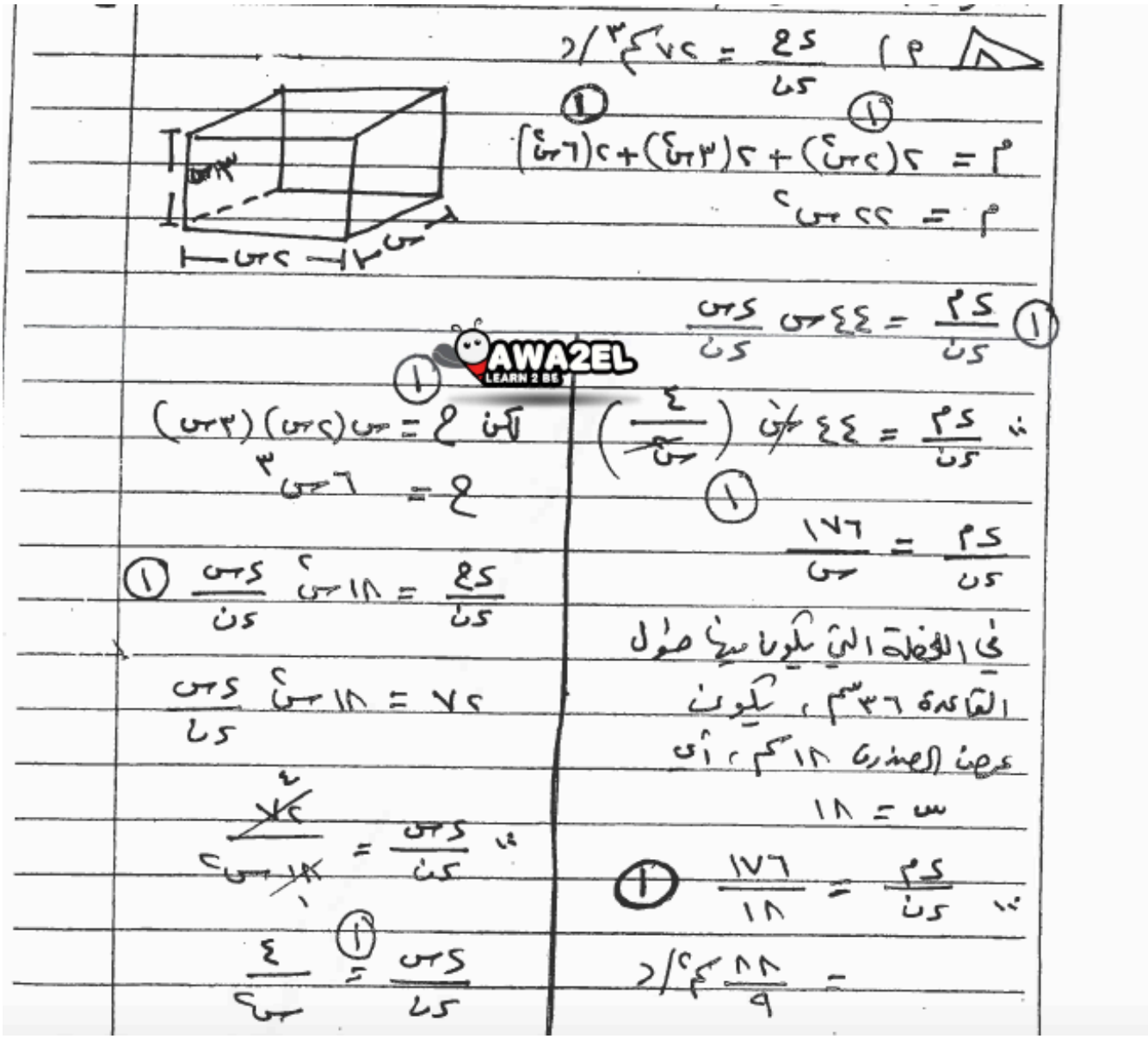


أ) بدأت النقطتان ب ، جـ الحركة معًا من نقطة الأصل (م) بحيث تتحرك النقطة ب على محور السينات الموجب مبتعدة عن نقطة الأصل، وتتحرك النقطة جـ في الربع الأول على منحنى الاقتران ق (س) = س^{٢} بحيث يبقى طول م جـ يساوي طول ب جـ ، وكان معدل تغير الزاوية هـ المحصورة بين محور السينات الموجب والمستقيم م جـ يساوي $\frac{١}{٢}$ راد/ث، فجـد معدل التغير في مساحة المثلث م ب جـ عندما هـ = $\frac{\pi}{٣}$. (٨ علامات)



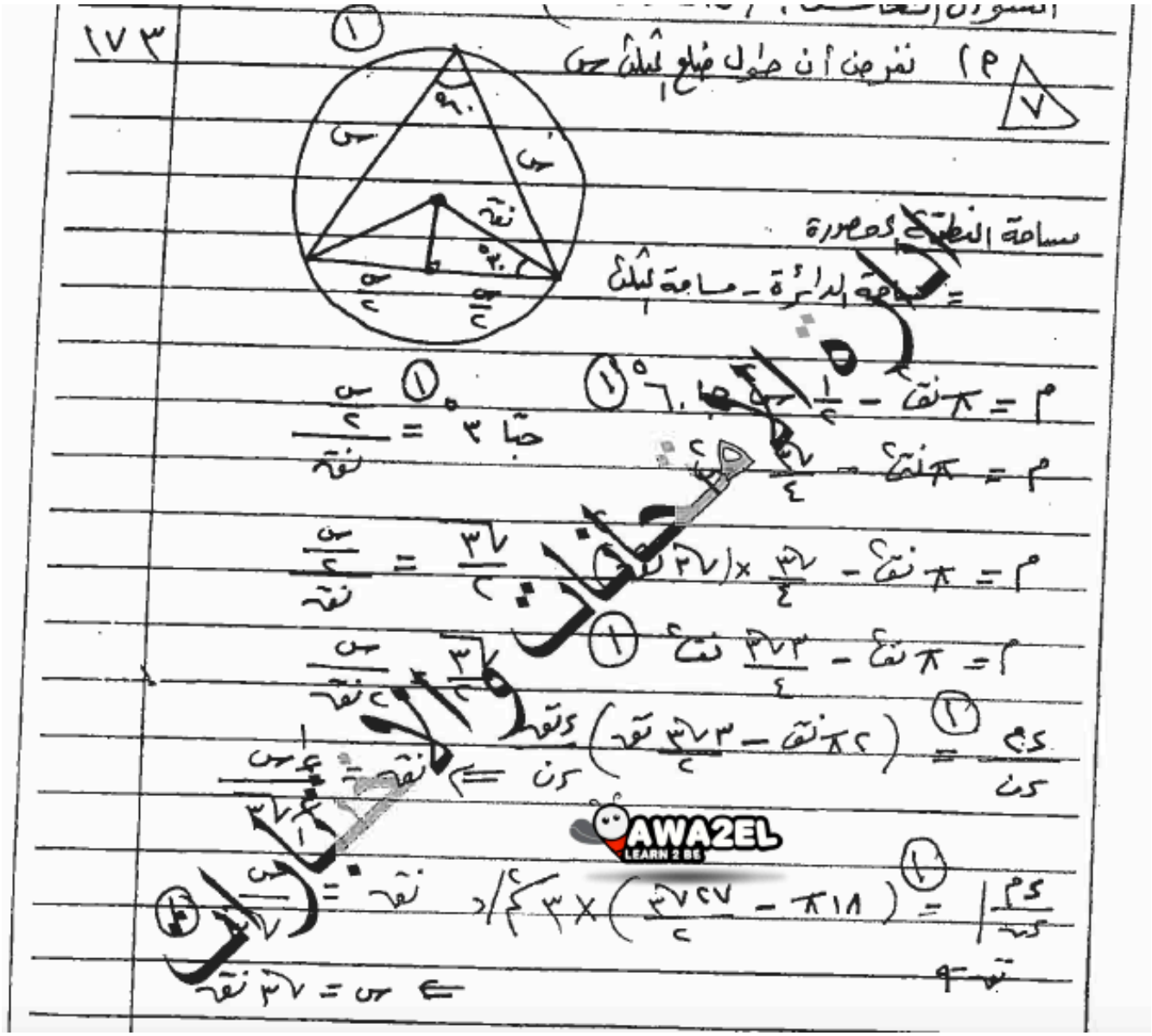
أ) صندوق معدني على شكل متوازي مستطيلات طوله مِثْلي عرضه، وارتفاعه (٣) أمثال عرضه يتمدّد بالحرارة محافظاً على شكله بحيث يزداد حجمه بمعدّل (٧٢) سم^{٣}/د ،

