

ملاحظة: الرواية هاي  
تحتوي على كل شي بالرنيا

الدرس الأول: مبدأ العد 

الدرس الثاني: التباديل 

الدرس الثالث: التوافيق 

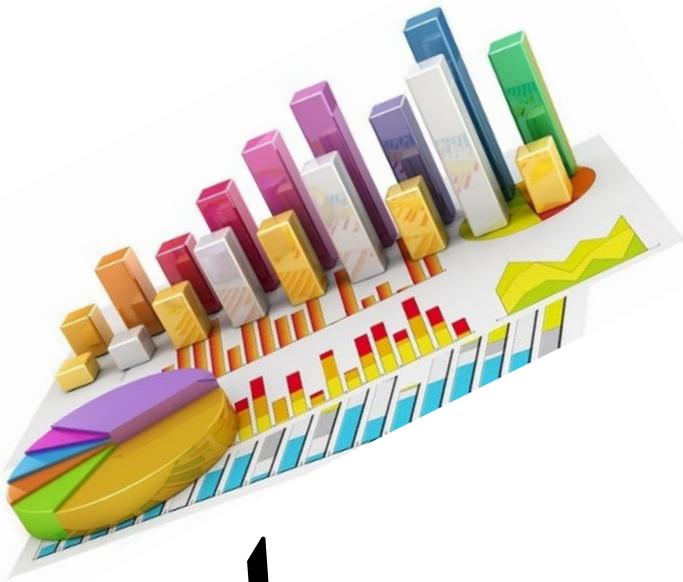
الدرس الرابع: المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذو الحدين 

الدرس الخامس: العلامة المعيارية 

الدرس السادس: التوزيع الطبيعي 

الدرس السابع: الارتباط 

الدرس الثامن: خط الانحدار 



# الأستاذ شادي النابلسي

# الرياضيات الأرنيا



عدد الطرق = عدد طرق المرحلة الأولى  $\times$  عدد طرق المرحلة الثانية  $\times$  عدد طرق المرحلة الثالثة ..... وهكذا

### الدرس الأول: مبدأ العد (من ٢ الى ٧ علامات)

في مكتبة فاطمة ٤ دواوين شعرية ( للشعراء: المتبني، وأحمد شوقي، وعرار، والفرزدق)،  
و ٣ روايات أدبية (للروائيين: فدوى طوقان، وتوفيق الحكيم، ووليد سيف). إذا أرادت فاطمة  
قراءة كتابين أحدهما يمثل ديواناً شعرياً والآخر يمثل روايةً أدبيةً، فبكم طريقة يمكنها ذلك؟



الحل:

و يعني ضرب

عدد الأشياء اللي بدك تختار منها ٤ دواوين شعرية ٣ روايات

وكم بدك تختار منها ( هي كم بدك تختار) بدك تختار اصح

عدد اللي بدك تختار منوها معناها العدد نفسو ( رقم الايؤثر)

٣ بدك تختار منوها واحد يعني ٣

يعني ٤ بدك تختار واحد يعني ٤

اذن  $٣ * ٤ = ١٢$  طريقة

محل لبيع الخضراوات والفواكه يحتوي على أربعة أصناف من الفاكهة (موز، برتقال، تفاح،  
دراق)، وصنفين من الخضراوات (كوسا، بطاطا). دخلت أم رامي المحل لشراء صنف واحد من  
الفواكه، وصنف آخر من الخضراوات. ما الخيارات المتوافرة لها؟



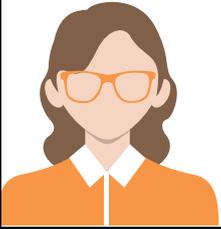
أراد عمر شراء ثلاجة وغسالة وجهاز تكييف من أحد معارض الأجهزة الكهربائية. بكم طريقة  
يمكنه شراء ذلك، علمًا بأن المعرض يحتوي على ٤ أنواع مختلفة من الثلاجات، و ٥ أنواع من  
الغسالات، و ٣ أنواع من أجهزة التكييف؟



لدى محمد أربعة أنواع من القمصان، وثلاثة أنواع من البنائيل، ونوعان من الأحذية، فهل يكفيه ذلك إذا أراد كل يوم ارتداء لباس مختلف عن اليوم الذي سبقه مدة شهر كامل؟



لدى احمد الحاج مكتبة تحتوي ٣ كتب عن الادب و ٤ كتب عن الشعر بكم طريقة يمكن لاحمد الحاج قراءة كتاب واحد من الادب وكتاب واحد من الشعر؟



### الان ركز :

من مجموعة الأرقام الآتية: { ٦، ٥، ٣، ٢ }، كم عددًا يمكن تكوينه من منزلتين:



(١) إذا سُمِحَ بتكرار الأرقام؟

(٢) إذا لم يُسَمَحَ بتكرار الأرقام؟

الحل :

	المنزلة الأولى	*	المنزلة الثانية	
١٦ =	٤	*	٤	في حالة التكرار
١٣ =	٤	*	٣	في حالة عدم التكرار



سمح بالتكرار يبقى العدد ثابتا اي ما هو في كل مرحلة  
لم يسمح بالتكرار هنا في كل مرحلة ننقص كم العدد عن المرحلة التي قبلها

بكم طريقة يمكن تكوين عدد من ٣ منازل من مجموعة الأعداد الفردية التي هي أكبر من ٤، وأقل من أو تساوي ٩، في حال:  
(أ) سُمِحَ بتكرار الأرقام؟ (ب) لم يُسَمَحَ بتكرار الأرقام؟

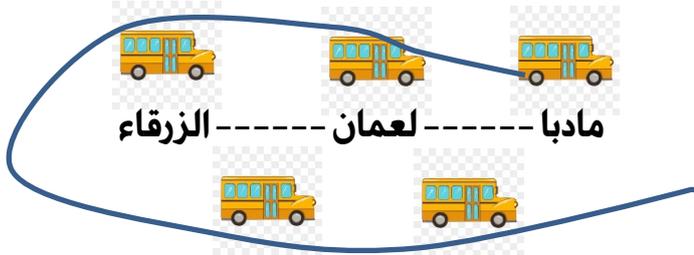
بدو الأعداد الفردية اللي بين ال٤ وال٩ شو هم

المنزلة الأولى	المنزلة الثانية	المنزلة الثالثة
----------------	-----------------	-----------------

إذا سمح بالتكرار  $27 = 3 * 3 * 3$

إذا لم يسمح بالتكرار  $6 = 1 * 2 * 3$

تعمل ١٠ حافلات لنقل الركاب بين مدينتي مَادبا وعمان، وتعمل ٣٠ حافلة أخرى بين مدينتي عمّان والزرقاء. فإذا أراد راكب أن يسافر من مَادبا إلى الزرقاء مروراً بعمّان، ثم يعود سالكاً الطريق نفسه، فبكم طريقة يمكنه عمل ذلك شريطة ألا يركب الحافلة نفسها في أثناء رحلته؟



١٠ حافلات ٣٠ حافلة

$$= 9 * 29 * 30 * 10$$

محل لبيع المجمدات الغذائية، فيه ٣ أنواع مختلفة من الأسماك، و ٤ أنواع مختلفة من اللحوم الحمراء، ونوعان مختلفان من الدجاج. بكم طريقة يمكن لأحد الزبائن أن يشتري نوعاً واحداً من كل من الأسماك واللحوم الحمراء والدجاج؟

اتبعت دائرة السير في إحدى الدول نظاماً لترقيم السيارات مُستخدمة الأرقام ١ ← ٩، بحيث تحتوي لوحة السيارة على ٤ أرقام، وحرفين من أحرف الهجاء. كم سيارة يمكن ترقيمها بهذه الطريقة، علماً بأن عدد أحرف الهجاء ٢٨ حرفاً، وتكرار الأرقام مسموح به، خلافاً لتكرار الأحرف؟

