

الارتباط و معامل الارتباط

Correlation & Correlation Coefficient

- الارتباط بين متغيرين هو : العلاقة بين المتغيرين بحيث يتغير احد المتغيرين بتغير المتغير الآخر .
 - * أو هو : دراسة العلاقة بين متغيرين مثل نسبة الذكاء والتحصيل الدراسي على سبيل المثال .
- ومقياس الارتباط هو : معامل الارتباط (ر) حيث $-1 \leq r \leq 1$ أي ان $r \in [-1, 1]$

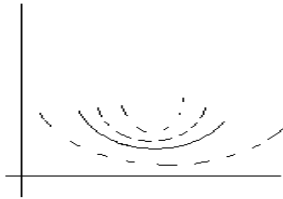
الارتباط نوعان :

- ١- ارتباط طردي ويكون موجب
تزداد قيمة احد المتغيرين بزيادة المتغير الآخر مثل العلاقة بين معدل الطالب وعدد ساعات الدراسة .
- ٢- ارتباط عكسي ويكون سالب
نقصان قيمة احد المتغيرين بزيادة المتغير الآخر مثل العلاقة بين معدل الطالب وعدد ساعات مشاهدة التلفزيون .

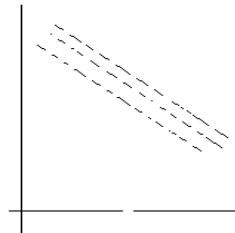
ملاحظه :

يمكن تمثيل قيم المتغيرين في المستوى الديكارتي فتحصل على ما يسمى شكل الانتشار

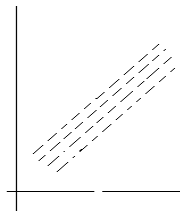
- يمكن التعرف على نوع العلاقة بين المتغيرين من شكل الانتشار
- ١- علاقته خطيه طرديه : اذا كانت النقاط موزعه على شكل خط مستقيم او قريبه منه بشكل متزايد وكلما كانت النقاط قريبه من الخط يكون الارتباط اقوى
- ٢- علاقته خطيه عكسيه : اذا كانت على شكل خط مستقيم متناقص او قريبه منه .
- ٣- لا يمثل علاقته خطيه : اذا كانت النقاط موزعه بشكل منحنى .



(٣) لا تمثل علاقته خطيه



(٢) علاقته خطيه عكسيه



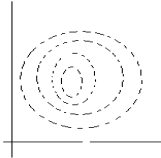
(١) علاقته خطيه طرديه

مثال : بين نوع الارتباط بين س ، ص في كل شكل مما يلي :



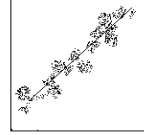
(د)

ارتباط ليس خطيا



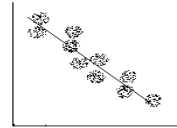
(ج)

عدم وجود ارتباط



(ب)

علاقة خطيه طرديه

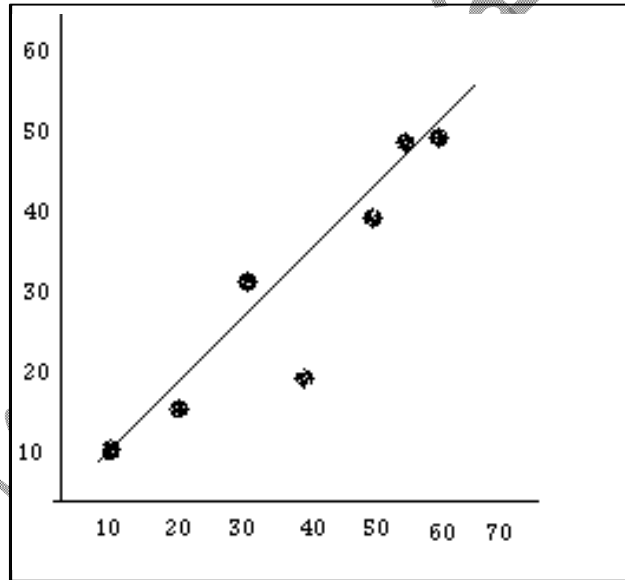


(أ)