جد معدّل التغيّر في مساحة سطحه الكلي عندما يكون طوله (٣٦) سم. (٨ علامات)

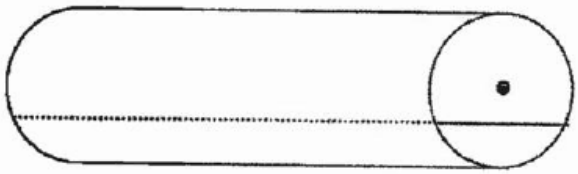


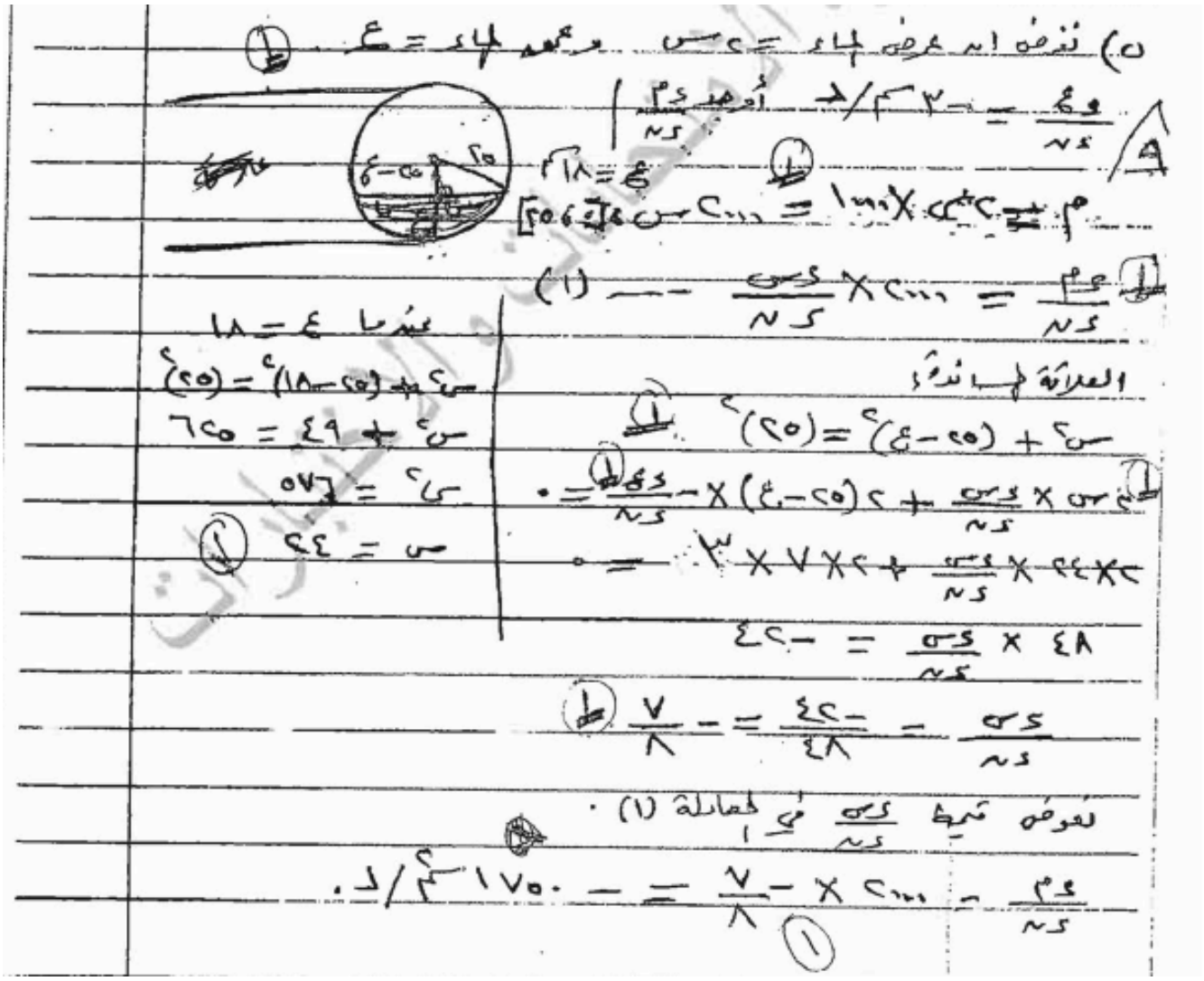
أ) رُسم مثلث متساوي الأضلاع داخل دائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة، بدأ كل من الدائرة والمثلث بالتمدد مُحافظيْن على شكلهما ووضعهما، بحيث يتمدد نصف قطر الدائرة بمعدل (٣) سم/د ، جـد معدل تغيّر مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث عندما يكون نصف قطر الدائرة (٩) سم.

(٧ علامات)



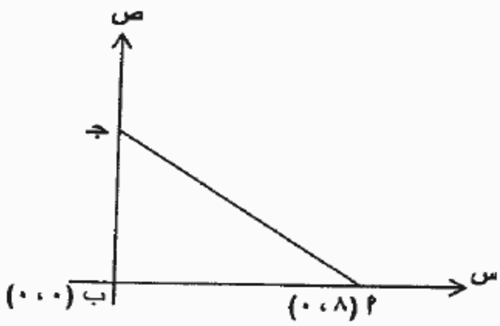
ب) يجري الماء في أنبوب أفقي اسطواني الشكل طوله (١٠) م، وطول نصف قطره يساوي (٢٥) سم ، فإذا كان عُمق الماء في الأنبوب يتناقص بمعدل (٣) سم/د ، فجد معدّل التغيّر في مساحة سطح الماء العلوي في الأنبوب عندما يكون عمق الماء (١٨) سم. (٩ علامات)





أ) الشكل المجاور يمثّل المثلث ٩ ب جـ المرسوم في المستوى حيث ٩ (٨ ، ٠) ، ب (٠ ، ٠) ، قياس الزاوية ب ٩ جـ = ٣٠° بدأت نقطة الحركة من ٩ على الضلع ٩ جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها (٢) سم/ث ، وبنفس اللحظة بدأت نقطة أخرى بالحركة من ب على الضلع ب جـ باتجاه جـ وبسرعة مقدارها (٣) سم/ث جد معدل تغيّر بُعد النقطتين المتحرّكتين عن بعضهما بَعدَ ثانية واحدة من بدء حركتهما.

