

# الجديد في الرياضيات

الفرع الأدبي / المستوى الرابع

الوحدة الخامسة

## الإحصاء و الاحتمالات



مبدأ العد

## مبدأ العد

يتم استخدام مبدأ العد إذا عندي بالسؤال أكثر من

مرحلة يراد اختيار عنصر واحد فقط في كل مرحلة:

$$\text{عدد الطرق} = \text{عدد طرق المرحلة ١} \times \text{عدد طرق المرحلة ٢} \times \dots$$

مثال ١: في مكتبة فاطمة ٤ دواوين شعرية، و ٣ روايات أدبية إذا أرادت فاطمة قراءة كتابين أحدهما ديواناً شعرياً، والآخر روايةً أدبية، فبكم طريقة يمكنها ذلك؟

مثال ٥: لدى شخص ٥ أنواع من القمصان و ٤ أنواع من الأحذية، بكم طريقة يمكن أن يظهر الشخص بطريقة مختلفة؟

مثال ٦: محل لبيع المجمدات الغذائية فيه ٣ أنواع مختلفة من الأسماك، ٤ أنواع مختلفة من اللحوم الحمراء، ونوعان من الدجاج، بكم طريقة يمكن اختيار نوع واحد من الأسماك واللحوم الحمراء والدجاج؟

مثال ٢: محل لبيع الخضراوات والفواكه يحتوي على أربعة أصناف من الفاكهة ( موز ، برتقال ، تفاح ، دراق ) ، وصنفين من الخضراوات ( كوسا ، بطاطا ) ، بكم طريقة يمكن اختيار نوع واحد من الفواكه والخضراوات؟

مثال ٧: دخل سامر مطعم لتناول وجبة الغداء فوجد أن قائمة الطعام لذلك اليوم تحتوي ثلاثة أنواع من الشورية (عدس ، خضار ، فريكة ) ونوعين من الدجاج ( مقلي ، مشوي ) وأربعة أنواع من العصير ( تفاح ، برتقال ، ليمون ، بيبسي ) ، بكم طريقة يمكن اختيار وجبة مكونة من نوع واحد من الشورية ونوع من الدجاج ونوع من العصير؟

مثال ٣: وزارة ٢٠١٩ بكم طريقة يمكن اختيار سيارة من بين ٥ سيارات من أنواع مختلفة وكل نوع متوفر ب ٤ ألوان؟

مثال ٤: يحتوي أحد معارض الأجهزة الكهربائية على أربع أنواع من الثلاجات و ٥ أنواع من الغسالات و ٣ أنواع من أجهزة التكييف بكم طريقة يمكن شراء ثلاجة وغسالة وجهاز تكييف؟

**فكرة تكوين الأعداد والكلمات :**

(١) حدد عدد المنازل التي يتكون منها العدد

← منزلتين  $\times$   $\times$ ← إما ٣ منازل  $\times \times \times$ ← ٤ منازل  $\times \times \times \times$ 

شوف كم رقم في المجموعة { ، ، }

إذا سمح بتكرار الرقم ← انسخ

إذا لم يسمح بتكرار الرقم ← نقص واحد

مثال ٨: أراد أحمد شراء قلم ومسطرة ودفتر من إحدى المكتبات حيث وجد فيها ثلاثة أنواع مختلفة من الأقلام ونوعين من المساطر وأربعة أنواع من الدفاتر بكم طريقة يمكن لأحمد شراء قلم ومسطرة ودفتر؟

مثال ٩: أراد أحمد السفر من العقبة إلى الزرقاء مروراً بعمان فإذا كان بإمكانه السفر من العقبة إلى عمان بواسطة الطائرة أو السيارة أو الحافلة، وبإمكانه السفر من عمان إلى الزرقاء بواسطة السيارة أو الحافلة، كم طريقة أمام أحمد للسفر من العقبة إلى الزرقاء مروراً بعمان؟

مثال ١: من مجموعة الأرقام { ٦ ، ٥ ، ٣ ، ٢ } كم

عدداً يمكن تكوينه من منزلتين

(١) إذا سمح بتكرار الأرقام؟

(٢) إذا لم يسمح بتكرار الأرقام؟

مثال ٢: من مجموعة الأرقام { ٧ ، ٥ ، ٣ ، ١ } كم

عدداً يمكن تكوينه من ٣ منازل :

(١) إذا سمح بتكرار الأرقام؟

(٢) إذا لم يسمح بتكرار الأرقام؟

مثال ١٠: لدى محمود أربعة أنواع من القمصان وثلاثة أنواع من البنائيل ونوعان من الأحذية فهل يكفيه ذلك إذا أراد ارتداء لباس مختلف عن اليوم الذي سبقه مدة شهر كامل؟

مثال ٦: بكم طريقة يمكن تكوين عدد من منزلتين من مجموعة الأرقام الزوجية التي هي أكبر من ٣ وأقل من أو يساوي ٨ في حال :

(١) سمح بتكرار الأرقام؟

(٢) لم يسمح بتكرار الأرقام؟

مثال ٣: من مجموعة الأرقام { ١ ، ٥ ، ٩ } كم عدداً يمكن تكوينه من منزلتين :

(١) إذا سمح بتكرار الأرقام؟

(٢) إذا لم يسمح بتكرار الأرقام؟

مثال ٧: بكم طريقة يمكن تكوين كلمة من ٣ حروف من مجموعة الحروف { أ ، ر ، د ، ن }، حيث لا يشترط أن يكون للكلمة معنى :

(١) إذا سمح بتكرار الحروف؟

(٢) إذا لم يسمح بتكرار الحروف؟

مثال ٤: من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٧ ، ١ } كم عدداً يمكن تكوينه من ٤ منازل :

(١) إذا سمح بتكرار الأرقام؟

(٢) إذا لم يسمح بتكرار الأرقام؟

مثال ٨: اتبعت دائرة السير في إحدى الدول نظاماً لترقيم السيارات مستخدمة الأرقام من ١ إلى ٩ بحيث تحتوي لوحة السيارة على (٤) أرقام، وحرفين من أحرف الهجاء، كم سيارة يمكن ترقيمها بهذه الطريقة؟، علماً بأن عدد أحرف الهجاء ٢٨ حرفاً، وتكرار الأرقام مسموح به خلافاً لتكرار الأحرف.

مثال ٥: بكم طريقة يمكن تكوين عدد من ٣ منازل من مجموعة الأرقام الفردية التي هي أكبر من ٢ وأقل من أو يساوي ٩ في حال :

(١) سمح بتكرار الأرقام؟

(٢) لم يسمح بتكرار الأرقام؟

مثال ٩: تعمل (١٠) حافلات لنقل الركاب بين مدينتي مادبا وعمان وتعمل (٣٠) حافلة أخرى بين مدينتي عمان والزرقاء فإذا أراد راكب أن يسافر من مادبا إلى الزرقاء مروراً بعمان ثم يعود سالكاً الطريق نفسه، بكم طريقة يمكنه عمل ذلك، شرط ألا يركب الحافلة نفسها في أثناء رحلته؟

أولاً:

المضروب مع (الجمع والطرح والضرب)

طريقة الحل: حفظ الجواب من الجدول

ملاحظة: الأولوية للأقواس

مثال ١: جد ناتج  $!٣ + !٢ =$

مثال ٢: جد ناتج  $!٣ + !٤ =$

مثال ٣: جد ناتج  $!٢ \times !٤ =$

مثال ٤: جد ناتج  $!(٤ + ٢) =$

مثال ٥: جد ناتج  $!(٤ - ٩) =$

مثال ٦: جد ناتج  $!٢ \times !(٤ - ٧) =$

مثال ٧: جد ناتج  $!(٥ - ٧) \times !(٢ + ١) =$

مثال ٨: جد ناتج  $!(٢ \times ٣) =$

مثال ٩: جد ناتج  $!(١ - ٣) + !(٤ - ٥) =$

تدريب من الكتاب جد ناتج  $!٢ + !٤ + !٣ =$

ثانياً:

المضروب مع (القسمة)

الحل: فك المضروب الكبير حتى تختصر

مثال ١٠: جد ناتج  $٤٢ = \frac{!٩ \times ٦ \times ٧}{!٥} = \frac{!٧}{!٥}$

مثال ١١: جد ناتج  $٧٢ = \frac{!٧ \times ٨ \times ٩}{!٤} = \frac{!٩}{!٧}$

مثال ١٢: جد ناتج  $\frac{!(٢-٧)}{!٣}$

مثال ١٣: جد ناتج  $\frac{!(١-٨)}{!(١+٤)}$

مثال ١٤: جد ناتج  $\frac{!١٠}{!٤ \times !٦}$

مثال ١٥: جد ناتج  $\frac{!٩}{!٤ \times !٥}$

مثال ١٦: جد ناتج  $\frac{!٧}{!٢ \times !(٢-٧)}$

\* المضروب \*

رمز المضروب !

جدول المضروب حفظ زي إسمك

المضروب	المفكوك	الجواب
!٨	$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨$	٤٠٣٢٠
!٧	$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧$	٥٠٤٠
!٦	$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦$	٧٢٠
!٥	$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥$	١٢٠
!٤	$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤$	٢٤
!٣	$١ \times ٢ \times ٣$	٦
!٢	$١ \times ٢$	٢
!١	١	١
!٠		١
!ن	$١ \times \dots \times (٢-ن) \times (١-ن) \times ن$	

ثالثاً :

المجاهيل في المضروب :

شكل السؤال : مضروب مجهول = عدد

الحل : ١ خلي المضروب موضوع القانون

٢ حفظ بالعكس من الجدول

٣ شيل المضروب وخلي ن لحالها

مثال ١٧ : إذا كان  $(n+2)!$  ، جد قيمة نمثال ٢٣ : إذا كان  $2(n!) = 48$  ، جد قيمة نمثال ٢٤ : إذا كان  $3(n!) = 72$  ، جد قيمة نمثال ٢٥ : إذا كان  $2(n+1)!$  ، جد قيمة نمثال ١٨ : إذا كان  $(2n)!$  ، جد قيمة نمثال ٢٦ : إذا كان  $n!$  ، جد قيمة نمثال ١٩ : إذا كان  $(5n)!$  ، جد قيمة نمثال ٢٧ : إذا كان  $n! + 2 = 122$  ، جد قيمة نمثال ٢٠ : إذا كان  $(n-1)!$  ، جد قيمة نمثال ٢٨ : إذا كان  $n! - 5 = 19$  ، جد قيمة نمثال ٢١ : إذا كان  $(n-3)!$  ، جد قيمة نمثال ٢٩ : إذا كان  $(n+1)!$  ، جد قيمة نمثال ٢٢ : إذا كان  $(n+1)!$  ، جد قيمة نمثال ٣٠ : إذا كان  $(n-2)!$  ، جد قيمة نمثال ٣١ : إذا كان  $(n!) + 3 = 126$  ، جد قيمة ن

مثال ٣٢: إذا كان  $(n) - 4 = 96$  ، جد قيمة  $n$

مثال ٣٧: إذا كان  $\frac{n!}{(2-n)!} = 12$  ، جد قيمة  $n$

مثال ٣٣: إذا كان  $4 + 2(n!) = 52$  ، جد قيمة  $n$

مثال ٣٨: إذا كان  $\frac{n!}{(2-n)!} = 30$  ، جد قيمة  $n$

مثال ٣٤: إذا كان  $6 - (n+1)! = 17 + !0$  ، جد قيمة  $n$

مثال ٣٩: إذا كان  $\frac{n!}{(2-n)!} = 42$  ، جد قيمة  $n$

مثال ٣٥: إذا كان  $100 - (n!) = 20$  ، جد قيمة  $n$

مثال ٤٠: إذا كان  $\frac{!(1+n)}{!(1-n)} = 30$  ، جد قيمة  $n$

مثال ٣٦: إذا كان  $\frac{n!}{!(1-n)} = 12$  ، جد قيمة  $n$

## التباديل

التباديل

قوانين مهمة يجب استخدامها

$$(1) \text{ ل } (n, n) = n!$$

$$\text{جد ل } (7, 7) = 7! = 5040$$

$$\text{جد ل } (6, 6) = 6! = 720$$

$$\text{جد ل } (5, 5) = 5! = 120$$

$$\text{جد ل } (4, 4) = 4! = 24$$

$$(2) \text{ ل } (1, n) = n$$

$$\text{جد ل } (1, 7) = 7$$

$$\text{جد ل } (1, 5) = 5$$

$$\text{جد ل } (1, 4) = 4$$

$$\text{جد ل } (1, 10) = 10$$

$$(3) \text{ ل } (0, n) = 1$$

$$\text{جد ل } (0, 7) = 1$$

$$\text{جد ل } (0, 8) = 1$$

$$\text{جد ل } (0, 9) = 1$$

$$\text{جد ل } (0, 12) = 1$$

قانون الأغبياء

يستخدم فقط في الضع دائرة

$$\text{ل } (n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

اختيار مجموعة عدد عناصرها (ن) مأخوذة (ر) من العناصر كل مرة مع الاهتمام بالترتيب .

