التكامل بالتعويض (الفرض) ع ص = ـــــ

مفاتيح الحل :

① ص = ما تحت الجذر

② ص = س ذات الأس الأكبر

③ ص = القوس الأكبر (ما داخل القوس)

④ ص = المقام

⑤ ص = الأس

⑥ ص = الزاوية فى حالة جا س ، ظا س ، ... الخ زاوية

مثال : جـ ∫ ٢س (س٢ + ٥)^٧ ء س

① الفرض ⇐ ص = س٢ + ٥

② نشتق الطرفين ⇐ ء ص = ٢س ء س

③ ء س لوحدها ⇐ ء س = ء ص / ٢س

④ التعويض للسؤال ⇐ ∫ ٢س (ص)^٧ × ء ص / ٢س

∫ ص^٧ ء ص

= ص^٨ / ٨ + جـ

= (س٢ + ٥)^٨ / ٨ + جـ

②

$$\int_{0}^{4} ٢س \sqrt{س^{2}+٩}\ دس$$

① $ص = س^{2} + ٩$ ① نرمز

② $دص = ٢س\ دس$ ← الحدود الجديده

$\frac{دص}{٢س} = دس$

$س = ٠ \Leftarrow ص = ٠^{2} + ٩$

$ص = ٩$

$س = ٤ \Leftarrow ص = ٤^{2} + ٩$

$ص = ١٦ + ٩$

$ص = ٢٥$

③ $دس = \frac{دص}{٢س}$

④ $\int_{٩}^{٢٥} ٢س \sqrt{ص}\ \frac{دص}{٢س}$

$$\int_{٩}^{٢٥} ص^{\frac{1}{2}}\ دص = \left[\frac{ص^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_{٩}^{٢٥}$$

$$= \frac{2}{3}\left[\sqrt{ص^{3}}\right]_{٩}^{٢٥}$$

$$\frac{2}{3}\left[\sqrt{(٢٥)^{3}} - \sqrt{٩^{3}}\right]$$

$$\frac{2}{3}\left[\sqrt{٢٥\times٢٥\times٢٥} - \sqrt{٩\times٩\times٩}\right]$$

$$\frac{2}{3}\left[٢٥\times٥ - ٩\times٣\right]$$

$$\frac{2}{3}\left[١٢٥ - ٢٧\right] = \frac{2}{3}\times ٩٨ = \frac{١٩٦}{٣}$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + c$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2+a^2}\right| + c$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right| + c$$

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1}\frac{x}{a} + c$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{s^2 + 3s + 1}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{s^2}}{1 + \frac{3}{s} + \frac{1}{s^2}}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{s^2 + 3s + 1}$$

$$s^2 V_o(s) = V_i(s) - 3sV_o(s) - V_o(s)$$

$$v_o'' = v_i - 3v_o' - v_o$$

$$v_o'' + 3v_o' + v_o = v_i$$

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

$$S + I + R = N$$

$$\frac{dS}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} = 0$$

$$\frac{dN}{dt} = 0$$

(٧)

(٣) $\int_{٢}^{٥} \frac{٦ - س}{\sqrt{٧ - ٢س + ١}}$ د س

(١) $ص = س^{٢} + ١$

$ص = ٠ + ١ = ١$ (١)

$ص = ٤ + ١ = ٥$ (٥)

$س = ٠ \Leftarrow ص = ١$

$س = ٢ \Leftarrow ص = ٥$

(٢) $٢ص د ص = ٢س د س$

(٣) $\frac{د ص}{٢} = \frac{د س}{س}$

$\int_{١}^{٥} \frac{٦ - س}{\sqrt{٧ - ٢س + ١}}$ د س

$= \int_{١}^{٥} \frac{٦ - س}{\sqrt{٨ - ٢س}}$ د س

$= \int_{١}^{٥} \frac{٦ - س}{\sqrt{٨ - ص}} \cdot \frac{د ص}{٢}$

$= \int_{١}^{٥} \frac{٦ - س}{٢\sqrt{٨ - ص}}$ د ص

$= \int_{١}^{٥} \frac{٦ - (٨ - ص)}{٢\sqrt{٨ - ص}}$ د ص

$= \int_{١}^{٥} \frac{ص - ٢}{٢\sqrt{٨ - ص}}$ د ص

$= \frac{١}{٢} \int_{١}^{٥} \frac{ص}{\sqrt{٨ - ص}}$ د ص $- \int_{١}^{٥} \frac{٢}{\sqrt{٨ - ص}}$ د ص

$= \frac{١}{٢} \int_{١}^{٥} ص (٨ - ص)^{-\frac{١}{٢}}$ د ص $- \int_{١}^{٥} ٢ (٨ - ص)^{-\frac{١}{٢}}$ د ص

$= \frac{١}{٢} \left[ص \cdot \frac{(٨ - ص)^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}} \right]_{١}^{٥} + \int_{١}^{٥} \frac{(٨ - ص)^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}}$ د ص $- \int_{١}^{٥} ٢ (٨ - ص)^{-\frac{١}{٢}}$ د ص

$= \left[ص (٨ - ص)^{\frac{١}{٢}} \right]_{١}^{٥} + \int_{١}^{٥} ٢ (٨ - ص)^{\frac{١}{٢}}$ د ص $- \int_{١}^{٥} ٢ (٨ - ص)^{-\frac{١}{٢}}$ د ص