(٩ علامات)



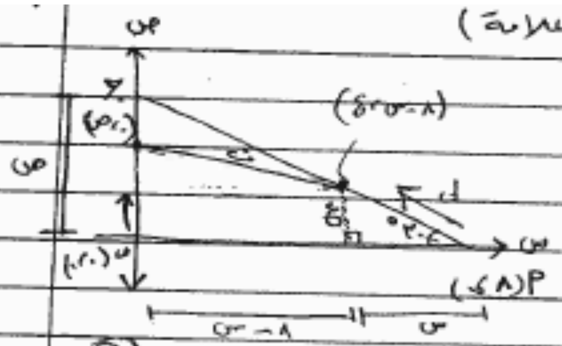
السؤال الخامس (١٨ علامة)

(أ) (٩)

دل/دن = ٢ سم/ث

دص/دن = ٣ سم/ث

المطلوب دف/دن



جا ٣٠ = ع/ل ⇐ ١/٢ = ع/ل ⇐ ل = ٢ع (١)

⇐ دل/دن = ٢ دع/دن

⇐ ٢ = ٢ × دع/دن

⇐ دع/دن = ١ (١)

جتا ٣٠ = س/ل ⇐ √٣/٢ = س/ل ⇐ ٢س = √٣ ل (١)

⇐ ٢ دس/دن = √٣ دل/دن

⇐ دس/دن = √٣/٢ × ٢

⇐ دس/دن = √٣ (١)

ف² = (٨ − س)² + (ع − ص)² (١)

٢ف . دف/دن = ٢(٨ − س) . −دس/دن + ٢(ع − ص) . (دع/دن − دص/دن) (١)+(١)

عندما ن = ١ تكون ل = دل/دن × ن = ٢ × ١ = ٢ سم

س = √٣/٢ ل = √٣/٢ × ٢ = √٣ سم (١)

ص = دص/دن × ن = ٣ × ١ = ٣ سم

ع = ١/٢ ل = ١/٢ × ٢ = ١ سم

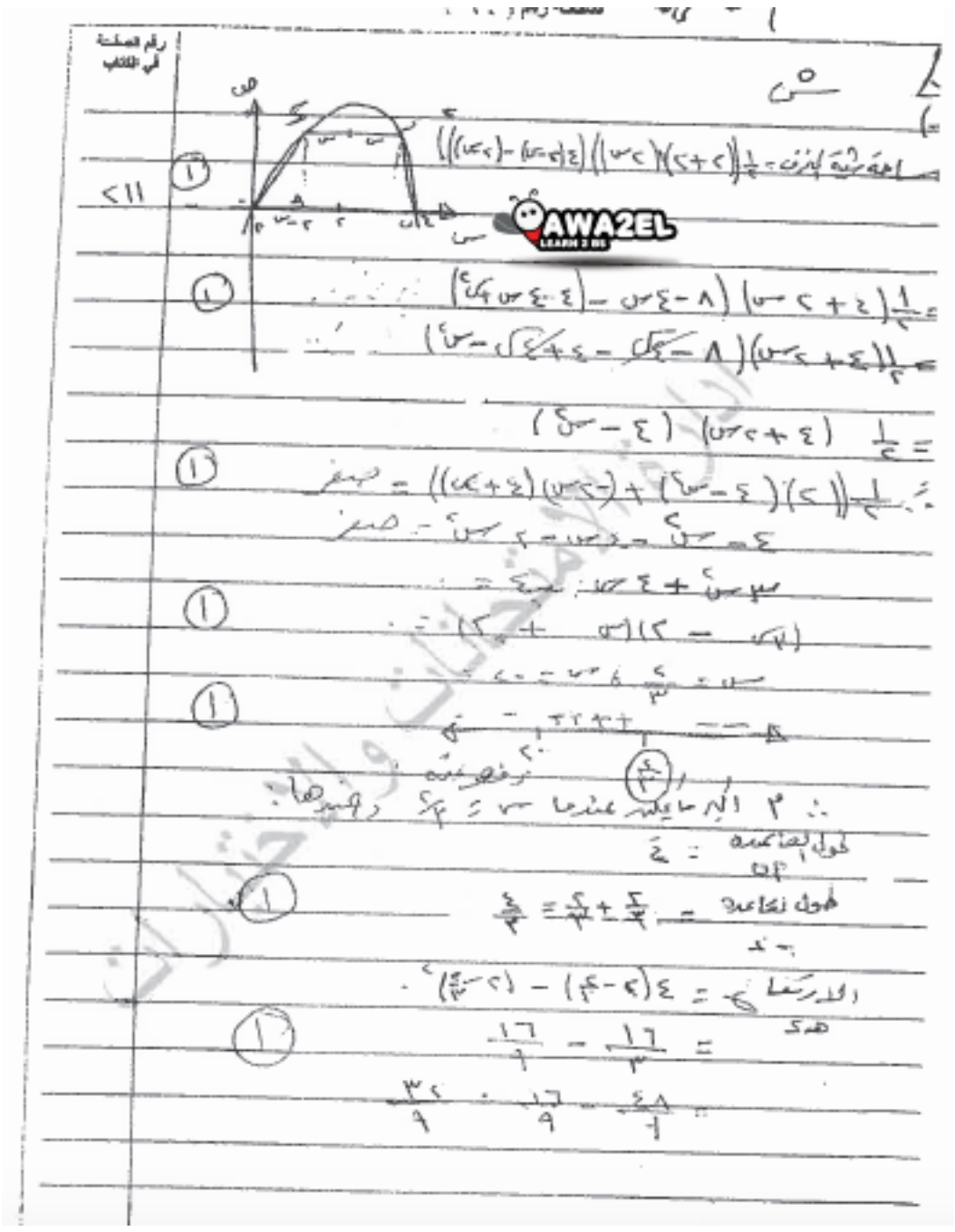
ف = √((٨ − √٣)² + (١ − ٣)²)

∴ دف/دن = [−٢(٨ − √٣) × √٣ + ٢(١ − ٣)(١ − ٣)] / [٢ × √((٨ − √٣)² + ٤)] (١)

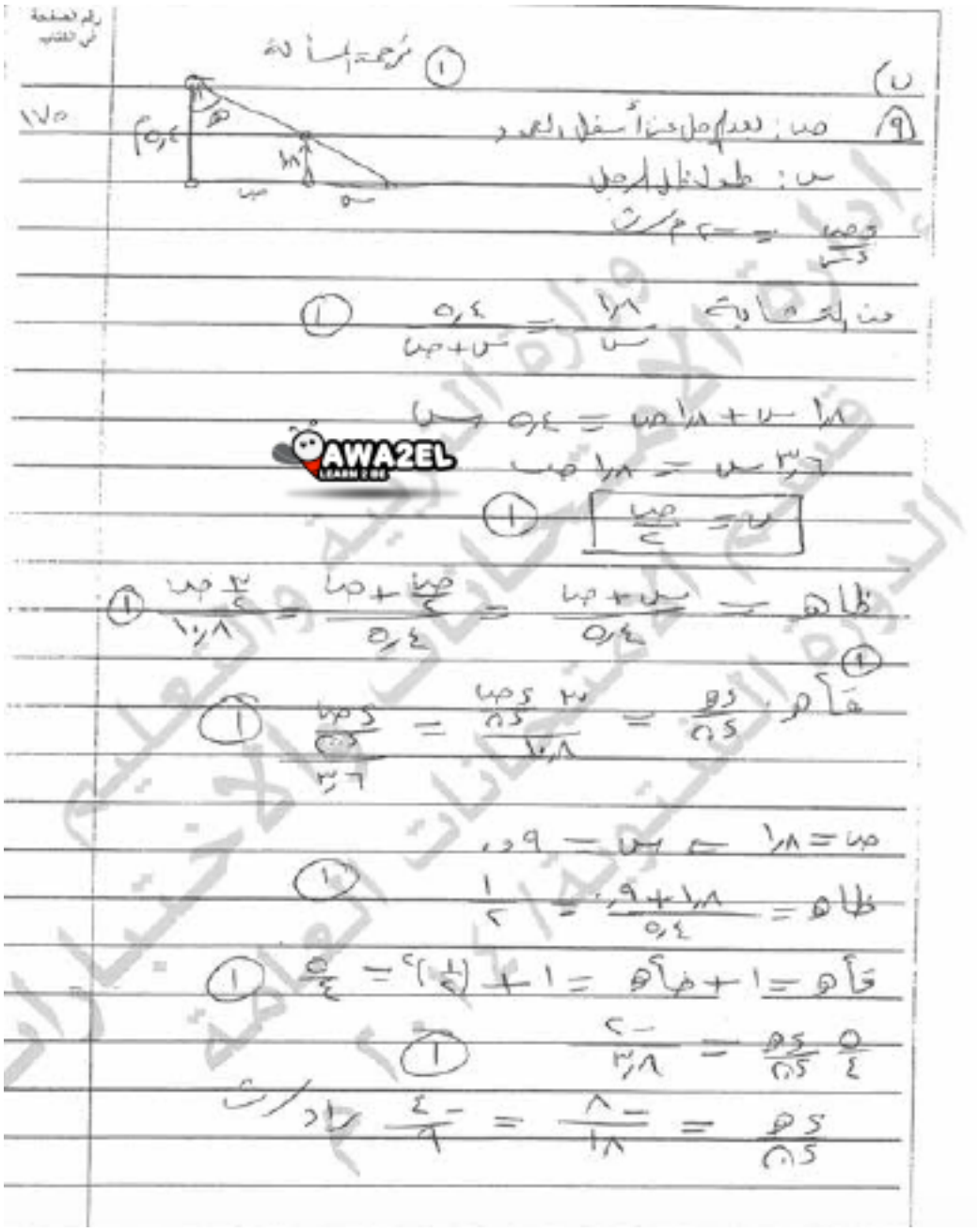
= (−٨√٣ + ٣ + ٤) / √((٨ − √٣)² + ٤)