رقم	رقم	رقم	حرف	حرف
٩	٩	٩	٢٨	٢٧

وزارة ٢٠١٠: في احد الأسواق يباع ٤ أنواع من الخضار هي ( بندورة ، خس ، ملفوف ، فاصوليا ) و ٣ أنواع من اللحوم هي ( لحم خاروف ، سمك ، دجاج ) أراد رمزي ربيع ان يشتري نوعا واحدا من الخضار ونوعا واحدا من اللحوم فان عدد الطرق المختلفة التي يستطيع بها اختيار ذلك هي ؟

وزارة ٢٠١٢: تباع احد المكتبات ٣ أنواع من الأقلام و ٤ أنواع من الدفاتر بكم طريقة يمكن لطالب شراء قلم ودفتر من هذه المكتبة ؟

وزارة ٢٠١٨: بكم طريقة يمكن اختيار قميص و حذاء لشرائهما من محل تجاري يبيع ٣ أنواع من القمصان و ٤ أنواع من الأحذية ؟

### الموضوع الثاني: مضروب العدد الصحيح غير السالب:

$$\text{القانون: } n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

شكل إشارة المضروب هو !

$$=!3$$

المضروب: هو حاصل ضرب العدد تنازليا بدءا من العدد ( ن ) حتى نصل لل ١

$$=!4$$

$$=!5$$

$$=!7$$

$$=!10$$

$$=!11$$

$$=!12$$

$$=!13$$

$$=!14$$

$$=!15$$

$$=!16$$

$$=!17$$

شلة شيرين

احفظ نتائجهم اسر علك في الحل

جد قيمة كل مما يأتي:

(٤)  $!٣ + !٤$

(٣)  $!٢$

(٢)  $!٧$

(١)  $!٥$

جد قيمة كل مما يأتي:

(ب)  $!٢ + !٥ + !٣$

(أ)  $!٦$

(د)  $!٣ \times !٤$

(ج)  $!٠ + !٢$

$= !٣ + !٥$

$= !٠ + !٢$

$= !٢ + !٤$

$= !٤ * !(٢ + ٣)$



انتبه معي كيف نفكهم

$$= n!$$

$$= (n+1)!$$

$$= (n+2)!$$

$$= (n+3)!$$

$$= (n-2)!$$

$$= (n-3)!$$

الى ابسط صورة هون رح نستخدم خاصية الهاندبريك بالحصه بحكيك اياها

$$!7$$

$$\frac{!7}{!1 !5}$$

$$!5$$

$$\frac{!5}{!3 !2}$$

$$!6$$

$$\frac{!6}{!4 !2}$$

$$!7$$

$$\frac{!7}{!4 !2}$$

$$!100$$

$$\frac{!100}{!97}$$

$$n!$$

$$\frac{n!}{(n-2)!}$$

$$n!$$

$$\frac{n!}{(n-2)! 3!}$$



حلّ كلاً من المعادلات الآتية:

$$(1) (n!) = 720$$

$$(2) 52 = (n!) + 2$$

$$(3) 17 + !0 = !(1+n) + 6 -$$

$$(4) 12 = \frac{n!}{!(2-n)}$$

الحل:

حلّ كلاً من المعادلات الآتية:

$$(1) 16 = (n!) + 3$$

$$(2) 120 = (n!)$$

$$(3) 30 = \frac{!(1+n)}{!(1-n)}$$

$$(4) 120 = !(1+n^2)$$

متوقع

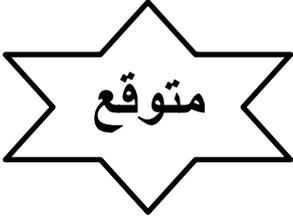
حُلِّ كلاً من المعادلات الآتية:

$$أ) ٤٨ = (٢!) \times (٣!) \times (٤!)$$

$$ب) ٢٠٠ = (٣!) - (٤!) - (٥!)$$

$$ج) ٢ = (٣!) + (٤!) + (٥!)$$

بكم طريقة يمكن أن يجلس ٦ طلاب على ٦ مقاعد موضوعة بطريقة مستقيمة؟



بكم طريقة يمكن توزيع ٤ أقلام ملونة على ٤ طالبات؟

بكم طريقة يمكن توزيع ٥ جوائز على ٥ طلاب؟

بكم طريقة يمكن أن يجلس ٧ طلاب على ٧ كراسي؟

بكم طريقة يمكن توزيع ٦ علب جل على ٦ شباب من المركز العربي؟

انتهى الدرس الأول بحمد الله { لا تنسى تحل أوراق العمل }

من ٢ الى ٦ علامات

## الدرس الثاني التباديل

المقصود بالتباديل: إيجاد عدد طرق اختيار مجموعة صغيرة (ر) من مجموعة كبيرة (ن)

كيف تشكل التباديل؟ ركز معي حبيبي شكلها هيك

ل (هون اول رقم بنبدا فيه هون عدد المرات التي بتضلك نازل فيها وتذكر انك بتنزل بالعدد بشكل نشو.....)

هون عدد المرات التي بتضلك نازل فيها وتذكر انك بتنزل بالعدد بشكل نشو.....



$$ل(٥, ٦) = ٦ * ٥ * ٤ * ٣ * ٢$$

$$ل(٤, ١٠٠) = ١٠٠ * ٩٩ * ٩٨ * ٩٧$$

$$ل(٣, ٦) = ٦ * ٣ * ٢$$

$$ل(٣, ٧) = ٧ * ٦ * ٥$$

$$ل(٥, ٨) = ٨ * ٧ * ٦ * ٥ * ٤$$

٣ قواعد مهمة:

ل(ن، ١) ← الواحد ما بأثر بالجواب يعني = ن

ل(ن، ٠) ← وين ما بتشوف الصفر الجواب = ١

ل(ن، ن) ← العدد مع نفسه مضروبه = ن!

ل(١، ٧) نفسهم  
ل(٠، ٧)  
ل(٧، ٧)

التباديل بدلالة المضروب:

الأول!

$$ل(ن، ر) = \frac{ن!}{(ن-ر)!} \text{ ح بسطها لك } \frac{\text{الأول!}}{\text{(الأول - الثاني)!}}$$

متوقع

هذا القانون لا نستخدنه كثيرا بس اخذناه انتبه ممكن يبجي ضع دائرة

ل(٣، ٧) يساوي

$$\frac{٧!}{٤!}$$

$$\frac{٧!}{٧!}$$

$$\frac{٧!}{١٠!}$$

$$\frac{٧!}{٣!}$$

ل (٢، ٦) يساوي

٨

١٢

$$\frac{!٦}{!٣}$$

٣٠

ما عدد تباديل مجموعة مكونة من (٧) عناصر مأخوذة (٣) في كل مرة؟

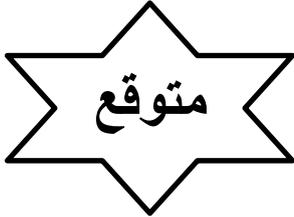
**الحل**

ل (٣، ٧) =  $٥ \times ٦ \times ٧$  (عدد الأعداد = ٣، وهو يمثل (ر) في القانون)

$$= ٢١٠$$

وبطريقة أخرى: ل (٣، ٧) =  $\frac{!٧}{!(٣-٧)} = \frac{!٧}{!٤} = \frac{٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}$

ما عدد تباديل مجموعة مكونة من (٩) عناصر مأخوذة (٤) في كل مرة؟



ما عدد تباديل مجموعة مكونة من (٧) عناصر مأخوذة (٥) في كل مرة؟

ما عدد تباديل مجموعة مكونة من (٦) عناصر مأخوذة (٢) في كل مرة؟



فكرة سؤال : حول ما يلي الى صورة تباديل

$$٢ * ٣ * ٤ * ٥$$

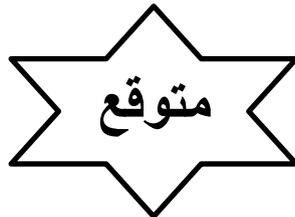
$$١٣ * ١٤ * ١٥ * ١٦ * ١٧ * ١٨ * ١٩ * ٢٠$$

$$٢٥ * ٢٦ * ٢٧ * ٢٨ * ٢٩ * ٣٠$$

$$١٢ * ١٣ * ١٤ * ١٥ * ١٦$$

$$٩٩ * ١٠٠$$

ن!