مثال ١: جد ناتج كل مما يلي

$$(1) \text{ ل } (7, 5) =$$

$$(2) \text{ ل } (6, 3) =$$

$$(3) \text{ ل } (5, 2) =$$

$$(4) \text{ ل } (8, 6) =$$

قانون الأذكىاء: يستخدم مع أسئلة الحل:

مثال ٢: جد ناتج ما يلي

$$(1) \text{ ل } (7, 2) =$$

$$(2) \text{ ل } (5, 3) =$$

$$(3) \text{ ل } (6, 2) =$$

$$(4) \text{ ل } (5, 4) =$$

$$(5) \text{ ل } (4, 4) =$$

$$(6) \text{ ل } (10, 2) =$$

ص ٢٣٠ من الكتاب

**مثال (١)**

ما عدد تباديل مجموعة مكونة من (٧) عناصر مأخوذة (٣) في كل مرة؟

تدريب ١ ص ٢٣١ من الكتاب

كم عدد تباديل مجموعة مكونة من ٥ عناصر مأخوذة ٢ في كل مرة؟

**مثال ٣: نمط وزارة:**

ما عدد تباديل مجموعة مكونة من (٦) عناصر مأخوذة (٣) في كل مرة؟

**مثال ٤:**

ما عدد تباديل مجموعة مكونة من (٥) عناصر مأخوذة (٤) في كل مرة؟

**تمارين**

(١) جد  $ل(٣,٥) + ل(٢,٤) + ل(٢)!$

(٢) جد  $ل(٠,٦) + ل(٥,٥) - ل(١,٧)$

(٣) جد  $\frac{ل(٢,٧)}{١٢}$

(٤)  $ل(٣,٧)$

(٥)  $ل(٥,٦)$

سؤال بالعكس: س ٤ / ص ٢٣٣ من الكتاب:

عبر عما يأتي باستخدام التباديل:

(أ)  $١٣ \times ١٤ \times ١٥ \times ١٦ \times ١٧$

(ب)  $٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦$

(ج)  $٩ \times ١٠ \times ١١ \times ١٢$

(د)  $ك \times (ك-١) \times (ك-٢), ك \leq ٣$

(هـ)  $م \times (م-١) \times (م-٢) \times (م-٣), م \leq ٤$

(و)  $ن \times (ن-١), ن \leq ٢$

وزارة ٢٠١٢ شتوي: ما عدد تباديل مجموعة عناصرها ٥ مأخوذة (٣) من عناصرها في كل مرة:

(أ)  $\frac{!5}{!2}$  (ب)  $\frac{!5}{!2!3}$  (ج)  $\frac{!5}{!3}$  (د)  $3 \times 5$

المجاهيل في التباديل:

أولاً: ن مجهولة

طريقة الحل: ١ خلي ل (ن، عدد) موضوع القانون

٢ حدد عدد مرات الضرب

٣ جرب الأعداد

(٦) ل (ن، ٣) = ٦٠

(٧) ل (ن، ٣) = ٢٠

(٨) ل (ن، ٣) = ٧٢

(٩) ل (ن، ٣) = ٩ ل (ن، ٢)

(١٠) ل (ن، ٤) = ٣ ل (ن، ٣)

مثال ١: جد ن في كل مما يلي:

(١) ل (ن، ٢) = ٢٠

(٢) ل (ن، ٢) = ٣٠

ثانياً: ر مجهولة

طريقة الحل: ١ خلي ل (ن، ر) موضوع القانون

٢ جرب الأعداد

(٣) ل (ن، ٢) = ٩٠

(٤) ل (ن، ٢) = ٤٠

مثال ٢: جد ر في كل مما يلي:

(١) ل (٥، ر) = ٢٠

(٢) ل (٦، ر) = ٣٠

(٥) ل (ن، ٢) = ٦٠

خدعة وزارية في أسئلة الضع دائرة

$${}^3P_2 = (r, 4) = 24$$

$${}^4P_3 = (r, 5) = 60$$

$${}^5P_5 = (r, 5) = 60$$

$${}^6P_6 = (r, 8) = 1680$$

$${}^7P_6 = (r, 6) = 360$$

$${}^8P_{2+3} = (r, 6) = 39 + 4$$

$${}^9P_2 = (r, 5) = 120$$

$${}^{10}P_1 = (r, 5) = 1$$

مثال ١: من مجموعة الأرقام { ٢ ، ٥ ، ٧ ، ١ } كم عدداً يمكن تكوينه من ٣ منازل بحيث لا يسمح تكرار الرقم ؟

أ)  $\binom{4}{3}$  ب)  $4 \times 3$  ج)  $4!$  د)  ${}^4P_3$

مثال ٢: من مجموعة الأرقام { ٥ ، ١ ، ٧ } كم عدداً يمكن تكوينه من منزلتين بحيث لا يسمح تكرار الرقم ؟

أ)  ${}^3P_2$  ب)  $\binom{3}{2}$  ج)  $2!$  د) ٣

مثال ٣: كم كلمة من ٣ أحرف مختلفة يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف {س، ل، ط، ي} ، علماً بأنه ليس شرطاً أن يكون للكلمة معنى ؟

أ)  ${}^4P_3$  ب)  $\binom{4}{3}$  ج)  $3!$  د)  $3 \times 4$

## التوافيق

## التوافيق

قانون الأغبياء: يستخدم فقط في الضع دائرة:

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$$

مجموعة عدد عناصرها (ن) مأخوذة منها (ر) عنصر

مثال ٧: جد  $\binom{7}{2}$

مثال ٨: جد  $\binom{8}{6}$

مثال ١: جد  $\binom{5}{3}$

مثال ٩: مثال ١ من الكتاب: ص ٢٣٤

**مثال (١)**

جد قيمة كل مما يأتي:

$\binom{6}{4}$  (٣)       $\binom{9}{5}$  (٢)       $\binom{4}{2}$  (١)

مثال ٢: جد  $\binom{6}{2}$

مثال ٣: جد  $\binom{4}{3}$

مثال ٤: جد  $\binom{7}{2}$

مثال ١٠: تدريب ١ ص ٢٣٥ من الكتاب

**تدريب ١**

جد قيمة كل مما يأتي:

$\binom{5}{2}$  (٣)       $\binom{8}{5}$  (٢)       $\binom{9}{7}$  (١)

قانون الأذكىاء:  $\frac{n!}{r!} = \binom{n}{r}$ 

مثال ٥: جد  $\binom{5}{2}$

مثال ٦: جد  $\binom{6}{3}$

قوانين مهمة يجب استخدامها

$$1 = \binom{n}{n} \quad (1) \quad 2 = \binom{n}{1} \quad (2) \quad n = \binom{n}{n}$$

$$1 = \binom{n}{0} \quad (3) \quad n = \binom{n}{1-n} \quad (4) \quad 1 = \binom{n}{n}$$

مثال ١١: جد قيمة ما يلي:

$$1 = \binom{5}{5} \quad (1)$$

$$1 = \binom{7}{7} \quad (2)$$

$$1 = \binom{8}{0} \quad (3)$$

$$7 = \binom{7}{1} \quad (4)$$

$$99 = \binom{99}{98} \quad (5)$$

$$12 = \binom{12}{11} \quad (6)$$

$$12 = \binom{12}{1} \quad (7)$$

$$1 = \binom{5}{0} \quad (8)$$

مثال ١٢: س ١ ص ٢٣٨ من الكتاب

جد قيمة كل مما يأتي:

$$(ب) \binom{5}{5}$$

$$(ج) \binom{4}{0}$$

$$(د) \binom{4}{1}$$

مثال ١٣: وزارة ٢٠١٢ صيفي

عدد توافيق ٦ عناصر مأخوذة (٣) عناصر في كل مرة؟

مثال ١٤: عدد توافيق ٥ عناصر مأخوذة (٣) عناصر

في كل مرة؟

مثال ١٥: وزارة ٢٠١٩ تكميلي

ما عدد المجموعة الجزئية الثنائية التي يمكن تكوينها من بين ٥ عناصر .

(أ)  $\binom{5}{2}$  (ب)  $2 \times 5$  (ج) ل (٥ ، ٢) (د)  $5! \times 2$

المجاهيل في التوافيق  $\binom{n}{r}$ :

أولاً: المجهول فوق

الحل: المجهول = حاصل جمع الي تحت

مثال ١٦: جد قيمة س ،  $\binom{s}{7} = \binom{s}{5}$ مثال ١٧: جد قيمة س ،  $\binom{s}{2} = \binom{s}{3}$ مثال ١٨: جد قيمة س ،  $\binom{s}{1} = \binom{s}{7}$

طرق الاختيار ( ٢٠ علامة )

المطلوب: بكم طريقة يمكن :

- يتم استخدام مبدأ العد ( السؤال مكون من أكثر من مرحلة يراد اختيار عنصر واحد )

مثال ١٩: جد قيمة  $n$  ،  $\binom{n+1}{3} = \binom{n+1}{5}$

مثال ٢٠: جد قيمة  $k$  ،  $\binom{2k+1}{4} = \binom{2k+1}{5}$

← جلوس الطلاب

← ترتيب الكتب على رف

← بكم تزهو المناصب ( مدير ، رئيس ، سكرتير ، مساعد مدير )

• التباديل

← عدم وجود جلوس طلاب

← عدم وجود ترتيب الكتب على رف

← عدم وجود مناصب ( خطأ أوفر )

• التوافق

ثانياً: المجهول تحت

الحل:

الحل ٢	الحل ١
المجهول = حاصل طرح الي قبالي	مجهول = الي قبالي

مثال ٢١: جد قيمة  $k$  ،  $\binom{5}{2} = \binom{5}{k}$

مثال ١: بكم طريقة يمكن أن يجلس ٥ طلاب على خمس مقاعد موضوعة في صف واحد؟

مثال ٢٢: جد قيمة  $s$  ،  $\binom{6}{2} = \binom{6}{s+2}$

مثال ٢: بكم طريقة يمكن أن يجلس ٥ طلاب على ٣ مقاعد موضوعة في صف واحد؟

مثال ٢٣: جد قيمة  $l$  ،  $\binom{10}{4} = \binom{10}{l}$

مثال ٣: بكم طريقة يمكن أن يجلس ٦ طلاب على ٣ مقاعد موضوعة في صف واحد؟

مثال ٢٤: جد قيمة  $s$  ،  $\binom{6}{1+s} = \binom{6}{4}$

مثال ٤: بكم طريقة يمكن ترتيب ٤ ملفات على رف في صف واحد؟

مثال ١٠: بكم طريقة يمكن اختيار مدير شركة ونائب له ومدير مالي من بين ٦ موظفين؟

مثال ٥: بكم طريقة يمكن ترتيب ٥ ملفات على رف في صف واحد؟

مثال ١١: بكم طريقة يمكن اختيار رئيس قسم ومساعد له وأمين عهدة من بين ٩ أعضاء؟

مثال ٦: بكم طريقة يمكن ترتيب ٦ كتب على رف في صف واحد؟

مثال ١٢: بكم طريقة يمكن اختيار ٥ أسئلة من بين ٧ أسئلة في امتحان اللغة العربية؟

مثال ٧: بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ومساعد له من بين ٥ أعضاء؟

مثال ١٣: جد عدد طرق اختيار قلمين من علبة تحوي ١٠ أقلام؟

مثال ٨: بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ومساعد له وأمين سر من بين ٦ أعضاء؟

مثال ١٤: جد عدد طرق اختيار ثلاث طلاب من بين ٥ طلاب؟

مثال ٩: بكم طريقة يمكن اختيار مدير ومساعد له وسكرتير من بين ٥ معلمين؟

مثال ١٥: جد عدد طرق اختيار ٤ معلمين من بين ٦ معلمين؟

مثال ١٦: جد عدد طرق اختيار ٣ كتب من بين ٥ كتب؟

مثال ٢٢: س ١ ص ٢٧٦ من الكتاب بكم طريقة يمكن اختيار ٤ مهندسين و ٣ فنيين لتكوين لجنة من بين ٥ مهندسين و ١٠ فنيين؟

مثال ١٧: جد عدد طرق اختيار ٣ أطباء من بين ٦ أطباء؟

أسئلة: على الأقل ، على الأكثر

دائماً على التوافق

مثال ١٨: جد عدد طرق اختيار ٣ معلمين و ٤ طلاب من بين ٥ معلمين و ٦ طلاب؟

مثال ٢٣: مجموعة مكونة من ٥ معلمين و ٤ طلاب يراد تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل؟

مثال ١٩: جد عدد طرق اختيار ٤ أطباء و ٥ ممرضين من بين ٦ أطباء و ٧ ممرضين؟

مثال ٢٤: مجموعة مكونة من ٦ معلمين و ٥ طلاب يراد تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل؟

مثال ٢٠: جد عدد طرق اختيار مهندسين و ٣ فنيين من بين ٤ مهندسين و ٥ فنيين؟

مثال ٢٥: مجموعة مكونة من ٤ معلمين و ٣ طلاب يراد تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلمين اثنين على الأقل؟

مثال ٢١: وزارة ٢٠٠٨ / ٦ علامات بكم طريقة يمكن اختيار ٣ معلمين و طالبين لتشكيل لجنة من بين ٥ معلمين و ٨ طلاب؟

مثال ٢٦: ٢٠١٩ وزارة دورة عادية (١٢ علامة)  
مجموعة مكونة من ٤ معلمين و ٣ معلمات بكم طريقة  
يمكن اختيار لجنة رباعية منهم بحيث تكون من معلم  
واحد على الأقل؟

مثال ٢٩: بكم طريقة يمكن تكوين لجنة ثلاثية من  
بين ٥ معلمين و ٤ طلاب بحيث يكون معلم واحد  
على الأكثر؟

مثال ٢٧: ٢٠١٨ وزارة شتوي (٥ علامات)  
مجموعة كتب مكونة من ٨ كتب علمية و ٦ كتب أدبية  
يرغب طالب في اختيار ثلاثة كتب منها بكم طريقة  
يمكن اختيار الكتب الثلاثة بحيث يكون من بينها  
كتاب علمي على الأقل؟

مثال ٣٠: وزارة ٢٠١٩ تكميلي ١٢ علامة  
مجموعة مكونة من ٣ نساء و ٤ رجال بكم طريقة يمكن  
تكوين لجنة رباعية منهم بحيث تتكون اللجنة من ٣  
نساء على الأكثر؟

مثال ٣١: مجموعة مكونة من ٦ معلمين و ٤ إداريين  
بكم طريقة يمكن تكوين لجنة ثلاثية منهم بحيث تتكون  
اللجنة من معلمين اثنين على الأكثر؟

مثال ٢٨: بكم طريقة يمكن تكوين فريق خماسي من  
بين ٥ أطباء و ٦ ممرضين بحيث يتكون الفريق من  
طبيين اثنين على الأكثر؟

مثال ٣٢: مجموعة مكونة من ٥ معلمين و ٤ طلاب  
بكم طريقة يمكن تكوين لجنة رباعية منهم بحيث تتكون  
اللجنة من معلمين اثنين على الأكثر؟

مثال ٣٣: س ٣ ص ٢٣٨ من الكتاب

عائلة تتألف من ٥ أولاد و ٣ بنات. يراد تكليف ٣ منهم بتنظيف الحديقة، فبكم طريقة يمكن اختيارهم، بحيث:

( أ ) يوجد بنتان على الأقل ضمن الفريق.

