نشمي
أكاديمي

٢٠٢٠

مكثف النشمي

الرياضيات

الأدبي

الفصل الثاني

التكامل

محمود المحارمة

لحضور فيديوهات الشرح التفصيلي للمكثف وحلول امتحانات وزارية ونماذج ضع دائرة يمكنك الحصول على بطاقة (نشمي اكاديمي)

متوفرة من خلال منصة نشمي أكاديمي (٠٧٧٧٤٠٩٠٨٠)

أولاً: الاشتقاق في وجود التكامل

اذا طلب في الامتحان في مادة الفصل الثاني
اشتقاق ← يعني طلب
جد ق(س) / أو $\frac{ص}{س}$ / أو ق(٢)

وهذا السؤال غالباً سيبدأ به أسئلة وحدة التكامل في الورقه الامتحانيه

هنا المخطط التالي يوضح ماذا نفعل ؟

جد ق(س)

هُنا لدينا حالتين وجود

وجود التكامل (غير المحدود)

هنا
نثبت اشارة الـ =
ونقسم السؤال الى جهتين

جهه = جهه

$\int$ ـــــ دس = ـــــ

نلغي اشارة التكامل مع دس = جهة بدون تكامل

ونسخ الموجود بنيهم = نشتقها على القواعد

وجود التكامل المحدود

ق(س) = $\int_{أ}^{ب}$ ـــــ دس

↓

ق(س) = صفر

مشتقه التكامل المحدود دائماً ← صفر

أمثلة للتوضيح

١ اذا كان ق(س) = $\int$ ٣س^{٢} دس فجد ق(س)

نشتق ↓ نلغي التكامل مع دس ونسخ

ق(س) = ٣س^{٢}

٢ اذا كان $\frac{د}{دس}$ ق(س) = ٦س^{٢} + ٧ فجد ق(١)

نشتق ↓ نلغي التكامل مع دس

ق(س) = ١٢س

الآن نعوض ق(١) = ١٢ × ١

= ١٢

٣ اذا كان ق(س) دس = ٥ − س^{٣} فجد قيمة ق(١)

المطلوب ق(س) = −٣س^{٢}

ق(١) = −٣ × (١)^{٢} ⇐ −٣

قوي ٤ اذا كان ق(س) دس = س^{٣} فجد ق(−٢)

لازم نشتق ق(س) = ٣س^{٢}

كان مرة ق(س) = ٦س

لأن المطلوب ق(−٢) = ٦ × −٢ = −١٢

٥ ق(س) = $\int_{٢}^{٥}$ (٤س + ١) دس فجد ق(٣)

ق(س) = صفر دائماً مشتقه المحدود = صفر

السؤال الذهبي ← الإجابه صفحة ١٤

١ اذا كان ق(س) = $\int_{٥}^{س}$ دس فإن ق(س) =
أ) ٥ ب) صفر ج) ١٠ د) ٥س

٢ اذا كان ق(س) = $\int_{٣}^{س}$ (٤س − ٣) دس فإن ق(٢) =
أ) ١٣ ب) ١٦ ج) ٢ د) صفر

٣ اذا كان ق(س) = $\int_{س}^{٥}$ ٨ دس فإن ق(س) =
أ) صفر ب) ٨س ج) ٨ د) ٤س^{٢}

٤ اذا كان ق(س) دس = ٤س^{٣} − ٣ فجد ق(٢)
أ) ١٣ ب) صفر ج) ٢ د) ١٦

٥ اذا كان ص = $\int_{٣}^{س}$ (٤س^{٢} − ٣س) دس فإن $\frac{ص}{س}$ عند س = ٢
أ) ١٣ ب) صفر ج) ١٠ د) ٤٢

٦ اذا كان ق(س) = $\int_{أ}^{ب}$ ٤س دس فإنه ق(س) =
أ) ٤ ب) صفر ج) ٢س^{٢} د) ٤س

٧ اذا كان $\int_{٣}^{٥}$ (٢ق(س) + ٣س^{٢}) دس = ٩٣ + س^{٣}
وكان ق(٣) = ٦ فجد قيمة الثابت ٩
أ) ٦ ب) ٤ ج) ٢ د) $\frac{١}{٢}$

الاجابات صفحة ١٤

ثانياً : التكامل غير المحدود + جـ

عناصر خطة التكامل

أ ← قواعد التكامل
ب ← تجهيزات
جـ ← تجهيز تفوق 2

أ ← قواعد التكامل غير المحدود الحاجة كامل

قاعدة ١ : العدد × س ← العدد × س + جـ (العدد رقم)

قاعدة ٢ : $س^{ن} دس \leftarrow \frac{س^{ن+١}}{ن+١} + جـ$

قاعدة ٣ : $م^{س^{ن}} دس \leftarrow \frac{م^{س^{ن+١}}}{ن+١} + جـ$

قاعدة ٤ : $(م س + ب)^{ن} دس \leftarrow \frac{(م س+ب)^{ن+١}}{م(ن+١)} + جـ$

قوس بداخله معادله درجه أولى

قاعدة ٥ تكامل الاقترانات الدائريه

جاس دس ← − جتاس + جـ

جتاس دس ← جاس + جـ

قا²س دس ← ظاس + جـ

قاعدة ٦ الاقترانات المثلثيه في حالة الزاويه خطيه (م س + ب) ← First class

$جا(م س + ب) دس \leftarrow -\frac{جتا(م س+ب)}{م} + جـ$

$جتا(م س) دس \leftarrow \frac{جا(م س)}{م} + جـ$ (م ← معامل س)

$قا^{٢}(م س + ب) دس \leftarrow \frac{ظا(م س+ب)}{م} + جـ$

أهم قاعدة لاتنسى

$س^{ن} دس$ ← موجب ← نزيد درجه + جـ
← سالب ← انزل درجه + جـ
← كسر $\frac{م}{ب}$ ← $\frac{م}{ب} \frac{س^{ن+١}}{ن+١}$ + جـ

ب ← ٤ تجهيزات لابد منه قبل التكامل

١ الجذر ← $\sqrt[ن]{س^{م}} دس$ ← نجهز $س^{\frac{م}{ن}}$ (م ← داخل، ن ← خارج)

٢ الضرب ← $م^{س^{ن}} \times ب^{س^{م}} دس$ ← نجهز $م^{ن+م} \times ب^{س} دس$

٣ قسمة ← $\frac{عدد}{س^{ن}} دس$ ← نجهز عدد $س^{-ن} دس$

٤ قسمة عدة مقادير هام

$\frac{أ + ب - جـ}{س^{ن}}$ ← سنوزع

$\frac{أ + ب - جـ}{س \pm م}$ ← م ← معادله ← نحلل

* تجهيز جبيت ← $(س^{ن} + ٣)^{٢} دس$

لاحظ المعادلة ليست درجه اولى هنا نحولها لضرب $(س^{ن} + ٣)(س^{ن} + ٣)$ دس ونوزع الضرب

جـ ← ٢ تجهيز تفوق

١ ظاس ← نجهز ← نضع مقامها $\frac{جاس}{جتاس}$

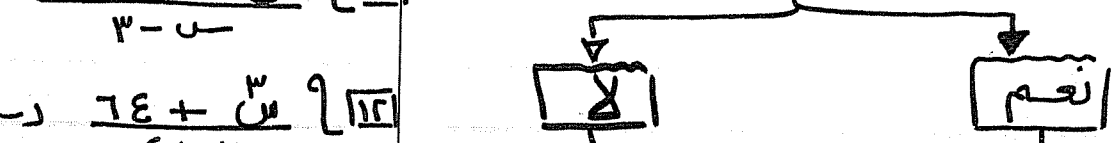
٢ لعبة السيسو ← عند وجود قاس في المقام أو جتاس

$\frac{م}{جتا^{٢}س} + \frac{ب}{قاس}$ دس هنا نجهز

$م قا^{٢}س + ب جتاس دس$ ثم نكامل

$= م ظاس + ب جاس + جـ$

ملاحظه هامه في سؤال جد التكاملات
قبل اجراء عملية التكامل
إسأل نفسك دائماً السؤال التالي
هل يوجد (جذر أو ضرب أو قسمة)



السؤال الثاني ← جد التكاملات الآتيه

الإجابه صفحة ١٥

١ $\int (س^{٣} + ٤س^{٥} - س + ٣س^{٤} + ٥)\, دس$

٢ $\int (س^{٤} + س^{-٤} + س^{\frac{١}{٤}} + ٤س + \frac{س}{٤})\, دس$

٣ $\int (٣س - ٥)^{٦} + (٤ - س)^{٩}\, دس$

٤ $\int (٣س + ٨)^{\frac{١}{٣}} + (٤ + ٦س)^{-٢}\, دس$

٥ $\int (٣ قا^{٢}س - ٢ جاس + ٥ جتاس)\, دس$

٦ $\int (\frac{قا^{٢}س}{٥} + جتا(٣س + ١) + جا٥س)\, دس$

٧ $\int \sqrt{٧س} + \frac{٦}{س^{٥}} - \frac{س^{٩}}{س^{٣}}\, دس$

٨ $\int س^{٥} (٦س - ٣)\, دس$

٩ $\int (٥س + ٢)(س - ١)\, دس$

١٠ $\int \frac{س^{٤} - ٥س}{س}\, دس$ $س \neq ٠$

١١ $\int \frac{س^{٤} + ٣س - ١٥}{س - ٣}\, دس$ $س \neq ٣$

١٢ $\int \frac{س^{٣} + ٦٤}{س + ٤}\, دس$ $س \neq -٤$

١٣* $\int (س^{٤} + ٣)^{٢}\, دس$ دير بالك

١٤ هام $\int ٣ ظاس جتاس + \frac{٢}{جتا^{٢}س}\, دس$

١٥ قوي $\int \frac{س^{٤} + ٧س^{٣} قا^{٢}س}{٧س^{٣}}\, دس$

١٦ $\int \frac{س^{٤} - ٥}{٧س}\, دس$

١٧ $\int \frac{٨}{-٣س} + \frac{٣}{جتا^{٢}س} + \frac{٥}{قاس}\, دس$

١٨* $\int ٧س (س^{٢} + \frac{٣}{٧س})$

١٩ $\int \frac{س^{٢} - س جتاس}{س}\, دس$

٢٠ Super $\int \frac{ظاس}{قاس}\, دس$ ← توضيح ظاس ← $\frac{جاس}{جتاس}$
نرفع قاس للسطر يصبح جتاس

صفحة الاستاذ
Facebook
(محمود محارمة اطلقد)

ثالثاً: إيجاد قاعدة الاقتران ق(س) وتطبيقات هندسية

عندما يكون المعطى في السؤال ق'(س) أو ميل المماس

والمطلوب إيجاد قاعدة الاقتران ق(س)

«صيغة السؤال»

اذا كان ق'(س) = ... أو ميل المماس يساوي ...
نجد قاعدة الاقتران ق(س)

تكون هنا

سلسلة الخطوات

ميل المماس = ق'(س) ← اذ ذكر في السؤال ميل المماس

١ نأخذ ق'(س) = ... س ... نعيده بدنا نكامل الطرفين

٢ ق(س) = تكامل + جـ ننفذ التعويض تكامل + جـ

٣ ايجاد قيمة جـ عن طريق المعطوه

مثلاً: ق(٢) = ٩ أو النقطة (١، ٧)

نعوض ← ٩ = ... نعوض بـ ١ ← ... = ٧

٤ ق(س) = المعادلة كاملة + قيمة جـ

٥ لو طلب جد ق(P) ← نعوض بـ P (عدد)

ولو ما طلب أستاذ؟ ← خلص نروّح

للاستفسار
صفحة الأستاذ Facebook
(محمود محارمة المنقذ)

السؤال الثالث ← الإجابة: ص ١٦

١ اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (س، ص) يساوي (٣س² - ٢س) نجد قاعدة الاقتران ق علماً بأن ق(٢) = ٣

٢ اذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكان ق'(س) = ٣س² - ٤س + ٢ وكان ق(٢) = ٥ نجد قيمة ق(١)

٣ اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (س، ص) يساوي (٣س - ٢)(س + ٢) نجد قاعدة الاقتران علماً بأنه يمر بالنقطة (١، ٧)