= (٧ − ٨√٣) / √((٨ − √٣)² + ٤) سم/ث

ب) إنـاء علـى شكـل مخروط دائري قائـم رأسـه للأسفل وقاعدته أفقية، يُسكب فيـه المـاء بمعدل (١٢) سم^{٣} / ث ، فإذا كـان قطر قاعدته(١٦) سم ، وارتفاعه (٢٤) سم ، جد معدّل تغير ارتفاع الماء في الإناء عندما يصبح ارتفاع الماء فيه (١٢) سم . (٧ علامات)



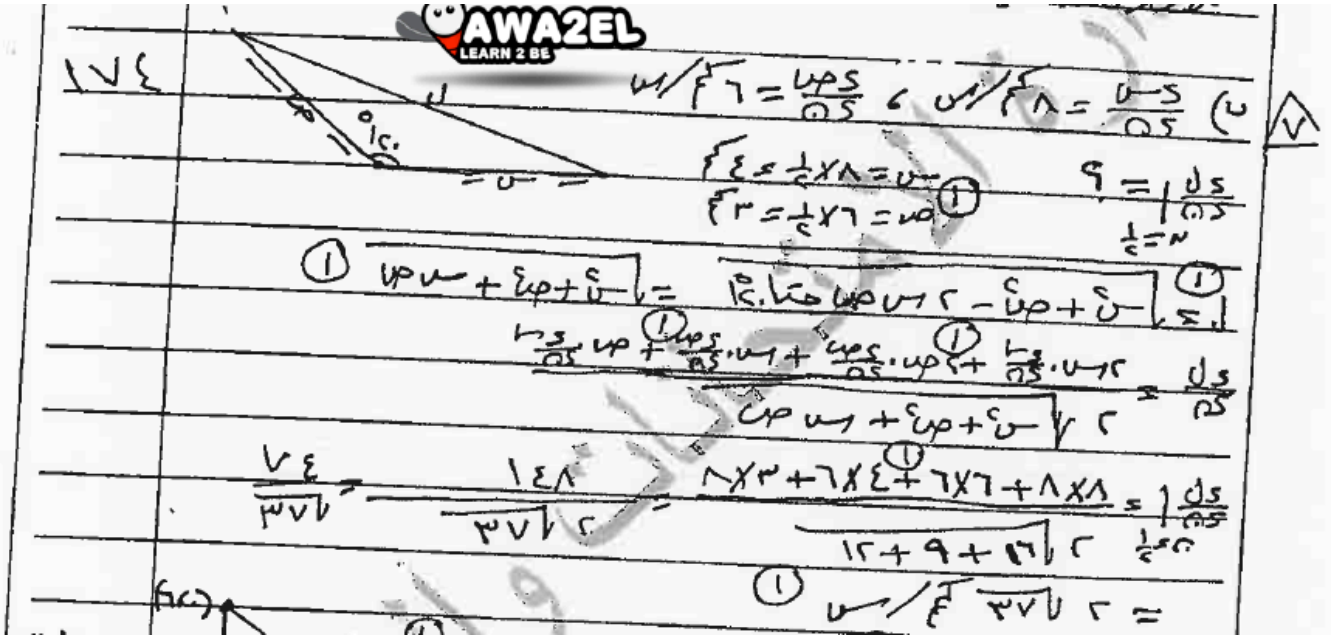
ب) يقف رجل طوله (١,٨) متراً أمام مصباح كهربائي مثبت على عمود ارتفاعه عن سطح الأرض (٥,٤) متراً، إذا أخذ الرجل بالاقتراب من قاعدة العمود بمعدل (٢) م / ث، فجد معدل التغير في الزاوية المحصورة بين العمود الذي يحمل المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل عندما يكون الرجل على بعد (١,٨) متراً من قاعدة العمود. (٩ علامات)



ب) يقف رجل طوله (١,٨) متراً أمام مصباح كهربائي مثبت على عمود ارتفاعه عن سطح الأرض (٥,٤) متراً، إذا أخذ الرجل بالاقتراب من قاعدة العمود بمعدل (٢) م / ث، فجد معدل التغير في الزاوية المحصورة بين العمود الذي يحمل المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل عندما يكون الرجل على بعد (١,٨) متراً من قاعدة العمود. (٩ علامات)

ب) انطلق قاربان من نفس النقطة في اتجاهين مختلفين قياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، إذا كانت سرعة الأول (٨) كم/ساعة، وسرعة الثاني (٦)كم/ساعة، فجد معدل تغيّر المسافة بينهما بعد مرور نصف ساعة من انطلاقهما. (٧ علامات)

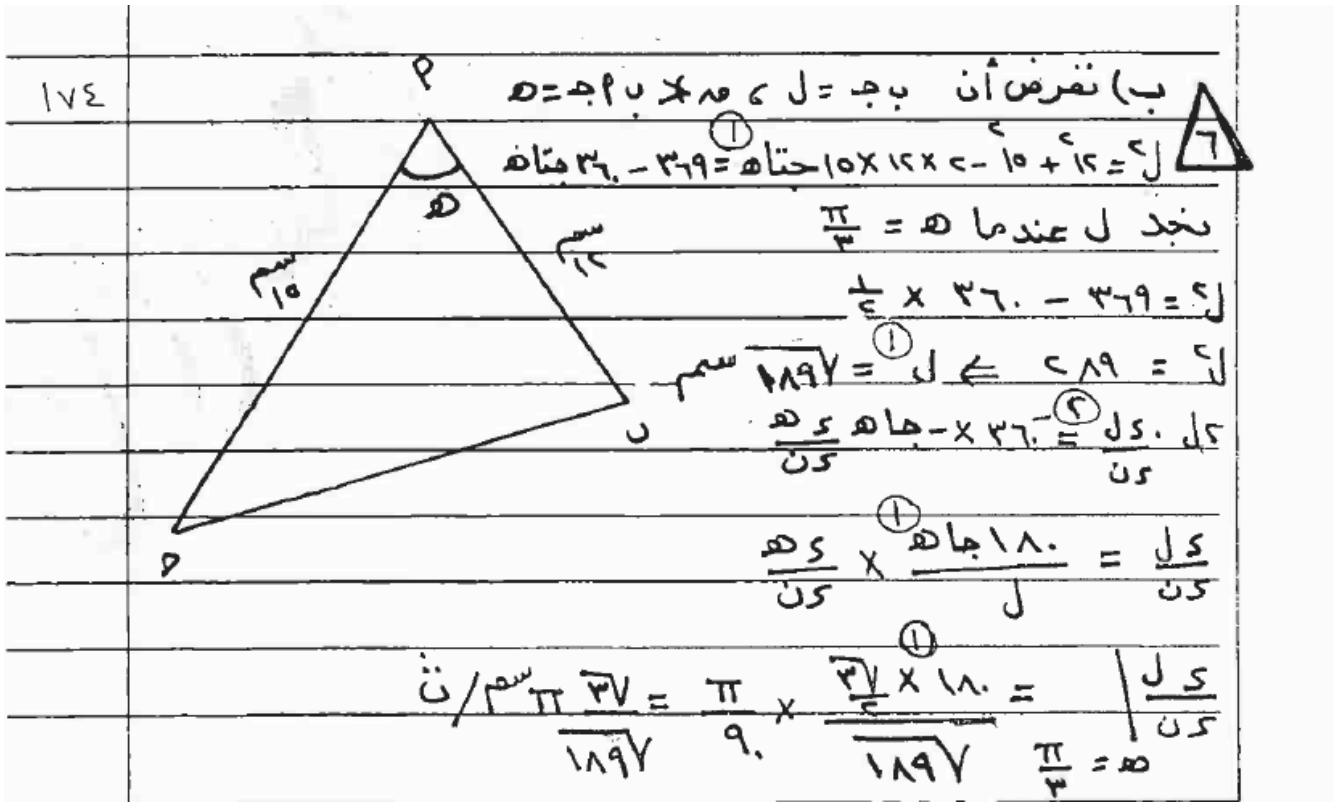
ص
↑



ب) أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ١٢ سم ، أ جـ = ١٥ سم . يزداد قياس الزاوية ب أ جـ بمعدل $\frac{\pi}{٩٠}$ راديان/ث.