علاقه خطيه عكسيه

مثال : ارسم شكل الانتشار و حدد نوع العلاقه بين المتغيرين س ، ص

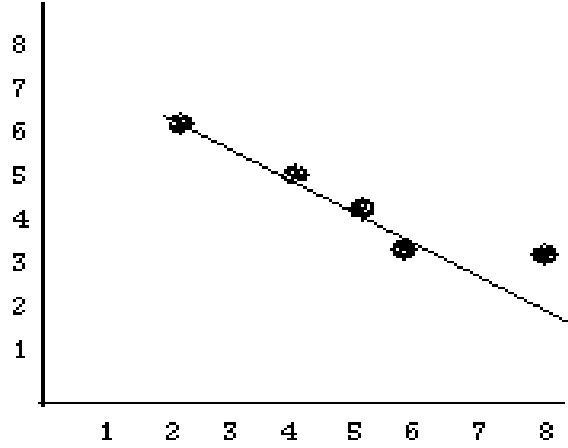
س	٦٠	٣٠	٢٠	٤٠	٥٥	٥٠	١٠
ص	٥٠	٣٠	١٥	٢٠	٥٠	٤٠	١٠



علاقة خطيه طرديه

مثال : ارسم الانتشار و حدد نوع العلاقه بين المتغيرين

س	٢	٤	٦	٨	٥
ص	٦	٥	٣	٣	٤

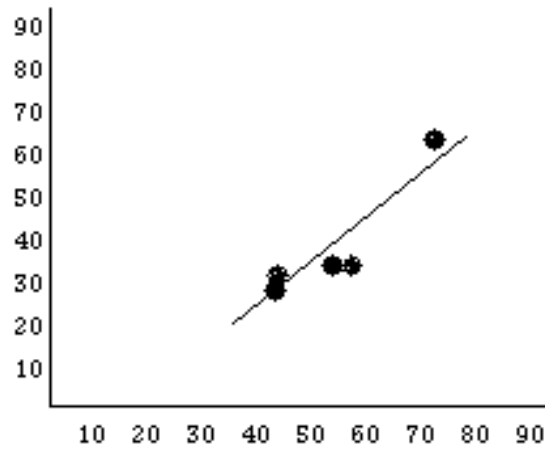


علاقة خطية عكسية

تدريب (١) :

السنة	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥	١٩٩٦
القمح س	٧٥.٥	٥٧.١	٤٦.٩	٥٨.٥	٤٢.٧
الشعير ص	٦٨.٩	٣١.٨	٢٧.٤	٣١.٧	٢٩.٢

ارسم شكل الانتشار الذي يمثل العلاقة بين المتغيرين س، ص وحدد نوع العلاقة



علاقة طردية خطية

معامل ارتباط بيرسون

وهي طريقه لقياس قوة العلاقه بين س، ص واعطاؤها قيمه عدديه :
ويحسب معامل ارتباط بيرسون بالطريقه التاليه :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2 \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}}$$

ولحساب معامل ارتباط بيرسون بهذه الطريقه نجد الوسط الحسابي لكل من المتغيرين س ، ص ثم نضيف خمسة اعمده للجدول

وهي $s - \bar{s}$ ، $v - \bar{v}$ ، $(s - \bar{s})(v - \bar{v})$ ، $(s - \bar{s})^2$ ، $(v - \bar{v})^2$

مثال: احسب معامل ارتباط بيرسون لقيم س ، ص في الجدول المجاور.

س	٥	٨	٧	٤
ص	٢	٦	٨	٤

$$\bar{s} = \frac{٥ + ٨ + ٧ + ٤}{٤} = \frac{٢٤}{٤} = ٦$$

$$\bar{v} = \frac{٢ + ٦ + ٨ + ٤}{٤} = \frac{٢٠}{٤} = ٥$$

س ر	ص	(س-ر)	(ص-ر)	(س-ص)	(س-ر)²	(ص-ر)²	(س-ر)(ص-ر)
٥	٢	١-	٣-	٣	١	٩	٣
٨	٦	٢	١	٢	٤	١	٢
٧	٨	١	٣	٣	١	٩	٣
٤	٤	٢-	١-	٢	٤	١	٢
المجموع	٢٤	٠	٠	١٠	١٠	٢٠	١٠

$$r = \frac{10}{20} = \frac{10}{20} = \frac{10}{20} = \frac{10}{20} = \frac{10}{20}$$