٤ جد قيمة ق(١) علماً بأن ميل المماس لمنحنى ص = ق(س) عند النقطة (س، ص) يساوي ٢٥(٥س + ٤)⁴ وأن منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (-١، ٧)

قوي
٥ اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) يساوي $\frac{٣س^{٣} - س}{س^{٣}}$ نجد قاعدة الاقتران ق(س) علماً بأن منحنى الاقتران يمر بالنقطة (-١، ٦)

٦ اذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكان ق'(س) = ٢ + ٦س نجد ق(٢) - ق(-١)

قوي
٧ اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) يعطى بالقاعدة ق'(س) = $\sqrt[٣]{١٦س^{٢} - ١}$ نجد قاعدة الاقتران المار بالنقطة (٠، ٥)

٨ اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) يساوي ٣س(س + ٤) نجد قاعدة الاقتران علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (١، ٥)

رابعاً: تطبيقات فيزيائيه تتضمن

تسارع ← ت(ن) = ... م/ث²

سرعه ← ع(ن) = ∫ ت(ن) دن بدنا تكامل مرة م/ث

مسافه (الموقع) ← ف(ن) ∫ ع(ن) دن بدنا تكامل مرة م

الاجراءات في حال المطلوب نعمل تكامل مرة واحدة

مثلاً المعطى ت(ن) = ... جد السرعه بعد مرور ثانيتين

ت(ن) = ... ← نسخ زي ماهي

ع(ن) = ١ ∫ ..... دن نضيف (بدنا تكامل)

٢ تكامل + ج ننفذ التحديد

حسب ج ٣ المعلومه مثلاً ع(٠) = ٥ م/ث ← نعوض بـ ٥ ← ونساوي بـ ٥

ع(ن) = ٤ المعادلة كامله + قيمة ج

بعد مرور ثانيتين ← ٥ ← نعوض محل ن بـ ٢

ملحظ الاجراءات لو كان المعطى ت(ن) = ... والمطلوب المسافه أو الموقع ف(ن)

عمارة (٣) طوابق

ت(ن) = ... نسخ

١ ع(ن) = ∫ ..... دن نضيف

٢ ع(ن) = تكامل + ج

٣ حسب ج ← عوض = الناتج

٤ ع(ن) = المعادله كامله في رقم ٢ + قيمة ج

١ ف(ن) = ∫ ..... دن نضيف

٢ ف(ن) = تكامل + ج

٣ نوجد ج ← حسب ٢ ← عوض =

٤ ف(ن) = المعادله كامله + قيمة ج

٥ ← نذهب لكلمة (بعد مرور) ثانيتين ← عوض بـ ٢ ثانيه واحده ← عوض بـ ١ ← ن ثانيه ← ماضي تعويض ٥

السؤال الرابع ← الاجابه صفحة ١٧

١ يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع مقداره ت(ن) = (٤ن + ٦) م/ث² جد سرعة الجسيم بعد مرور ثانيتين من الحركه علماً بأن سرعته الابتدائيه ع(٠) = ١٠ م/ث

٢ يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد مرور (ن) ثانيه من بدء الحركه تعطى بالعلاقه ع(ن) = ٦(١ + ٢ن)² م/ث جد موقعه بعد مرور ثانيه واحدة من بدء الحركه علماً بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٥ م

٣ (مهم) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن تسارعه ت(ن) = ١٢ن م/ث² ، أجد المسافه التي يقطعها الجسيم بعد مرور (ن) ثانيه من الحركه علماً بأن السرعة الابتدائيه ع(٠) = ٣ م/ث وموقعه الابتدائي ف(٠) = ٧ م

٤ يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته ع(ن) = (٣ن − ١)(٤ن + ١) جد موقع الجسيم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركه علماً بأن ف(٠) = ٧ م

٥ يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد (ن) ثانيه ع(ن) = ٨(جتا٤ن + ١)
جد القاعدة التي تمثل موقع الجسيم بعد مرور (ن) ثانيه

٦ تتحرك نقطه ماديه بتسارع مقداره ت(ن) = ١٢ن(١ − ن) م/ث² جد سرعة النقطه بعد مرور (٣) ثواني علماً بأن سرعتها الابتدائيه ع(٠) = ٣٢ م/ث

٧ يتحرك جسيم في خط مستقيم بتسارع مقداره ت(ن) = (٢ن + ½) م/ث² جد سرعة الجسيم بعد مرور (ن) ثانيه اذا علمت أن ع(٢) = ١٠ م/ث

ضع دائرة شامل ← التكامل غير المحدود
الاشتقاق
تطبيقات هندسيه / وفيزيائيه

السؤال الخامس ← الإجابات صفحة ١٨

اختر رمز الاجابه الصحيحة :

١ اذا كان حـ(س) = ∫ جاس دس فإن $\frac{\text{د حـ}}{\text{د س}}$ تساوي
أ) جاس ب) جتاس ج) ٥ جتاس د) -جتاس

٢ اذا كان اقترانا متصلا وكان
ق(س) = ∫ (٤س^٣ + ٢) دس فإن ق(١) =
أ) ٣ ب) ١٤ ج) ٦ د) ١٥

٣ اذا كان ∫ ق(س) دس = س^٣ + ٥ فإن ق(١) =
أ) ٦ ب) ٣ ج) ١ د) ٥

٤ اذا كان ∫ ق(س) دس = ٦س - س^٣ فإن ق(٢)
أ) ٤ ب) ٦ ج) ١ د) -٦

٥ اذا كان ق(س) = ∫ ٤س^٣ دس فجد ق(١)
أ) صفر ب) ٤ ج) ١٢ د) ١٤

٦ ∫ $\frac{\text{د س}}{\text{د ص}}$ يساوي
أ) صفر ب) ٥س + جـ ج) $\frac{\text{س}^٣}{٣}$ + جـ د) $\frac{١}{٥}$

٧ ∫ ٣ ظاس جتاس دس يساوي :
أ) ٣ قاس + جـ ب) ٣ جاس + جـ
ج) -٣ جتاس + جـ د) -٣ جاس + جـ

٨ ∫ ٦س^٥ دس =
أ) ٣٠ س ب) س^٦ + جـ ج) ٣س د) س^٥ + جـ

٩ ∫ $\frac{٢}{\text{جتا}^٢ س}$ دس يساوي :
أ) ٢ قاس + جـ ب) ٢ جاس + جـ ج) جاس د) ٢ ظاس + جـ

١٠ ∫ جا(٣س - ٥) دس يساوي
أ) ٣ جتا(٣س - ٥) + جـ ب) -٣ جتا(٣س - ٥) + جـ
ج) $\frac{١}{٣}$ جتا(٣س - ٥) + جـ د) $\frac{١}{٣}$ جتا(٣س - ٥) + جـ

١١ ∫ ٨(١ - ٣س)^٣ دس تساوي
أ) ٢٤(١-٣س)^٢ + جـ ب) -٢(١-٣س)^٤ + جـ
ج) ٨(١-٣س)^٤ + جـ د) -(١-٣س)^٤ + جـ

١٢ يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع ثابت
ت(ن) = ٦ م/ث^٢ اذا كانت السرعة الابتدائية للجسيم
ع(١٠) = ٨ م/ث فإن سرعة الجسيم بعد (ن) ثانيه :
أ) ع(ن) = ٨ن + ٦ ب) ع(ن) = ٨ن - ٦
ج) ع(ن) = ٦ن + ٨ د) ع(ن) = ٦ن - ٨

١٣ اذا كان ق(س) = ٣س^٢ + ٣ وكان ق(١) = ٦
فإن قيمة ق(٣) تساوي :
أ) ١٢ ب) ١٠ ج) ٨ د) ١٤

١٤ اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران يساوي ٣س^٢ - ٣
فإن قاعدة الاقتران المار بالنقطة (١، ٥) تساوي
أ) ق(س) = ٦س + ٥ ب) ق(س) = س^٣ - ٣س
ج) ق(س) = س^٣ - ٣س + ٦ د) ق(س) = س^٣ - ٣س + ٥

١٥ ∫ ٤س - ٣ جاس دس =
أ) ٢س^٢ - ٣ + جـ ب) ٢س^٢ + ٣ جتاس + جـ
ج) ٤س^٢ + ٣ جتاس + جـ د) ٢س^٢ - ٣ جتاس + جـ

الاجابات صفحة ١٨

خامساً: التكامل المحدود

ينقسم السؤال في هذا الدرس الى ٣ طرق للسؤال

أ ← ايجاد ناتج التكامل المحدود
ب ← إيجاد (المجاهيل) في التكامل المحدود
جـ ← صيغ أسئلة غير مباشرة (تبدو صعبة)

أ ايجاد قيمة (ناتج التكامل المحدود)

القاعدة العامة

$\int_{م}^{ب} ق(س)\,دس$

١ ← نعمل مربع عجيب [نعمل تكامل للمقدار] $\Big]_{م}^{ب}$

٢ أعلى قوسين بنبصم ⊖ (نعوض بالرقم اللي فوق) ⊖ (نعوض بالرقم اللي تحت)

قاعدة حل سريع ← فقط يصلح استخدامه اذا كان ما أمام التكامل (عدد ثابت)

$\int_{م}^{ب} جـ\,دس \leftarrow$ العدد $\times$ (ب − م) (فوق − تحت)

ب ايجاد المجاهيل في التكامل المحدود

مخطط الخطوات

$\int_{م}^{ب} دس$ = عدد = جد الثابت م

أولاً: نعمل تكامل محدود للمقدار

- سينات: $\Big[\quad\Big]_{م}^{ب}$
- عدد: ممكن عالسريع ( ) − ( ) العدد × (فوق − تحت)
- $ق(\quad)$ نلغي الفتحة $[ق(س)]_{م}^{ب}$

ونعوض ونمشي في خطوات حل السؤال

لبس نخلص جهة لحين = العدد

ويصبح السؤال حل معادلة ايجاد مجاهيل (عادي)

جـ صيغ الأسئلة التي تبدو صعبة تقوم على مجهولين ← معلومتين:

١ $\int_{م}^{ب} ق(س)\,دس = [ق(س)]_{م}^{ب}$ التكامل بيلغي الفتحة

٢ أي فترة موجودة في السؤال

الفترة [م، ب] هي حدود التكامل

تحت ← م ، فوق ← ب

السؤال السادس أ ← الاجابات صفحة ١٨

جد ناتج كلاً من التكاملات الآتية:

١ $\int_{١}^{٣} (٢س + ٤)^{٣}\,دس$

٢ $\int_{١}^{-١} -٢\,دس$

٣ $\int_{١}^{-١} (٣س^{٤} - ١٢س + ٥)\,دس$

٤ $\int_{١}^{٧} (\sqrt{س} + ٣س^{٤})\,دس$

٥ $\int_{١}^{٤} \frac{س^{٤} + ٧س + ١٢}{س + ٤}\,دس$

٦ $\int_{-٢}^{٣} (٣ - س)(س + ١)\,دس$

٧ $\int_{٤}^{٧} \frac{٦}{\sqrt{س - ٧}}\,دس$

٨ اذا كان ق(٥) = −٣ ، ق(٨) = ٧

فجد $\int_{٥}^{٨} ق(س)\,دس$

٩ اذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة [٥، ١] وكان ق(س) = ٣س + ١ فجد قيمة ق(٥) − ق(١)

١٠ اذا كان $\int_{٥}^{٢} ق(س)\,دس = ١٣$ وكان ق(٥) = −٢

فجد قيمة ق(٢)

السؤال السادس ب ← الاجابات صفحة ١٩

ايجاد المجاهيل

١ اذا كان $\int_{1}^{4} م\,دس = ١٨$ فجد قيمة م.