جـد معدل تغيّر طول الضلع $\overline{ب جـ}$ عندما يكون قياس الزاوية ب أ جـ يساوي $\frac{\pi}{٣}$ راديان.

(٦ علامات)



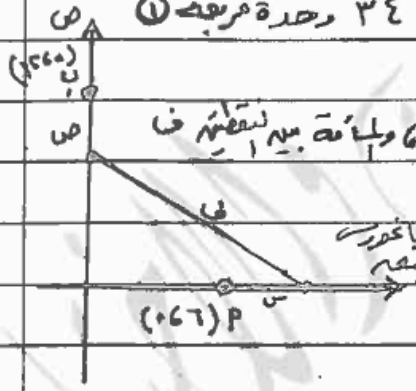
ب) بدأت نقطة مادية الحركة من النقطة أ (٦ ، ٠) على محور السينات مبتعدة عن نقطة الأصل بسرعة ٣ سم/ث ، وفي اللحظة نفسها بدأت نقطة أخرى الحركة من النقطة ب (٠ ، ١٢) على محور الصادات مقتربة من نقطة الأصل بسرعة ٢ سم/ث . جد معدل تغيّر المسافة بين النقطتين المتحركتين عندما تكون النقطة المتحركة على محور الصادات على بُعد ٨ سم من نقطة الأصل.

(٧ علامات)

مساحة المثلث ن أ ب = $\frac{١}{٢}$ × ١٧ × ٤ = ٣٤ وحدة مربعة ①

٢١٨

٧ ب) نفرض أن المسافة التي قطعتها النقطة الأولى (س) سم ، والثانية (ص) سم ، والمسافة بين النقطتين ف



فتكون س = ٣ن ، ص = ٢ن ①

ف^{٢} = (٦ + ٣ن)^{٢} + (١٢ − ٢ن)^{٢} ① فيثاغورس ① تطبيق

= ٣٦ + ٣٦ن + ٩ن^{٢} + ١٤٤ − ٤٨ن + ٤ن^{٢}

= ١٣ن^{٢} − ١٢ن + ١٨٠

٢ف × $\frac{دف}{دن}$ ① = ٢٦ن − ١٢ ⟸ $\frac{دف}{دن}$ = $\frac{١٣ن - ٦}{ف}$

تكون النقطة الثانية على بعد ٨ سم من نقطة الأصل عندما ص = ٤

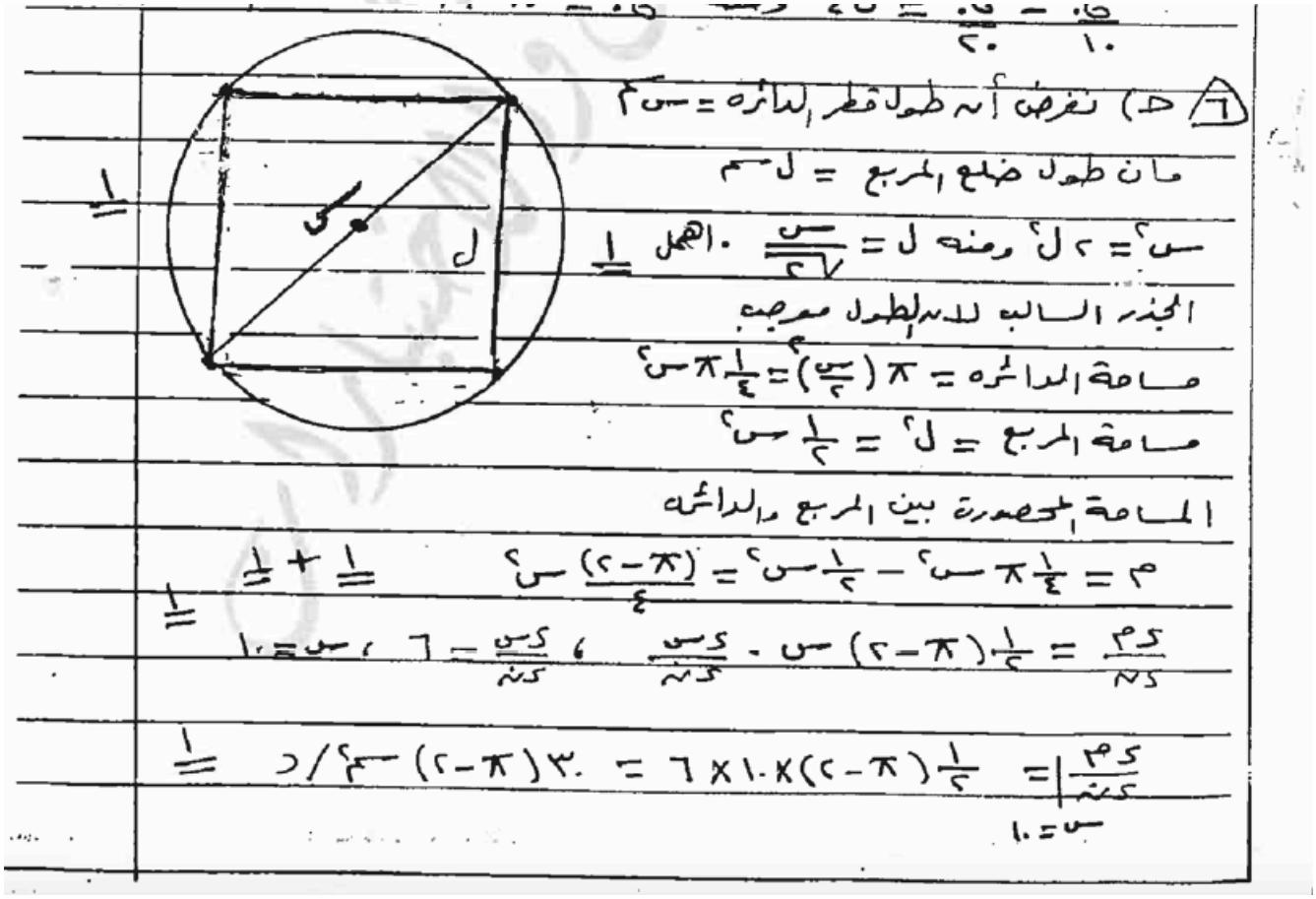
ومنه ن = ٢ ①

نجد ف عندما ن = ٢

ف^{٢} = ١٣ × ٤ − ١٢ × ٢ + ١٨٠ = ٢٠٨ ومنه ف = ٤$\sqrt{١٣}$ ①

$\frac{دف}{دن}\Big|_{ن=٢}$ = $\frac{١٣ \times ٢ - ٦}{٤\sqrt{١٣}}$ = $\frac{٢٠}{٤\sqrt{١٣}}$ ① = $\frac{٥}{\sqrt{١٣}}$ سم/ث

ج) تتمدد دائرة بحيث يزداد طول قطرها بمعدل (٦) سم/د ، رُسم مربع داخل الدائرة وأخذ يتمدد معها بحيث تبقى رؤوسه ملامسة لها. جـد معدل تغير مساحة المنطقة المحصورة بين المربع والدائرة عندما يكون طول قطر الدائرة (١٠) سم. (٦ علامات)



