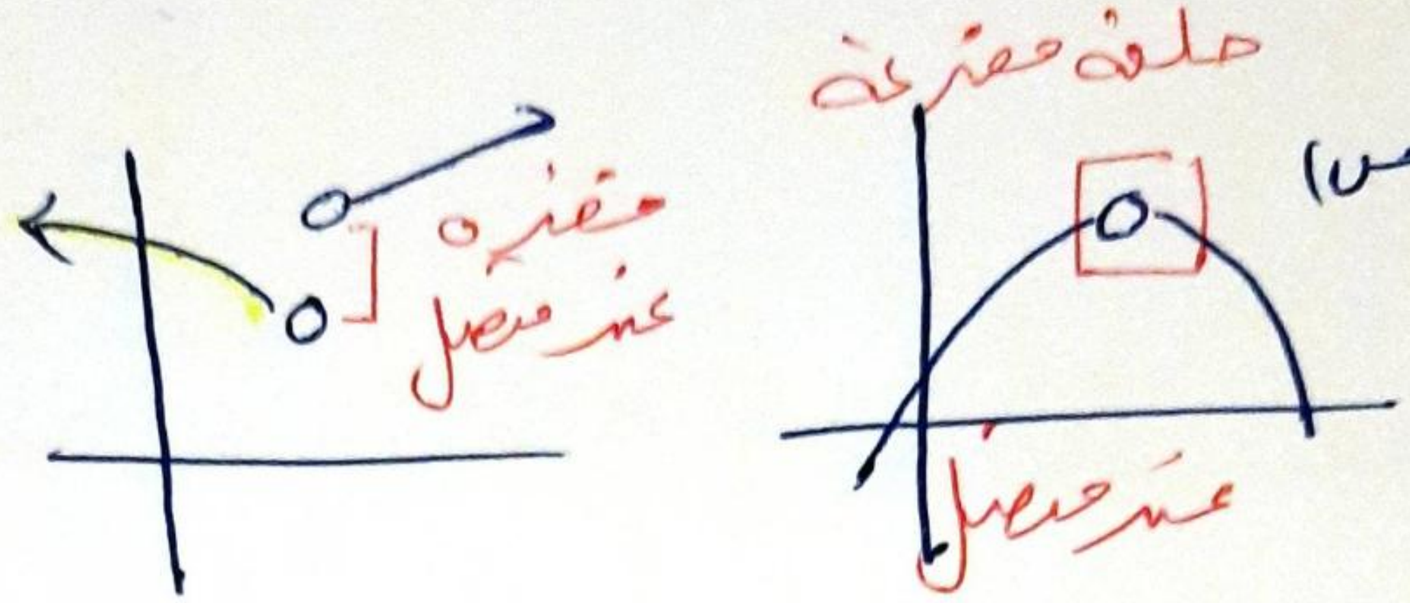
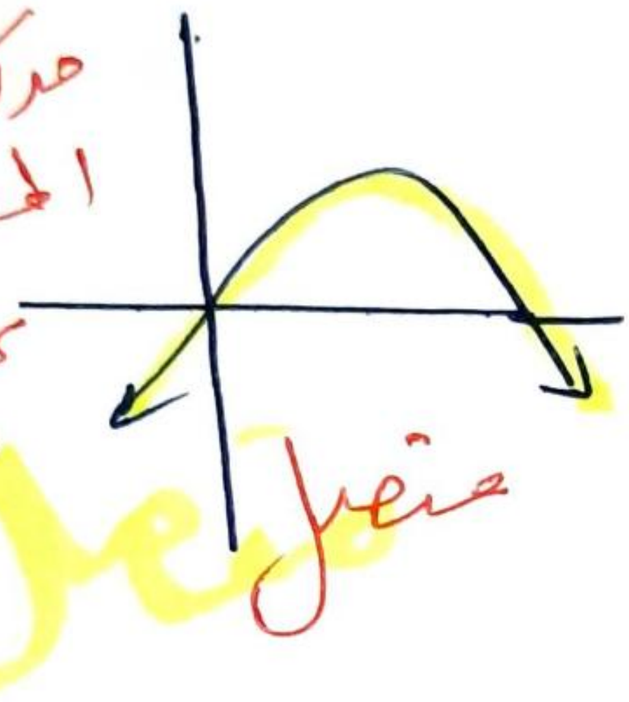
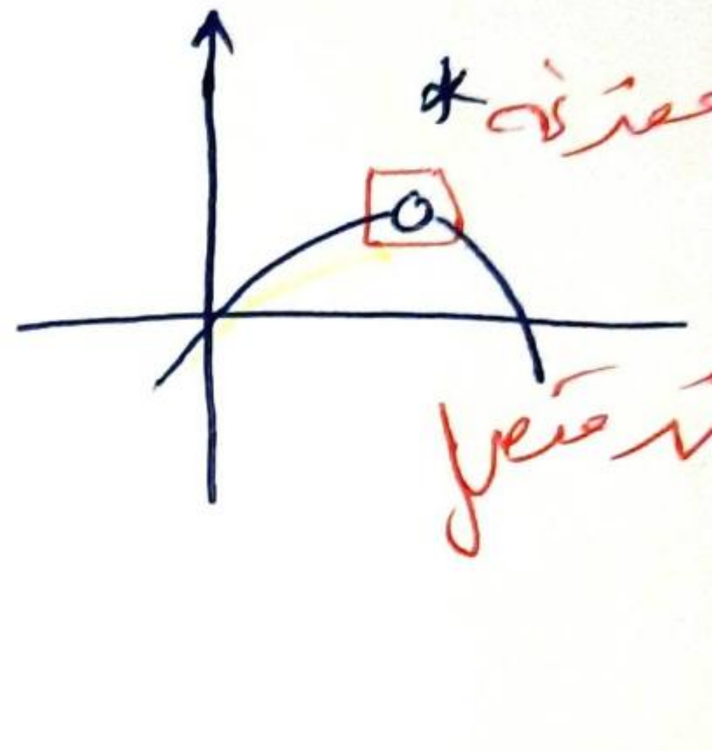
الاتصال عند نقطة