٢ اذا كان $\int_{1}^{ب} ٨\,دس = ٢٤$ فجد قيمة ب

٣ اذا كان $\int_{ب}^{٢} ٦س\,دس = ٩$ فجد قيمة الثابت ب

٤ اذا كان $\int_{1}^{ب} (٢س+٣)\,دس = ٦$ فجد قيم ب

قوي

٥ اذا كان $\int_{٣}^{م} (٣-٤س)\,دس = ٥$ فجد قيم م

سادساً: خصائص التكامل المحدود

٤ خاصية تساوي حدود التكامل

$\int_{م}^{م} ق(س)\,دس$ = صفر ، فمثلاً $\int_{٥}^{٥} (٢س+٧)\,دس$ = صفر فوراً

ويمكن سؤالك بأي مجاهيل

مثل $\int_{٢٠}^{٢٠} ق(س)\,دس$ = صفر فجد ب

فوراً ← مؤقت = تحت

٢ب = ٢٠ ⇐ ب = ١٠

٥ خاصية قلب حدود التكامل

$\int_{ب}^{م} ق(س)\,دس = ٦$ ⇐ $\int_{م}^{ب} ق(س)\,دس$ = ؟

عند قلب حدود التكامل نقلب الاشارة

يعني الاجابة -٦

مع مراعاة عند وجود مقادير (أرقام) عند المطلوب يجب التخلص منها أولاً (نجهز المقادير)

مثال ١ اذا كان $\int_{٢}^{٥} ٣ق(س)\,دس = ١٢$ فجد $\int_{٥}^{٢} ٢ق(س)\,دس$

أولاً نقسم المعطى ÷ ٣ ثانياً: المطلوب

$\int_{٢}^{٥} ق(س)\,دس = ٤$ | $٢ \times \int_{٥}^{٢} ق(س)\,دس$

$٢ \times -٤ = \boxed{-٨}$

هام ← انتباه عند وجود جمع أو طرح مع ق(س) ← لازم نوزع التكامل المحدود (ريربالك)

مثال ٢ اذا كان $\int_{١}^{٥} (ق(س)+٢)\,دس = ١١$ فجد $\int_{٥}^{١} ق(س)\,دس$

أولاً: نوزع $\int_{١}^{٥} ق(س)\,دس + \int_{١}^{٥} ٢\,دس = ١١$

نطلع ناتج $\int_{١}^{٥} ق(س)\,دس + ٢(٥-١) = ١١$

$\int_{١}^{٥} ق(س)\,دس + ٨ = ١١$

$-٨ \quad -٨$

$\int_{١}^{٥} ق(س)\,دس = ٣$ ← جهزنا المعطى

المطلوب $\int_{٥}^{١} ق(س)\,دس = \boxed{-٣}$

٦ خاصية الاضافة

* نستخدم اذا كان المعطى عدد تكامل إسمهم ق(س) والمطلوب تكامل ثالث اسمه ق(س) ويوجد رقم مشترك بين الحدود

* ويمكن نستخدم للاقتران المتشعب (غير متوقع)

مثال للتوضيح ....

اذا كان $\int_{١}^{٥} ٢ق(س)\,دس = ١٦$ ، $\int_{١}^{٣} ق(س)\,دس = ٣$

فجد $\int_{٣}^{٥} ق(س)\,دس$ ؟

أولاً نجهز المعطيات رقم ① و ②

① $\int_{١}^{٥} ٢ق(س)\,دس = ١٦$ ⇐ $\int_{١}^{٥} ق(س)\,دس = ٨$

رقم ② جاهز $\int_{١}^{٣} ق(س)\,دس = ٣$ ②

ثم نطبق خاصية الاضافة المطلوب رقم 3

$\int_{٣}^{٥} ق(س)\,دس = \int_{١}^{٥} ق(س)\,دس + \int_{١}^{٣} ق(س)\,دس$

$= ٨ + ٣- = \boxed{٥}$

السؤال السابع أ ← الاجابات صفحة ١٩ و ٢٠

شامل

١ اذا كان $\int_1^5 ٢ق(س)دس = ٢$ ، $\int_1^6 ق(س)دس = ٤$

فجد أ $\int_5^6 ق(س)دس$

ب $\int_5^6 ق(س)دس$

جـ $\int_5^5 ق(س)دس$

---

٢ اذا كان $\int_3^5 ق(س)دس = -٦$ فجد $\int_5^2 ق(س)دس$

قوي ٣ اذا كان $\int_2^5 (٣ق(س) - ٤)دس = ١٨$ فجد $\int_2^5 ق(س)دس$

---

٤ اذا كان $\int_3^5 ٦ق(س)دس = ٢٤$ ، $\int_3^5 (هـ(س) + ٧)دس = ١٦$

فجد $\int_5^3 (٢ق(س) - ٣هـ(س))دس$

---

٥ اذا كان $\int_1^6 (٣ق(س) - ٢)دس = ١٠$ ، $\int_2^6 ق(س)دس = ١٤$

فجد $\int_1^2 ق(س)دس$

قوي جداً ٦ اذا كان $\int_1^6 ٣ - ق(س)دس = ٧$ ، $\int_2^6 ق(س)دس = -٥$

فجد $\int_1^2 (\frac{١}{٢}ق(س) - ٤س)دس$

---

٧ اذا كان

$ق(س) = \begin{cases} ٣س + ٥ & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ٦ & ، ٢ \leq س \leq ٤ \end{cases}$

فجد $\int_1^4 ق(س)دس$

---

٨ اذا كان $\int_{1-ب}^{٧+ب^٥} ق(س)دس =$ صفر فجد قيمة ب

---

٩ اذا كان $\int_{٢+ب}^{ب^٢-٤} ق(س)دس =$ صفر فجد قيمة (ب)

السؤال السابع ب ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة ← الاجابات صفحة ٢٠

هام

شامل المحدود وخصائصه

١ اذا كان $\int_3^ب هـ دس = -١٢$ فان قيمة ب =

أ) ١٢ ب) ٦ جـ) -٦ د) ٣

---

٢ $\int_2^2 ٤س دس$ تساوي

أ) صفر ب) ٤ جـ) ٨ د) ٢

---

٣ اذا كان $\int_1^6 ٣ق(س)دس = ١٥$ ، $\int_2^6 ق(س)دس = -١٠$

فإن $\int_1^2 ق(س)دس$ تساوي :

أ) ٥ ب) ١٣ جـ) ١٥ د) ٢٥

---

٤ اذا كان $\int_{-٥}^1 ق(س)دس = ٦$ فإن $\int_{-٥}^1 ٣ق(س)دس =$

أ) -٢ ب) -١٨ جـ) ١٨ د) -٦

---

٥ اذا كان $\int_{11}^{٣^٣+٣} ق(س)دس =$ صفر فإن قيمة أ

أ) -١١ ب) صفر جـ) -٣ د) ٣

---

٦ اذا كان $\int_2^ب (ق(س) + ٣)دس = ١٠$ فإن $\int_2^ب ق(س)دس$

أ) -٤ ب) -١٠ جـ) ٤ د) -٧

---

٧ اذا كان ق(-١) = ٣ ، ق(٢) = ٥

فإن قيمة $\int_{-١}^{٢} ٤ق(س)دس$ تساوي :

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٨ د) -٢

---

٨ اذا كان $\int_1^6 ٥ق(س)دس = ٣٠$ فإن $\int_6^1 ق(س)دس$

أ) -٣٠ ب) -٤ جـ) -٥ د) ٣٥

سابعاً: التكامل بالتعويض

نستخدم هذه الطريقه لاجراء التكامل عند وجود ضرب بين اقترانين ومابتقدر نضربهم من الآخر نستخدمهم في حالتين

١) $\int$ (سينات) × (سينات) dس ← يوجد أس ن

٢) $\int$ (سينات) × (حرف) dس

- حا ( ) dس
- جتا ( ) dس
- ظا ( ) dس
- ق ( ) dس
- ق ( ) dس

في الحالات السابقه نستخدم طريقة التكامل بالتعويض

مع مراعاة اجراء التجهيزات اللازمه للجذر/والقسمه

مخطط حل سؤال التكامل بالتعويض

$\int$ (معادله صغيره) × (معادلة كبيرة)^{ن} dس

$\int$ (نسخ) × ص^{ن} ← اشطب

نعمل تكامل ← $\frac{\text{ص}^{ن+1}}{ن+1}$ + ج

ثم نرجع (المعادلة)$^{ن+1}$ / $ن+1$ + ج لـ(ص)

غرفة الاشتقاق

١) س = المعادلة الأكبر

٢) $\frac{d\text{ص}}{d\text{س}}$ = نشتق ← نشتق

٣) dس = $\frac{d\text{ص}}{\text{المشتقه}}$

في فيديوهات (الشرح) بتسمع أغنية

اشطب .... اشطب
كامل .... كامل
رجّع .... رجّع

بطاقه نشمي الاديمي
٠٧٧٧٤٠٩٠٨٠

ملاحظه

اذا كان التكامل محدود $\int_{أ}^{ب}$

نمشي نفس الخطوات السابقه بيضاف اليك (عوض باللي فوق) − (عوض اللي تحت)

السؤال الثامن P ← الاجابات صفحة ٢١

جد التكاملات التالية:

١) $\int$ (٢س + ٣)(س^{٣} + ٣س − ١)^{٥} dس

٢) $\int \frac{٤\text{س} + ٣}{(٣\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٧)^{٩}}$ dس

٣) $\int$ ٣س^{٢} جتا(س^{٣} + ٥) dس

٤) $\int \frac{٤\text{س}^{٣} - ٦\text{س}}{\sqrt[٣]{\text{ع}^{٤} - ٣\text{ع} + ٥}}$ dس

٥) $\int$ ٦س^{٥} $\sqrt{(٢\text{س}^{٣} - ٣)^{٢}}$ dس

٦) $\int$ ٢س^{٣} جا(س^{٤} + ١) dس

٧) * $\int \frac{٦\text{س} - ٣}{\text{جتا}^{٢}(٣\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٤)}$ dس

٨) $\int \frac{٨\text{س} - \text{ع}}{(\text{س}^{٢} - \text{س} + ٥)^{٣}}$ dس

٩) $\int$ س^{٢} (س^{٣} − ١)^{٢} dس

١٠) مهم: اذا علمت أن ق(−٨) = ١٤ ، ق(٢٧) = ٦

فجد قيمة $\int_{-٢}^{٣}$ ٦س^{٢} ق(س^{٣}) dس

١١) قوي جداً: اذا علمت أن $\int_{١}^{٣}$ ق(س) dس = ٩

فجد $\int_{١}^{٣}$ ٦س ق(س^{٢} + ١) dس ← تحتاج استبدال حدود

١٢) قوي: $\int$ ٤س $\sqrt{\text{س}^{٢} + ٩}$ dس

← الاجابات صفحة ٢١ و ٢٢

السؤال الثامن [ب] ← الاجابات صفحة ٢٢

هذه النوعيه من الأسئله تدمج التطبيقات الهندسيه والفيزيائيه مع درس (التعويض) (لم يأتي وزاري)

تعويض [١] اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق يساوي ٨س (س - ١)^٣ فأكتب قاعدة الاقتران (ق) علماً بأنه يمر بالنقطه (٠ ، ٦)

تعويض [٢] يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن سرعته بعد (ن) ثانيه تعطى بالعلاقه ع(ن) = ٦ن √(ن^٢ + ١) جد المسافه التي يقطعها بعد مرور (ن) ثانيه علماً بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٥ م

ثامناً: إيجاد المساحات باستخدام التكامل المحدود

هُنا لدينا حالتين للسؤال

[أ] جد مساحة المنطقه المغلقه المحصورة بين اقتران ق(س) = (رسم) ومحور السينات وقيم الحدود الفتره [م ، ب]

هنا أول خطوة ق(س) = صفر مساواة الاقتران بالصفر

لإيجاد قيم [س]

مثلاً طلعت [س = جـ] عدد

نشوف هل قيمه س بين [م ، ب]

- مش بينهم: هنا [جـ] تهمل ولدينا مساحه واحده م = ∫_م^ب ق(س) دس
- بينهم ← لدينا مساحتين: المساحه = م١ + م٢ ، م = ∫_م^جـ دس + ∫_جـ^ب ق(س) دس ونجمع ناتج المساحتين

ملاحظه ← المساحه دائماً موجب لذا نضع قيمة مطلقه المساحه = | ∫ ق(س) دس | ← لازم موجب