ب) سلّم طوله ٥ م يرتكز بطرفه العلوي على حائط عمودي، وبطرفه السفلي على أرض أفقية، إذا انزلق الطرف السفلي للسلّم مبتعداً عن الحائط بمعدل ٢ م/د ، فجد سرعة تغير الزاوية بين السلّم والأرض عندما يكون طرفه السفلي على بُعد ٣ م عن الحائط. (٨ علامات)

١٦٩ + ١٧٢

٨ ب) نفرض أن بعد الطرف السفلي للسلم عن الحائط س متر ، هـ قياس الزاوية بين الطرف السفلي للسلم والأرض ①

$\frac{دس}{دن} = ٢$ م/د

جتا هـ $= \frac{١}{٥}$ س ①

$-$ جا هـ $\cdot \frac{دهـ}{دن} = \frac{١}{٥} \cdot \frac{دس}{دن}$ ②

$\frac{دهـ}{دن} = \frac{-١}{٥ جا هـ} \cdot \frac{دس}{دن}$ ①

عندما س = ٣ يكون جتا هـ $= \frac{٣}{٥}$

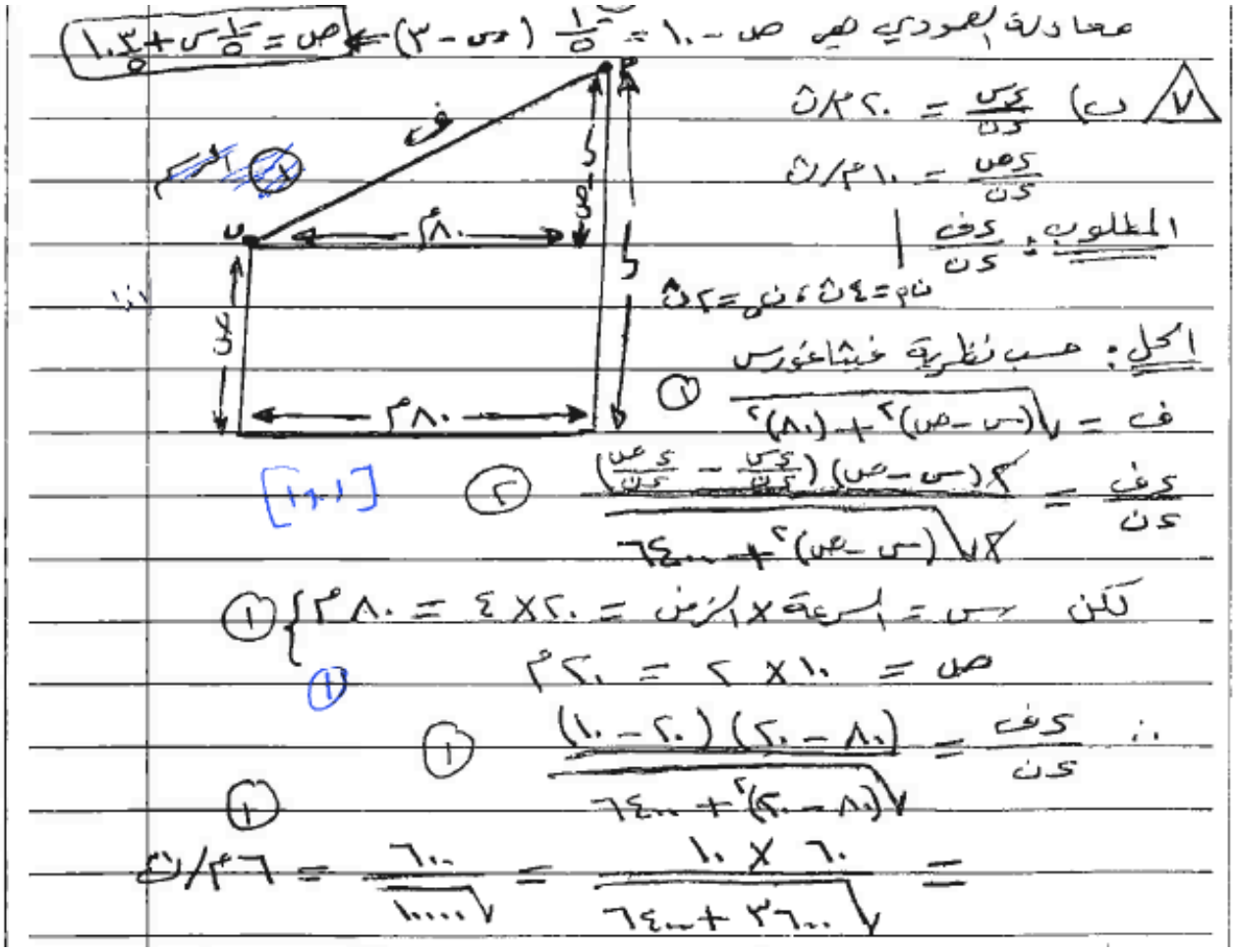
نجد جا هـ ⇐ جا^{٢}هـ + جتا^{٢}هـ = ١

جا^{٢}هـ $= \frac{١٦}{٢٥}$ ⇐ جا هـ $= \frac{٤}{٥}$ ① ، $-\frac{٤}{٥}$ مهمل $-\frac{٤}{٥}$ لأن الزاوية هـ حادة

$\left.\frac{دهـ}{دن}\right|_{س=٣} = \frac{-١}{٥ \times \frac{٤}{٥}} \times ٢ = -\frac{١}{٢}$ راديان/د ① ①

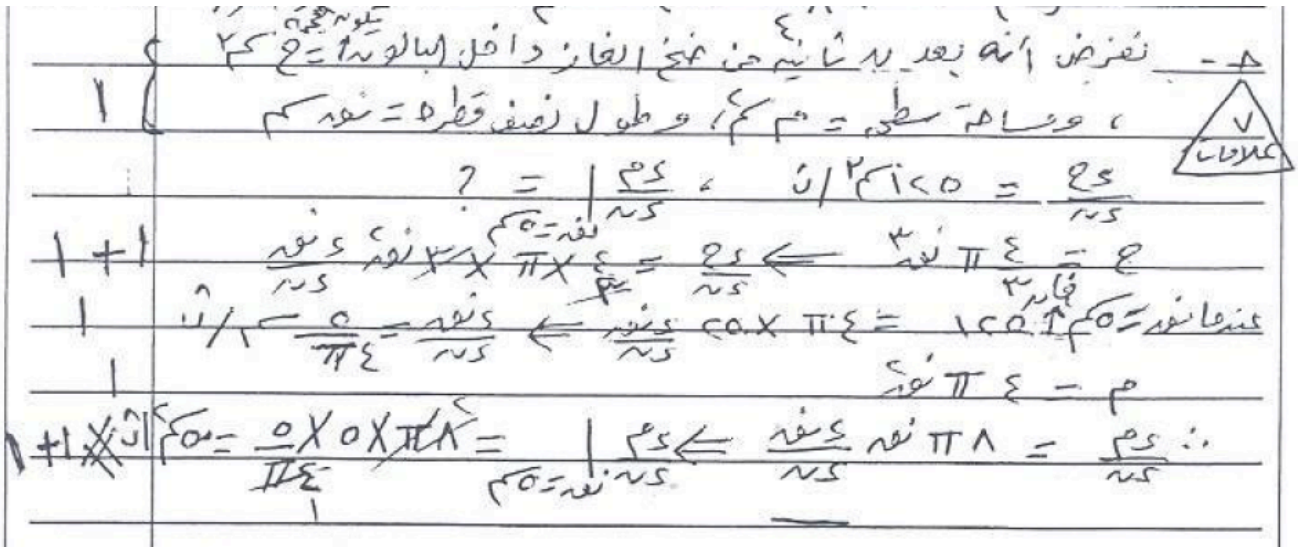
ب) قاربان ا ، ب المسافة الأفقية بينهما ٨٠ م ، بدأ القارب (ا) بالحركة بسرعة ٢٠ م/ث وبعد ثانيتين بدأ القارب (ب) بالحركة في خط مواز للقارب (ا) وبنفس الاتجاه بسرعة ١٠ م/ث .