( ب ) لا يوجد أي بنت في الفريق.

مثال ٣٧: وزارة

مجموعة مكونة من ٨ طلاب و ٤ معلمين ما عدد طرق تكوين لجنة رباعية بحيث يكون رئيس اللجنة معلماً ونائبه طالباً وبقية الأعضاء من الطلبة؟

(مضروب وتباديل وتوافق) **MIX** ( ١٥ علامة )

مثال ١: وزارة ٢٠١٩ الامتحان العام (١٢ علامة)

$$\text{جد } \frac{!٣ + !٤}{(!٢) \times ٥} + \binom{٥}{٣}$$

أسئلة مقالية : توافق + تباديل

مثال ٣٤: مجموعة مكونة من ٥ معلمين و ٤ طلاب

يراد تكوين لجنة رباعية بحيث يكون الرئيس ونائبه من المعلمين البقية من الطلاب؟

مثال ٢: وزارة ٢٠١٩ الامتحان التكميلي (١٢ علامة)

$$\text{جد } \frac{!٥ + !٤}{(!٣) \times ٦} + \binom{٦}{٤}$$

مثال ٣٥: مجموعة مكونة من ٥ أطباء و ٦ ممرضين،

بكم طريقة يمكن تكوين فريق خماسي بحيث يكون

رئيس الفريق ونائبه من الأطباء والبقية من الممرضين؟

مثال ٣: وزارة ٢٠٠٩ شتوي

$$\text{جد ن إذا كان ن!} = ل (٥ ، ٢) + \binom{٤}{١}$$

مثال ٣٦: مجموعة مكونة من ٧ رؤساء وأقسام و ٨

أعضاء أقسام ، بكم طريقة يمكن تكوين لجنة رباعية

بحيث يكون رئيس اللجنة من رؤساء الأقسام والبقية

من الأعضاء؟

مثال ٤: وزارة ٢٠١٣ صيفي

$$\text{جد ن إذا كان ن!} = \binom{10}{2} \times 2 + \binom{10}{6} \times 2$$

مثال ٩: وزارة ٢٠١٩ الامتحان العام ١٠ علامات

$$\text{جد ن إذا كان} \frac{\binom{10}{2} \times 2}{6} = \frac{10!}{(2-n)!}$$

مثال ٥: وزارة ٢٠١٤ صيفي

$$\text{جد ن إذا كان ن!} = \binom{10}{2} \times \frac{4}{3} + \binom{10}{5} \times 3$$

مثال ١٠: وزارة ٢٠١٩ الامتحان التكميلي ١٠ علامات

$$\text{جد ن إذا كان} \binom{10}{5} \times 5 = \frac{(3+n)!}{(1+n)!}$$

مثال ٦: وزارة ٢٠١٥ صيفي

$$\text{جد ن إذا كان} \binom{10}{2} \times 6 = \binom{10}{6} \times (3+n)$$

مثال ١١: وزارة ٢٠١٤ شتوي ٥ علامات

$$\text{جد ن إذا كان} \binom{10}{2} \times 6 = \binom{10}{6} \times (3+n)$$

مثال ٧: وزارة ٢٠١٦ شتوي

$$\text{جد ن إذا كان} \binom{10}{3} \times 3 = \binom{10}{6} \times (1+n)$$

مثال ١٢: وزارة ٢٠١٤ صيفي ٦ علامات

$$\text{جد ن إذا كان} \frac{\binom{10}{3} \times 3}{6} = \binom{10}{3}$$

مثال ٨: وزارة ٢٠١٧ شتوي

$$\text{جد ن إذا كان} \binom{10}{2} - \binom{10}{6} \times \frac{2}{3} = (1-n)!$$

## المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

أولاً: توزيع ذو الحدين

قانون توزيع ذو الحدين

$$L(s) = \binom{n}{r} (p)^r (1-p)^{n-r}$$

n: عدد مرات إجراء التجربة

r: عدد مرات نجاح التجربة

p: احتمال نجاح التجربة في المحاولة الواحدة

ملاحظة: لا يمكن استخدام القانون إلا إذا كانت

L(s) = رقم

مثال ١: إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين

ومعامله n = ٣، p = ٠,٤، جد ما يلي:

(١) قيم س الممكنة

(٢) L(s = ٢)

(٣) L(s = ١)

(٤) L(s = ٠)

(٥) L(s = ٣)

مثال ٢: إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين

ومعامله n = ٥، p = ٠,٧، جد ما يلي:

(١) قيم س الممكنة

(٢) L(s = ٣)

(٣) L(s = ٢)

(٤) L(s = ٥)

مثال ٣: إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين

ومعامله n = ٤، p = ٠,٢، جد ما يلي:

(١) قيم س الممكنة

(٢) L(s ≤ ٣)

(٣) L(s ≥ ١)

مثال ٤: إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين ومعامله  $n = 5$ ،  $A = 0,6$  جد ما يلي:

(١) قيم س الممكنة

(٢) ل (س = ٢)

(٣) ل (س ≤ ٤)

(٤) ل (س ≤ ١)

(٥) ل (س ≥ ٤)

مثال ٦: مثال ٣ ص ٢٤٣ من الكتاب

**مثال (٣)**

إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله:  $n = 3$ ،  $A = 0,4$ ، فجد كلاً مما يأتي:

(١) ل (س = ٢). (٢) ل (س ≤ ١). (٣) ل (س > ٢).

مثال ٧: س ٣ ص ٢٤٥ من الكتاب

(٣) إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله:  $n = 4$ ،  $A = 0,6$ ، فجد كلاً مما يأتي:

(أ) ل (س = ٢).

(ب) ل (س ≤ ٤).

(ج) ل (س ≥ ١).

مثال ٥: تدريب ٣ ص ٢٤٣ من الكتاب

**تدريب ٣**

إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله:  $n = 6$ ،  $A = 0,7$ ، فجد كلاً مما يأتي:

(١) ل (س = ٥). (٢) ل (س ≤ ٤). (٣) ل (س ≥ ٢).

مثال ٨: وزارة ٢٠١٨ صيفي ٦ علامات

إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً ذا حدين ومعامله  $n = 3$

،  $A = 0,9$  جد ما يلي :

(١) ل ( $s = 2$ )

(٢) ل ( $s \leq 1$ )

مثال ١٠: س ٣ ص ٢٧٦ من أسئلة الوحدة

إذا كان ( $s$ ) متغيراً عشوائياً ذا حدين، ومعامله:

$n = 2$  ،  $A = 0,4$  ، فجد :

(أ) قيم ( $s$ ) .

(ب) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ( $s$ ) .

مثال ١١: إذا كان ( $s$ ) متغيراً عشوائياً ذا حدين،

ومعامله:

$n = 3$  ،  $A = 0,6$  ، فجد :

(أ) قيم ( $s$ ) .

(ب) جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ( $s$ ) .

مثال ٩: إذا كان  $s$  متغيراً عشوائياً ذا حدين

ومعامله  $n = 2$  ،  $A = 0,8$  جد ما يلي :

(١) قيم  $s$  الممكنة

(٢) جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $s$  .

الأسئلة المقالية لتوزيع ذو الحدين

كيف أميزها بالامتحان

(كلمة احتمال و نسبة مئوية أو عدد عشري)

كلمات من ذهب(١) أي أداة نفي  $\leftarrow$  ل (س = ٠)(٢) على الأكثر  $\leftarrow$  من الشرط ونازل ل (س  $\geq$  ر)(٣) على الأقل  $\leftarrow$  من الشرط وطلع ل (س  $\leq$  ر)مثال ١: إذا كان احتمال أن يصيب شخص هدفاً في

كل طلقة يطلقها على الهدف يساوي ٠,٧ ، وإذا

أطلق ٥ طلقات على الهدف فما احتمال :

(١) إصابة الهدف ٣ مرات

(٢) إصابة الهدف ٤ مرات

(٣) عدم إصابة الهدف

(٤) إصابة الهدف مرة واحدة على الأكثر

(٥) إصابة الهدف مرة واحدة على الأقل

مثال ٣: تدريب ٤ ص ٢٤٤ من الكتاب

غرس مزارع ٧ شتلات، وكان احتمال نجاح غرس

الشتلة الواحدة هو ٦٠%. ما احتمال نجاح غرس

ثلاث شتلات على الأقل؟

مثال ٤: إذا كان احتمال نجاح عملية جراحية ٨٠%  
فما احتمال نجاح عمليتين على الأقل إذا أجريت ٣  
عمليات جراحية؟

مثال ٧: ٢٠١٥ صيفي ٦ علامات  
أجريت ثلاث عمليات في إحدى المستشفيات وكان  
احتمال نجاح العملية ٨٠%، كون جدول التوزيع  
الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

مثال ٥: وزارة ٢٠١٩ شتوي  
غرس مزارع ٥ نخلات وكانت نسبة نجاح النخلة ٤٠%  
ما احتمال نجاح غرس ٣ نخلات؟

مثال ٦: وزارة ٢٠١٣ صيفي ٢٥ علامات  
زرع شخص شجرتين في منزله إذا دل المتغير العشوائي  
س على عدد الأشجار النابتة وكان احتمال نجاح زراعة  
الشجرة الواحدة ٠,٨ جد ما يلي :  
(أ) اكتب قيم (س) .  
(ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي .

المجاهيل في جدول التوزيع الاحتمالي

خطوات الحل :

(١) اشطب على قيم س

(٢) اجمع قيم ل(س) وساويهم ب ١

(٣) نجد قيمة المجهول

مثال ١: وزارة ٢٠١٨ شتوي

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالجدول، جد قيمة ج ؟

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠,٣	٠,٤	ج	٠,١

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٠٢ (ج) ٠,٠٨ (د) ٠,٢

مثال ٥: إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

س معطى بالجدول الآتي، فما قيمة الثابت أ؟

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠,٢	٠,٣	٠,١	أ

مثال ٢: إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

س معطى بالجدول، جد قيمة ب ؟

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠,٦	٠,٢	ب	٠,١

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,١ (ج) ٠,٠٢ (د) ٠,٠١

مثال ٣: إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

س معطى بالجدول، جد قيمة ب ؟

س	٠	١	٢	٣	٤
ل(س)	٠,٢	٠,١	٠,٣	٠,٢	ب

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,١ (ج) ٠,٢ (د) ٠,٤

المجاهيل في مجموعة المتغير العشوائي

خطوات الحل :

(١) حول المجموعة لجدول

(٢) اشطب على قيم س

(٣) اجمع قيم ل (س) وساويهم ب ١

(٤) نجد قيمة المجهول

مثال ١: إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

س معطى بالمجموعة (س ، ل (س)) = { (٠ ، ٢ ، ٠) ،

( ١ ، ٣ ، ٠ ) ، ( ٢ ، ٢ ) } ، جد قيمة ب؟

(أ) ٠,٠٥ (ب) ٠,٢ (ج) ٠,٥ (د) ٠,٠٧

مثال ٢: إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

س معطى بالمجموعة

(س ، ل (س)) = { (٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٢) ، (أ) ،

جد قيمة الثابت أ؟

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٣ (ج) ٠,٧ (د) ٠,٠٧

مثال ٣: س ٥ ص ٢٧٦ من الكتاب

إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى

بالمجموعة { (٠ ، ٤ ، ٠) ، (٢ ، ٥ ، ٠) ، (٣ ، ٣) ،

جد قيمة الثابت ب؟

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٣ (ج) ٠,٧ (د) ٠,٠٧

التجارب العشوائية:

(١) رمي حجر نرد ( غير مهم )

(٢) رمي حجري نرد ( غير مهم )

(٣) سحب الكرات ( مهم )

(٤) التجارب المنتظمة ( مهم )

● قطعة نقد

● ولادة أطفال

● مباراة نهائية

(١) التجربة الأولى : رمي حجر النرد

ن = عدد الرميات

$$أ = \frac{1}{6} \text{ حفظ}$$

ر من السؤال

مثال ١: عند رمي حجر نرد أربع مرات متتالية ما

احتمال ظهور العدد ٥ في ٣ رميات ؟

مثال ٢: وزارة ٢٠١٨ صيفي ٦ علامات

في تجربة رمي حجر نرد ٤ مرات متتالية ، ما احتمال

ظهور العدد ٢ في ٣ رميات ؟

مثال ٣: في تجربة رمي حجر نرد ٥ مرات متتالية ، ما احتمال ظهور العدد ٤ في رميتين ؟

٣) التجربة الثالثة : سحب الكرات

( مهم ) جاي ١٠٠%

طريقة الحل :

(١) ن = عدد السحبات إما

(٢)

أ =  $\frac{\text{عدد الكرات الي على راسهم ريشة}}{\text{عدد الكرات الكلي}}$

(٣) إعمل جدول واستخدم قانون ذو الحدين

٢) التجربة الثانية : رمي حجري نرد

مثال ١: س ١ ص ٢٤٥

إذا دل المتغير العشوائي س على مجموع العددين

الظاهرين في تجربة إلقاء حجري نرد، وملاحظة الرقمين

على الوجهين الظاهرين، فأجب عما يأتي:

(أ) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي س.

(ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

س.

(ج) بيّن أن ل هو اقتران احتمال.

مثال ٢: وزارة ٢٠١٦ شتوي

يحتوي صندوق على ٤ كرات حمراء و ٦ كرات بيضاء،

سحبت من الصندوق ٣ كرات على التوالي مع

الإرجاع، إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات

الحمراء، كوّن جدول التوزيع الاحتمالي؟

مثال ٣: وزارة ٢٠١٢ صيفي

صندوق يحتوي على ٣ كرات بيضاء و ٧ كرات حمراء،  
سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الإرجاع،  
إذا دل المتغير العشوائي  $S$  على عدد الكرات الحمراء  
المسحوبة، كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير  
العشوائي  $S$ ؟

مثال ٥: س ٤ ص ٢٤٥ ( غير مهم )

صندوق يحتوي على ٥ كرات، ٣ منها حمراء، والبقية  
زرقاء اللون، إذا سحبت من الصندوق ٤ كرات على  
التوالي مع الإرجاع، و دلّ المتغير العشوائي  $S$  على  
عدد الكرات الحمراء المسحوبة، فأنشئ جدول التوزيع  
الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$ ؟

مثال ٤: صندوق يحتوي على ٣ كرات زرقاء و ٤

كرات حمراء، إذا سحبت من الصندوق ٣ كرات على  
التوالي مع الإرجاع، و دلّ المتغير العشوائي  $S$  على  
عدد الكرات الحمراء المسحوبة، اكتب جدول التوزيع  
الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$ ؟

الحالة ٣: قطعة نقدية ٣ مرات، ولادة ٣ أطفال

$$(١) \quad n = 3$$

$$(٢) \quad S = \{ 0, 1, 2, 3 \}$$

$$(٣) \quad \Omega = \{ 8 \text{ عناصر} \}$$

(٤) جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

مثال ١: تدريب ١ ص ٢٤١ من الكتاب

في تجربة إلقاء قطعتي نقد مرة واحدة، دل المتغير العشوائي ع على عدد مرات ظهور كتابة على الوجه الظاهر:

(١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ع.

(٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع.

(٣) بين أن ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع.

(٤) التجربة الرابعة: التجارب المنتظمة

• قطعة نقدية  $\begin{cases} \text{صورة} \\ \text{كتابة} \end{cases}$

• ولادة أطفال  $\begin{cases} \text{ولد} \\ \text{بنت} \end{cases}$

الحالة ١: قطعة نقدية مرة واحدة، ولادة طفل واحد

$$(١) \quad n = 1$$

$$(٢) \quad S = \{ 0, 1 \}$$

$$(٣) \quad \Omega = \{ \text{عنصرين} \}$$

(٤) جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١
ل(س)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

الحالة ٢: قطعة نقدية مرتين، ولادة طفلان

$$(١) \quad n = 2$$

$$(٢) \quad S = \{ 0, 1, 2 \}$$

$$(٣) \quad \Omega = \{ 4 \text{ عناصر} \}$$

(٤) جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

مثال ٤: وزارة ٢٠١٩ الامتحان العام (١٣ علامة)

في تجربة إلقاء قطعة نقد ٣ مرات متتالية، إذا دلّ المتغير العشوائي  $S$  على عدد مرات ظهور صورة على الوجه الظاهر، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي  $S$ ؟

مثال ٢: في تجربة إلقاء قطعة نقد مرتين متتاليتين، إذا دلّ المتغير العشوائي  $S$  على عدد مرات ظهور كتابة على الوجه الظاهر، جد ما يلي:

(١) اكتب القيم الممكنة للمتغير العشوائي  $S$ .

(٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي.

(٣) بيّن أن  $L$  هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي  $S$ .

مثال ٥: ٢٠١٩ التكميلي (١٣ علامة)

سجلت إحدى المستشفيات ولادة ٣ أطفال على التوالي، إذا دلّ المتغير العشوائي  $S$  على الأطفال الذكور، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي.

مثال ٣: سجلت إحدى المستشفيات ولادة طفلان

على التوالي، إذا كان المتغير العشوائي  $S$  يدل على مولود ذكر، جد ما يلي:

(١) اكتب قيم المتغير العشوائي  $S$ .

(٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي.

(٣) بيّن أن  $L$  هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي  $S$ .

## الإحصاء

## معامل ارتباط بيرسون الخطي

أولاً: معامل ارتباط بيرسون الخطي

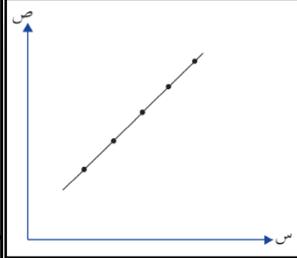
الفكرة ١:

رسم الارتباط ( ٣ علامات )

النوع الأول:

نوع الارتباط: ارتباط طردي تام

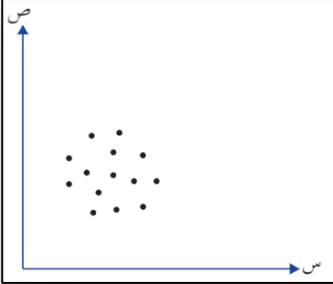
قيمة الارتباط: + ١



النوع الخامس:

نوع الارتباط: لا يوجد علاقة ولا

قيمة الارتباط: صفر

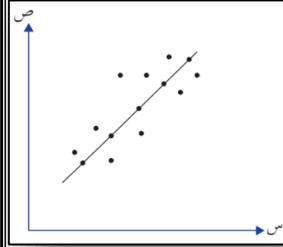


النوع الثاني:

نوع الارتباط: ارتباط طردي (موجب)

قيمة الارتباط: عدد عشري

موجب مثل : ٠,٩٥ ، ٠,٨٣ ، ...



مثال ١: ٢٠١٢ صيفي

يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار لتوزيع ما بين س ، ص

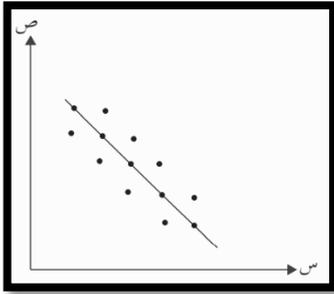
يمكن تقدير معامل الارتباط بين س ، ص:

(أ) ٠,٨

(ب) - ١

(ج) ١

(د) - ٠,٨

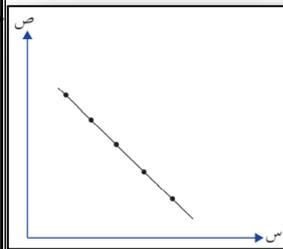


النوع الثالث:

نوع الارتباط: ارتباط عكسي

تام

قيمة الارتباط: - ١



مثال ٢: ٢٠١٣ شتوي

يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار لتوزيع ما بين س ، ص

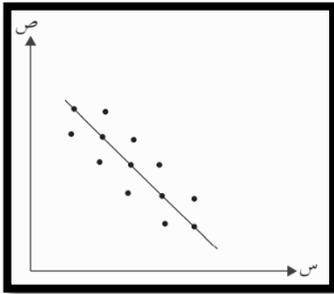
يمكن تقدير الحكم على العلاقة بـ :

(أ) تامة

(ب) عكسية

(ج) طردية

(د) لا يوجد علاقة

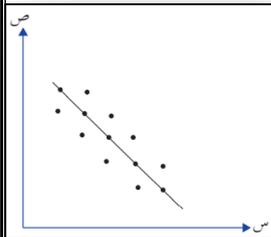


النوع الرابع:

نوع الارتباط: ارتباط عكسي (سالب)

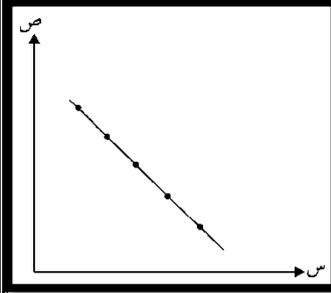
قيمة الارتباط: عدد عشري

سالب مثل : - ٠,٧٥ ، - ٠,٨٤ ، ...



مثال ٣: ٢٠١٥ شتوي

إذا مثلت العلاقة بين س ، ص في شكل الانتشار المجاور، جد قيمة معامل الارتباط بين س ، ص :



(أ) ١

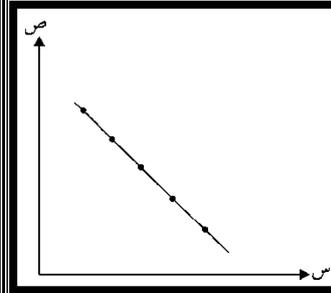
(ب) -١

(ج) ٠,٨

(د) -٠,٧

مثال ٤: ٢٠١٨ شتوي

ما نوع العلاقة التي تربط س ، ص في شكل الانتشار المجاور



(أ) طردية (موجبة)

(ب) طردية (تامة)

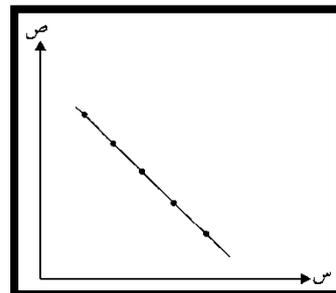
(ج) عكسية (تامة)

(د) عكسية (سالبة)

مثال ٥: ٢٠٠٨ صيفي

يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار س ، ص ما هي أقرب

قيمة لمعامل الارتباط بين س ، ص



(أ) ١

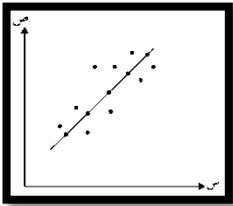
(ب) -١

(ج) -٠,٧

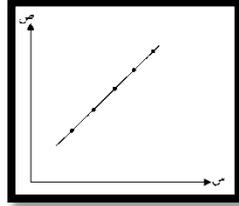
(د) ٠,٧

مثال ٦: ٢٠٠٩ شتوي

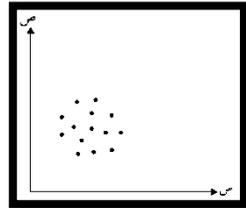
الشكل الذي يمثل الارتباط الخطي العكسي بين س ، ص هو:



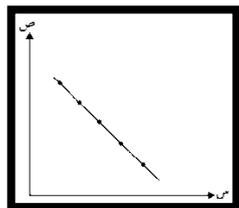
(ب)



(أ)



(د)

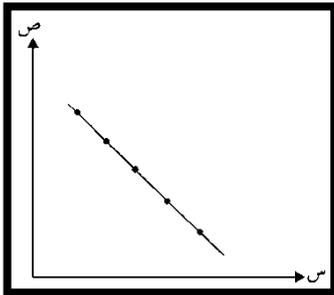


(ج)

مثال ٧: ٢٠١١ شتوي

معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل العلاقة بين س ، ص ما

قيمة الارتباط بينهما:



(أ) -١

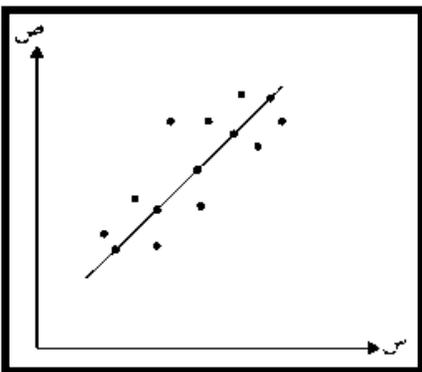
(ب) ٠,١

(ج) ١

(د) -٠,١

مثال ٨: ٢٠١١ صيفي (سؤال خبيث)

معتمداً على الشكل فإن قيمة الارتباط بينهما:



(أ) -٠,٨٥

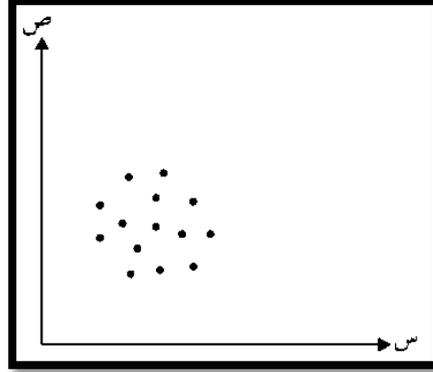
(ب) -٠,١٥

(ج) ٠,١٥

(د) ٠,٨٥

مثال ٩: يمثل الشكل المجاور الارتباط بين س ، ص ما

نوع الارتباط:



(أ) طردي تام

(ب) عكسي تام

(ج) طردي موجب

(د) لا يوجد علاقة

الفكرة ٢: (غير مهم)

المعطيات مجموعة نقاط

المطلوب: (١) ارسم شكل الانتشار ، (٢) حدد نوع العلاقة

مثال ١: تدريب ١ ص ٢٦٣ من الكتاب

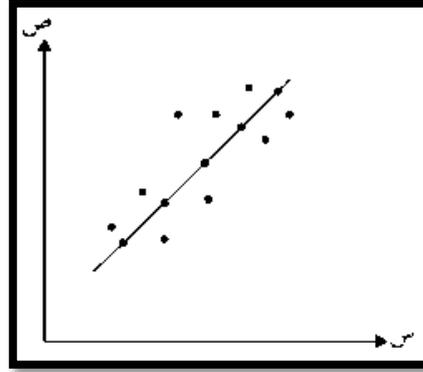
النقط: (٢، ٨)، (٤، ٦)، (٤، ٧)، (٧، ٤)، (٥، ٥)، (٦، ٣)، (٨، ٢)، (٧، ٤)

المتغيرين. ارسم شكل الانتشار بين المتغيرين: س ، ص ،

محدداً نوع العلاقة التي تربط بينهما.