[ب] المساحه بين اقتران ومحور السينات فقط ومش معطى أي حدود

أولاً خطوة ق(س) = صفر المساواه بالصفر

ثانياً: نحلل الاقتران

- كله سينات عامل مشترك
- مش كله سينات افتح قوسين وانت ساكت

ثالثاً: نوجد قيم س

- قيمتين ← مساحه واحده [م ، ب]
- ٣ قيم لـ س ← مساحتين

المساحه = م١ + م٢

المساحه = ∫_م^ب |ق(س)| دس = ∫_م^جـ دس + ∫_جـ^ب ق(س) دس

ملاحظه فنيه ← ناتج كل مساحه لازم يكون موجب ← يعني لو طلع ناتج التكامل (سالب) نحوله لموجب باستخدام القيمه المطلقه

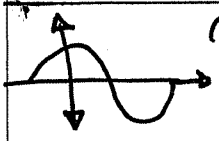
فرضاً ← ناتج ∫_م^ب ق(س) دس = −٦

الاجابه تكون على الشكل التالي

∫_م^ب |ق(س)| دس = ∫_م^ب ق(س) دس = |٦|

نضرب التكامل بسالب

[جـ] إيجاد المساحة من الرسمه



أولاً: وضع قيمة مساحه كل منطقه من معطيات السؤال

ثانياً: إنتبه للمطلوب في السؤال

- جد مساحة: أوجد ∫ |ق(س)| دس ← دائماً الناتج موجب
- أو جد تكامل ∫_م^ب: المنطقه فوق محور السينات ← موجب؛ تحت محور السينات ← سالب

سواء فوق أو تحت محور السينات

السؤال التاسع

اجابة ص ٤٣ ، ٤٤ ، ٤٥

١ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق (س) = س - ١ والمستقيمين س = ١ ، س = ٥

٢ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٤س^{٣} ومحور السينات على الفترة [-١ ، ٢]

٣ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٣ - ٣س^{٢} ومحور السينات

٤ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين الاقتران ق (س) = س^{٢} - ٢س ومحور السينات للفترة [-١ ، ٤]

٥ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين الاقتران ق(س) = ٣س^{٢} - ١٢ ومحور السينات للفترة [-١ ، ٣]

٦ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ق(س) = س^{٢} - ٤س - ٥ ومحور السينات

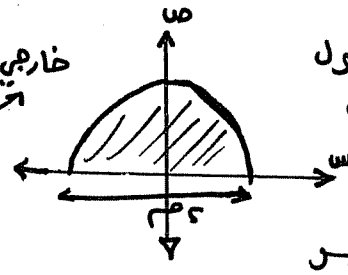
٧ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ق(س) = ٦ - ٢س على الفترة [٠ ، ٤] ومحور السينات

٨ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى ق(س) = ٣س^{٢} - ٢٧ ومحور السينات للفترة [-٤ ، ٥]

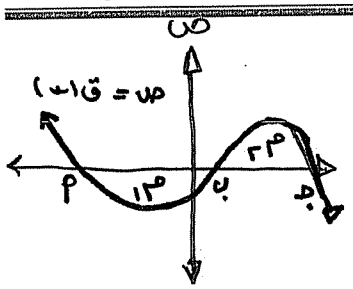
٩ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين ق(س) = ٤س^{٣} - ١٢س^{٢} ومحور السينات

١٠ * جد مساحة بين ق(س) = - س^{٢} - ٤ على الفترة [-١ ، ١]

١١ * يمثل الشكل المجاور نافذة طول قاعدتها ٢م محصورة بمنحنى الاقتران ق(س) = ١ - س^{٢} اردنا وضع زجاج على النافذة تكلفة المتر المربع (٦) دنانير فما التكلفة الكلية لزجاج النافذة ؟



١٢ شامل يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران ص = ق(س) اذا كانت مساحة المنطقة ١م^{٢} = ٦ وحدات والمنطقة ٢م^{٢} = ٤ وحدات أجب عما يلي :



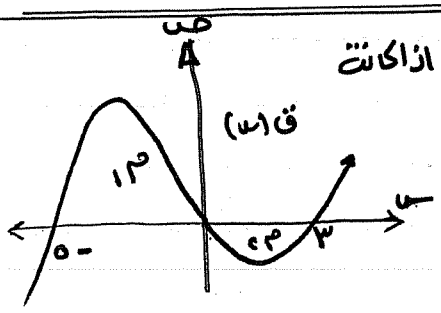
أ جد $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) د س

ب هام جد $\int_{أ}^{جـ}$ ق(س) د س

جـ جد مساحة المنطقة المحصورة بين ق ومحور السينات للفترة [أ ، جـ]

د جد $\int_{أ}^{جـ}$ | ق(س) | د س

١٣ معتمداً الشكل اذا كانت



$\int_{-٥}^{٥}$ ق(س) د س = ٨

المساحة ٢م = ٥

اجب عما يلي :

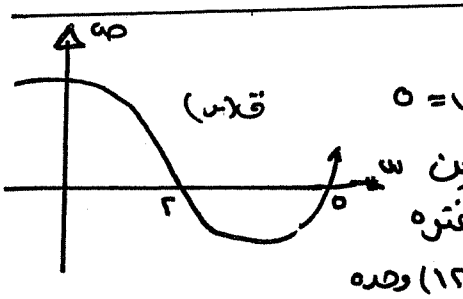
أ جد $\int_{-٥}^{٣}$ ق(س) د س

ب جد $\int_{٥}^{٣}$ ق(س) د س

جـ * جد $\int_{-٥}^{٥}$ (ق(س) + ٢) د س

د جد المساحة للفترة [-٣ ، ٥] .

١٤ معتمداً الشكل

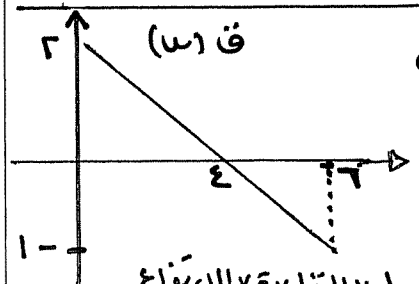


اذا كان $\int_{٢}^{٥}$ ق(س) د س = ٥

والمساحة المحصورة بين ق ومحور السينات للفترة [٢ ، ٥] تساوي (١٢) وحدة

جد $\int_{٢}^{٥}$ ق(س) د س

١٥ محايدين اعتماداً الشكل الذي يمثل منحنى ق(س) المعرف على الفترة [-١ ، ٦]



جد $\int_{-١}^{٦}$ ق(س) د س

تذكر مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

السؤال العاشر ← الاجابات صفحة ٢٥

١ اذا كان ق(س) = $\int_{1}^{س}$ (٢ - س^{٣}) دس فإن ق (٢) =

م) - ٨ ب) - ٣ جـ) - ٧ د) - ١٢

٣ اذا كان $\int_{-٢}^{٢}$ ق(س) دس = س^{٣} + ٤س فإن ق(١)

م) ٥ ب) صفر جـ) $\frac{١٩}{١٢}$ د) ١١

٣ $\int_{-٢}^{٢}$ ٤س دس يساوي :

م) صفر ب) - ٨ جـ) - ١٦ د) ٨

٤ $\int_{١}^{ط}$ (١ - جاس) دس يساوي

م) ١ - جتاس + جـ ب) س - جتاس + جـ

جـ) س + جتاس + جـ د) - جتاس + جـ

٥ اذا كان $\int_{-١}^{٤}$ م دس = ١٠ فإن قيمة الثابت م

م) ٥ ب) ٢ جـ) - ٥ د) $\frac{١٠}{٣}$

٦ اذا كان $\int_{١}^{٦}$ ٢ ق(س) دس = ٨ فإن $\int_{٦}^{١}$ ق(س) دس

م) - ٨ ب) - ١٦ جـ) ٤ د) - ٤

٧ اذا كان $\int_{٢}^{٧}$ ق(س) دس = ٦ ، $\int_{٥}^{٢}$ ق(س) دس = ٣

فإن قيمة $\int_{٥}^{٧}$ ق(س) دس تساوي

م) ٥ ب) - ٣ جـ) ٣ د) ٩

٨ اذا كان ق اقتراناً متصلاً وكان ق(٢) = - ٣

ق(٤) = ٧ فجد قيمة $\int_{٢}^{٤}$ ق(س) دس

م) ٤ ب) - ١٠ جـ) ١٠ د) ٢

٩ $\int$ $\sqrt{٥س}$ دس =

م) $\frac{٢}{٥}$ س$^{\frac{٥}{٢}}$ + جـ ب) $\frac{٢}{٧}$ س$^{\frac{٧}{٢}}$ + جـ جـ) $\frac{٢}{٣}$ س$^{\frac{٣}{٢}}$ + جـ د) $\frac{١}{٥}$ س

١٠ اذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة [-٣، ٣] وكان ق(س) = ٣س^{٢} فجد قيمة ق(٣) - ق(-٢)

م) ٨ ب) ١٠ جـ) - ٥ د) ٥

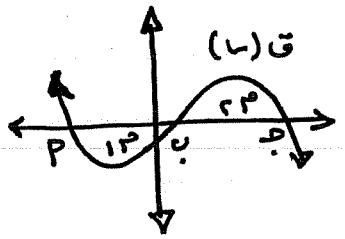
١١ جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٦ والمستقيمين س = - ١ ، س = ٥

م) ٣٠ ب) ٧ جـ) ٣٦ د) ٢٤

١٢ اذا علمت أن مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) ومحور السينات للفترة [٣، ٥] تساوي ٦ وحدات

ق(س) ≥ ٠ فما قيمة $\int_{٣}^{٥}$ ٢ ق(س) دس

م) - ١٢ ب) - ٣ جـ) - ٦ د) ١٢



معتمداً الشكل اذا كانت المساحة م$_{١}$ = ٦ وحدات

المساحة م$_{٢}$ = ١٠ وحدات

أجب عن الفقرتين ١٣ ، ١٤

١٣ جد $\int_{م}^{جـ}$ ق(س) دس

م) ١٦ ب) ٤ جـ) - ٤ د) - ٦

١٤ جد $\int_{م}^{ب}$ | ق(س) | دس :

م) - ٦ ب) ٦ جـ) - ١٠ د) - ٤

١٥ اذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق وكان ق(س) = ٦س - ١ وكان ق(٠) = ٢ فإن قاعدة الاقتران :

م) ٦س^{٢} - س + ١ ب) ٣س^{٢} - ١ + ٢

جـ) ٦ د) ٣س^{٢} - س + ٢

شرح الإجابات تجدونه لدى (قيد يوهات مكتف النشمي)

بالتوفيق ← محمود المحارمة

١ ق(س) = ∫ ٥س دس — نشتق الجهتين

ق(س) = ٥س

ل

---

٢ **(P) ١٣** توضيح اشتقينا الجهتين

ق(س) = ∫ ٤س^٣ − ٣ دس — الغاء التكامل

ق(س) = ٤س^٣ − ٣

ق(٢) = ٤ × ٢^٣ − ٣

= ١٦ − ٣ = **١٣**

---

٣ **(ج) ٨**

ق(س) = ∫ ٨ دس — نشتق

ق(س) = ٨

---

٤ **(د) ١٦** ∫ ق(س) دس = ٤س^٣ − ٣

ق(س) = ٨س

ق(٢) = ٨ × ٢

١٦

---

٥ **(ج) ١٠**

ص = ∫ (٤س^٣ − ٣س) دس — نشتق الطرفين ثم نعوض بـ ①

dص/dس = ٤س^٣ − ٣س

dص/dس |س=٢ = ٤ × ٢^٣ − ٣ × ٢

١٦ − ٦

١٠

---

٦ **(ب) صفر** دائماً مشتقة التكامل المحدود = صفر

---

٧ قوي ∫ (٢ ق(س) + ٣س^٢) دس = ٢س^٣ + س^٣ — نسخ

نشتق ٢ ق(س) + ٣س^٢ = ٢س^٢ + ٣س^٢

نعوض ٢ ق(٢) + ٣ × ٢^٢ = ٢ × ٢^٢ + ٣ × ٢^٢

٢ ق(٢) + ١٢ = ٨ + ١٢

٢ ق(٢) = ٨

ق(٢) = ٨/٤

ق(٢) = ٢

الاجابة **(ج) ٢**

---

* لحضور فيديوهات وحصص المراجعة المكثفة شاملة الشرح التفصيلي

اطلب بطاقة "نشمي اكاديمي" (مكثفا) من جميع المكتبات أو عن طريق الرقم

٠٧٧٧٤٠٩٠٨٠

بالتوفيق لكم طلابنا الأعزاء

صفحة الاستاذ Facebook

(محمود محارمة المنقذ)