جد معدل التغير في المسافة بين القاربين بعد ٤ ثواني من انطلاق القارب (ا) (٧ علامات)

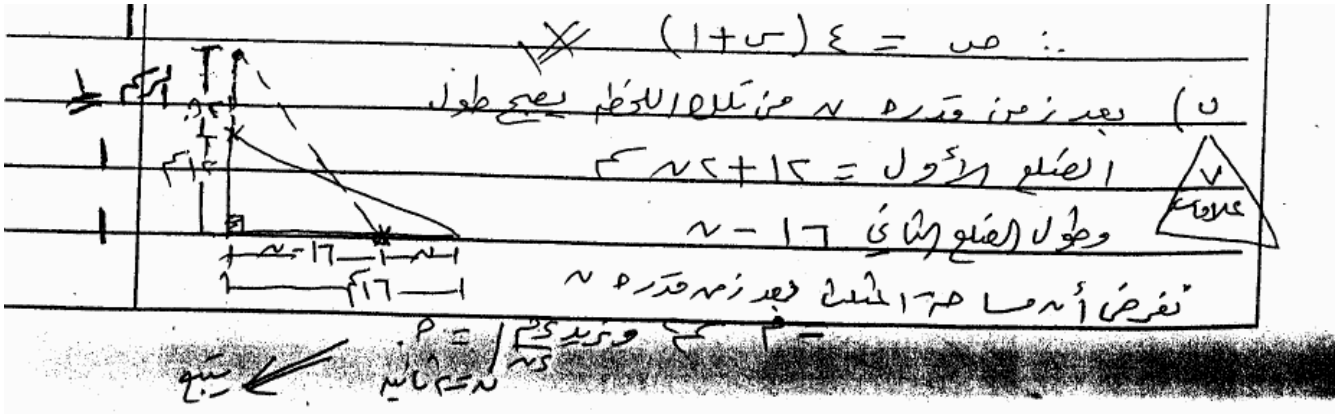


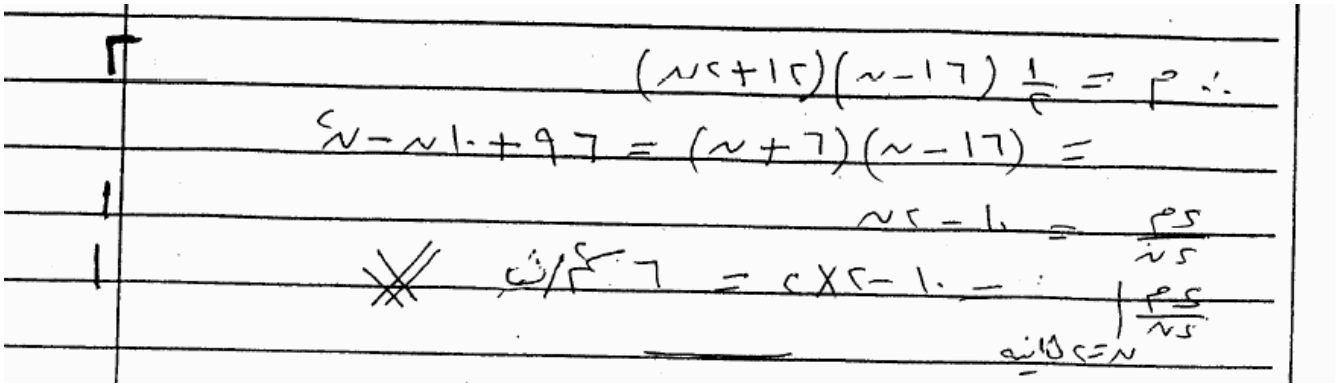
ج) يُضخ غاز داخل بالون كروي بمعدل (١٢٥) سم^{٣} / ث . جـد معدل الزيادة في مساحة سطح البالون عندما يكون طول قطر البالون (١٠) سم .

(٧ علامات)

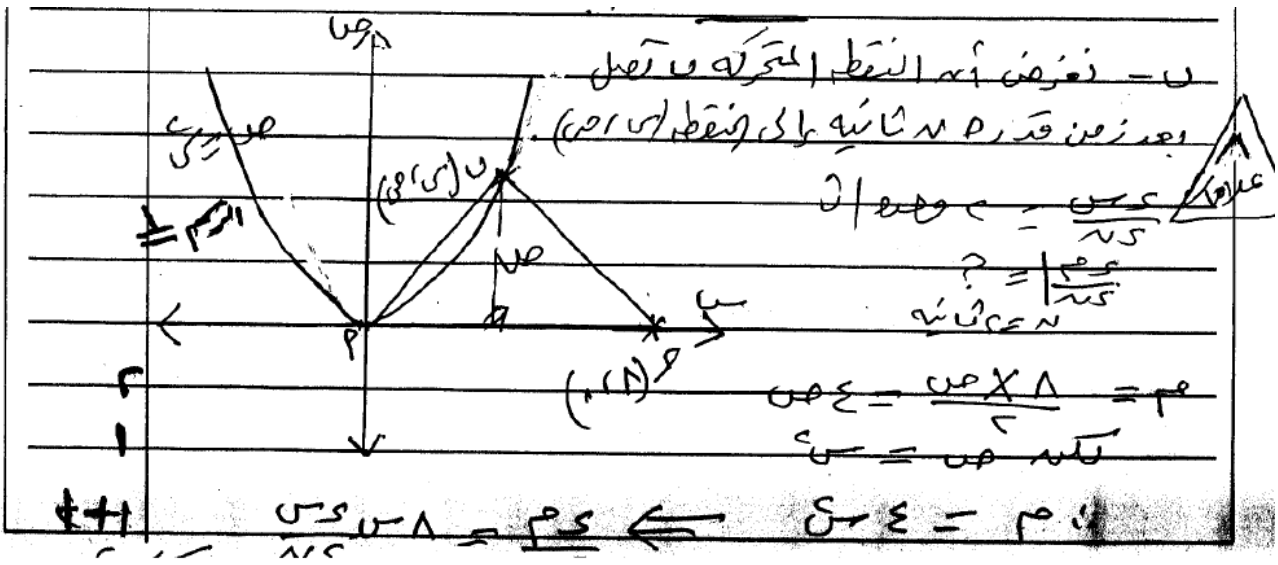


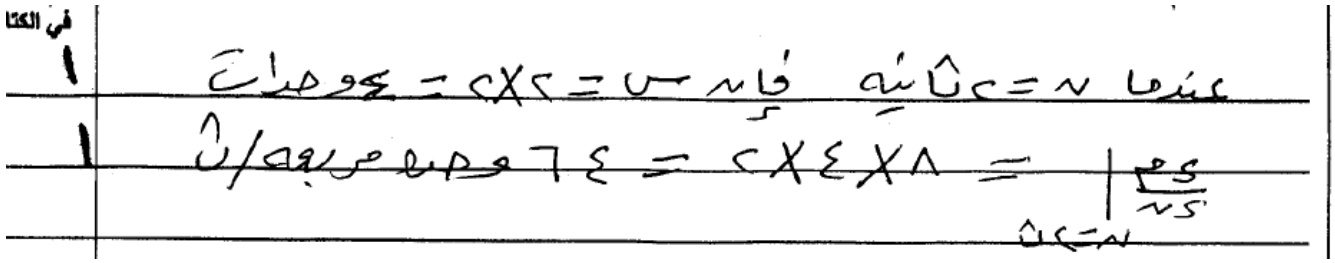
ب) في لحظة ما كان طولا ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية ١٢ سم ، ١٦ سم ، فإذا كان طول الضلع الأول يزداد بمعدل ٢ سم/ث وطول الضلع الثاني ينقص بمعدل ١ سم/ث بحيث أن المثلث يبقى محافظاً على شكله، فجد معدل التغير في مساحة المثلث بعد ٢ ثانية من تلك اللحظة. (٧ علامات)