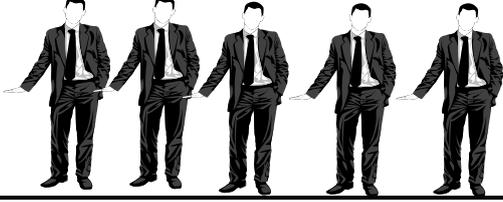
عبّر عما يأتي باستخدام التباديل:

$$أ) ١٣ \times ١٤ \times ١٥ \times ١٦ \times ١٧$$

$$ب) ك \times (ك - ١) \times (ك - ٢),$$

$$(ن - ١) (ن - ٢) (ن - ٣) (ن - ٤)$$

بكم طريقة يمكن اختيار رئيس منتدى ثقافي ومساعد له وامين سر وامين صندوق من بين ١٠ أعضاء منتسبين لهذا النادي ؟

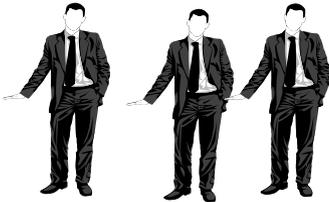


بكم طريقة يمكن اختيار طالب ومساعد له ومعاون له من بين ٧ طلاب في المركز العربي الثقافي ؟

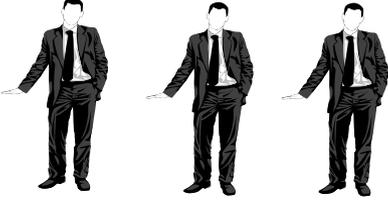
بكم طريقة يمكن اختيار معلم ومساعد ومدير من بين ٢٠ معلم في احد المدارس ؟



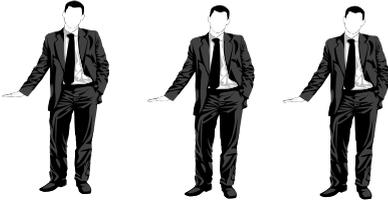
بكم طريقة يمكن اختيار مدير ومساعد مدير وأمين سر من بين مجموعة مكونة من ٧ أعضاء ؟



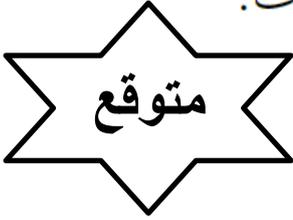
ما عدد طرائق اختيار رئيس شركة، ونائب له، ومدير مالي من بين ٢٠ موظفًا في الشركة، علمًا بأن الشخص الواحد لا يشغل أكثر من وظيفة واحدة في الشركة؟



بكم طريقة يمكن اختيار رئيس قسم، ومساعد له، وأمين عهدة من بين ٩ أعضاء في هذا القسم شريطة أن لا يشغل أحدهم وظيفتين معًا؟



كم كلمة مكونة من ٣ أحرف مختلفة يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف: { أ، ن، ق، غ، م }، علمًا بأنه ليس شرطًا أن يكون للكلمة معنى؟





كيف ن فك التباديل ؟

ل (ن، ٣)

ل (ن، ٢)

ل (ن، ٤)

ل (ن+١، ٣)

ل (ن+٢، ٤)

ل (٢، ٤)

ل (ن، ٦)

ل (ن+٤، ٥)

ل (٥، ٩)

ل (ن، ن)

ل (ن، ٣)

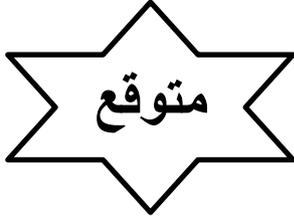
ل (ن-٥، ٢)

جد قيمة (ر) في كل معادلة مما يأتي:

رح نبدا بال ٥ لحد ما يطلع الجواب ٦٠

١) ل (٥، ر) = ٦٠ ←

٢) ل (٦، ر) = ٣٩ + ٣

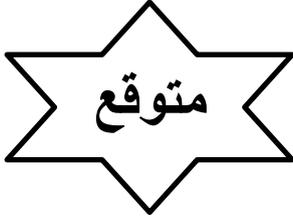


جد قيمة (ر) في كل من المعادلتين الآتيتين:

١) ل (٨، ر) = ١٦٨٠

٢) ل (٤، ر) = ٧ + ٨٠





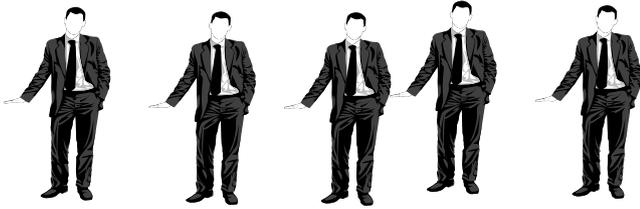
جد قيمة كل من (ن)، و (ر) في ما يأتي:

أ) ل (ن، ٣) = ٧٢٠

ب) ل (٦، ر) = ٣٦٠

ج) ل (ن، ٣) = ٩ ل (ن، ٢)

وزارة ٢٠٠٨: بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من مدير ونائب له وامين سر من بين ٥ مرشحين؟



وزارة ٢٠٠٨: جد قيمة: ل (٨، ٣) ÷ ٣!

وزارة ٢٠٠٩: كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام { ١، ٣، ٥، ٧، ٩ } علما ان التكرار غير مسموح؟ 

وزارة ٢٠٠٩: ل (٢، ٧) تساوي 

وزارة ٢٠٠٩: في احدى كليات الجامعة ٣١ مدرسا ارادت الإدارة ان تختار منهم عميدا للكلية ونائبا للعميد فان عدد الطرق التي يمكن لذلك هو 

وزارة ٢٠١٠: عدد التباديل الثلاثية الماخوذة من مجموعة سداسية هو 

وزارة ٢٠١٠: اذا علمت ان  $l(3, n) = l(2, n)$  فان قيمة  $n$  تساوي ؟ 

وزارة ٢٠١٠: بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب من بين ٨ موظفين في احدى الشركات ؟ 

وزارة ٢٠١١: كم عدد تباديل مجموعة من سبعة عناصر ماخوذة من ثلاثة عناصر كل مرة؟ 



وزارة ٢٠١١: إذا كان  ${}^r P_6 = 60$  جد قيمة  $r$  

وزارة ٢٠١٢: كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام  $\{2, 4, 6\}$  إذا لم يسمح بالتكرار؟ 

وزارة ٢٠١٣: جد قيمة  $r$  التي تحقق المعادلة التالية  ${}^r P_3 = 360$  

وزارة ٢٠١٨: كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام  $\{5, 7, 8\}$  إذا لم يسمح بالتكرار؟ 

وزارة ٢٠١٨: كم عدد تباديل مجموعة مكونة من ٦ عناصر مأخوذة في كل مرة؟ 

وزارة ٢٠١٩: إذا كان  ${}^n P_2 = 12$  جد قيمة  $n$  

وزارة ٢٠١٩: بكم طريقة يمكن اختيار رئيس نادي رياضي ومساعد له وأمين سر مختلفين من بين ٨ أشخاص؟ 

انتهى الدرس الثاني وأخيرا ^^

الدرس الثالث

# التوافيق



## تعريف

إذا كان  $n$ ،  $r$  عددين طبيعيين بحيث  $0 \leq r \leq n$ ، فإن كل مجموعة جزئية عدد عناصرها  $(r)$  تُختار من مجموعة عدد عناصرها  $(n)$  تُسمى توفيقاً مكوناً من  $(r)$  عنصر، ويُرمز إليها بالرمز:  $\binom{n}{r}$  وتقرأ:  $(n)$  فوق  $(r)$ ، حيث:

الي فوق!

الي تحت!      الي فوق - الي تحت!