إجابة السؤال الثاني

١ $\frac{س^{٤}}{٤} + \frac{٤س^{٦}}{٦} - \frac{س^{٢}}{٢} + \frac{٣س}{٣} + ٥س + ج$

٢ $\frac{س^{٥}}{٥} + \frac{س^{-٣}}{-٣} + \frac{٤}{٥}س^{٥} + ٤س^{٢} + \frac{س^{٢}}{٤×٢} + ج$

٣ $= \frac{(٣س-٥)^{٧}}{٣×٧} + \frac{(٤-س)^{١٠}}{-١×١٠} + ج$

٤ $\frac{٣(٤س^{٢}+٨)^{\frac{٤}{٣}}}{٤×٢} + \frac{(٤+٦-س)^{-١}}{-١×٦} + ج$

٥ $٣ظاس \div ٢جتاس + ٥جاس + ج$

٦ $\frac{ظاس}{٥} + \frac{جا(٣س+١)}{٣} - \frac{جتا٥س}{٥} + ج$

٧ نخبز $\int س^{\frac{١}{٢}} + ٦س^{-٥} - س^{٦}\,دس$

نكامل $\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} + \frac{٦س^{-٤}}{-٤} - \frac{س^{٧}}{٧} + ج$

٨ نخبز نوزع بالضرب $\int ٦س^{٣} - ٣س^{٤}\,دس$

نكامل $\frac{٦س^{٤}}{٤} - \frac{٣س^{٣}}{٣} + ج$

٩ نخبز $\int ٥س^{٤} - ٥س + ٢س^{-٢}\,دس$

نكامل $\frac{٥س^{٣}}{٣} - \frac{٥س^{٢}}{٢} + \frac{٢س^{-١}}{-١} + ج$

١٠ نوزع $\int \frac{س^{٤}}{س} - \frac{٥س}{س}\,دس$

$\int س - ٥\,دس$

نكامل $\frac{س^{٢}}{٢} - ٥س + ج$

١١ نخلل $\int \frac{(س+٥)(س-٣)}{س-٣}\,دس$

نكامل $\frac{س^{٢}}{٢} + ٥س + ج$

١٢ نخلل $\int \frac{(س+٤)(س^{٢}-٤س+١٦)}{س+٤} = \frac{س^{٣}}{٣} - \frac{٤س^{٢}}{٢} + ١٦س + ج$

١٣ نخبز $\int (س^{٢}+٣)(س^{٢}+٣)\,دس$ حولناهم لقوسين بضرب

$\int س^{٤} + ٣س^{٢} + ٣س^{٢} + ٩\,دس$

نكامل $\frac{س^{٥}}{٥} + \frac{٣س^{٣}}{٣} + \frac{٣س^{٣}}{٣} + ٩س + ج$

١٤ نخبز $\int \frac{٣جاس}{جتاس}جاس + ٢قاس\,دس$

نكامل $-٣جتاس + ٢ظاس + ج$

١٥ $\int س^{\frac{٣}{٤}} + \frac{س^{\frac{٣}{٤}}}{س^{\frac{٣}{٤}}}قاس\,دس$ ♡ سسنونه نوزع

$\int س^{\frac{٣}{٤}} + \frac{س^{\frac{٣}{٤}}}{س^{\frac{٣}{٤}}}قاس\,دس \quad \frac{٣}{٤}×٤$

$\int س^{\frac{١}{٤}} + قاس\,دس \Leftarrow \frac{٤}{٥}س^{\frac{٥}{٤}} + ظاس + ج$

١٦ نوزع $\int \frac{س^{\frac{١}{٤}}}{س^{\frac{١}{٤}}} - \frac{٥}{س^{\frac{١}{٤}}}\,دس$

$\int س^{\frac{٣}{٤}} - ٥س^{-\frac{١}{٤}}\,دس \Leftarrow \frac{٤}{٥}س^{\frac{٥}{٤}} - ٥×\frac{٤}{١}س^{\frac{١}{٤}} + ج$

١٧ نخبز $\int ٨س^{٣} + ٣قاس^{٢} + ٥جتاس\,دس$

$= \frac{٨س^{٤}}{٤} + ٣ظاس + ٥جاس + ج$

١٨ $\int س^{\frac{١}{٤}}(س + \frac{٣}{س^{\frac{١}{٤}}})\,دس$

$\int س^{\frac{٣}{٤}} + ٣\,دس \Leftarrow \frac{٤}{٥}س^{\frac{٥}{٤}} + ٣س + ج$

١٩ $\int \frac{س^{٢}}{س} - \frac{س جتاس}{س}\,دس$ نوزع لتقام على البسط

$\int س - جتاس\,دس \Leftarrow \frac{س^{٢}}{٢} - جاس + ج$

٢٠ $\int \frac{جاس}{جتاس} × جتاس\,دس \Leftarrow \int جاس\,دس$

$= -جتاس + ج$

إجابة السؤال الثالث

١ ميل المماس = ق′(س)

١) ∫ ق′(س) دس = ∫ ٣س² − ٢س دس نقدد

٢) ق(س) = س³ − س² + جـ — ننفذ التهديد

٣) ق(٢) = ٨ − ٤ + جـ = ٣ ← إيجاد جـ

−٤ + جـ = ٣ − ٤

∴ جـ = −١

٤) ق(س) = س³ − س² − ١

---

٢ ∫ ق′(س) دس = ∫ ٣س² − ٤س + ٢ دس نقدد

ق(س) = س³ − ٢س² + ٢س + جـ

ق(٢) = ٨ − ٨ + ٤ + جـ = ٥

٤ + جـ = ٥ ⇐ جـ = ١

ق(س) = س³ − ٢س² + ٢س + ١

ق(١) = ١ − ٢ + ٢ + ١ = ٢

---

٣ ميل المماس = ق′(س)

١) ∫ ق′(س) دس = ∫ (٣س − ٣)(س + ٢) دس

نجهز ق(س) = ∫ ٣س² + ٦س − ٣س − ٤ دس

ق(س) = ∫ ٣س² + ٣س − ٤ دس

٢) ق(س) = س³ + ٣/٢ س² − ٤س + جـ — تكامل

٣) إيجاد جـ ← ق(١) = ١ + ٣/٢ − ٤ + جـ = ٧

−١ + جـ = ٧ ⇐ جـ = ٨

٤) ق(س) = س³ + ٣/٢ س² − ٤س + ٨

---

٤ ميل المماس = ق′(س)

١) ∫ ق′(س) دس = ∫ ٢٥(٥س + ٤)⁴ دس

٢) ق(س) = ٢٥(٥س + ٤)⁵ / (٥ × ٥) + جـ

٣) ق(−١) = (−٥ + ٤)⁵ + جـ = ٧

−١ + جـ = ٧ ⇐ جـ = ٨

٤) ق(س) = (٥س + ٤)⁵ + ٨

---

٥ ميل المماس = ق′(س)

١) ∫ ق′(س) دس = ∫ (٣س³ + ٣س⁻³) / س³ دس نقدد

٢) ق(س) = ∫ ٣س³/س³ − ٣س⁻³/س³ دس — نبسط

ق(س) = ∫ ٣ − س⁻⁶ دس

٣) ق(س) = ٣س − س⁻⁵/(−٥) + جـ — الأس السالب نحوله لموجب

ق(س) = ٣س + ١/(٥س⁵) + جـ

٤) ق(−١) = −٣ + ١/(−٥) + جـ = ٦

جـ − ٤ = ٦ ⇐ جـ = ٢

٤) ق(س) = ٣س + ١/(٥س⁵) + ٢ — يمكن تركها ٣س + س⁻⁵/(−٥) + ٢

---

٦ ∫ ق′(س) دس = ∫ ٢ + ٦س دس

ق(س) = ٢س + ٣س² + جـ

المطلوب ق(٢) ⊖ ق(−١)

(٤ + ١٢ + جـ) ⊖ (−٢ + ٣ − ١ + جـ)

(١٦ + جـ) − (١ + جـ)

١٦ + جـ − ١ − جـ = ١٥

---

٧ ميل المماس = ق′(س)