$= \left[ص (٨ - ص)^{\frac{١}{٢}} \right]_{١}^{٥} + \left[\frac{٢ (٨ - ص)^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} \right]_{١}^{٥} - \left[\frac{٢ (٨ - ص)^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}} \right]_{١}^{٥}$

$= \left[ص (٨ - ص)^{\frac{١}{٢}} \right]_{١}^{٥} + \left[\frac{٤}{٣} (٨ - ص)^{\frac{٣}{٢}} \right]_{١}^{٥} - \left[٤ (٨ - ص)^{\frac{١}{٢}} \right]_{١}^{٥}$

$= \left[٥ (٨ - ٥)^{\frac{١}{٢}} - ١ (٨ - ١)^{\frac{١}{٢}} \right] + \left[\frac{٤}{٣} (٨ - ٥)^{\frac{٣}{٢}} - \frac{٤}{٣} (٨ - ١)^{\frac{٣}{٢}} \right] - \left[٤ (٨ - ٥)^{\frac{١}{٢}} - ٤ (٨ - ١)^{\frac{١}{٢}} \right]$

$= \left[٥ (٣)^{\frac{١}{٢}} - (٧)^{\frac{١}{٢}} \right] + \left[\frac{٤}{٣} (٣)^{\frac{٣}{٢}} - \frac{٤}{٣} (٧)^{\frac{٣}{٢}} \right] - \left[٤ (٣)^{\frac{١}{٢}} - ٤ (٧)^{\frac{١}{٢}} \right]$

$= \left[٥\sqrt{٣} - \sqrt{٧} \right] + \left[\frac{٤}{٣} \sqrt{٢٧} - \frac{٤}{٣} \sqrt{٣٤٣} \right] - \left[٤\sqrt{٣} - ٤\sqrt{٧} \right]$

$= \left[٥\sqrt{٣} - \sqrt{٧} \right] + \left[\frac{٤}{٣} \times ٣\sqrt{٣} - \frac{٤}{٣} \times ٧\sqrt{٣} \right] - \left[٤\sqrt{٣} - ٤\sqrt{٧} \right]$

$= \left[٥\sqrt{٣} - \sqrt{٧} \right] + \left[٤\sqrt{٣} - \frac{٢٨}{٣}\sqrt{٣} \right] - \left[٤\sqrt{٣} - ٤\sqrt{٧} \right]$

$= ٥\sqrt{٣} - \sqrt{٧} + ٤\sqrt{٣} - \frac{٢٨}{٣}\sqrt{٣} - ٤\sqrt{٣} + ٤\sqrt{٧}$

$= ٥\sqrt{٣} - \frac{٢٨}{٣}\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٧}$

$= \frac{١٥}{٣}\sqrt{٣} - \frac{٢٨}{٣}\sqrt{٣} + \frac{٩}{٣}\sqrt{٧}$

$= -\frac{١٣}{٣}\sqrt{٣} + \frac{٩}{٣}\sqrt{٧}$

$= \frac{٩}{٣}\sqrt{٧} - \frac{١٣}{٣}\sqrt{٣}$

$= \frac{١}{٣}(٩\sqrt{٧} - ١٣\sqrt{٣})$

تدفع ص مرة المقام للبسط
مع تغيير اشارة الاس

$\int_{٥}^{١} \frac{١}{ص^{\frac{١}{٣}}} \cdot \frac{د ص}{٤}$

$= \frac{١}{٤} \int_{٥}^{١} ص^{-\frac{١}{٣}}$ د ص

$= \frac{١}{٤} \left[\frac{ص^{\frac{٢}{٣}}}{\frac{٢}{٣}} \right]_{٥}^{١}$

$= \frac{٣}{٨} \left[ص^{\frac{٢}{٣}} \right]_{٥}^{١}$

$= \frac{٣}{٨} \left[١ - (٥)^{\frac{٢}{٣}} \right]$

$= \frac{٣}{٨} \left[١ - \sqrt[٣]{٢٥} \right]$

(a) $\int_0^{\infty} (1+c_v)_{v-1} \, dv$ $\quad$ v ပြောင်း

$1 + c_v = w$

$dv = dw$

$v = 0 \Rightarrow w = 1$

$v \to \infty \quad w \to \infty$

$= \int_1^{\infty} w^{-3} \, dw$

$= \left[\frac{w^{-2}}{-2} \right]_1^{\infty}$

$= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{w^2} \right]_1^{\infty}$

$= -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{(1+c_v)^2} \right]_0^{\infty}$

$= -\frac{1}{2} \left[0 - 1 \right]$

$= \frac{1}{2}$

(b) $\int_0^{\infty} \frac{v}{(1+c_v)^3} \, dv$

$1 + c_v = w$

$dv = dw$

$v = 0 \Rightarrow w = 1$

$v \to \infty \quad w \to \infty$

$= \int_1^{\infty} \frac{w-1}{w^3} \, dw$

$= \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{w^2} - \frac{1}{w^3} \right) dw$

$= \left[-\frac{1}{w} + \frac{1}{2w^2} \right]_1^{\infty}$

$= 0 - \left(-1 + \frac{1}{2} \right)$

$= \frac{1}{2}$