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$$
$$= \frac{L(n, r)}{r!}$$

جد قيمة ما يلي:

$$\binom{6}{4} \quad (3)$$

$$\binom{9}{5} \quad (2)$$

$$\binom{4}{2} \quad (1)$$

الحل:

$$6 = \frac{!2 \times !3 \times !4}{!2 \times !2} = \frac{!4}{!(2-4)!2} = \binom{4}{2} \quad (1)$$

$$126 = \frac{!5 \times !6 \times !7 \times !8 \times !9}{!4 \times !5} = \frac{!9}{!(5-9)!5} = \binom{9}{5} \quad (2)$$

$$15 = \frac{!4 \times !5 \times !6}{!2 \times !4} = \frac{!6}{!(4-6)!4} = \binom{6}{4} \quad (3)$$

قواعد مهمة عشان تساعدنا بالحل علسريع : ركزيا بطل

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix}$$

1=

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \end{pmatrix}$$

العدد اللي فوق

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1=

$$\begin{pmatrix} 100 \\ 99 \end{pmatrix}$$

100=

$$\begin{pmatrix} 17 \\ 16 \end{pmatrix}$$

17=

$$\begin{pmatrix} 13 \\ 12 \end{pmatrix}$$

13=

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

5=

$$\begin{pmatrix} 20 \\ 19 \end{pmatrix}$$

20=

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}$$

8=

إذا كان الفرق بين الرقم اللي فوق والرقم اللي تحت هو واحد يكون الجواب الرقم اللي فوق

جد قيمة كل مما يأتي:

(١)  $\begin{pmatrix} 8 \\ 8 \end{pmatrix}$  ،  $\begin{pmatrix} 9 \\ 9 \end{pmatrix}$  ،  $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  ، ماذا تستنتج؟

(٢)  $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$  ،  $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$  ،  $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  ، ماذا تستنتج؟

(٣)  $\begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix}$  ،  $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  ،  $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$  ، ماذا تستنتج؟

تدريب ١

جد قيمة كل مما يأتي:

(١)  $\begin{pmatrix} 9 \\ 7 \end{pmatrix}$

(٢)  $\begin{pmatrix} 8 \\ 5 \end{pmatrix}$

(٣)  $\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

سؤال حل المعادلة التالية: سؤال سهل جدا

حلّ كلاً من المعادلتين الآتيتين:

$$\binom{ك}{٥} = \binom{ك}{٤} \quad (٢)$$

$$\binom{٧}{ك} = \binom{٧}{٣} \quad (١)$$

الحل:

$$\begin{array}{l} \text{تحت} + \text{تحت} = \text{فوق} \\ ٧ = ك + ٣ \\ \underline{٤ = ك} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (١) \text{ تحت} = \text{تحت} \\ ك = ٣ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ك = ٥ + ٤ \\ \underline{\text{اذن } ك = ٩} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (٢) ٥ = ٤ \end{array}$$

حلّ كل معادلة مما يأتي:

$$\binom{س}{٧} = \binom{س}{٥} \quad (٢)$$

$$\binom{٦}{١+س} = \binom{٦}{٤} \quad (١)$$

$$\binom{٦}{٥} = \binom{٨}{٢+ك}$$

$$\binom{٣}{٥} = \binom{٨}{ك}$$

تشكيلة اتسل فيهم:

حل كل معادلة مما يأتي:

$$(أ) \binom{3}{1} = \binom{3}{2}$$

$$(ب) \binom{5}{5} = \binom{21}{س}$$

جد قيمة كل مما يأتي:

$$(ب) \binom{5}{5}$$

$$(أ) \binom{100}{97}$$

$$(د) \binom{4}{1}$$

$$(ج) \binom{4}{0}$$

المسائل الكلامية :

امتحان للغة العربية يتكون من ٧ أسئلة. جد عدد طرائق اختيار ٥ أسئلة للإجابة عنها.

امتحان لمادة الرياضيات يتكون من ١٠٠ سؤال جد عدد طرائق اختيار ٩٩ سؤال للإجابة عنها ؟

جد عدد طرائق اختيار قلمين من علبة تحوي ١٠ أقلام.

جد عدد طرق اختيار ٣ معلمين من بين ١٠ معلمين في مدرسة ما

سؤال وزاري ب ٥ علامات ؟

بكم طريقة يمكن اختيار ٤ معلمين وطالبين اثنين من لتشكيل لجنة من بين ٦ معلمين و ٩ طلاب ؟

ارجووووووووك فرق بين المثالين :::::  
جد عدد طرق اختيار رئيس ونائبه وسكرتير من ٧ اشخاص

جد عدد طرق اختيار ٣ اشخاص من بين ٧ اشخاص

أسئلة كئيبيير مهم تفهما قبل ما تجاوب

في أحد المستشفيات يراد اختيار فريق طبي خماسي لتمثيل المستشفى في مؤتمر صحي، من بين

٥ أطباء، و٦ ممرضين. بكم طريقة يمكن تكوين الفريق في الحالات الآتية:

(١) الفريق يتألف من طبيين اثنين على الأكثر.

(٢) رئيس الفريق ونائبه من الأطباء، والبقية ممرضون.



الحل:

٥ أطباء ٦ ممرضين

فريق خماسي

الفريق يتكون من طبيين اثنين على الأكثر: شو يعني هالحكي ( على الأكثر يعني بالكئيبيير اثنين أطباء يعني أكثر من اثنين لأ ) يعني

أما ٢ أطباء و ٣ ممرضين أو طبيب واحد و ٤ ممرضين أو ولا طبيب و ٥ ممرضين

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

كمل الحل بضل إيجاد ناتج فقط

٢٨١ =

الفرع الثاني: رئيس الفريق ونائبه من الأطباء والبقية ممرضون؟



٥ أطباء و ٦ ممرضين

$$= \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} * 4 * 5$$

عائلة تتألف من ٥ أولاد و ٣ بنات. يراد تكليف ٣ منهم بتنظيف الحديقة، فبكم طريقة يمكن اختيارهم، بحيث:

أ) يوجد بنتان على الأقل ضمن الفريق.

ب) لا يوجد أي بنت في الفريق.

ج) يكون رئيس الفريق من البنات.

الحل:

- في إحدى مديريات التربية والتعليم يراد اختيار لجنة رباعية تتولى إعداد خطة استعداداً لبدء العام الدراسي، من بين ٧ رؤساء أقسام، و ٨ أعضاء أقسام. بكم طريقة يمكن تكوين اللجنة في الحالات الآتية:
- (١) اللجنة تتكون من ٣ رؤساء أقسام وعضو واحد.
  - (٢) اللجنة تتكون من عضوين اثنين على الأقل.
  - (٣) رئيس اللجنة يجب أن يكون رئيس قسم، والبقية من الأعضاء.
  - (٤) لا تضم اللجنة أي عضو من أعضاء الأقسام.

تسالي وزارية :::::

وزارة ٢٠٠٨ : جد قيمة ن

$$\begin{pmatrix} \text{ن} \\ ٥ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \text{ن} \\ ٣ \end{pmatrix}$$

وزارة ٢٠٠٨ :: بكم طريقة يمكن اختيار ٣ معلمين وطالبين لتشكيل لجنة في احدى المدارس من بين ٥ معلمين و ٨ طلاب ؟

وزارة ٢٠٠٩ :::: جد قيمة ما يلي

$$\begin{pmatrix} ٧ \\ ١ \end{pmatrix}$$

وزارة ٢٠٠٩ :::: جد قيمة س التي تحقق المعادلة التالية

$$\begin{pmatrix} ٨ \\ ٦ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} ٨ \\ \text{س} \end{pmatrix}$$

وزارة ٢٠٠٩ ::::

$$\begin{pmatrix} ٨ \\ ٦ \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} ٨ \\ ٢\text{س} \end{pmatrix}$$

وزارة ٢٠١٠ ::: بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من بين ٨ طلاب لتشكيل لجنة للمشاركة في احدى المؤتمرات

وزارة ٢٠١٠ ::: حل المعادلة التالية

$$\begin{pmatrix} ٩ \\ س \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٩ \\ ٢ \end{pmatrix}$$

وزارة ٢٠١١ ::: جد قيمة ما يلي

$$\begin{pmatrix} ٦ \\ ٢ \end{pmatrix}$$

وزارة ٢٠١١ :::

$$٣ \times \begin{pmatrix} ٧ \\ ٥ \end{pmatrix}$$

وزارة ٢٠١١ ::: بكم طريقة يمكن اختيار ٤ طلاب و ٣ طالبات لتشكيل لجنة في احدى الكليات من بين ١٠ طلاب و ٥ طالبات؟