مثال ١٠: ٢٠١٩ شتوي

ما نوع العلاقة بين س ، ص في شكل الانتشار المجاور:



(أ) طردي قوي

(ب) طردي ضعيف

(ج) عكسي قوي

(د) عكسي ضعيف

مثال ٢: س ١ ص ٢٦٩ من الكتاب

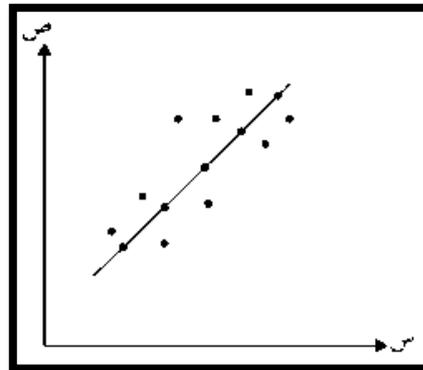
النقط: (٧، ٧)، (٦، ٨)، (٥، ٦)، (٨، ٥)، (٣، ١٠)، (٤، ٦)، (٤، ٩)

المتناظرة لمتغيرين. ارسم شكل الانتشار بين المتغيرين: س ،

ص ، محدداً نوع العلاقة التي تربط بينهما.

مثال ١١: ٢٠١٩ الامتحان العام

ما نوع العلاقة بين س ، ص في شكل الانتشار المجاور:



(أ) طردي تام

(ب) عكسي تام

(ج) طردي موجب

(د) عكسي سالب

الفكرة ٣: أقوى ارتباط (مهم)

هو أكبر عدد بدون النظر على الإشارة

الحل: (١) غطي على الإشارات

(٢) اختار أكبر رقم

مثال ١: أي معاملات الارتباط أقوى:

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٩ - (ج) ٠,٨ (د) ٠,٨ -

مثال ٢: أي معاملات الارتباط أقوى:

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٧ - (ج) ٠,٨ - (د) ٠,٢

الفكرة ٥: س\* ، ص\* (مهم)

إذا إشارة س ، ص متشابهة  
( إنسخ الجواب )

طريقة الحل

إذا إشارة س ، ص مختلفة  
( إكس إشارة الجواب )

مثال ١: إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص هو

٠,٧٥ ، جد معامل الارتباط بين س\* ، ص\* :

إذا كان س\* = ٤س + ٥ ، ص\* = ٦ + ٣ص

(أ) ٠,٧٥ (ب) ٠,٧٥ - (ج) ٠,٣ (د) ٠,٣ -

مثال ٢: إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص هو

٠,٨ - ، جد معامل الارتباط بين س\* ، ص\* :

إذا كان س\* = ٣س - ١ ، ص\* = ٥ص + ٦

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٨ - (ج) ٠,٢ (د) ٠,٢ -

مثال ٣: إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص هو

٠,٨ - ، جد معامل الارتباط بين س\* ، ص\* :

إذا كان س\* = ٣س - ١ ، ص\* = ٥ص + ٦

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٨ - (ج) ٠,٢ (د) ٠,٢ -

مثال ٤: إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص هو

٠,٨٥ ، جد معامل الارتباط بين س\* ، ص\* :

إذا كان س\* = ٩س + ١٥ ، ص\* = ٨ - ٢ص

(أ) ٠,٨٥ - (ب) ٠,١٥ - (ج) ٠,٨٥ (د) ٠,١٥

الفكرة ٤: أضعف ارتباط (مهم)

هو أصغر عدد بدون ما أطلع على الإشارة

الحل: (١) غطي على الإشارات

(٢) اختار أصغر رقم

مثال ١: أي معاملات الارتباط أضعف:

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٩ - (ج) ٠,٣ - (د) ٠,٢

مثال ٢: أي معاملات الارتباط أضعف:

(أ) ٠,٤ (ب) ٠,٥ (ج) ٠,٧ - (د) ٠,٩ -

مثال ٣: أي معاملات الارتباط أضعف:

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,١ - (ج) ٠,٣ (د) ٠,٥ -

الفكرة ٦ :

المطلوب	المعطيات	الحل
جد معامل	مجاميع $\sum$	(١) قانون بيرسون (٢) عوض في القانون
ارتباط بيرسون الخطي	جدول س ص	(١) اعمل جدول من ٧ أعمدة (٢) احسب مجموع قيم س عددتها مجموع قيم ص عددتها (٣) عي الجدول (٤) اكتب قانون بيرسون (٥) عوض في القانون

مثال ٥: إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص هو

-٠,٦٥ ، جد معامل الارتباط بين س\* ، ص\* :

إذا كان س\* = -٨س + ٥ ، ص\* = -٤ - ص

(أ) -٠,٦٥ (ب) ٠,٦٥ (ج) ٠,٣٥ (د) -٠,٣٥

مثال ٦: إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص هو

٠,٤٥ ، جد معامل الارتباط بين س\* ، ص\* :

إذا كان س\* = س + ٤ ، ص\* = -٤ - ٢ص

(أ) ٠,٤٥ (ب) ٠,٥٥ (ج) -٠,٥٥ (د) -٠,٤٥

مثال ٧: إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ،

ص هو -٠,٦٥ ، جد معامل الارتباط بين س\* ، ص\* :

إذا كان س\* = ٤س + ٤ ، ص\* = ٥ - ١ص

(أ) -٠,٦٥ (ب) ٠,٦٥ (ج) ٠,٣٥ (د) -٠,٣٥

مثال ٨: إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ،

ص هو -٠,٨ ، جد معامل الارتباط بين س\* ، ص\* :

إذا كان س\* = ٥ - ٢س ، ص\* = ٣ - ١ص

(أ) -٠,٨ (ب) ٠,٢ (ج) ٠,٨ (د) -٠,٢

قانون بيرسون

$$r = \frac{\sum_{k=1}^n (س_k - \bar{س})(ص_k - \bar{ص})}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (س_k - \bar{س})^2 \sum_{k=1}^n (ص_k - \bar{ص})^2}}$$

مثال ١: إذا كان س ، ص متغيرين وعدد قيم كل منهم ٥ ،

$$\sum_{k=1}^5 (س_k - \bar{س})^2 = ٤ ، \sum_{k=1}^5 (ص_k - \bar{ص})^2 = ٩$$

$$\sum_{k=1}^5 (س_k - \bar{س})(ص_k - \bar{ص}) = ٦ ، \text{جد معامل}$$

ارتباط بيرسون ، وحدد نوع العلاقة ؟

مثال ٢: إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين وعدد قيم كل منهما ٤،

$$\sum_{i=1}^4 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = -4$$

$$\sum_{i=1}^4 (s_i - \bar{s})^2 = 2$$

جد معامل ارتباط بيرسون الخطي، وحدد نوع العلاقة؟

مثال ٤:  $s$  ص ٤ ص ٢٦٩ من الكتاب

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين وعدد قيم كل منهما ٧،

$$\sum_{i=1}^7 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = -8$$

$$\sum_{i=1}^7 (s_i - \bar{s})^2 = 20$$

$$\sum_{i=1}^7 (v_i - \bar{v})^2 = 500$$

الخطي، وحدد نوع العلاقة؟

مثال ٣: مثال ٢ ص ٢٦٦ من الكتاب

**مثال (٢)**

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٥،

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = -10$$

فاحسب معامل ارتباط بيرسون بين هذين المتغيرين، محدداً نوع العلاقة بينهما.

**الحل**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2 \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2}}$$

$$r = \frac{-10}{\sqrt{16 \times 20}} = -\frac{10}{20} = -0,5$$

∴ توجد علاقة عكسية قوية بين هذين المتغيرين.

مثال ٥: ٢٠١٨ شتوي

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين وعدد قيم كل منهما ٩،

$$\sum_{i=1}^9 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = 160$$

$$\sum_{i=1}^9 (s_i - \bar{s})^2 = 81$$

$$\sum_{i=1}^9 (v_i - \bar{v})^2 = 400$$

الخطي؟

مثال ٦: ٢٠١٨ صيفي

إذا كان س ، ص متغيرين وعدد قيم كل منهم ٥ ،

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})^2 = 10 ،$$

$$\sum_{i=1}^5 (v_i - \bar{v})^2 = 20$$

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = 7 ،$$
 جد معامل

ارتباط بيرسون بين س ، ص؟

مثال ٨: ٢٠١٩ الامتحان العام (١٣ علامة)

جد معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص للقيم المبينة في الجدول

المجاور :

٨	٧	٣	٥	٢	س
١٥	١٣	٥	٩	٣	ص

مثال ٩: ٢٠١٠ صيفي (١٠ علامات)

يبين الجدول المجاور علامات ٥ طلاب في مبثي الفيزياء

والجغرافيا جد معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص:

٥	٤	٣	٢	١	رقم الطالب
٤	٦	٣	٥	٢	فيزياء
٩	٧	٣	٦	٥	جغرافيا
					ص

مثال ٧: ٢٠١٩ تكميلي

إذا كان س ، ص متغيرين وعدد قيم كل منهم ٥ ،

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})^2 = 10 ،$$

$$\sum_{i=1}^5 (v_i - \bar{v})^2 = 40$$

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = 20 ،$$
 جد معامل

ارتباط بيرسون بين س ، ص؟

مثال ١٠: ٢٠١١ صيفي (٩ علامات)

يبين الجدول المجاور علامات ٥ طلاب في مبحثي

الرياضيات (س) والتاريخ (ص) جد معامل ارتباط بيرسون بين

س ، ص:

٦	٦	٤	٦	٨	س
٤	٧	٥	٥	٤	ص

مثال ١٢: ٢٠١٣ صيفي (٨ علامات)

يبين الجدول المجاور علامات ٥ طلاب في مبحثي

الرياضيات (س) والعلوم (ص) جد معامل ارتباط بيرسون بين

س ، ص:

٥	٤	٣	٢	١	رقم الطالب
٨	١٤	١٢	١٦	١٠	س
١٠	١٨	١٦	١٤	١٢	ص

مثال ١٣: ٢٠١٥ صيفي (٨ علامات)

جد معامل ارتباط بيرسون ( ر ) بين س ، ص في الجدول

المجاور:

٧	٩	٨	٦	٤	٢	س
٨	٦	٥	٧	١	٣	ص

مثال ١١: ٢٠١٣ شتوي (٨ علامات)

جد معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص في الجدول المجاور:

٨	١٠	٩	٦	٧	س
١٢	٨	١٠	٧	٨	ص

مثال ١٤ : ٢٠٠٩ شتوي ( ١٠ علامات)

يبين الجدول علامات ٥ طلاب:

س ك	ص ك	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$
٦	٥					
٧	٦					
٥	٤					
٣	١					
٤	٤					

أنقل الجدول إلى دفتر الإجابة ثم املأ الأمددة الواردة فيه؟

(٢) معتمداً على الجدول جد معامل ارتباط بيرسون بين س ،  
ص ؟

مثال ١٥ : ٢٠٠٩ صيفي ( ١٠ علامات)

معتمداً على الجدول جد معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص؟

س ك	ص ك	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$	$\frac{3}{3}$
٣	١٠	٢-	٢	٤-	٤	٤
٤	٩	١-	١	١-	١	١
٥	٧	٠	١-	٠	٠	١
٦	٨	١	٠	٠	١	٠
٧	٦	٢	٢-	٤-	٤	٤

مثال ١٦ : ٢٠١١ شتوي ( ٥ علامات )

معتمداً على الجدول الآتي جد معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص ؟

رقم الطالب	س	ص	س	ص	س	ص
١	٢	٤	١	٠		
٢	١	٢	١	١		
٣	٣	٣	٠	١		
مجموع	٦	٩	٠	٠		

مثال ١٧ : ٢٠١٢ شتوي

أكمل الجدول الآتي لحساب معامل ارتباط بيرسون بين س ، ص ؟

س	ص	س	ص	س	ص
٣	٦	١	١		
٥	٥	٢	٠		
٦	٩	٢	١		
٧	٨	١	٢		
٤	٧	٠	١		

## خط الانحدار

## خط الانحدار

الفكرة ١:

مثال ٢: مثال ٢ ص ٢٧٥ من الكتاب

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٨،

$$\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s})^2 = 15$$

$$\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = 60$$

فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم  $v$  إذاعلمت قيم  $s$ .**الحل**

$$\frac{\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s})^2} = \text{جد قيمة } a$$

$$\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s})^2$$

$$4 = \frac{60}{15}$$

$$\text{جد قيمة } b = \bar{v} - a\bar{s}$$

$$2 = 12 \times 4 - 50 =$$

∴ معادلة خط الانحدار:  $\hat{v} = 4s + 2$ 

$$\hat{v} = 4s + 2$$

مثال ٣: إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٧،

$$\sum_{i=1}^7 (s_i - \bar{s})^2 = 3$$

$$\sum_{i=1}^7 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = 15$$

فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم  $v$  إذاعلمت قيم  $s$ .