مثال (١) احسب معامل ارتباط بيرسون بين قيم س ، ص في الجدول التالي

س	٧	١٥	١٨	١٢	٦	١٤
ص	٦	٨	١٢	١٠	٨	١٦

$$\text{الحل : } \bar{س} = \frac{٧+١٥+١٨+١٢+٦}{٦} = \frac{٧٢}{٦} = ١٢$$

$$\bar{ص} = \frac{٦+٨+١٠+١٢+٨+٦}{٦} = \frac{٦٠}{٦} = ١٠$$

س ر	ص	(س-ر)	(ص-ر)	(س-ص)	(س-ر)²	(ص-ر)²	(س-ر)(ص-ر)
٧	٦	١	٥-	٤-	١	٢٥	٥
١٥	٨	٧	٣-	٢-	٤٩	٩	١٢
١٨	١٢	٦	٦	٢	٣٦	٤	١٢
١٢	١٠	٢	٠	٠	٤	٠	٠
٦	٨	٢-	٦-	٤-	٤	٣٦	٢٠
١٤	١٦	٢	٢	٦	٤	٣٦	٢٠
٧٢	٦٠	٠	٠	٠	٦٤	١١٠	٥٠

$$r = \frac{٥٠}{\sqrt{٦٤ \times ١١٠}}$$

تدريب (٢)

احسب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص في الجدول الآتي

س	١١	١٠	١٢	١٤	٨
ص	١٤	١٠	٦	٩	١١

$$\text{الحل : } \bar{س} = \frac{١١ + ١٠ + ١٢ + ١٤ + ٨}{٥} = \frac{٥٥}{٥} = ١١$$

$$\bar{ص} = \frac{١٤ + ١٠ + ٦ + ٩ + ١١}{٥} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$$

س ر	ص ر	(س ر - س)	(ص ر - ص)	(ص ر - ص) (س ر - س)	ص ر - ص	(س ر - س)²	(ص ر - ص)²
١١	١٤	٠	٤	٠	٤	٠	١٦
١٠	١٠	١-	٠	٠	٠	١	٠
١٢	٦	١	٤-	٤-	٤-	١	١٦
١٤	٩	٣	١-	٣-	١-	٩	١
٨	١١	٣-	١	٣-	١	٩	١
٥٥	٦٠	٠	٠	١٠-	٠	٢٠	٣٤

$$r = \frac{١٠-}{\sqrt{٦٨٠}} = \frac{١٠-}{\sqrt{٣٤ \times ٢٠}}$$

اثر التعديلات الخطية في قيمة معامل ارتباط بيرسون:

إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص يساوي (ر) وعدلت قيمة كل من

قيم س ، ص حسب العلاقة :

$$س * = أس + ب ، ص * = جص + د$$

حيث أ ، ب ، ج ، د أعداد حقيقية $أ \neq ٠$ ، $ج \neq ٠$ ،

فان معامل الارتباط بين س* ، ص* يساوي

(١) (ر) اذا كانت اشارتا أ ، ج متشابهتين

(٢) (-ر) اذا كانت اشارتا أ ، ج مختلفتين

مثال : اذا كان معامل الارتباط بين س ، ص هو (ر = ٠.٨) فجد معامل الارتباط بين

(١) س + ٣ ، ص - ٨

الحل : لاحظ ان أ معامل س = ١ ، ج معامل ص = ١ لهما الاشارة نفسها موجبتين

$$\Leftarrow \text{ر} = ٠.٨$$

(٢) س + ٥ ، ص + ٢ ، ص + ٣

الحل : لاحظ ان أ معامل س = ٥ ، ج معامل ص = ٢ لهما الاشارة نفسها موجبتين

$$\Leftarrow \text{ر} = ٠.٨$$

(٣) س - ٢ ، ص - ٣

الحل : لاحظ ان أ معامل س هي -٢ ، ج معامل ص = -١ لهما الاشارة نفسها

$$\Leftarrow \text{ر} = ٠.٨$$

(٤) س + ٣ ، ص - ٥ ، ص + ٢

الحل : لاحظ ان أ معامل س هي ٣ ، ج معامل ص = -٢ مختلفتين في الاشارة

$$\Leftarrow \text{ر} = -٠.٨$$

تدريب ٣ : اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين س ، ص هو (- ٠.٨) فجد معامل

الارتباط بين س* ، ص* في كل مما يلي

(١) س* = ٢س - ٣ ، ص* = ص - ١ \Leftarrow معامل س = ٢ ، ج معامل ص = ١ لهما نفس

الاشارة \Leftarrow ر = ٠.٨

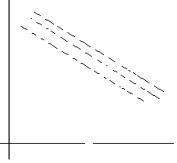
(٢) س* = ٣س - ٢ ، ص* = ٥س - ص \Leftarrow معامل س = ٢ ، ج معامل ص = -١ لهما

الاشارة نفسها \Leftarrow ر = -٠.٨

تمارين ومسائل

(١) اختر رمز الاجابه الصحيحه :