وزارة ٢٠١١ ::: جد قيمة س؟

$$\begin{pmatrix} س \\ ٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} س \\ ٤ \end{pmatrix}$$

وزارة ٢٠١٢ : مجموعة مكونة من ٨ معلمين و ٤ اداريين جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل ؟

وزارة ٢٠١٨ :: مجموعة مكونة من ٥ رجال و ٤ نساء بكم طريقة يمكن تكوين لجنة رباعية منهم بحيث يكون فيها رجلان على الأقل ؟

وزارة ٢٠١٩ :: بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب من بين ٥ طلاب للعمل في مشروع علمي ؟

انتهى الدرس الثالث

المتغيرات العشوائية المنفصلة والمتصلة  
Discrete and Continuous Random Variable

# أولاً : المتغير العشوائي

سؤال الأطفال

سؤال قطعة النقود

سؤال حجر النرد

سؤال الكروت المرقمة

إذا دُلَّ المتغير العشوائي  $S$  على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها ٣ أطفال، ودُوِّنت النتائج بحسب الجنس وتسلسل الولادة، فجد القيم التي قد يأخذها المتغير العشوائي  $S$ .

## جدول التوزيع الاحتمالي

٣

س	٠	١	٢	٣
ل (س)	٨ / ١	٨ / ٣	٨ / ٣	٨ / ١

$$\frac{٨}{٨} = ١ \text{ صحيح}$$

اذن ل اقتران احتمال

اذن  $S = ٠, ١, ٢, ٣$  بالترتيب بدون تكرار

١

الحل : اعمل الشجرة

$$٨ = ٢ * ٢ * ٢$$

الفضاء العيني : : : : لازم يكون ٨ عناصر

( ولد ولد ولد ) = ٣

( ولد ولد بنت ) = ٢

( ولد بنت بنت ) = ٢

( ولد بنت ولد ) = ١

( بنت بنت ولد ) = ٢

( بنت بنت بنت ) = ١

( بنت بنت ولد ) = ١

( بنت بنت بنت ) = صفر

٢

في تجربة رمي قطعة نقد ٣ مرات متتالية اذا دل المتغير العشوائي  $S$  على عدد مرات ظهور الكتابة جد اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ؟

في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرة واحدة، دَلِّ المتغير العشوائي  $X$  على عدد مرات ظهور كتابة على الوجه الظاهر:

- (١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي  $X$ .
- (٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $X$ .
- (٣) بيِّن أن  $L$  هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي  $X$ .

Success  
Way

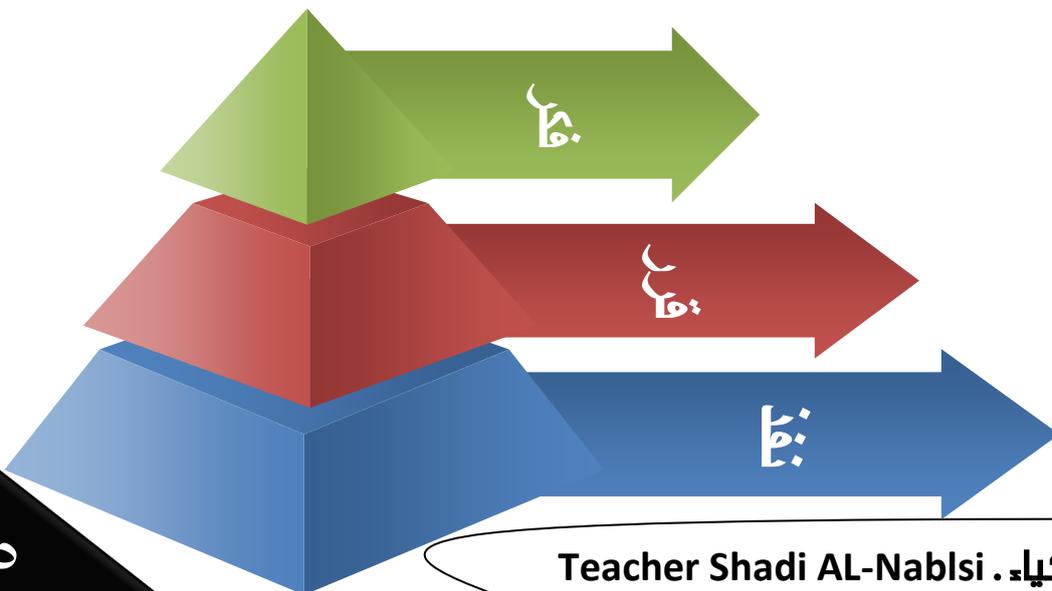


إذا دلّ المتغير العشوائي  $S$  على مجموع العددين الظاهريين في تجربة إلقاء حجري نرد، وملاحظة الرقمين على الوجهين الظاهريين، فأجب عما يأتي:

أ) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي  $S$ .

ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$ .

ج) بين أن  $L$  هو اقتران احتمال.



صندوق يحتوي على ٥ بطاقات مرقمة من ١ الى ٥ سحبت من الصندوق بطاقتين على التوالي مع الارجاع بطريقة عشوائية اذا دل المتغير العشوائي  $S$  على عدد البطاقات المسحوبة التي تحمل رقما زوجيا كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$



إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى كما في الجدول الآتي، فما قيمة الثابت أ؟

س	٠	١	٢
ل (س)	٠,٣	٠,١	أ

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى في المجموعة:

{ (٠, ٢, ٠), (٠, ٣, ١), (٠, ١, ٢), (٣, ٣, ٣) }، فما قيمة الثابت ب؟

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالجدول الآتي، فما قيمة الثابت أ؟

س	٠	١	٢
ل (س)	٠,٥	٠,١	أ + ١

## توزيع ذا الحدين

القانون:  $ل (س = ر) = \binom{ن}{ر} (أ)^ر (أ - ١)^{ن-ر}$  لا تخاف من القانون المهم تعرف ترتب

الأفكار المطلوبة منك

- سؤال مباشر
- سؤال حكي
- سؤال كرات
- سؤال عكسي

إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله:  $ن = ٣، أ = ٠،٤$ ، فجد كلاً مما يأتي:

(١)  $ل (س = ٢)$ . (٢)  $ل (س \leq ١)$ . (٣)  $ل (س > ٢)$ .

الحل: حدد علسريع ---  $ن = ٣$   $س = ٠، ١، ٢، ٣$   $أ = ٠، ٤$   $١ - أ = ٠، ٦$

$$ل (س = ٢) = \binom{٣}{٢} (٠، ٤)^٢ (٠، ٤ - ١)^{٣-٢}$$

$ل (س \leq ١) =$  لاحظ الأعداد التي بدواها أكبر من أو تساوي (١ ٢ ٣) ما عدا الصفر صح

هون بنعمل حركة الجكر بسسسسسسس انتبه لما نجاكر بنحط ١ -  $ل (س = ٠)$

$$١ - \binom{٣}{٠} (٠، ٤)^٠ (٠، ٤ - ١)^{٣-٠}$$

$ل (س > ٢) = ل (س = ٠) + ل (س = ١)$

$$\binom{٣}{١} (٠، ٤)^١ (٠، ٤ - ١)^{٣-١} + \binom{٣}{٢} (٠، ٤)^٢ (٠، ٤ - ١)^{٣-٢}$$

إذا كان  $S$  متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعاملاته:  $n = 3$ ،  $\mu = 3$ ،  $\sigma = 0$ ، فجد كلاً مما يأتي:  
(١) قيم  $S$ .

(٢) جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$ .

أطلق صياد (٥) رصاصات نحو هدف. فإذا كان احتمال إصابته الهدف في كل مرة ثابتاً،  
ويساوي ٨، ٠، فما احتمال أن يصيب الصياد الهدف ٣ مرات؟

غرس مُزارع ٧ شتلات، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة هي ٦٠٪. ما احتمال  
نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل؟

صندوق يحوي ٨ كرات، ٣ منها حمراء، والبقية زرقاء اللون. إذا سُحِبَت من الصندوق ٤ كرات على التوالي مع الإرجاع، ودلّ المتغير العشوائي  $S$  على عدد الكرات الحمراء المسحوبة، فأنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$ .