١) ∫ ق′(س) دس = ∫ ١٦(٣س − ١)^(١/٣) دس — جهزنا

٢) ق(س) = ١٦ × ٣/٤ × ١/٣ (٣س − ١)^(٤/٣) + جـ — قاعدة القوس

ق(س) = ٦(٣س − ١)^(٤/٣) + جـ

٣) ق(٠) = ٦(٠ − ١)^(٤/٣) + جـ = ٥

٦ × √(−١)^٤ + جـ = ٥

٦ × ١ + جـ = ٥ ⇐ جـ = −١

٤) ق(س) = ٦(٣س − ١)^(٤/٣) + ١

---

٨ ميل المماس = ق′(س) نوزع الضرب

∫ ق′(س) دس = ∫ ٣س² + ١٢س دس

ق(س) = س³ + ٦س² + جـ

ق(١) = ١ + ٦ + جـ = ٥ ⇐ جـ = −٢

∴ ق(س) = س³ + ٦س² − ٢

إجابة السؤال الرابع

١ $ت(ن) = ٤ن + ٦$

١) $ع(ن) = \int (٤ن + ٦)\, د ن$ ، $ع = ت(ن)$

٢) $ع(ن) = ٢ن^{٢} + ٦ن + جـ$

٣) $ع(٠) = صفر + صفر + جـ = ١٠$

$\Rightarrow جـ = ١٠$

٤) $ع(ن) = ٢ن^{٢} + ٦ن + ١٠$

٥) $ع(٢) = ٢ \times ٢^{٢} + ٦ \times ٢ + ١٠ = ٣٠ م/ث$

٢ $ع(ن) = ٦(١ + ٢ن)^{٢}$

١) $ف(ن) = \int ع(ن)\, د ن = \int ٦(١+٢ن)^{٢}\, د ن$

٢) $ف(ن) = \frac{١(١+٢ن)^{٣}}{٣ \times ٢} + جـ$

٣) $ف(٠) = (١+٠)^{٣} + جـ = ٥$

$١ + جـ = ٥ \Rightarrow جـ = ٤$

٤) $ف(ن) = (١+٢ن)^{٣} + ٤$

٥) $ف(١) = (١+٢)^{٣} + ٤$

$٢٧ + ٤ = ٣١ م$

٣ $ت(ن) = ١٢ن$

١) $ع(ن) = \int ت(ن)\, د ن = \int ١٢ن\, د ن$

٢) $ع(ن) = ٦ن^{٢} + جـ$ ← $ع(٠) = ٣$

٣) $ع(٠) = ٦ \times ٠ + جـ = ٣ \Rightarrow جـ = ٣$

٤) $ع(ن) = ٦ن^{٢} + ٣$

١) $ف(ن) = \int ع(ن)\, د ن = \int ٦ن^{٢} + ٣\, د ن$ ، $ف(٥) = ٧$

٢) $ف(ن) = ٢ن^{٣} + ٣ن + جـ$

٣) $ف(٠) = صفر + صفر + جـ = ٧$

$\Rightarrow جـ = ٧$

٤) $ف(ن) = ٢ن^{٣} + ٣ن + ٧$

ما في تعويض لانه حكى بعد مرور ن ← ثانيه ← نروح

٤ $ع(ن) = (٣ن - ١)(٤ن + ١)$

$ف(ن) = \int (٣ن - ١)(٤ن + ١)\, د ن$ بدنا نجهز

١ $ف(ن) = \int ١٢ن^{٢} + ٣ن - ٤ن - ١\, د ن$

$ف(ن) = \int ١٢ن^{٢} - ن - ١\, د ن$

٢) $ف(ن) = ٤ن^{٣} - \frac{ن^{٢}}{٢} - ن + جـ$

٣) $ف(٠) = ٠ - ٠ - ٠ + جـ = ٧ \Rightarrow جـ = ٧$

٤) $ف(ن) = ٤ن^{٣} - \frac{ن^{٢}}{٢} - ن + ٧$

٥) $ف(٢) = ٤ \times ٨ - \frac{٤}{٢} - ٢ + ٧ = ٣٥ م$

٥ $ع(ن) = ٨ جتا(٤ن + ١)$

$ف(ن) = \int ع(ن)\, د ن = \int ٨ جتا(٤ن+١)\, د ن$

$ف(ن) = \frac{٨ جا(٤ن+١)}{٤} + جـ$

$ف(ن) = ٢ جا(٤ن+١) + جـ$

٦ $ت(ن) = ١٢ن(١ - ن)$

$ع(ن) = \int ت(ن)\, د ن = \int ١٢ن(١-ن)\, د ن$ نجهز

$\int ١٢ن - ١٢ن^{٢}\, د ن$

$ع(ن) = ٦ن^{٢} - ٤ن^{٣} + جـ$

$ع(٠) = ٠ - ٠ + جـ = ٣ \Rightarrow جـ = ٣$

$ع(ن) = ٦ن^{٢} - ٤ن^{٣} + ٣$

$ع(٣) = ٦ \times ٩ - ٤ \times ٢٧ + ٣ = -٥١ م/ث$

٧ $ت(ن) = ٢ن + \frac{١}{٢}$

$ع(ن) = \int ت(ن)\, د ن = \int ٢ن + \frac{١}{٢}\, د ن$

$ع(ن) = ن^{٢} + \frac{١}{٢}ن + جـ$ ، $ع(٢) = ١٠$

$ع(٢) = ٤ + \frac{١}{٢} \times ٢ + جـ = ١٠$

$٥ + جـ = ١٠ \Rightarrow جـ = ٥$

$ع(ن) = ن^{٢} + \frac{١}{٢}ن + ٥$

إجابة السؤال الخامس } ضع دائرة

١ ← أ) جاه س
٢ ← ج) ٦
٣ ← ب) ٣
٤ ← د) -٦
٥ ← أ) صفر
٦ ← ج) $\frac{س}{٥}$ + جـ
٧ ← ج) -٣ جتا س + جـ
٨ ← ب) $س^{٦}$ + جـ
٩ ← د) ٣ ظا س + جـ
١٠ ← ج) $\frac{١}{٣}$ جتا(٣س - ٥)
١١ ← د) - $(١-٢س)^{٤}$ + جـ
١٢ ← ج) ٦ن + ٨
١٣ ← أ) ١٢
١٤ ← ج) ق(س) = $س^{٣}$ - ٣س + ٦
١٥ ← ب) ٣$س^{٢}$ + ٣ جتا س + جـ

توضيح الإجابات موجود في بطاقة الشرح
مكثف شهري أكاديمي (الفيديوهات)

إجابة السؤال السادس أ

١ $[س^{٢} + ٤س]_{١}^{٣}$
$(٩ + ١٢) - (١ + ٤)$
$٢١ - ٥ = ١٦$

٢ يمكن حله بطريقتين | حل عالسريع

$[-٣س]_{١}^{٦}$
$(-١٢) - (-٢)$
$-١٢ + ٢$
-١٠

$-٢(٦-١)$
-٢×٥
-١٠

٣ $[س^{٣} - ٦س^{٢} + ٥س]_{-١}^{٢}$
$(-٨ - ٢٤ + ١٠) - (-١ - ٦ - ٥)$
$-١٢ \overset{+}{\underset{-}{}} ٦ = -٦$

٤ خطوات: $\int$ $\frac{١}{٤}س^{٤} + ٣س^{٢}$ دس
$[\frac{١}{٢٠}س^{٥} + س^{٣}]_{٠}^{١}$
توحيد مقامات
$(\frac{١}{٢٠} + ١) - (صفر + صفر)$
$\frac{١}{٢٠} + \frac{٣}{٣} = \frac{٥}{٣}$

٥ $\int_{-١}^{١} \frac{(س+٤)(س+٣)}{س+٤}$ دس (طلل) خطوات
$[\frac{١}{٢}س^{٢} + ٣س]_{-١}^{١}$ ← تكامل
$(\frac{١}{٢} + ٣) - (\frac{١}{٢} - ٣)$
$\frac{١}{٢} + ٣ - \frac{١}{٢} + ٣ = ٦$

٦ $\int_{-٢}^{٢} ٣س^{٤} + ٣س^{٣} - ٢س - ٢$ دس
خطوات: توزيع الضرب ← تجميع حدود
$\int_{-٢}^{٢} ٣س^{٤} + س^{٣} - ٢س - ٢$ دس
$[\frac{٣}{٥}س^{٥} + \frac{١}{٤}س^{٤} - ٢س - ٢س]_{-٢}^{٢}$
$(٨ + \frac{٤}{٥} - ٤) - (-٨ + \frac{٤}{٥} + ٤)$
$٦ - -٢ = ٨$

٧ خطوات: $\int$ $٦س^{\frac{١}{٢}}$ دس
$[٦ \times \frac{٢}{٣} \times س^{\frac{٣}{٢}}]_{١}^{٤}$
$(١٢ \times ١^{\frac{٣}{٢}}) - (١٢ \times ٤^{\frac{٣}{٢}})$
$١٢ - ٢٤ = -١٢$ ← $٤^{\frac{٣}{٢}} = ٢$

٨ $[ق(س)]_{٥}^{٨}$
$ق(٨) - ق(٥)$
$٧ - -٣ = ١٠$

٩ فترة ← محدود $[س^{٢} + |س|]_{-١}^{٥}$
$(٢٥ + ٥) - (١ + ١) = ٢٨$
ق(٥) − ق(١) ← ٢٨

١٠ $[ق(س)]_{٥}^{٢} = ١٣$
$ق(٢) - ق(٥) = ١٣$
$ق(٢) \overset{+}{\underset{-}{}} ٢ = ١٣$ ⇐ $ق(٢) = ١١$

إجابة السؤال السادس [ب]

[١] $[م س]_{١}^{٤} = ١٨$

$٤م - م = ١٨$

$\frac{٣م}{٣} = \frac{١٨}{٣} \Leftarrow م = ٦$

---

[٢] $[٨س]_{-٢}^{ب} = ٢٤$

$٨ب - ١٦ = ٢٤ \Leftarrow (-١٦)$

$٨ب = ٨$

$ب = ١$

---

[٣] $[٣س^{٢}]_{١}^{ب} = ٩$

$٣ب^{٢} - ٣ = ٩ \Leftarrow (+٣)$

$\frac{٣ب^{٢}}{٣} = \frac{١٢}{٣} \Leftarrow ب^{٢} = ٤$

$ب = \pm ٢$

---

[٤] $[س^{٢} + ٣س]_{١}^{ب} = ٦$

$(ب^{٢} + ٣ب) - (١ + ٣) = ٦$

$ب^{٢} + ٣ب - ٤ = ٦$ ← حرفين لازم * نصفر * نحلل

$ب^{٢} + ٣ب - ١٠ = ٠$

$(ب + ٥)(ب - ٢) = ٠$

$ب = \{-٥ ، ٢\}$

---

[٥] $[٣س^{٢} - ٢س]_{م}^{٣} = ٠$

$(٢م^{٢} - ٢م) - (٦ - ١٨) = ٠$

$٢م^{٢} - ٢م + ١٢ = ٠$ ← نرتب ونقسم ÷ ٢

$م^{٢} - م - ٦ = ٠$

$(م - ٣)(م + ٢) = ٠$

$م = \{٣ ، -٢\}$

إجابة السؤال السابع [أ]

[١] أولا نخمن $\int_{١}^{٥} ق(س)\,دس = \frac{٢}{٢} \Leftarrow \int_{١}^{٥} ق(س)\,دس = ١$ قلب الحدود

[٢] $\int_{٥}^{١} ق(س)\,دس = -١$

[ب] $\int_{٥}^{١} ق(س)\,دس = \int_{٥}^{٦} ق(س)\,دس + \int_{٦}^{١} ق(س)\,دس$

الاضافه $-١ + ٤ = ٣$

[ج] $\int_{٥}^{٥} ق(س)\,دس =$ صفر ← تساوي الحدود

---

[٢] $\int_{٣}^{٢} ق(س)\,دس = -٦ \Leftarrow \int_{٢}^{٥} ق(س)\,دس = -١٨$

المطلوب $\int_{٥}^{٢} ق(س)\,دس = ١٨$

---

[٣] نوزع $\int_{٢}^{٥} ٣ق(س)\,دس - \int_{٢}^{٥} ٤س\,دس = ١٨$

$٣\int_{٢}^{٥} ق(س)\,دس - ١٢ = ١٨$ (+١٢)

$\frac{٣}{٣}\int_{٢}^{٥} ق(س)\,دس = \frac{٣٠}{٣} \Leftarrow \int_{٢}^{٥} ق(س)\,دس = ١٠$

---

[٤] نجهز المعطيات بحسبه

$\int_{٣}^{٥} ٦ق(س)\,دس = ٢٤$ ← $\int_{٣}^{٥} ق(س)\,دس = ٤$

$\int_{٣}^{٥} ٧س\,دس + \int_{٣}^{٥} هـ(س)\,دس = ١٦$

$\int_{٣}^{٥} هـ(س)\,دس + ١٤ = ١٦ \Leftarrow (-١٤)$

$\int_{٣}^{٥} هـ(س)\,دس = ٢$

نوزع المطلوب قلبه

$٢ \times \int_{٥}^{٣} ق(س)\,دس - ٣ \times \int_{٥}^{٣} هـ(س)\,دس$

$٢ \times ٤ - ٣ \times ٢ =$

$٨ + ٦ = -٢$

هذه الأسئله تحتاج الحل بهدووء وتركيز

بالتوفيق لكم جميعاً

← يتبع اجابة السابع [أ]

تابع اجابة السؤال السابع [P]

٥ نجهز المعطيات [1] و [2]

$\int_{-1}^{6} 3\,ق(س)\,دس - \int_{1}^{6} 2\,دس = 10$ ← نعمل تكامل محدود ناتجه ١٤

$\int_{-1}^{6} 3\,ق(س)\,دس - 14 = 10$

$+14 \quad +14$

$\int_{-1}^{6} 3\,ق(س)\,دس = 24$

$\frac{\int_{-1}^{6} 3\,ق(س)\,دس}{3} = \frac{24}{3}$

(1) $\int_{-1}^{6} ق(س)\,دس = 8$

(2) $\int_{2}^{6} ق(س)\,دس = 14$

الآن خاصية الاضافه

$\int_{-1}^{2} ق(س)\,دس = \int_{-1}^{6} ق(س)\,دس + \int_{2}^{6} ق(س)\,دس$

$8 + -14 = \boxed{-6}$

٦ $\int_{1}^{6} 3س$ ⊖ $\int_{1}^{6} ق(س)\,دس = 7$

$3(6-1)$

-15 ⊖ $\int_{1}^{6} ق(س)\,دس = -7$

$-\int_{1}^{6} ق(س)\,دس = -8$ نقسم على -1

(1) $\int_{1}^{6} ق(س)\,دس = 8$

(2) $\int_{2}^{6} ق(س)\,دس = -5$ جاهزه

المطلوب ← نوزع المطلوب

$\frac{1}{2} \times \int_{1}^{2} ق(س)\,دس$ ⊖ $\int_{1}^{2} 4س\,دس$

الاضافه

$\frac{1}{2} \times \int_{1}^{2} ق(س)\,دس = \int_{1}^{6} ق(س) + \int_{2}^{6} ق(س)$ ⊖ $[2س^2]_1^2$ محدود

$\frac{1}{2} \times \int_{1}^{2} ق(س)\,دس = 8 + 5$ ⊖ $(2\times4) - (1\times2)$

$\frac{1}{2} \times 13$ ⊖ $8 - 2$

$\frac{13}{2}$ ⊖ $\frac{6}{2\times1}$ نوحد المقامات

$\frac{13-12}{2} = \boxed{\frac{1}{2}}$

يالطيف شو هالسؤال 😵

إن شاء الله اللي بالامتحان أسهل ..