المطلوب	المعطيات	الحل
معادلة	مجاميع $\sum$	(١) قانون الانحدار
خط	$\bar{s}$ = رقم	$\hat{v} = 4s + 2$
الانحدار	$\bar{v}$ = رقم	(٢) نجد
		$\frac{\sum (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v})}{\sum (s_i - \bar{s})^2} = a$
		و نجد
		$b = \bar{v} - a\bar{s}$
		(٣) عوض في قانون الانحدار
		$\hat{v} = 4s + 2$

مثال ١: س ٢ ص ٢٧٥ من الكتاب

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٨،

$$\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s})^2 = 20$$

$$\sum_{i=1}^8 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = 40$$

فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم  $v$  إذاعلمت قيم  $s$ .

مثال ٤: إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٥،

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})^2 = ٥$$

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = ٢٠$$

فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم  $v$  إذا علمت قيم  $s$ ؟

مثال ٦: ٢٠١١ صيفي (٦ علامات)

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٥، وكان

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})^2 = ٤٠$$

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = ٨٠$$

فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم  $v$  إذا علمت قيم  $s$ ؟

مثال ٧: ٢٠١٨ صيفي (٥ علامات)

إذا كان  $s$ ،  $v$  يمثلان عدد ساعات الدراسة اليومية ( $s$ )

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})^2 = ٢٦$$

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = ١٣٠$$

فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم  $v$  إذا علمت قيم  $s$ ؟

مثال ٥: ٢٠٠٨ صيفي (٤ علامات)

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٥،  $\bar{s} = ٥$

$$\bar{v} = ٧٥$$

فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم  $v$  إذا علمت قيم  $s$ ؟

مثال ٨: ٢٠١٩ الامتحان العام ( ٩ علامات )

إذا كان  $s$ ،  $v$  متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٥، وكان

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})^2 = 10000,$$

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = 20000,$$

 $\bar{s} = 30$ ،  $\bar{v} = 61$ ، فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ
بقيم  $v$  إذا علمت قيم  $s$ ؟

الفكرة ٢:

المطلوب : جد معادلة الانحدار

المعطيات : جدول

						$s$
						$v$

الحل :

(١) اعمل جدول من ٦ أعمدة

(٢) أكتب قانون معادلة خط الانحدار

$$\hat{v} = as + b$$

العمود قبل الأخير

$$\sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})(v_i - \bar{v}) = a \sum_{i=1}^5 (s_i - \bar{s})^2$$

العمود الأخير

$$(٤) \text{ نجد } b = \bar{v} - a \times \bar{s}$$

(٥) نعوض قيمتي  $a$  و  $b$  في قانون معادلة الانحدار

$$\hat{v} = as + b$$

مثال ١: ٢٠٠٩ صيفي (١٠ علامات)

معتماً على الجدول الآتي يبين قيم س ، ص جد  
معادلة خط الانحدار للتنبؤ يقيم ص إذا علمت قيم س

س	٦	٤	٨	٧	٢	٣
ص	٩	٨	١٠	٨	٥	٢

مثال ٣: ٢٠١٩ تكميلي (١٣ علامة)

معتماً على الجدول الآتي يبين قيم س ، ص جد  
معادلة خط الانحدار للتنبؤ يقيم ص إذا علمت قيم س ؟

س	١٠	٩	٥	٤	٧
ص	٢٢	٢٠	١٢	١٠	١٦

مثال ٢: ٢٠٠٩ صيفي (١٠ علامات)

معتماً على الجدول الآتي يبين قيم س ، ص جد  
معادلة خط الانحدار للتنبؤ يقيم ص إذا علمت قيم س

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
س	٤	٨	٥	٧	٦
ص	٥	٦	٧	١٠	١٢

مثال ٤: ٢٠١٠ شتوي (١١ علامة)

معتماً على الجدول الآتي يبين قيم س ، ص جد  
معادلة خط الانحدار للتنبؤ يقيم ص إذا علمت قيم س ؟

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
س	٣	٤	٧	٥	١
ص	١٤	١٦	٢٠	١١	٩

## الفكرة ٣:

المعطيات : معادلة خط الانحدار جاهزة

المطلوب : أ ، ب

الحل : أ : الرقم الي جنب س ( معامل س )

ب : الرقم الي لخالو ( الحد المطلق )

## الفكرة ٤:

المعطيات : معادلة خط الانحدار جاهزة

المطلوب : قَدْر ، تنبأ ، توقع (شعوذة)

الحل : عوض قيمة العدد بدل س في معادلة خط الانحدار

مثال ١ : ٢٠١٠ صيفي

في دراسة أجراها أحد طلبة الدراسات العليا توصل إلى

معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات

الدراسة (س) والمعدل التحصيلي (ص) لطلبة إحدى

الجامعات فكانت

$$\hat{ص} = ٥٣ + ٥س ، \text{جد ما يلي :}$$

(١) جد قيم أ ، ب .

(٢) قدر معدل طالب إذا كانت ساعات الدراسة اليومية له

٥ ساعات.

مثال ٢ : ٢٠١١ شتوي

إذا علمت أن معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين

عدد ساعات العمل اليومي (س) وعدد الأخطاء (ص) هي

$$\hat{ص} = ٦,٦س + ١ ، \text{جد ما يلي :}$$

(١) قيم كل من أ ، ب .

(٢) تنبأ بعدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ١٠

ساعات في اليوم.

مثال ٣ : ٢٠١٨ شتوي

إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط بين معامل الذكاء

(س) والمعدل التحصيلي (ص) هي  $\hat{ص} = ٤س - ٨١$ 

، فتنبأ بالمعدل التحصيلي لطالب معامل ذكائه ١١٠ .

مثال ٤: ٢٠١٠ صيفي

إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط بين عدد ساعات

الدراسة (س) والمعدل التحصيلي (ص) هي

$$\hat{ص} = ٢٠ + ٥س ، \text{جد ما يلي :}$$

(١) قيم أ ، ب .

(٢) قدر معدل طالب درس ١٠ ساعات دراسية في اليوم.

مثال ١: إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين

عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل التحصيلي (ص) هي

$$\hat{ص} = ٩س + ١٠ ، \text{جد الخطأ في التنبؤ لمعدل طالب}$$

درس ٥ ساعات وحصل على معدل ٥٣ .

مثال ٢: إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط بين عدد

ساعات الدراسة (س) والمعدل التحصيلي (ص) هي

$$\hat{ص} = ٥س + ٢٠ ، \text{جد الخطأ في التنبؤ لمعدل طالب}$$

درس ١٠ ساعات وحصل على معدل ٦٨ .

مثال ٥: ٢٠١٨ صيفي (٣ علامات)

إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين معدل

طالب في الثانوية العامة (س) ومعدله في الجامعة (ص) هي

$$\hat{ص} = ١,٤س - ٣٥ ، \text{فتنبأ بمعدل طالب في الجامعة إذا}$$

كان معدله في الثانوية العامة (٨٥) .

مثال ٣: إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط بين عدد

ساعات عمل موظف (س) وعدد الأخطاء (ص) هي

$$\hat{ص} = ٠,٥س + ٣ ، \text{جد الخطأ في التنبؤ لموظف عمل}$$

١٠ ساعات وارتركب ٩ أخطاء.

مثال ٤: إذا كانت معادلة خط الانحدار الخطي البسيط بين

عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل التحصيلي (ص) هي

$$\hat{ص} = ٥س + ٢٠ ، \text{جد ما يلي :}$$

(١) قيم أ ، ب .

(٢) قدر معدل طالب درس ٨ ساعات دراسية في اليوم.

(٣) احسب الخطأ في التنبؤ لمعدل طالب درس ١٠ ساعات

يوميًا وحصل على معدل ٧٢ .

الفكرة ٥:

المعطيات : معادلة خط الانحدار جاهزة

المطلوب : الخطأ في التنبؤ

الحل : (١) حدد قيمة س، و حدد قيمة ص

(٢) قانون الخطأ في التنبؤ

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

= ص - ( عوض قيمة س في المعادلة )

دائماً من السؤال  
جاهزة

مثال ٥: إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط بين عدد ساعات عمل موظف (س) وعدد الأخطاء التي يرتكبها (ص) هي  $\hat{ص} = ٥,٥س + ٣$  جد ما يلي:

(١) قدر عدد الأخطاء لموظف يعمل ٢٠ ساعة .

(٢) احسب الخطأ في التنبؤ لموظف يعمل ١٠ ساعات وارتكب ١١ خطأ.

مثال ٧: ٢٠١٤ صيفي (٤ علامات)

إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط بين عدد ساعات الدراسة اليومية (س) والمعدل التحصيلي (ص) هي  $\hat{ص} = ٤س + ٥٢$  ، جد الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي يحصل عليه طالب درس ٦ ساعات وحصل عليه طالب درس ٦ ساعات يومياً وحصل على معدل ٧٨ .

مثال ٦: ٢٠١٨ شتوي (٥ علامات)

إذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط بين عدد ساعات العمل (س) وعدد الأخطاء التي يرتكبها موظف (ص) هي  $\hat{ص} = ٥,٥س + ١$  جد ما يلي:

(١) تنبأ بعدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ٨ ساعات يومياً .

(٢) إذا كان عدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ١٠ ساعات هي ٤ أخطاء جد الخطأ في التنبؤ؟

مثال ٨: ٢٠١٣ شتوي (٥ علامات)

إذا علمت أن معادلة خط الانحدار بين رأس المال (س) والأرباح السنوية (ص) بآلاف الدينانير هي  $\hat{ص} = ٣,٣س + ١٠$  ، جد الخطأ في التنبؤ لأرباح شركة رأس مالها (٦٠) ألف دينار وأرباحها السنوية (٢٧,٤) ألف دينار؟

مثال ٩: ٢٠١٩ شتوي (٦ علامات)

إذا كانت معادلة خط الانحدار للعلاقة بين رأس المال (س) والأرباح السنوية لشركة بآلاف الدينانير (ص) هي  $\hat{ص} = ٥,٥س + ٨$  ، جد الخطأ في التنبؤ لأرباح شركة رأس مالها (٥٠) ألف دينار وأرباحها السنوية (٣٠) ألف دينار؟

## العلامة المعيارية

مثال ١: إذا علمت أن المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في امتحان الفيزياء هو ٦٠ وعلامة الطالب ٧٠ والانحراف المعياري ٥ جد العلامة المعيارية؟

القانون الأول: يستخدم إذا عندي ٣ رموز معلومات ورمز مطلوب

$$z_s = \frac{s - \bar{s}}{ع}$$

زس: العلامة المعيارية، القيمة المعيارية.

س: المشاهدة، القيمة، العلامة، العلامة الخام، الطول، الوزن، العمر، الراتب.

$\bar{s}$ : المتوسط الحسابي

ع: الانحراف المعياري

الحل:

(١) سجل صندوق المعطيات

زس
س
$\bar{s}$
ع

مثال ٢: إذا علمت أن المتوسط الحسابي لعلامات طلبة هو ٥٥، وعلامة الطالب ٦٠ والانحراف المعياري ٥، جد العلامة المعيارية؟

(٢) أكتب القانون

(٣) عوض في القانون

مثال ٣: تدريب ١ ص ٢٤٧ من الكتاب

تخضع كتل طلبة الصف الخامس الأساسي في إحدى المدارس لمتوسط حسابي مقداره ٤٠ كغ، وانحراف معياري مقداره ٤. فإذا كانت كتلة طلبة الصف ٣٨ كغ، فجد العلامة المعيارية لكتلة هذا الطالب.