## الدرس الخامس

### العلامة المعيارية

نرمز لها بالرمز (ز)

يستخدم هذا القانون عند  
توفر ٣ أشياء من الـ ٤ أشياء

هذا الدرس يحتوي على ٣ قوانين رئيسية :::::

القانون الأول ::::: ع = ز - س -  $\bar{س}$

حيث ان

ع: الانحراف المعياري

ز: العلامة المعيارية

س: العلامة - المشاهدة - القيمة

$\bar{س}$ : المتوسط الحسابي

إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلاب صف ما في مادة الرياضيات ٧٠، والانحراف المعياري للعلامات ٤، فجد العلامة المعيارية لعلامة كل من الطالب محمد الذي نال علامة ٨٢، والطالب يوسف الذي نال علامة ٦٦

تخضع كتل طلبة الصف الخامس الأساسي في إحدى المدارس لمتوسط حسابي مقداره ٤٠ كغ، والانحراف المعياري مقداره ٤. فإذا كانت كتلة أحد طلبة الصف ٣٨ كغ، فجد العلامة المعيارية لكتلة هذا الطالب.

إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلاب صف ما في مادة الكيمياء ٦٠، والانحراف المعياري للعلامات ٣، فجد العلامة المعيارية لعلامة الطالب ساهر الذي نال علامة ٧٢، والعلامة المعيارية للطالب مهند الذي نال علامة ٥٤

القانون الثاني :::: فرق بس ( يعني فرق العلامات )

فرق ز ( يعني فرق العلامتين المعياريين )

يستخدم هذا القانون عند عدم توفر ال ٣ أشياء يعني يكون معطيني شغلتيين وعلا غلب بس نخلص حل على هذا القانون رح نرجع للقانون الأول قانون أبو العز

إذا كانت العلامتان المعياريان ٢، (١-) تقابلان العلامتين ٨٠، ٦٥ على الترتيب، فجد قيمة المتوسط الحسابي، والانحراف المعياري للعلامات الخام.

إذا كانت العلامتان ٣٢، ١٢ تقابلان العلامتين المعياريين ٣، (٣-) على الترتيب، فجد قيمة المتوسط الحسابي، والانحراف المعياري.

إذا كانت المشاهدتان ٨٤ ، ٧٢ تقابلان العلامتين المعياريتين ١ ، (٢-) على الترتيب، فجد  
العلامة المعيارية للمشاهدة ٩٠

اعتمادًا على الجدول الآتي، أجب عن السؤالين الآتيين:

(١) في أي المبحثين كان تحصيل صفاء أفضل؟

(٢) في أي المبحثين كان تحصيل مريم أضعف؟

المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	علامة صفاء	علامة مريم
٦٠	٤	٦٨	٧٢
٧٨	٥	٧٣	٨٣

القانون الثالث :::: هو قانون خاص بكلمة تنحرف

$$س = \overline{س} \pm \text{عدد الانحرافات} \times ع$$

نضع + اذا كان فوق

نضع - اذا كان تحت

إذا علمت أن المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في امتحان الفيزياء هو ٦٠، والانحراف المعياري هو

٦، فجد:

(١) العلامة التي تنحرف فوق المتوسط أربعة انحرافات معيارية.

(٢) العلامة التي تنحرف تحت المتوسط بمقدار ٢,٥

إذا علمت أن المتوسط الحسابي لأطوال طالبات إحدى المدارس هو ١٦٠ سم، وأن الانحراف المعياري لأطوالهن ٤، فجد:

- أ) الطول الذي ينحرف فوق المتوسط ثلاثة انحرافات معيارية.  
ب) الطول الذي ينحرف تحت المتوسط انحرافين معياريين وربع انحراف معياري.

جد قيمة المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في مادة اللغة الإنجليزية، علمًا بأن الانحراف المعياري للعلامات ٤، وعلامة هديل (٨٥) تنحرف فوق هذا المتوسط بمقدار  $\frac{1}{4}$  انحراف معياري.