٧ المشعب معناه خاصية الاضافه

$\int_{2}^{4} ق(س)\,دس = \int_{2}^{4} 3س^2 + 5س\,دس + \int_{4}^{4} 6\,دس$

$[س^3 + 5س]_2^4 + [6س]_4^4$

$(8+10) - (صفر) + (24) - (12)$

$18 + 12 = \boxed{30}$

٨ ناتج التكامل المحدود لـ ق(س) = ٠

فوق = تحت

$3P + 7 = P - 1$

$3P - P = -1 - 7$

$2P = -8$ ← $\boxed{P = -4}$

٩

فوق = تحت

$P^2 - 4 = P + 2$ ← حرفين ← نصفر ← نحلل

$P^2 - 4 - P - 2 = 0$

$P^2 - P - 6 = 0$

$(P-3)(P+2) = 0$

$\boxed{P = 3 \text{ ، } -2}$

إجابة السؤال السابع [P] ضع دائره

١ ← جـ) −٦

٢ ← P) صفر

٣ ← جـ) ١٥

٤ ← ب) −١٨

٥ ← د) ٢

٦ ← P) −٤

٧ ← جـ) ٨

٨ ← ب) −٤

توضيح اجابات الدوائر موجود في فيديوهات مكثف (شهر اكاديمي)

إجابة السؤال الثامن [P]

[١] $\int (٣س+٣)^{٥}\, د س$

$ص = ٣س+٣$

$\frac{د ص}{د س} = ٣$

$د س = \frac{د ص}{٣}$

$\int ص^{٥} \frac{د ص}{٣}$

$= \frac{١}{٣} \int ص^{٥}\, د ص$

نكامل $= \frac{١}{٣} \times \frac{ص^{٦}}{٦} + ج$

نرجع $= \frac{(س^{٢}+٣س-١)^{٦}}{١٨} + ج$

[٢] $\int (٤س+٣)(٣س^{٢}+٣س-٧)^{-٩}\, د س$

$ص = ٣س^{٢}+٣س-٧$

$\frac{د ص}{د س} = ٤س+٣$

$د س = \frac{د ص}{٤س+٣}$

$\int (٤س+٣)\, ص^{-٩} \frac{د ص}{٤س+٣}$

$= \int ص^{-٩}\, د ص$

نكامل $= \frac{ص^{-٨}}{-٨} + ج$

$= \frac{-١}{٨} (٣س^{٢}+٣س-٧)^{-٨} + ج$

[٣] $\int ٣س^{٢} جتا ص\, د س$

$ص = س^{٣} + ٥$

$\frac{د ص}{د س} = ٣س^{٢}$

$د س = \frac{د ص}{٣س^{٢}}$

$\int ٣س^{٢} جتا ص \frac{د ص}{٣س^{٢}}$

$= \int جتا ص\, د ص$

$= جا ص + ج$

$= جا(س^{٣}+٥) + ج$

[٤] $\int (٤س^{٣}-٦س)(س^{٤}-٣س^{٢}+٥)^{\frac{١}{٣}}\, د س$

$ص = س^{٤}-٣س^{٢}+٥$

$\frac{د ص}{د س} = ٤س^{٣}-٦س$

$د س = \frac{د ص}{٤س^{٣}-٦س}$

$\int (٤س^{٣}-٦س)\, ص^{\frac{١}{٣}} \frac{د ص}{٤س^{٣}-٦س}$

$= \int ص^{\frac{١}{٣}}\, د ص$

نكامل $= \frac{٣}{٤} ص^{\frac{٤}{٣}} + ج$

$= \frac{٣}{٤} (س^{٤}-٣س^{٢}+٥)^{\frac{٤}{٣}} + ج$

$= \frac{٣}{٤} \sqrt[٣]{(س^{٤}-٣س^{٢}+٥)^{٤}} + ج$

وممكن لو دائرة الشكل هيك

[٥] $\int ٦س^{٢} (٢س^{٣}-٢)^{\frac{٢}{٥}}\, د س$

$ص = ٢س^{٣}-٢$

$\frac{د ص}{د س} = ٦س^{٢}$

$د س = \frac{د ص}{٦س^{٢}}$

$\int ٦س^{٢}\, ص^{\frac{٢}{٥}} \frac{د ص}{٦س^{٢}}$

$= \int ص^{\frac{٢}{٥}}\, د ص$

$= \frac{٥}{٧} ص^{\frac{٧}{٥}} + ج$

$= \frac{٥}{٧} (٢س^{٣}-٢)^{\frac{٧}{٥}} + ج$

[٦] $\int ٣س^{٣} جا(ص)\, د ص$

$= \frac{١}{٤} \int جا ص\, د ص$

$= -\frac{١}{٤} جتا ص + ج$

$= -\frac{١}{٤} جتا(س^{٤}+١) + ج$

$ص = س^{٤} + ١$

$\frac{د ص}{د س} = ٤س^{٣}$

$د س = \frac{د ص}{٤س^{٣}}$

[٧] $\int (٦س-٣)\, قا^{٢}(٣س^{٢}-٣س+٤)\, د س$ تجهيز خطير

$\int (٦س-٣)\, قا^{٢} ص \frac{د ص}{٦س-٣}$

$= \int قا^{٢} ص\, د ص$

$= ظا ص + ج$

$= ظا(٣س^{٢}-٣س+٤) + ج$

$ص = ٣س^{٢}-٣س+٤$

$\frac{د ص}{د س} = ٦س-٣$

$د س = \frac{د ص}{٦س-٣}$

[٨] $\int (٨س-٤)(س^{٢}-س+٥)^{-٣}\, د س$

عامل مشترك -٣

$\int (٨س-٤)\, ص^{-٣} \frac{د ص}{٢س-١}$

$= \int ٤ (٢س-١)\, ص^{-٣} \frac{د ص}{٢س-١}$

$= \int ٤\, ص^{-٣}\, د ص$

$= \frac{٤ ص^{-٢}}{-٢} + ج$

$= -٢ (س^{٢}-س+٥)^{-٢} + ج$

$= \frac{-٢}{(س^{٢}-س+٥)^{٢}} + ج$

والشكل النهائي ممكن لو كان السؤال دائرة

$ص = س^{٢}-س+٥$

$\frac{د ص}{د س} = ٢س-١$

$د س = \frac{د ص}{٢س-١}$

[٩] $\int س^{٢} (ص)^{\frac{١}{٣}}\, د ص$

$= \frac{١}{٣} \int ص^{\frac{١}{٣}}\, د ص$

$= \left[\frac{١}{٣} \times \frac{ص^{\frac{٤}{٣}}}{\frac{٤}{٣}}\right]_{٠}^{١}$

$= \left[\frac{١}{٤} (س^{٣}-١)^{٤}\right]_{٠}^{١}$

$= \left(\frac{١}{٤}(١-١)^{٤}\right) - \left(\frac{١}{٤}(٠-١)^{٤}\right)$

$= صفر - \frac{١}{٤}$

$= \boxed{\frac{١}{٤}}$

$ص = س^{٣}-١$

$\frac{د ص}{د س} = ٣س^{٢}$

$د س = \frac{د ص}{٣س^{٢}}$

تابع اجابة السؤال الثامن أ

١٠ $\int_{-٢}^{٣} ٦س^{٢} ق(ص)\,د ص$ ، $ص = س^{٣}$ ، $\frac{د ص}{د س} = ٣س^{٢}$ ، $د س = \frac{د ص}{٣س^{٢}}$

$= \int_{-٢}^{٣} ٢ ق(ص)\,د ص$

نكامل $[\,٢ ق(ص)\,]_{-٢}^{٣}$

نرجع $[\,٢ ق(س^{٣})\,]_{-٢}^{٣}$

$(٢ ق(٢٧)) - (٢ ق(-٨))$

$٢ \times ٦ - ٢ \times ١٤$

$١٢ - ٢٨ = \boxed{-١٦}$

١١ قوي

$\int_{١}^{٣} ٦س ق(ص)\,د ص$ ، $ص = س^{٢} + ١$ ، $\frac{د ص}{د س} = ٢س$ ، $د س = \frac{د ص}{٢س}$

$٣ \times \int_{١}^{٣} ق(ص)\,د ص$

$٣ \times \int_{٢}^{١٠} ق(ص)\,د ص$ ← هنا لازم نستبدل الحدود في هذا السؤال

$= ٣ \times -٩$

$= \boxed{-٢٧}$

$س = ٣ \leftarrow ص = ٩ + ١ = ١٠$

$س = ١ \leftarrow ص = ١ + ١ = ٢$

١٢ $\int_{٠}^{١} ٦س (س^{٢} + ٩)^{\frac{١}{٢}}\,د س$ ، $ص = س^{٢} + ٩$ ، $\frac{د ص}{د س} = ٢س$ ، $د س = \frac{د ص}{٢س}$

$\int_{٠}^{١} ٦س \cdot ص^{\frac{١}{٢}} \cdot \frac{د ص}{٢س}$

$\int_{٠}^{١} ٣ ص^{\frac{١}{٢}} د ص$

$٣ \times \frac{٢}{٣} ص^{\frac{٣}{٢}} + ج$

$[\,٢(س^{٢} + ٩)^{\frac{٣}{٢}}\,]_{٠}^{١}$ ← نرجع المقدار لجذر علشان نعوض

$[\,٢ \sqrt{(س^{٢} + ٩)^{٣}}\,]_{٠}^{١}$

$(٢ \sqrt{(١٦ + ٩)^{٣}}) - (٢ \sqrt{(٠ + ٩)^{٣}})$

$(٢ \times \sqrt{(٢٥)^{٣}}) - (٢ \times \sqrt{(٩)^{٣}})$

$٢ \times (٥)^{٣} - ٢ \times (٣)^{٣}$

$٢ \times ١٢٥ - ٢ \times ٢٧$

$٢٥٠ - ٥٤$ ← سؤال يحتاج أساسيات قويه

$\boxed{١٩٦}$

إجابة السؤال الثامن ب

١ ميل المماس $= ق'(س)$

$ق(س) = \int ٨س(س^{٢} - ١)^{٣}\,د س$ ← تعويض

$ص = س^{٢} - ١$ ، $\frac{د ص}{د س} = ٢س$ ، $د س = \frac{د ص}{٢س}$

$ق(س) = \int ٨س \cdot ص^{٣} \cdot \frac{د ص}{٢س}$

$ق(س) = \int ٤ ص^{٣}\,د ص$

$ق(س) = ص^{٤} + ج$

$ق(س) = (س^{٢} - ١)^{٤} + ج$

$ق(٠) = ٦$

$ق(٠) = (٠ - ١)^{٤} + ج = ٦$

$١ + ج = ٦$

$\boxed{ج = ٥}$

$\boxed{ق(س) = (س^{٢} - ١)^{٤} + ٥}$

٢ $ع(ن) = \int_{١}^{ن} ٦ن (ن^{٢} + ١)^{\frac{١}{٢}}\,د ن$

$ف(ن) = ع'(ن)$

$ف(ن) = \int ٦ن (ن^{٢} + ١)^{\frac{١}{٢}}\,د ن$ ← تعويض

$ص = ن^{٢} + ١$ ، $\frac{د ص}{د ن} = ٢ن$ ، $د ن = \frac{د ص}{٢ن}$

$ف(ن) = \int ٦ن \cdot ص^{\frac{١}{٢}} \cdot \frac{د ص}{٢ن}$

$ف(ن) = \int ٣ ص^{\frac{١}{٢}}\,د ص$

$ف(ن) = ٣ \times \frac{٢}{٣} ص^{\frac{٣}{٢}} + ج$

$ف(ن) = ٢(ن^{٢} + ١)^{\frac{٣}{٢}} + ج$

$ف(٠) = ٥$

$ف(٠) = ٢(٠ + ١)^{\frac{٣}{٢}} + ج = ٥$

$٢ \times ١ + ج = ٥$

$٢ + ج = ٥$

$\boxed{ج = ٣}$

$\boxed{ف(ن) = ٢(ن^{٢} + ١)^{\frac{٣}{٢}} + ج}$

فعلاً السؤال الثامن ب
للتميز والقدرات العُليا
ليس لا تخافوا إمتحانكم سهل
بإذن الله