مثال ٤: إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلاب صف ما في مادة الكيمياء هو ٦٠ ، والانحراف المعياري للعلامات ٣ ، جد العلامة المعيارية للطالب رمضان الذي نال علامة ٧٢؟

مثال ٨: إذا كانت المشاهدة ١٠ تقابل العلامة المعيارية -٢ ، المتوسط الحسابي لأعمار أشخاص ٥٥ سنة والانحراف المعياري ٢ ، وكانت العلامة المعيارية ١٠ جد عمر الشخص؟

مثال ٥: ٢٠٠٩ شتوي

إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية ٦٠ والانحراف المعياري ٥ فإن العلامة المعيارية للعلامة ٥٨ تساوي:

(أ) ٢ (ب) ٠,٤ (ج) -٠,٤ (د) -٢

مثال ٩: س ٣ ص ٢٥١ من الكتاب

إذا كانت المشاهدة ٨ تقابل العلامة المعيارية ٢ ، وكان الانحراف المعياري ٢ ، جد المتوسط الحسابي؟

مثال ١٠: ٢٠١٩ شتوي

إذا كان الانحراف المعياري يساوي ١ وكانت المشاهدة ١٢ تقابل العلامة المعيارية ٢ ، فإن المتوسط الحسابي لهذه المشاهدات يساوي؟

(أ) ١٥ (ب) ١٤ (ج) ١٠ (د) ٦

مثال ٦: ٢٠١١ صيفي (٥ علامات)

إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات ٦٠ والانحراف المعياري ٤ ، وكانت العلامة المعيارية -٣ جد علامة الطالب الفعلية؟

مثال ١١: ٢٠٠٨ شتوي

في توزيع تكراري إذا كانت العلامة الخام ٦٠ تقابل العلامة المعيارية ٣ وكان المتوسط الحسابي ٥٤ جد الانحراف المعياري؟

مثال ٧: إذا كان المتوسط الحسابي لأعمار أشخاص ٥٥ سنة والانحراف المعياري ٢ ، وكانت العلامة المعيارية ١٠ جد عمر الشخص؟

مثال ١٢ : ٢٠١٣ صيفي

في توزيع تكراري إذا كانت العلامة الخام ٧٨ تقابل العلامة المعيارية ٣ وكان المتوسط الحسابي ٦٠ فإن الانحراف المعياري يساوي :

(أ) ١٨ (ب) ١١٢ (ج) ٩ (د) ٦

مثال ١٦ : معتمداً على الجدول المجاور الذي يبين العلامات المعيارية لأربع مواد فأبي المواد أفضل

المادة	جغرافيا	تاريخ	رياضيات	حاسوب
العلامة المعيارية	١-	٣	٢	٠

(أ) جغرافيا (ب) تاريخ (ج) الرياضيات (د) حاسوب

مثال ١٧ : ٢٠١٩ الامتحان العام

معتمداً على الجدول المجاور الذي يبين العلامات المعيارية لأربع طلاب في امتحان الرياضيات، الطالب الذي تحصيله في الامتحان أفضل هو:

الاسم	علي	محمد	طارق	يوسف
العلامة المعيارية	٤-	١-	٠	٣

(أ) علي (ب) محمد (ج) طارق (د) يوسف

مثال ١٨ : ٢٠١٨ صيفي

معتمداً على الجدول المجاور الذي يبين العلامات المعيارية لطلاب في ٤ مباحث فالمبحث الذي يكون تحصيل الطالب فيه أفضل ؟

المادة	رياضيات	تاريخ	جغرافيا	عربي
العلامة المعيارية	١	٠	٣-	٢

(أ) الرياضيات (ب) التاريخ (ج) جغرافيا (د) عربي

مثال ١٣ : ٢٠١٦ صيفي ( ٤ علامات )

في توزيع تكراري إذا كانت العلامة الخام ٦٨ تقابل العلامة المعيارية (٠,٥) وكان المتوسط الحسابي ٦٥ جد الانحراف المعياري.

مثال ١٤ : إذا كان المتوسط الحسابي ٥٠ والعلامة الخام ٦٠ تقابل العلامة المعيارية ٢ جد الانحراف المعياري.

ملاحظة: في أسئلة المقارنة (أيهما أفضل) يتم اختيار الشيء الذي له علامة معيارية أكبر

مثال ١٥ : إذا كانت علامة الطالب محمد في مادة E تساوي ٥٠ وعلامته في مادة العربي ٦٠ وكان المتوسط الحسابي لمادة E يساوي ٤٠ والانحراف المعياري لمادة E يساوي ٢ وكان المتوسط الحسابي لمادة العربي ٥ فأبي المادتين أفضل؟

ملاحظة :

كلمة  $\leftarrow$  فوق المتوسط =  $z +$   
 $\leftarrow$  تحت المتوسط =  $z -$

يعني كلمة ( فوق المتوسط ، تحت المتوسط ) هي قيم زس

مثال ١٩: إذا علمت أن المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في امتحان الفيزياء هو ٦٠ والانحراف المعياري هو ٦ جد العلامة التي تنحرف فوق المتوسط بأربعة انحرافات معيارية؟

مثال ٢٢: ٢٠٠٨ صيفي

إذا كان المتوسط الحسابي ٦٠ ، والانحراف المعياري ٤ فإن القيمة التي تنحرف انحرافين معياريين تحت المتوسط الحسابي تساوي:

أ) ٥٠ ب) ٥٢ ج) ٥٦ د) ٥٨

مثال ٢٣: ٢٠١١ شتوي ( ٥ علامات )

إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات صف في مادة الرياضيات ٦٥ والانحراف المعياري لها ٦ ، فجد العلامة التي تنحرف فوق المتوسط انحرافين معياريين؟

مثال ٢٠: إذا علمت أن المتوسط الحسابي طالبات إحدى المدارس هو ١٦٠ سم وأن الانحراف المعياري لأطوالهن ٤ جد الطول الذي ينحرف فوق المتوسط بثلاثة انحرافات معيارية؟

مثال ٢٤: ٢٠١٢ شتوي ( ٣ علامات )

إذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي ٦٠ والانحراف المعياري لها ٣ ، فجد العلامة التي تنحرف فوق المتوسط انحرافين معياريين؟

مثال ٢١: س ٤ من أسئلة الوحدة ص ٢٧٦ من الكتاب

إذا كان المتوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص هو ٤٢ سنة والانحراف المعياري لها ٤ جد العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين تحت المتوسط الحسابي؟

مثال ٢٥: ٢٠١٣ شتوي

إذا كان المتوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص ٤٢ سنة والانحراف المعياري ٤ ، فإن العمر الذي ينحرف تحت المتوسط انحرافين معياريين؟

أ) ٣٤ ب) ٥٠ ج) ٤٠ د) ٣٨

مثال ٢٦ : ٢٠١٤ شتوي ( ٤ علامات )

إذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في أحد الصفوف ٦٠ والانحراف المعياري ٦ ، جد العلامة التي تنحرف فوق المتوسط الحسابي انحرافين معياريين؟

مثال ٢٩ : إذا علمت أن المتوسط الحسابي ٦٠ والانحراف المعياري ٦ جد العلامة التي تنحرف تحت المتوسط بمقدار ٢,٥؟

مثال ٣٠ : إذا علمت ان المتوسط الحسابي لأطوال طالبات إحدى المدارس هو ١٦٠ سم وأن الانحراف المعياري لأطوالهن ٤ جد الطول الذي ينحرف تحت المتوسط انحرافين معياريين وربع انحراف معياري؟

مثال ٢٧ : ٢٠١٦ شتوي ( ٥ علامات )

إذا كان المتوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص ٤٥ عام والانحراف المعياري ٤ ، جد العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين فوق المتوسط الحسابي ؟

مثال ٣١ : تدريب ٢ ص ٢٤٨ من الكتاب

جد قيمة المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في مادة اللغة الإنجليزية، علماً بأن الانحراف المعياري للعلامات ٤ ، وعلامة هديل (٨٥) تنحرف فوق هذا المتوسط بمقدار  $\frac{1}{4}$  انحراف معياري؟

مثال ٢٨ : ٠١٩٢ الامتحان العام

إذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي ٦٠ والانحراف المعياري لها ٤ ، فإن القيمة التي تنحرف انحرافين معياريين تحت المتوسط الحسابي هي:

أ) ٥٦      ب) ٥٨      ج) ٦٨      د) ٥٢

تذكير :

$$\frac{٥}{٢} = ٢,٥$$

$$\frac{٣}{٢} = ١,٥$$

$$\frac{٩}{٤} = \frac{٢ + ١}{٤}$$

$$\frac{٧}{٣} = \frac{٢ + ١}{٣}$$

القانون الثاني :

١) يستخدم إذا شفت كلمة فرق

$$ع = \frac{\text{فرق السينات } \Delta س}{\text{فرق الزينات } \Delta ز}$$

٢) يستخدم إذا كان في السؤال أكثر من قيمة ل س وأكثر من قيمة ل ز

$$ع = \frac{س٢ - س١}{ز٢ - ز١}$$

مثال ٣٢: إذا كان المتوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص ٥٠ عام والانحراف المعياري ٢ وكان الفرق بين عمري شخصين من المجموعة ١٠ سنوات جد الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهذين العمرين؟

مثال ٣٦: مثال ٤ من الكتاب ص ٢٤٩

إذا كانت العلامتان المعياريتان ٢ ، ١ - تقابلان العلامتين ٨٠ ، ٦٥ ، على الترتيب جد ما يلي :

(١) الانحراف المعياري

(٢) المتوسط الحسابي

مثال ٣٣: ٢٠١٤ شتوي (٤ علامات)

إذا كان المتوسط الحسابي ٦٠ والانحراف المعياري ٦ جد ما يلي: إذا كان الفرق بين علامتي طالبين ٩ فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهاتين العلامتين؟

مثال ٣٧: إذا كانت العلامتين ٣٢ ، ١٢ تقابلان العلامتان

المعياريتان ٣ ، ٢ - على الترتيب جد ما يلي :

(١) الانحراف المعياري

(٢) المتوسط الحسابي

مثال ٣٤: ٢٠١٩ شتوي (٥ علامات)

إذا كان المتوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص ٤٥ عام والانحراف المعياري ٤ جد ما يلي:

إذا كان الفرق بين عمري شخصين من المجموعة ١٠ سنوات، جد الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهذين العمرين؟

مثال ٣٨: ١٧٢٠ شتوي (٤ علامات)

إذا كانت علامتا طالبين من الصف نفسه ٩٠ ، ٧٥ والعلامتان المعياريتان ٢ ، ١ - ، جد المتوسط الحسابي لعلامات الطلبة ؟

مثال ٣٥: إذا كانت العلامتان المعياريتان ٣ ، ١ تقابلان

العلامتين ٨٠ ، ٦٠ على الترتيب جد ما يلي :

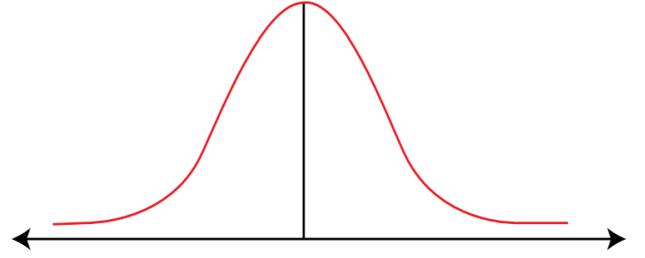
(١) الانحراف المعياري

(٢) المتوسط الحسابي

## التوزيع الطبيعي

ملاحظات هامة:

(١) التوزيع الطبيعي متمائل حول العمود المقام على المتوسط وشكله يشبه الجرس



(٢) للتوزيع الطبيعي قمة واحدة ، ما يعني أن له منوالاً واحداً.

(٣) تقارب طرفي منحنى التوزيع الطبيعي صفر.

(٤) المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي وحدة واحدة.

(٥) المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال.

(٦) المساحة على يمين المتوسط تساوي ٠,٥ وعلى يسار المتوسط تساوي ٠,٥ .

(٧) المتوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي صفر .

(٨) الانحراف المعياري للتوزيع الطبيعي ١ .