تعريف الاتصال :

يكون الاقتران ق متصلاً عند س = أ إذا تحققت الشروط

① الاقتران ق معرف عند س = أ

عوض قيمة أ في الاقتران ونقطة رحما

* تكتب في الامتحان كلمة معرف عليها (علاوة)

② $\lim_{س \to أ^+} ق(س) = \lim_{س \to أ^-} ق(س)$ موجودة

③ $\lim_{س \to أ} ق(س) = ق(أ)$ = النهاية = الصورة

(٢)

مثال : إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^2 + 1 & ، س < 2 \\ 5 - 3س & ، س \geq 2 \end{cases}$

فابحث اتصال الاقتران ق عندما $س = 2$

(١) $ق(2) = 5 - 3 \times 2 = -1$ معرف

(٢) $\lim_{س \to 2^-} ق(س) = 2^2 + 1 = 5$

$\lim_{س \to 2^+} ق(س) = 5$

$\lim_{س \to 2} ق(س) = 5$

(٣) $\lim_{س \to 2} ق(س) = ق(2) = 5$

ق متصل عند $س = 2$

تدريب ١ اذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+٢ ، & س \leq ١ \\ ٣س ، & ١ < س \leq ٣ \\ ٣س^{٢}-٨ ، & س > ٣ \end{cases}$

ملحوظة اتصال الاقتران ق عند

(١) س = ٠

(أ) ق(٠) = $(٠)^{٢}+٢ = ٢$ معرف

(ب) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = $(٠)^{٢}+٢ = ٢$ موجود

(ج) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ق(٠) = ٢ ⇐ ق متصل عند س = ٠

(٢) س = ١

(أ) ق(١) = ٣ × ١ = ٣

(ب) $\lim_{س \to ١^{+}}$ ق(س) = $(١)^{٢}+٢ = ٣$ ، $\lim_{س \to ١^{-}}$ ق(س) = ٣

$\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ٣ موجود ⇐ $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ق(١) = ٣ متصل

(٣) س = ٣

(أ) ق(٣) = $٣^{٣}-٨ = ١٩$

الصورة = مقام

غير معرف

غير متصل

(٤)

مثال : اذا كان $ه(س) = \begin{cases} س+٢ & ، س \neq -١ \\ ٤ & ، س = -١ \end{cases}$

ادرس اتصال الاقتران ه عند $س = -١$

ه معرفة عند $س = -١$

$ه(-١) = ٤$

$\lim_{س \to -١^+} ه(س) = \lim_{س \to -١^+} (س+٢) = -١+٢ = ١$

$\lim_{س \to -١^-} ه(س) = ٤$

$\lim_{س \to -١^+} ه(س) \neq \lim_{س \to -١^-} ه(س)$

∴ ه غير متصل عند $س = -١$

تدريب :