إجابة السؤال التاسع

١ ق(س) = صفر س − ١ = ٠ ← س = ١

ليست ضمن الفترة [−١، ٥] لذا تهمل X

المساحة = $\int_{1}^{5} (س - 1)\,د س$

$\left[\frac{س^2}{2} - س\right]_{1}^{5}$

$\left(\frac{25}{2} - 5\right) - \left(\frac{1}{2} - 1\right)$

$\frac{25}{2} - 5 + \frac{1}{2} + 1$

$\frac{24}{2} - 4 \Leftarrow 12 - 4 =$ **٨**

إحسبوها بالطريقة اللي بتريحكم المهم الجواب

دائماً ← اجبر بخاطر المصحح ☺

المساحة = $\int_{1}^{5} |ق(س)|\,د س$ = **٨**

---

٢ $4س^3 = 0$ ← س = ٠ ضمن الفترة [−١، ٣]

−١ ، ٠ ، ٣

المساحة = $\int_{-1}^{0} 4س^3\,د س + \int_{0}^{3} 4س^3\,د س$

$= \left[س^4\right]_{-1}^{0} + \left[س^4\right]_{0}^{3}$

$(0) - (1) + (81) - (0)$

قيمة مطلقة $|-1|$ **١** + **٨١** = **٨٢**

المساحة = $\int_{-1}^{3} |ق(س)|\,د س$ = **٨٢**

---

٣ $3 - 3س^2 = 0 \Leftarrow 3س^2 = 3 \Leftarrow س^2 = 1$

س = ١ ⇐ س = ±١ الحدود

المساحة = $\int_{-1}^{1} 3 - 3س^2\,د س$

$\left[3س - س^3\right]_{-1}^{1}$

$(3 - 1) - (-3 - (-1))$

$2 - (-2)$

٤

المساحة = $\int_{-1}^{1} |ق(س)|\,د س$ = **٤**

---

٤ $س^3 - 3س = 0$ نحلل عامل مشترك

$س(س^2 - 3) = 0$ س = ٠ / $س^2 = 3$

تهمل

الحدود [١ ، $-\sqrt{3}$ ، ٠ ، $\sqrt{3}$ ، ٢]

المساحة = $\int_{1}^{\sqrt{3}} س^3 - 3س\,د س + \int_{\sqrt{3}}^{2} -س^3 + 3س\,د س$

$\left[\frac{س^4}{4} - \frac{3س^2}{2}\right]_{1}^{\sqrt{3}} + \left[-\frac{س^4}{4} + \frac{3س^2}{2}\right]_{\sqrt{3}}^{2}$

$\left(\frac{9}{4} - \frac{9}{2}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2}\right) + \left(-4 + 6\right) - \left(-\frac{9}{4} + \frac{9}{2}\right)$

$-\frac{9}{4} + \frac{1}{4} + 2 + 4 - \frac{9}{4} + \frac{9}{2}$

$-\frac{18}{4} + \frac{6}{4} + \frac{8}{4} + \frac{18}{4}$

$\frac{14}{4} = \frac{7}{2}$

المساحة = $\int_{1}^{2} |ق(س)|\,د س = \frac{7}{2}$

---

٥ $3س^2 - 12 = 0 \Leftarrow 3س^2 = 12$

$س^2 = 4 \Leftarrow$ س = ٢ تهمل ، س = −٢ ليست ضمن الفترة

المساحة = $\int_{-1}^{2} 3س^2 - 12\,د س$

$= \left[س^3 - 12س\right]_{-1}^{2}$

$(8 - 24) - (-1 + 12)$

$-16 - 11 = |-27| =$ **٢٧**

المساحة = $\int_{-1}^{2} |ق(س)|\,د س = \int_{-1}^{0} ق(س)\,د س = 27$

حطينا اشارة سالب علشان يصبح الناتج موجب

---

٦ $س^2 - 4س - 5 = 0$

$(س - 5)(س + 1) = 0$ س = ٥ ، −١

المساحة = $\int_{-1}^{5} س^2 - 4س - 5\,د س$

$\left[\frac{س^3}{3} - 2س^2 - 5س\right]_{-1}^{5}$

$\left(\frac{125}{3} - 50 - 25\right) - \left(-\frac{1}{3} - 2 + 5\right)$

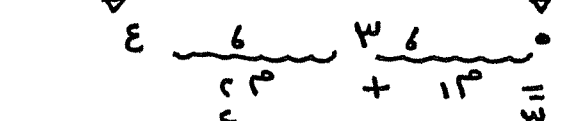
$\left(\frac{125}{3} - 75\right) - \left(\frac{-1}{3} + 3\right) =$

$\frac{126}{3} - 78 = 1 - 136 =$ **٣٦**

المساحة = $\int_{-1}^{5} |ق(س)|\,د س = \int_{-1}^{5} ق(س)\,د س$ = **٣٦**

تابع اجابه السؤال التاسع

٧) $٦ - ٢س = ٠ \leftarrow$ (س = ٣) بينهم



المساحه = $\int_{٠}^{٣} (٦ - ٢س)\,دس + \int_{٣}^{٤} (٢س - ٦)\,دس$

$= [٦س - س^{٢}]_{٠}^{٣} + [س^{٢} - ٦س]_{٣}^{٤}$

$= (١٨ - ٩) - (٠) + (١٦ - ٢٤) - (٩ - ١٨)$

$= ٩ + |-١| + ٩ - ٨$

$= ١ + ٩ + ١ = ١٠$

المساحه = $\int_{٠}^{٤} |ق(س)|\,دس = ١٠$

---

٨) $٣س^{٣} - ٢٧ = ٠ \leftarrow ٣س^{٣} = ٢٧$

$س^{٣} = ٩ \leftarrow س = \sqrt[٣]{٩}$ أو $-\sqrt[٣]{٩}$ (مرفوض ضمن الفتره)

الحدود $-٣ \quad ٣ \quad ٤$

المساحه = $\int_{-٣}^{٣} (٣س^{٣} - ٢٧)\,دس + \int_{٣}^{٤} (٣س^{٣} - ٢٧)\,دس$

$= [س^{٣} - ٢٧س]_{-٣}^{٣} + [س^{٣} - ٢٧س]_{٣}^{٤}$

$= (-٢٧ + ٨١) - (-٦٤ + ١٠٨) + (٠) - (-٢٧ + ٨١)$

$= |(٥٤)| - (٤٣) + |(-٤٥)|$

$= ١٠ + ٤٥ = ٦٤$

المساحه = $\int_{-٣}^{٤} |ق(س)|\,دس = ٦٤$

---

٩) $٤س^{٣} - ١٢س^{٢} = ٠$

$٤س^{٢}(س - ٣) = ٠$

$س = ٠$ / $س = ٣$

المساحه = $\int_{٠}^{٣} (٤س^{٣} - ١٢س^{٢})\,دس$

$= [س^{٤} - ٤س^{٣}]_{٠}^{٣}$

$= (٨١ - ٣٢٤) - (صفر)$

$= ٨١ - ١٠٨ = |-٢٧| = ٢٧$

المساحه = $\int_{٠}^{٣} |ق(س)|\,دس = -\int_{٠}^{٣} ق(س)\,دس = ٢٧$

---

١٠) $-س - ٤ = ٠ \Leftarrow س = -٤$ لايجوز جذر

لاتوجد قيم لـ س نكتفي بالحدود $[-١، ١]$

المساحه = $\int_{-١}^{١} -س - ٤\,دس$

$= [-\frac{س^{٢}}{٢} - ٤س]_{-١}^{١}$

$(-\frac{١}{٢} - ٤) - (\frac{١}{٢} + ٤)$

$-\frac{١}{٢} - ٤ - \frac{١}{٢} - ٤ \Leftarrow -٥ - \frac{٣٨}{٢} = -\frac{٢٦}{٢}$

$= |-\frac{٢٦}{٢}| = \frac{٢٦}{٣}$

المساحه = $\int_{-١}^{١} |ق(س)|\,دس = -\int_{-١}^{١} ق(س)\,دس = \frac{٢٦}{٣}$

---

١١) هنا السؤال مطلوب التكلفه

التكلفه = المساحه × سعر المتر

$١ - س^{٢} = ٠ \leftarrow س = ١، -١$

م = $\int_{-١}^{١} ١ - س^{٢}\,دس$

$= [س - \frac{س^{٣}}{٣}]_{-١}^{١}$

$(١ - \frac{١}{٣}) - (-١ + \frac{١}{٣})$

$\frac{٢}{١} \times \frac{٢}{٣} - \frac{٢}{٣} \Leftarrow \frac{٤}{٣}$ وحده

المساحه = $\int_{-١}^{١} |ق(س)|\,دس = \frac{٤}{٣}$

التكلفه = $\frac{٤}{٣} \times ٦ = \frac{٢٤}{٣} =$ ٨ دنانير

---

١٢) أ) $\int_{م}^{ب} ق(س)\,دس = -٦$ تحت محور السينات

ب) $\int_{م}^{ج} ق(س)\,دس = \int_{م}^{ب} ق(س)\,دس$ تحت $+ \int_{ب}^{ج} ق(س)\,دس$ فوق

$-٦ + ٤ = -٢$

جـ) المساحة للفتره $[م، ج] = ٦ + ٤ = ١٠$

د) $\int_{م}^{ج} |ق(س)|\,دس \leftarrow ٦ + ٤ = ١٠$

نفس كلمة المساحة

تابع اجابة السؤال التاسع

١٣ $\int_{-٥}^{٣} ق(س)\,د س = \int_{-٥}^{٠} ق(س)\,د س + \int_{٠}^{٣} ق(س)\,د س$ (تحت)

$= ٥ - + ٨$ ← ١٣

ب $\int_{-٥}^{٣} ق(س)\,د س = -٥$ ← ١٣ (تحت المحور)

جـ نوزع $\int_{-٥}^{٠} ق(س)\,د س + \int_{-٥}^{٠} ٢ د س$

$= ٨ + [٢س]_{-٥}^{٠}$

$= ٨ + (٠ - (-١٠))$

$= ٨ + ١٠$ ← ١٨

د المساحة $= ٥ + ٨ =$ ١٣

---

١٤ هنا المساحه كامله = ١٢

$م_١ + م_٢ + م_٣ = ١٢$

$٥ + م_٣ = ١٢ \Leftarrow م_٣ = ٧$

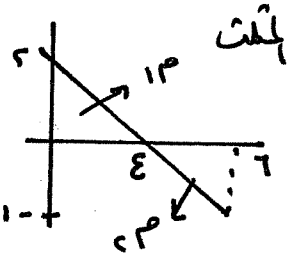
والمطلوب تكامل $\int_{ج}^{٥} ق(س)\,د س$

تحت محور السينات ← الاجابه −٧

---

١٥ هنا نعتمد على قانون مساحة المثلث

لايجاد المساحه ① و ②



$م_١ = \frac{١}{٢} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$= \frac{١}{٢} \times (٤ - ٠) \times (٢)$ ← ②

$م_٢ = \frac{١}{٢} \times (٢) \times \overset{(٤-)}{١} \times \overset{(٦-٤)}{١}$

$= ١ \times ١$ ← ①

المطلوب $\int_{٤}^{٦} ق(س)\,د س = \int_{٤}^{\text{فوق}} ق(س)\,د س + \int_{\text{تحت}}^{٦} ق(س)\,د س$

$= ١ - + ٤$

← ٣

إجابة السؤال العاشر { ضع دائره }

رقم الفقره	رمز الاجابه	الاجابه
١ ←	جـ	−٧
٢ ←	د	١١
٣ ←	ب	صفر
٤ ←	جـ	س + جتاس + جـ
٥ ←	ب	٢
٦ ←	أ	−٤
٧ ←	ب	٥
٨ ←	جـ	١٠
٩ ←	ب	$\frac{٤}{٣}$س + جـ
١٠ ←	د	٥
١١ ←	جـ	٣٦
١٢ ←	ب	−١٢
١٣ ←	ب	٤
١٤ ←	ب	٦
١٥ ←	د	٣س − س + ٢

إنتهت المراجعة المكثفة (التكامل)

« أسأل الله أن يوفقكم جميعاً »

لاتنسونا من دعائكم

(الأستاذ محمود المحارمة)

صفحة الاستاذ Face book

(محمود محارمة المنقذ)