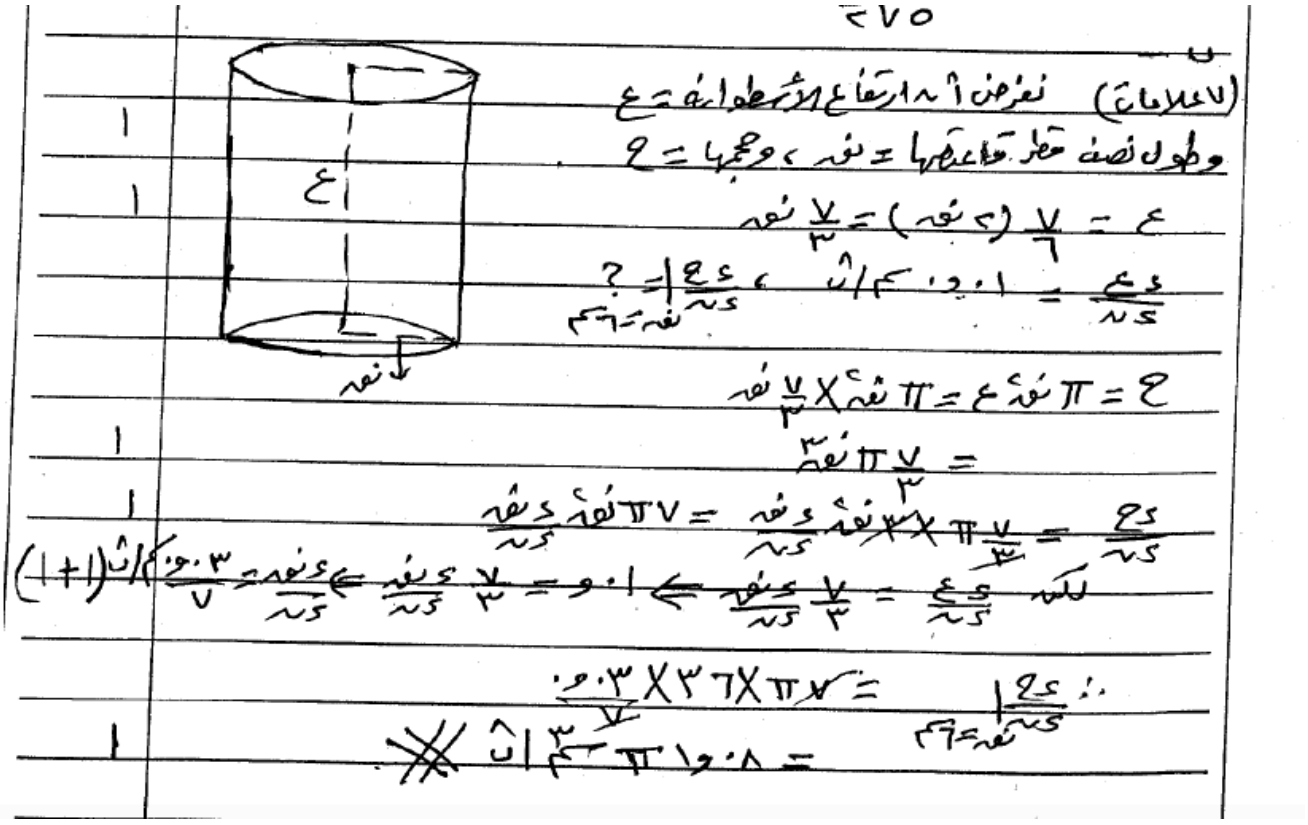
ب) تتحرك نقطة مادية ب على منحنى الاقتران ص = س^{٢} في الربع الأول بادئة من نقطة الأصل أ ، فإذا كـــان الإحداثـــي الســـيني للنقطة ب يتزايد بمعدل ٢ وحدة/ث ، وكانـــت جـ نقطة ثابتة إحداثياتها (٨ ، ٠)
جـــد معدل تغير مساحة المثلث أ ب جـ بعد ٢ ثانية من بدء حركة النقطة ب . (٨ علامات)





ب) أسطوانة دائرية قائمة مصنوعة من المعدن ارتفاعها يساوي $\frac{٧}{٦}$ طول قطر قاعدتها دائماً.
فإذا كان ارتفاعها يزداد بمعدل ٠,٠١ سم/ث ، فجـد معدل التغير في حجم هذه الأسطوانة عندما يكون طول نصف قطر قاعدتها ٦ سم. (٧ علامات)

(انتهت الأسئلة)



٦) جـد معدل تغير مساحة المربع بالنسبة إلى محيطه عندما يكون محيطه (٢٤) سم .

أ) ٣ سم^{٢}/سم ب) ٤ سم^{٢}/سم ج) ٦ سم^{٢}/سم د) ١٢ سم^{٢}/سم

السؤال الأول (١٦ علامة)

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
رمز الإجابة الصحيحة	ك	ب	م	م	جـ	م	ك	جـ

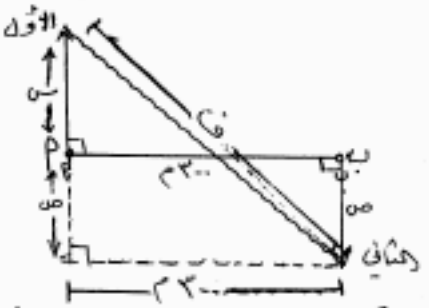
لكل فقرة صحيحة علامتان .

ب) انطلق شخص من النقطة (أ) متجهاً شمالاً راكباً دراجة هوائية تسير بسرعة ٦ م/ث ، وبعد (٣٠) ثانية ومن النقطة (ب) الواقعة على بُعد (٣٠٠) متر شرق النقطة (أ) انطلق شخص ثانٍ متجهاً جنوباً راكباً دراجة هوائية تسير بسرعة (٥) م/ث .

جـد معدل تغير المسافة بين الدراجتين بعد (٢٠) ثانية من انطلاق الدراجة الثانية. (٨ علامات)

صفحة رقم (٨)

العلامة	
	تابع السؤال الرابع
	(ب) (٨ علامات)



افرض أنه بعد ن ثانية من انطلاق الدراجة الثانية كانت

المسافة التي قطعها الأول = س متراً
وأن المسافة التي قطعها الثاني = ص متراً
وأن المسافة بينهما = ف متراً

١

٢ فإنه $ف^2 = (٣٠٠)^2 + (س + ص)^2$

ويمكن التعبير عن س ، ص بدلالة ن كما يأتي :

(المسافة = السرعة × الزمن) $ص = ٥ن$

$س = ٦(٣٠ + ن)$

إذاً $ف^2 = ٩٠٠٠ + (٥ن + ٦(٣٠ + ن))^2$

١ $ف^2 = ٩٠٠٠ + (١١ن + ١٨٠)^2$

وباشتقاق الطرفين بالنسبة إلى الزمن (ن) ينتج أن :

٢ $٢ف \times \frac{ك ف}{ك ن} = ٢(١١ن + ١٨٠) \times ١١$

١ وعندما ن = ٢٠ ثانية تكون $ف = \sqrt{٩٠٠٠ + ١٦٠٠٠}$

١ $ف = ٥٠٠$ م

١ إذاً $\frac{ك ف}{ك ن}\Big|_{ن=٢٠} = \frac{١١ \times (١٨٠ + ٢٠ \times ١١) ٢}{٥٠٠ \times ٢} = \frac{٤٤}{٥}$

أي أن المسافة بين الدراجتين تزداد بمعدل $\frac{٤٤}{٥}$ م/ث في تلك اللحظة

ملحوظة: يمكن اشتقاق العلاقة التي تربط ف مع س ، ص مباشرة كما يلي :

$٢ف \frac{ك ف}{ك ن} = ٢(س + ص)(\frac{ك س}{ك ن} + \frac{ك ص}{ك ن})$ ← (علامة تامة)

وعندئذ تكون $س = ٦ \times ٥ = ٣٠$ } (علامة لإيجاد س ، ص)
$ص = ٥ \times ٢٠ = ١٠٠$

$ف^2 = (٣٠٠)^2 + (١٠٠)^2 \Leftarrow ف = ٥٠٠$ (علامة لحساب ف)

إذاً $\frac{ك ف}{ك ن}\Big|_{ن=٢٠} = \frac{٢ \times (١٠٠ + ٣٠٠)(٥ + ٦)}{٢ \times (٥٠٠)} = \frac{٤٤}{٥}$ (علامة للتعويض لحساب ف)

١ انتهت الإجابات