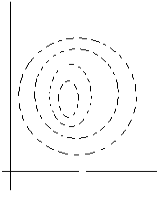
أ) اذا مثلت العلاقه بين المتغيرين س ، ص في شكل الانتشار المجاور فان العلاقه بين المتغيرين بانها علاقه :



أ- تامه (ب) طرديه (ج) عكسيه (د) لا توجد علاقه

(ج) عكسيه

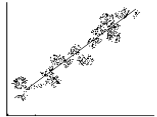
(٢) اذا مثلت العلاقه بين المتغيرين س ، ص في شكل الانتشار المجاور فان العلاقه بين المتغيرين س ، ص بانها



أ- تامه (ب) طرديه (ج) عكسيه (د) لا توجد علاقه

(د) لا توجد علاقه

(٣) اذا مثلت العلاقه بين المتغيرين س ، ص في شكل الانتشار المجاور فان العلاقه بين المتغيرين س ، ص بانها :



أ- تامه (ب) طرديه (ج) عكسيه (د) لا توجد علاقه

(ب) طرديه

(٤) اذا كان معامل الارتباط بين س ، ص هو ٠.٧ فان قيمة الارتباط س* ص* حيث

س* = ١-٢ ، ص* = ص + ٤ يساوي

أ) ٠.٧ (ب) -٠.٧ (ج) -٠.٥٦ (د) ٠.٥٦

(ب) -٠.٧

(٥) إذا كان s ، v متغيرين عدد قيم كل منهما (١٠) وكان $\sum (s - \bar{s})^2 = 36$ ، $\sum (v - \bar{v})^2 = 1600$ ، $\sum (s - \bar{s})(v - \bar{v}) = 180$ ، فاحسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين s ، v .

$$r = \frac{180}{\sqrt{36 \times 1600}} = \frac{180}{40 \times 40} = \frac{3}{4}$$

عدد سنوات الخبرة (س)	الأجر اليومي (ص)
٥	٦
٦	٧
٧	٨
٨	٩
١٤	١٠

احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين s ، v وحدد نوع الارتباط

$$\bar{s} = \frac{5 + 6 + 7 + 8 + 14}{5} = 8$$

$$\bar{v} = \frac{6 + 7 + 8 + 9 + 10}{5} = 8$$

$(s - \bar{s})^2$	$(v - \bar{v})^2$	$(s - \bar{s})(v - \bar{v})$	$s - \bar{s}$	$v - \bar{v}$	s	v
٤	٩	٦	٢-	٣-	٥	٦
١	٤	٢	١-	٢-	٦	٧
٠	١	٠	٠	١-	٧	٨
١	٠	٠	١	٠	٨	٩
٤	٣٦	١٢	٢	٦	١٤	١٠
١٠	٥٠	٢٠	٠	٠	٤٠	٤٠

$$r = \frac{20}{\sqrt{10 \times 50}}$$

علاقه طرديه

(٤)

اسم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
نسبة الذكاء (س)	١٣٠	١٢٠	١١٥	١١٠	١٠٠
علامة الرياضيات (ص)	٩٥	٧٠	٨٥	٨٠	٥٠

احسب معامل الارتباط برسون بين معامل الذكاء (س) وعلامة الرياضيات ص

$$\overline{س} = \frac{١٠٠ + ١١٠ + ١١٥ + ١٢٠ + ١٣٠}{٥} = \frac{٥٧٥}{٥} = ١١٥$$

$$\overline{ص} = \frac{٥٠ + ٨٠ + ٨٥ + ٧٠ + ٩٥}{٥} = \frac{٣٨٠}{٥} = ٧٦$$

س ر	ص ر	(س - $\overline{س}$)	(ص - $\overline{ص}$)	(ص - $\overline{ص}$)(س - $\overline{س}$)	(س - $\overline{س}$) ^٢	(ص - $\overline{ص}$) ^٢
١٣٠	٩٥	١٥	١٩	٢٨٥	٢٢٥	٣٦١
١٢٠	٧٠	٥	٦-	٣٠-	٢٥	٣٦
١١٥	٨٥	٠	٩	٠	٠	٨١
١١٠	٨٠	٥-	٤	٢٠-	٢٥	١٦
١٠٠	٥٠	١٥-	٢٦-	٣٩٠	٢٢٥	٦٧٦
٥٧٥	٣٨٠	٠	٠	٦٢٥	٥٠٠	١١٧٠

$$r = \frac{٦٢٥}{\sqrt{١١٧٠ \times ٥٠٠}}$$