# المدرس السادس : التوزيع الطبيعي

٠,٠٩	٠,٠٨	٠,٠٧	٠,٠٦	٠,٠٥	٠,٠٤	٠,٠٣	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠	f
٠,٥٣٥٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥١٩٩	٠,٥١٦٠	٠,٥١٢٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٠٠	٠,٠
٠,٥٧٥٣	٠,٥٧١٤	٠,٥٦٧٥	٠,٥٦٣٦	٠,٥٥٩٦	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥١٧	٠,٥٤٧٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٣٩٨	٠,١
٠,٦١٤١	٠,٦١٠٣	٠,٦٠٦٤	٠,٦٠٢٦	٠,٥٩٨٧	٠,٥٩٤٨	٠,٥٩١٠	٠,٥٨٧١	٠,٥٨٣٢	٠,٥٧٩٣	٠,٢
٠,٦٥١٧	٠,٦٤٨٠	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٠٦	٠,٦٣٦٨	٠,٦٣٣١	٠,٦٢٩٣	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢١٧	٠,٦١٧٩	٠,٣
٠,٦٨٧٩	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٠٨	٠,٦٧٧٢	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٠٠	٠,٦٦٦٤	٠,٦٦٢٨	٠,٦٥٩١	٠,٦٥٥٤	٠,٤
٠,٧٢٢٤	٠,٧١٩٠	٠,٧١٥٧	٠,٧١٢٣	٠,٧٠٨٨	٠,٧٠٥٤	٠,٧٠١٩	٠,٦٩٨٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩١٥	٠,٥
٠,٧٥٤٩	٠,٧٥١٧	٠,٧٤٨٦	٠,٧٤٥٤	٠,٧٤٢٢	٠,٧٣٨٩	٠,٧٣٥٧	٠,٧٣٢٤	٠,٧٢٩١	٠,٧٢٥٧	٠,٦
٠,٧٨٥٢	٠,٧٨٢٣	٠,٧٧٩٤	٠,٧٧٦٤	٠,٧٧٣٤	٠,٧٧٠٤	٠,٧٦٧٣	٠,٧٦٤٢	٠,٧٦١١	٠,٧٥٨٠	٠,٧
٠,٨١٣٣	٠,٨١٠٦	٠,٨٠٧٨	٠,٨٠٥١	٠,٨٠١٣	٠,٧٩٩٥	٠,٧٩٦٧	٠,٧٩٣٥	٠,٧٩١٠	٠,٧٨٨١	٠,٨
٠,٨٣٨٩	٠,٨٣٦٥	٠,٨٣٤٠	٠,٨٣١٥	٠,٨٢٨٩	٠,٨٢٦٤	٠,٨٢٣٨	٠,٨٢١٢	٠,٨١٨٦	٠,٨١٥٩	٠,٩
٠,٨٦٢١	٠,٨٥٩٩	٠,٨٥٧٧	٠,٨٥٥٤	٠,٨٥٣١	٠,٨٥٠٨	٠,٨٤٨٥	٠,٨٤٦١	٠,٨٤٣٨	٠,٨٤١٣	١,٠
٠,٨٨٣٠	٠,٨٨١٠	٠,٨٧٩٠	٠,٨٧٧٠	٠,٨٧٤٩	٠,٨٧٢٩	٠,٨٧٠٨	٠,٨٦٨٦	٠,٨٦٦٥	٠,٨٦٤٣	١,١
٠,٩٠١٥	٠,٨٩٩٧	٠,٨٩٨٠	٠,٨٩٦٢	٠,٨٩٤٤	٠,٨٩٢٥	٠,٨٩٠٧	٠,٨٨٨٨	٠,٨٨٦٩	٠,٨٨٤٩	١,٢
٠,٩١٧٧	٠,٩١٦٢	٠,٩١٤٧	٠,٩١٣١	٠,٩١١٥	٠,٩٠٩٩	٠,٩٠٨٢	٠,٩٠٦٦	٠,٩٠٤٩	٠,٩٠٣٢	١,٣
٠,٩٣١٩	٠,٩٣٠٦	٠,٩٢٩٢	٠,٩٢٧٩	٠,٩٢٦٥	٠,٩٢٥١	٠,٩٢٣٦	٠,٩٢٢٢	٠,٩٢٠٧	٠,٩١٩٢	١,٤
٠,٩٤٤١	٠,٩٤٢٩	٠,٩٤١٨	٠,٩٤٠٦	٠,٩٣٩٤	٠,٩٣٨٢	٠,٩٣٧٠	٠,٩٣٥٧	٠,٩٣٤٥	٠,٩٣٣٢	١,٥
٠,٩٥٤٥	٠,٩٥٣٥	٠,٩٥٢٥	٠,٩٥١٥	٠,٩٥٠٥	٠,٩٤٩٥	٠,٩٤٨٤	٠,٩٤٧٤	٠,٩٤٦٣	٠,٩٤٥٢	١,٦
٠,٩٦٣٣	٠,٩٦٢٥	٠,٩٦١٦	٠,٩٦٠٨	٠,٩٥٩٥	٠,٩٥٩١	٠,٩٥٨٢	٠,٩٥٧٣	٠,٩٥٦٤	٠,٩٥٥٤	١,٧
٠,٩٧٠٦	٠,٩٦٩٩	٠,٩٦٩٣	٠,٩٦٨٦	٠,٩٦٧٨	٠,٩٦٧١	٠,٩٦٦٤	٠,٩٦٥٦	٠,٩٦٤٩	٠,٩٦٤١	١,٨
٠,٩٧٦٧	٠,٩٧٦١	٠,٩٧٥٦	٠,٩٧٥٠	٠,٩٧٤٤	٠,٩٧٣٨	٠,٩٧٣٢	٠,٩٧٢٦	٠,٩٧١٩	٠,٩٧١٣	١,٩
٠,٩٨١٧	٠,٩٨١٢	٠,٩٨٠٨	٠,٩٨٠٣	٠,٩٧٩٨	٠,٩٧٩٣	٠,٩٧٨٨	٠,٩٧٨٣	٠,٩٧٧٨	٠,٩٧٧٢	٢,٠
٠,٩٨٥٧	٠,٩٨٥٤	٠,٩٨٥٠	٠,٩٨٤٦	٠,٩٨٤٢	٠,٩٨٣٨	٠,٩٨٣٤	٠,٩٨٣٠	٠,٩٨٢٦	٠,٩٨٢١	٢,١
٠,٩٨٩٠	٠,٩٨٨٧	٠,٩٨٨٤	٠,٩٨٨١	٠,٩٨٧٨	٠,٩٨٧٥	٠,٩٨٧١	٠,٩٨٦٨	٠,٩٨٦٤	٠,٩٨٦١	٢,٢
٠,٩٩١٦	٠,٩٩١٣	٠,٩٩١١	٠,٩٩٠٩	٠,٩٩٠٦	٠,٩٩٠٤	٠,٩٩٠١	٠,٩٨٩٨	٠,٩٨٩٦	٠,٩٨٩٣	٢,٣
٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٣٤	٠,٩٩٣٢	٠,٩٩٣١	٠,٩٩٢٩	٠,٩٩٢٧	٠,٩٩٢٥	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٢٠	٠,٩٩١٨	٢,٤
٠,٩٩٥٢	٠,٩٩٥١	٠,٩٩٤٩	٠,٩٩٤٨	٠,٩٩٤٦	٠,٩٩٤٥	٠,٩٩٤٣	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٤٠	٠,٩٩٣٨	٢,٥
٠,٩٩٦٤	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٦٠	٠,٩٩٥٩	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٥٦	٠,٩٩٥٥	٠,٩٩٥٣	٢,٦
٠,٩٩٧٤	٠,٩٩٧٣	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٧١	٠,٩٩٧٠	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٦٨	٠,٩٩٦٧	٠,٩٩٦٦	٠,٩٩٦٥	٢,٧
٠,٩٩٨١	٠,٩٩٨٠	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٦	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٧٤	٢,٨
٠,٩٩٨٦	٠,٩٩٨٦	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨١	٢,٩
٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٣,٠
٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩٠	٣,١

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً، فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع

الطبيعي المعياري:

(١) ل (ز)  $(1, 8 \geq z)$ . ✓

(٢) ل (ز)  $(2, 37 \geq z)$ . ✓

(٣) ل (ز)  $(1, 40 \leq z)$ . ✗ ✗

(٤) ل (ز)  $(2, 20 \geq z)$ .

(٥) ل  $(1, 10 \leq z \leq 1, 87 \geq z)$ .

حتى استخدم الجدول بشكل  
صحيح لازم يكون في شرطين

الإشارة جهة العدد

العدد يكون موجب

في حالة عدم توفر  
الشرطين نقلب الإشارة  
ونشيل السالب

في حالة عدم توفر شرط  
واحدة بس شوب نعمل  
؟ ١ - الجواب

ز محصورة بين قيمتين  
نفرطها

فليهم ملقة بنانك يمكن يجمعو ضع دائرة  
التوزيع الطبيعي المعياري وسطه = صفر  
التوزيع الطبيعي المعياري انحرافه المعياري = ١

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٦٠، وانحرافه المعياري ٤، فجد:

$$ل (ز) \geq \left( \frac{٦٠ - ٦٧}{٤} \right)$$

$$(١) ل (س \geq ٦٧).$$

$$(٢) ل (س \leq ٥٨).$$

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٢٥، وانحرافه المعياري ٥، فجد:

(١) ل (س  $\geq$  ٣٣).

(٢) ل (٢٢  $\leq$  س  $\leq$  ٣٠).

وزارة ٢٠١٨: إذا كان أطول طلبة في إحدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي ١٥٥ وانحرافه المعياري ١٠ اختر طالبا عشوائياً يكون طوله ١٥٠ على الأقل؟

- إذا كان متوسط أطوال ٥٠٠ شجرة حرجية في إحدى غابات عجلون هو ٨ أمتار، والانحراف المعياري ١,٥، وكانت الأطوال تتوزع توزيعاً طبيعياً، واختيرت إحدى الأشجار عشوائياً، فجد:
- (١) احتمال أن لا يزيد طول الشجرة على ١١ متراً.
  - (٢) احتمال أن يكون طول الشجرة أكبر من أو يساوي ٦,٥ أمتار.
  - (٣) احتمال أن يكون طول الشجرة محصوراً بين ٦ أمتار و ٩ أمتار.
  - (٤) عدد الأشجار التي طولها ٥ أمتار على الأقل.



الحل في الخلف



إذا كانت علامات ١٠٠٠٠ طالب في جامعة ما تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي مقداره ٦٥، وانحراف معياري مقداره ٥، فكم يبلغ عدد الطلبة الناجحين، علمًا بأن علامة النجاح ٦٠؟

إذا كانت علامات امتحان عام تتبع توزيعًا طبيعيًا متوسطه الحسابي ٧٠، وانحرافه المعياري ١٠، فما نسبة العلامات التي تقل عن ٦٥؟



سؤال حلو : حدد نوع الارتباط في القيم التالية ؟

٠,٨٨٨-	٠,٨٨٨٨	٠,٤٧٥-	٠,٤٧٥٤	٠,٢٥-	٠,٧٩	٠	١-	١

فلسفة لو حكيتك مين الأقوى او الأعلى ؟ ٠,٩ ولا ٠,٤٥ ::::::::::::::: بالحصه بتعرف ليش سالتك :::::::::::::::

أي معاملات الارتباط الآتية أقوى:

- أ) ٠,٧ (ب) - ٠,٩ (ج) ٠,٨ (د) - ٠,٨

## تشكيلة

السؤال الرئيسي في هذا الدرس

جد معامل او احسب معامل الارتباط بيرسون

$$r = \frac{\sum_{k=1}^n (s_k - \bar{s})(v_k - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (s_k - \bar{s})^2 \sum_{k=1}^n (v_k - \bar{v})^2}}$$

أسئلة الجداول : الها ٣ حالات

- جدول فاضي
- جدول معبأ
- نص نص

جدول فاضي :

الجدول الآتي يبين بُعد مؤسسة استهلاكية عن مركز المدينة بالكيلومتر (س)، وحجم مبيعات المؤسسة بالألف دينار شهرياً (ص) لخمسة مؤسسات. احسب معامل الارتباط بين المتغيرين: س، ص.