اذا كان $ه(س) = \begin{cases} \frac{س^٢ - ٢س}{س - ٢} & ، س \neq ٢ \\ ٤ & ، س = ٢ \end{cases}$

ادرس اتصال الاقتران عندما $س = ٢$

١) $ه(٢) = ٤$ معرفة

٢) $\lim_{س \to ٢} ه(س) = \lim_{س \to ٢} \frac{س(س-٢)}{س-٢} = ٢$

٣) $\lim_{س \to ٢} ه(س) \neq ه(٢)$

∴ ه غير متصل

مثال : $هـ(س) = \begin{cases} ٢س + ١ ، & س < ٣ \\ ٢س + ٧ ، & س \geq ٣ \end{cases}$

وكان هـ متصلاً عندما س = ٣ ، فجد قيمة كل من أ ، ب

هـ(٣) = $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س)

٣ ∈ ر

أو $\lim_{س \to ٣^-}$ هـ(س) = $\lim_{س \to ٣^+}$ هـ(س)

س < ٣ ، س > ٣

أ + ٣ب = ٢ × ٣ + ٧ ⇐ ٣ + ١ = ٤

أ + ٣ب = ٤ ⇐ أ = ٤ - ٣ب

أ = ١ ، ب = $\frac{-٣}{-٣}$ = ١

مثال : $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١٠ ، & س \neq ٣ \\ ب^{٢} س ، & س = ٣ \end{cases}$

وكان هـ متصلاً عند س = ٣ فجد قيمة الثابت ب

هـ(٣) = $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س)

٣ ∈ ر

$ب^{٢}$ × ٣ = $(٣)^{٣} + ١٠$

$٣ب^{٢}$ = ٣٧ + ١٠

$ب^{٢}$ = $\frac{١٨}{٣}$

$ب^{٢}$ = ٩

ب = ± $\sqrt{٩}$

ب = ± ٣

Scanned by TapScanner

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 1$$

$$\frac{dy}{dx} + Py = Q$$

$$P = \frac{1}{x}$$

$$I.F = e^{\int P\,dx}$$

$$= e^{\int \frac{1}{x}\,dx}$$

$$= e^{\ln x}$$

$$= x$$

$$y \cdot x = \int x \cdot 1\,dx$$

$$xy = \frac{x^2}{2} + c$$

$$y = \frac{x}{2} + \frac{c}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} + 2y = e^{3x}$$

$$P = 2$$

$$I.F = e^{\int 2\,dx}$$

$$= e^{2x}$$

$$y \cdot e^{2x} = \int e^{3x} \cdot e^{2x}\,dx$$

$$ye^{2x} = \int e^{5x}\,dx$$

$$ye^{2x} = \frac{e^{5x}}{5} + c$$

$$y = \frac{e^{3x}}{5} + ce^{-2x}$$

$$\frac{dy}{dx} + y = \sin x$$

$$P = 1$$

$$I.F = e^{\int 1\,dx}$$

$$= e^{x}$$

$$y \cdot e^{x} = \int e^{x} \cdot \sin x\,dx$$

$$ye^{x} = \frac{e^{x}}{2}(\sin x - \cos x) + c$$

$$y = \frac{1}{2}(\sin x - \cos x) + ce^{-x}$$

$$\frac{dy}{dx} + y = \cos x$$

$$P = 1$$

$$I.F = e^{\int 1\,dx}$$

$$= e^{x}$$

$$y \cdot e^{x} = \int e^{x} \cdot \cos x\,dx$$

$$ye^{x} = \frac{e^{x}}{2}(\cos x + \sin x) + c$$

$$y = \frac{1}{2}(\cos x + \sin x) + ce^{-x}$$

$$\frac{dy}{dx} + 3y = 8$$

$$P = 3$$

$$I.F = e^{\int 3\,dx}$$

$$= e^{3x}$$

$$y \cdot e^{3x} = \int 8e^{3x}\,dx$$

$$ye^{3x} = \frac{8e^{3x}}{3} + c$$

$$y = \frac{8}{3} + ce^{-3x}$$

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 8$$

$$P = 2$$

$$I.F = e^{\int 2\,dx}$$

$$= e^{2x}$$

$$y \cdot e^{2x} = \int 8e^{2x}\,dx$$

$$ye^{2x} = 4e^{2x} + c$$

$$y = 4 + ce^{-2x}$$

$$\frac{dy}{dx} + 2y = 4$$

$$P = 2$$

$$I.F = e^{\int 2\,dx}$$

$$= e^{2x}$$

$$y \cdot e^{2x} = \int 4e^{2x}\,dx$$

$$ye^{2x} = 2e^{2x} + c$$

$$y = 2 + ce^{-2x}$$

$$\frac{dy}{dx} + y = 1$$

$$P = 1$$

$$I.F = e^{\int 1\,dx}$$

$$= e^{x}$$

$$y \cdot e^{x} = \int e^{x}\,dx$$

$$ye^{x} = e^{x} + c$$

$$y = 1 + ce^{-x}$$

(٦) أوجد حل المعادلات التفاضلية الآتية:

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} + y = 2e^{-x} \\ x = 0,\ y = 1 \end{array}\right. = (\text{ب})\ 2009 \text{ دور ثان}$$

$$\frac{dy}{dx} + y = 2e^{-x}$$

$$P = 1$$

$$I.F = e^{\int 1\,dx}$$

$$= e^{x}$$

$$y \cdot e^{x} = \int 2e^{-x} \cdot e^{x}\,dx$$

$$ye^{x} = \int 2\,dx$$

$$ye^{x} = 2x + c$$

$$1 = 0 + c$$

$$c = 1$$

$$y = 2xe^{-x} + e^{-x}$$

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{dy}{dx} + 3y = e^{-2x} \\ x = 0,\ y = 1 \end{array}\right. = (\text{ب})\ 2009 \text{ دور أول}$$

$$\frac{dy}{dx} + 3y = e^{-2x}$$

$$P = 3$$

$$I.F = e^{\int 3\,dx}$$

$$= e^{3x}$$

$$y \cdot e^{3x} = \int e^{-2x} \cdot e^{3x}\,dx$$

$$ye^{3x} = \int e^{x}\,dx$$

$$ye^{3x} = e^{x} + c$$

$$1 = 1 + c$$

$$c = 0$$

$$y = e^{-2x} + ce^{-3x}$$

Scanned by TapScanner

$$q + 4 = p$$

$$\frac{p\sqrt{-}}{4-} = \frac{1\wedge + t}{\epsilon t}$$

$$1\Gamma - = 7 + p\varsigma -$$

$$\varepsilon + 1\Gamma - = 7 + p\varsigma -$$

$$\varepsilon + \wedge - x\varsigma = 7 + p\Gamma -$$

$$\varepsilon + (\Gamma -)\varsigma = 7 + \Gamma\wedge - 1$$

$$\varepsilon + \Gamma - x\rho = 7 + \varepsilon - x\rho$$

$$\text{ايجاد } \lim_{n\to\infty} (-1)^n \text{ موجود نيست؟ چرا}$$

$$\lim_{n\to\infty} (-1)^n = \begin{cases} 1 & n \to \infty \\ -1 & n \to \infty \end{cases}$$

$$\text{مثال: } a_n = (-1)^n \quad (1)$$

$$\begin{cases} 3n+4, & n<-2 \\ n^2+1, & -2<n<2 \\ 2n-6, & n>2 \end{cases}$$

(7)

(٨)

① اذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢س + ٣ & ، س \leq ١ \\ ٧ & ، س = ١ \\ س - ب & ، س > ١ \end{cases}$

وكان ق متصلة عند $س = ١$ فجد قيمة كل من $أ$ ، $ب$

* بما $ق(س) = ق(١)$

$س \to ١^+$

$١ - ب = ٧$

١^-

$(\because ب = ٦) \times -١$

$\boxed{ب = -٦}$

* بما $ق(س) = ق(١)$

$س \to ١^-$

$أ + ٣ = ٧$

$أ + ٣ = ٧$

$\boxed{أ = ٤}$

Scanned by TapScanner

Scanned by TapScanner

(٩) أجب عما يلي :

(١) أوجد قيمة $س$ التي تجعل المقدار $\frac{س^{٢}-٤}{٢س+٤}$ يساوي صفر.

(٢) أوجد قيمة $ص$ التي تجعل المقدار $\frac{ص^{٢}-٢ص-٨}{ص-٤}$ يساوي ٦.

(٣) أوجد قيمة $ع$ التي تجعل المقدار $\frac{ع^{٢}-٩}{ع^{٢}-٣ع}$ يساوي صفر.

(٤) أوجد قيمة $ن$ التي تجعل المقدار $\frac{ن^{٢}+٥ن+٦}{(ن+٣)(ن+٢)}$ يساوي صفر.

(٥) أوجد قيمة $ص$ التي تجعل المقدار $\frac{ص^{٢}+٢ص+١}{ص+١}$ يساوي ٤.