١٢	٣	٢	٦	٧	س
٦	٨	٦	٩	١١	ص

خطوات الحل : اكتب القانون و اعمل جدول كبير بالاعتماد على القانون

				ص				س

إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص هو ٠,٨٥، فجد معامل الارتباط بين  
س\*، ص\* في كل مما يأتي:

أ) س\* = ٩ - س + ١٥ ، ص\* = ٨ - ٢ ص

ب) س\* = ٤ س + ٥٢ ، ص\* = ٥ - ص

ج) س\* = ١٧ - ٧ س ، ص\* = ٥ ص - ٣

احسب معامل الارتباط بين المتغيرين: س، ص للقيم المبينة في الجدول الآتي:

٩٥	٧٥	٧٠	٦٠	س
٥٠	٩٠	١٠٠	٨٠	ص

إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص هو - ٠,٨ ، فجد معامل الارتباط بين س\*، ص\*  
الذين يمثلان المشاهدات بعد التعديل في كل مما يأتي:

$$(١) \text{ س}^* = ٢\text{س} + ٥ ، \text{ ص}^* = \text{ص} - ٥$$

$$(٢) \text{ س}^* = -٤\text{س} + ٥ ، \text{ ص}^* = ٦\text{ص} - ٥$$

$$(٣) \text{ س}^* = ٥ - ٨\text{س} ، \text{ ص}^* = -\text{ص} - ٥$$

إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص هو ٠,٦٥ ، فجد معامل الارتباط بين س\*، ص\*  
في كل مما يأتي:

$$(١) \text{ س}^* = -٨\text{س} + ٥ ، \text{ ص}^* = ٨ - \text{ص}$$

$$(٢) \text{ س}^* = \text{س} + ٥ ، \text{ ص}^* = ٦\text{ص} - ٥$$

$$(٣) \text{ س}^* = ٢٠ - ٧\text{س} ، \text{ ص}^* = \text{ص} - ٥$$

جدول جاهز من خلال الجدول التالي جد معامل الارتباط بيرسون :::::

س <sub>ك</sub>	ص <sub>ك</sub>	س <sub>ك</sub> - $\bar{\text{س}}$	ص <sub>ك</sub> - $\bar{\text{ص}}$	(س <sub>ك</sub> - $\bar{\text{س}}$ )(ص <sub>ك</sub> - $\bar{\text{ص}}$ )	(س <sub>ك</sub> - $\bar{\text{س}}$ ) <sup>٢</sup>	(ص <sub>ك</sub> - $\bar{\text{ص}}$ ) <sup>٢</sup>
٢	٥	٣ -	١ -	٣	٩	١
٣	٧	٢ -	١	٢ -	٤	١
٥	٤	٠	٢ -	٠	٠	٤
٧	٩	٢	٣	٦	٤	٩
٨	٥	٣	١ -	٣ -	٩	١
المجموع	٠	٠	٠	٤	٢٦	١٦

احسب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص كما في الجدول الآتي:

١١	١٠	٩	٨	٦	٣	٢	س
٧	٢	٤	٨	٥	١٠	٦	ص

هو الفرق بين القيمة الحقيقية  
والقيمة المتنبأ بها

# الانحدار

الدرس الثامن : الحلقة الأخيرة ::::

Regression Line

خط الانحدار

صيغة السؤال : جد معادلة خط الانحدار

ويكون الحل : كتابة القانون معادلة خط الانحدار  $\hat{ص} = أ س + ب$   
ممکن يكون ( أ او ب ) مثل موجودات بالسؤال بلزمني اطلعهم من خلال القانون

الصيغة الأولى : معادلة جاهزة  
ومعطاة جاهزة بالسؤال هنا  
الحل علقانون علسريع وبكون  
المطلوب اطلع قيمة أ & ب أو  
انتبأ او اجد الخطأ في التنبؤ

$$أ = \frac{\sum_{k=1}^n (س_k - \bar{س})(ص_k - \bar{ص})}{\sum_{k=1}^n (س_k - \bar{س})^2}$$
$$ب = \bar{ص} - أ \bar{س}$$

الصيغة الثانية : بطلب منك  
إيجاد معادلة خط الانحدار  
هون احنا بنكتب القانون  
وبنطلع قيمة أ & ب

صيغة أخرى : قدر او توقع او خمن او تنبأ او احزر \* \_ \*

بعطيك قيمة ( س ) عوضها في المعادلة

صيغة أخرى : جد الخطأ في التنبؤ

القانون ::::: الخطأ في التنبؤ =  $\hat{ص} - ص$

ص --- بكون قيمتها بالسؤال طبعاً ( اللي هي القيمة الحقيقية )

$\hat{ص}$  --- المعادلة الموجودة الاصلية بس عوض قيمة س الجديدة اللي رح يعطيك إياها

مثال (٢)

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٨،  $\sum_{k=1}^8 (s_k - \bar{s})^2 = ١٥$ ،

$\sum_{k=1}^8 (s_k - \bar{s})(v_k - \bar{v}) = ٦٠$ ،  $\bar{s} = ١٢$ ،  $\bar{v} = ٥٠$ ، فجد معادلة خط الانحدار

للتنبؤ بقيم  $v$  إذا علمت قيم  $s$ .

الجدول الآتي يبين معدل خمسة طلاب في الصفين: التاسع والعاشر.

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
التاسع (س)	٥٠	٥٥	٧٠	٨٥	٩٠
العاشر (ص)	٦٠	٧٠	٦٠	٧٠	٨٠

أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بمعدل الطالب في الصف العاشر إذا عُلم معدله في الصف التاسع.

ب) تنبأ بمعدل طالب في الصف العاشر إذا كان معدله في الصف التاسع ٨٨

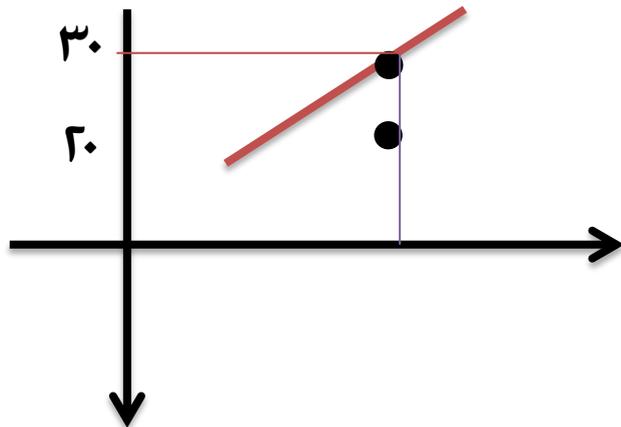
ج) جد الخطأ في التنبؤ بمعدل طالب في الصف العاشر إذا كان معدله في الصف التاسع ٩٠

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٨،  $\sum_{k=1}^8 (s_k - \bar{s})^2 = 20$

$\sum_{k=1}^8 (s_k - \bar{s})(v_k - \bar{v}) = 40$ ،  $\bar{s} = 15$ ،  $\bar{v} = 45$ ، فجد معادلة خط الانحدار

للتنبؤ بقيم  $v$  إذا علمت قيم  $s$ .

من خلال الشكل التالي اذا رمزت للقيمة الحقيقية بالرمز  $v$  والقيمة المتنبأ بها بالرمز  $s$  فجد الخطأ في التنبؤ



إذا علمت أن معادلة خط الانحدار للعلاقة بين قيمة رأس المال (س) والأرباح السنوية لشركة بالألف دينار (ص) هي:  $\hat{ص} = ٠,٣س + ١٠$ ، فجد الخطأ في التنبؤ بأرباح شركة رأس مالها ٦٠ ألف دينار، وأرباحها السنوية ٤,٢٧ ألف دينار.

**GAME OVER THANK YOU FOR PLAYING**

**TEACHER SHADI AL-NABLSI**