مثال ١: المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي :

(أ) ٣ وحدات

(ب) وحدتين

(ج) وحدة واحدة

(د) ٤ وحدات

مثال ٢: في التوزيع الطبيعي واحدة مما يلي صحيحة:

(أ) المتوسط الحسابي < المنوال

(ب) المتوسط الحسابي < الوسيط

(ج) المتوسط الحسابي > المنوال

(د) المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال

مثال ٣: المساحة على يمين المتوسط الحسابي في التوزيع

الطبيعي تساوي؟

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٠,٥ (د) ٢,٥

مثال ٤: ٢٠١١ شتوي

من خصائص التوزيع الطبيعي المعياري أن متوسطه الحسابي يساوي:

(أ) ١ (ب) صفر (ج) ١- (د)  $\frac{1}{4}$

مثال ٥: ٢٠١٣ صيفي

الوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي المعياري هو :

(أ) ١- (ب) صفر (ج)  $\frac{1}{4}$  (د) ١

مثال ٦: الانحراف المعياري للتوزيع الطبيعي المعياري هو :

(أ) ١ (ب) ١- (ج)  $\frac{1}{4}$  (د) صفر

## قوانين التوزيع الطبيعي

$$(1) \text{ ل } (z \geq \text{عدد موجب}) = \text{من الجدول مباشرة}$$

$$(2) \text{ ل } (z \leq \text{عدد موجب}) = 1 - \text{ ل } (z \geq \text{عدد موجب})$$

$$= 1 - \text{من الجدول مباشرة}$$

$$(3) \text{ ل } (z \geq \text{عدد سالب}) = 1 - \text{ ل } (z \geq \text{عدد موجب})$$

$$= 1 - \text{من الجدول مباشرة}$$

$$(4) \text{ ل } (z \leq \text{عدد سالب}) = \text{ ل } (z \geq \text{نفس العدد موجب})$$

$$= \text{من الجدول مباشرة}$$

$$(5) \text{ ل } (a \geq z \geq b) = \text{ ل } (z \geq b) - \text{ ل } (z \geq a)$$

مثال ١: إذا كان (z) متغيراً عشوائياً معيارياً طبيعياً، جد قيمة

كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري

z	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥	٣
ل(z)	٠,٥٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤٣٨	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٦٥	٠,٩٩٨٨

جد ناتج ما يلي :

$$(1) \text{ ل } (z \geq 1,5)$$

$$(2) \text{ ل } (z \geq 3)$$

$$(3) \text{ ل } (z \geq -1)$$

$$(4) \text{ ل } (z \geq -0,5)$$

$$(5) \text{ ل } (z \leq 2)$$

$$(6) \text{ ل } (z \leq 2,5)$$

$$(7) \text{ ل } (z \leq -2,5)$$

$$(8) \text{ ل } (z \leq -1,5)$$

$$(9) \text{ ل } (1 \geq z \geq 2)$$

$$(10) \text{ ل } (0,5 \geq z \geq 1)$$

$$(11) \text{ ل } (-2 \geq z \geq 1,5)$$

مثال ٢: إذا كان (z) متغيراً عشوائياً طبيعياً، وكان

$$\text{ ل } (z \geq 0,7) = 0,7 \text{ جد قيمة ل } (z \leq 0,7) = 0,7$$

$$(أ) 0,07 \quad (ب) 0,7 \quad (ج) 0,3 \quad (د) 0,03$$

مثال ٣: إذا كان (z) متغيراً عشوائياً طبيعياً، وكان

$$\text{ ل } (z \geq 0,4) = 0,4 \text{ فما قيمة ل } (z \geq 2)$$

$$(أ) 0,4 \quad (ب) 0,04 \quad (ج) 0,6 \quad (د) 0,06$$

مثال ٤: إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً معيارياً طبيعياً، وكان

$$P(Z \leq A) = 0,3 \text{ جد قيمة } P(Z \geq -A)$$

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٠٣ (ج) ٠,٠٧ (د) ٠,٧

مثال ٨: ٢٠١٩ الامتحان العام

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً، وكان  $P(Z \geq A) = 0,8$

فإن قيمة  $P(Z \geq -A)$  تساوي

(أ) ٠,٠٨ (ب) ٠,٢ (ج) ٠,٠٢ (د) ٠,٨

الفكرة ١:

إذا كان المطلوب  $P(Z \geq \text{رقم})$

$$\text{الحل : (١) حول س إلى ز عن طريق } Z = \frac{S - \bar{S}}{E}$$

$$P(Z \geq \text{رقم}) \leftarrow P\left(\frac{S - \bar{S}}{E} \geq \text{رقم}\right)$$

(٢) استخدم القوانين الخمسة

(٣) استخدم الجدول

مثال ٥: ٢٠١٢ شتوي

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً، وكان

$$P(Z \geq A) = 0,6 \text{ فإن قيمة } P(Z \leq -A)$$

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (ج) ٠,٤ (د) ٠,٦

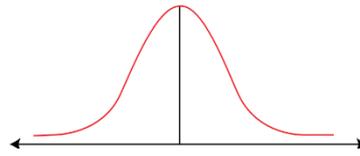
مثال ٦: ٢٠١٨ صيفي

الشكل المجاور يمثل منحنى

التوزيع الطبيعي إذا علمت

أن  $P(Z \geq A) = 0,3$  فما

قيمة  $P(Z \geq A)$



(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٠٣ (ج) ٠,٧ (د) ٠,٠٧

مثال ٧: ٢٠١٨ صيفي منهاج جيل ٢٠٠٠

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً معيارياً، وكان  $P(Z \leq A) = 0,2$

فإن قيمة  $P(Z \geq -A)$

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٢ (ج) ٠,٠٢ (د) ٠,٠٨

مثال ١: إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي

الذي متوسطه الحسابي ٦٠ والانحراف المعياري ٥ جد ما يلي:

ملاحظة يمكنك الاستفادة من الجدول

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
$P(Z \leq z)$	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

جد:

$$(١) P(S \geq 70)$$

$$(٢) P(S \geq 50)$$

$$(٣) P(S \leq 65)$$

$$(٤) P(S \leq 70)$$

$$(٥) P(S \leq 50)$$

مثال ٢: إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٥٠ والانحراف المعياري ١٠ جد ما يلي:

ملاحظة يمكنك الاستفادة من الجدول

ز	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل(ز)	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

(١) ل (س ≥ ٦٠)

(٢) ل (س ≥ ٤٠)

(٣) ل (س ≥ ٣٠)

(٤) ل (س ≤ ٧٠)

(٥) ل (س ≤ ٤٥)

(٦) ل (٦٠ ≤ س ≤ ٧٠)

(٧) ل (٤٠ ≤ س ≤ ٧٠)

مثال ٣: ٢٠١٩ شتوي (٥ علامات)

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي بمتوسط الحسابي ١٠ والانحراف المعياري ١ جد :

ل (س ≥ ١١)

ملاحظة يمكنك الاستفادة من الجدول

ز	٠	٠,١	٠,٢	١	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٥٣٩٨	٠,٥٧٩٣	٠,٨٤١٣	٠,٩٧٧٢

### الأسئلة المقالية في التوزيع الطبيعي

(مهم جداً)

على الأقل أكثر من أكبر من أو يساوي يزيد علامة نجاح علامة قبول ل (س ≤ رقم)	(١) ترجم السؤال جيداً على الأكثر يقبل عن أصغر من أو يساوي لا يزيد علامة رسوب ل (س ≥ رقم)
---	--

ينحصر بين أ ، ب  
يتراوح بين أ ، ب  
ل (أ ≥ س ≥ ب)

(٢) حول ل(س ≥ رقم) إلى ل(ز ≥  $\frac{س - \bar{س}}{ع}$ )

(٣) استخدم القوانين الخمسة (٤) استخدم الجدول

ملاحظة: إذا طلب "ما عدد " ، "جد العدد"  
العدد المطلوب = العدد الكلي × الاحتمال

مثال ١: ٢٠١٨ صيفي (٥ علامات)

تتبع علامات طلبة في امتحان عام توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي ٧٥ والانحراف المعياري ٥ ما احتمال أن تكون علامته أقل من أو يساوي ٨٠؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,١	٠,٢	١	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٥٣٩٨	٠,٥٧٩٣	٠,٨٤١٣	٠,٩٧٧٢

مثال ٢: إذا كانت أوزان الطلبة تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي ٥٠ كغ وانحراف معياري ١٠ كغ ما احتمال أن يكون وزن أحد الطلبة لا يزيد عن ٧٠ كغ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

مثال ٣: إذا كانت أطوال مجموعة من الطلبة تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي ١٥٠ سم وانحراف معياري ٥ سم ما احتمال أن يكون طول أحد الطلبة ١٤٥ سم على الأكثر؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

مثال ٤: ٢٠١٨ صيفي منهاج جيل ٢٠٠٠

تخضع أوزان أطفال حديثي الولادة للتوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي ٣ كغ وانحراف معياري ٢ ما احتمال أن يكون وزن الطفل أكبر من ٤ كغ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

مثال ٥: ٨٢٠١ شتوي (٥ علامات)

إذا كانت أطوال طلبة في إحدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي ١٥٥ سم والانحراف المعياري ١٠ اختير طالب عشوائياً، ما احتمال أن يكون طوله ١٥٠ سم على الأقل؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠,١	٠,٢	٠,٥	٠,٢	٠,٥
ل(ز)	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٧٩٣	٠,٦٩١٥

مثال ٦: ٢٠١١ صيفي (٦ علامات)

إذا كانت أوزان أطفال عند الولادة تتبع التوزيع الطبيعي  
بمتوسط حسابي ٣,٥ كغ وانحراف معياري ٠,٥، إذا اختير طفل  
عشوائياً عند الولادة فما احتمال أن يكون وزن الطفل أكبر  
من ٣ كغ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

٢	١,٥	١	٠,٥	٠	ز
٠,٩٧٧٢	٠,٩٣٣٢	٠,٨٤١٣	٠,٦٩١٥	٠,٥	ل(ز)

مثال ٨: ٢٠١٩ تكميلي (٩ علامات)

تخضع كتل مواليد حديثي الولادة للتوزيع الطبيعي المعياري  
بمتوسط حسابي ٣,٥ كغ وانحراف معياري ٢ كغ، ما احتمال  
أن يكون وزنه أكبر من أو يساوي ٤ كغ؟  
ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

١	٠,٥	٠,٢٥	٠,٢	٠	أ
٠,٨٤١٣	٠,٦٩١٥	٠,٥٩٨٧	٠,٥٧٩٣	٠,٥	ل(ز)

مثال ٧: ٢٠٠٩ شتوي (٥ علامات)

إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع التوزيع الطبيعي  
المعياري بمتوسط حسابي ٣,٢ كغ وانحراف معياري ٠,٤، إذا  
اختير طفل، ما احتمال أن يكون وزنه أكثر من ٤ كغ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

٢	١,٥	١	٠,٥	٠	ز
٠,٩٧٧٢	٠,٩٣٣٢	٠,٨٤١٣	٠,٦٩١٥	٠,٥	ل(ز)

مثال ٩: تخضع علامات الطلبة إلى التوزيع الطبيعي المعياري  
بمتوسط حسابي ٦٠ وانحراف معياري ١٠، اختير أحد الطلبة  
عشوائياً، ما احتمال أن يكون من الناجحين علماً بأن علامة  
النجاح ٥٠؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

٢	١,٥	١	٠,٥	٠	ز
٠,٩٧٧٢	٠,٩٣٣٢	٠,٨٤١٣	٠,٦٩١٥	٠,٥	ل(ز)

مثال ١٢ : ٢٠٠٨ شتوي ( ٦ علامات )

إذا كانت أوزان طلبة إحدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي يساوي ٤٥ كغ وانحرافه المعياري ٤ كغ اختير أحد الطلبة عشوائياً ، ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين ٤٣ كغ و ٤٩ كغ ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

٢	١,٥	١	٠,٥	٠	ز
٠,٩٧٧٢	٠,٩٣٣٢	٠,٨٤١٣	٠,٦٩١٥	٠,٥	ل(ز)

مثال ١٠ : تخضع علامات الطلبة إلى التوزيع الطبيعي المعياري بمتوسط حسابي ٤٠ وانحراف معياري ١٠ ، اختير أحد الطلبة عشوائياً ، ما احتمال أن يكون من الناجحين علماً بأن علامة النجاح ٦٠ ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

٢	١,٥	١	٠,٥	٠	ز
٠,٩٧٧٢	٠,٩٣٣٢	٠,٨٤١٣	٠,٦٩١٥	٠,٥	ل(ز)

مثال ١٣ : ٢٠٠٩ صيفي ( ٧ علامات )

تقدم لامتحان ( ٥٠٠٠ ) طالب وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي المعياري بمتوسط حسابي ٤١ وانحراف معياري ٦ ، جد عدد الطلبة الناجحين في الامتحان علماً بأن علامة النجاح ٥٠ ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

٢	١,٥	١	٠,٥	٠	ز
٠,٩٧٧٢	٠,٩٣٣٢	٠,٨٤١٣	٠,٦٩١٥	٠,٥	ل(ز)

مثال ١١ : تخضع رواتب موظفين للتوزيع الطبيعي بمتوسط

حسابي ٣٠٠ دينار وانحراف معياري ١٠ ، اختير أحد الموظفين عشوائياً ، ما احتمال أن يكون راتبه يتراوح بين ٣١٠ و ٣٢٠ دينار ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

٢	١,٥	١	٠,٥	٠	ز
٠,٩٧٧٢	٠,٩٣٣٢	٠,٨٤١٣	٠,٦٩١٥	٠,٥	ل(ز)

مثال ١٤ : ٢٠٠٨ صيفي ( ٧ علامات )

تقدم ( ٥٠٠٠ ) طالب لامتحان ما وكان توزيع نتائجهم يتخذ شكل التوزيع الطبيعي المعياري بمتوسط حسابي ٧٠ وانحراف معياري ٥، وكانت علامة النجاح ٦٠ ما عدد الطلبة الناجحين في هذا الامتحان ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل(ز)	٠,٥	٠,٦١١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٦٧٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٨٤٤

مثال ١٦ : ٢٠١٢ شتوي ( ٧ علامات )

إذا كانت أوزان ( ١٠٠٠٠ ) طالب تتبع التوزيع الطبيعي المعياري بمتوسط حسابي ٤٥ وانحراف معياري ٤، ما عدد الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن ٥٠ كغ ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠,٢٥	٢,٥	١,٢	١,٢٥	١,٥٢
ل(ز)	٠,٥٩٨٧	٠,٩٩٣٨	٠,٨٨٤٩	٠,٨٩٤٤	٠,٩٣٥٧

مثال ١٧ : ٢٠١١ شتوي ( ٥ علامات )

تتخذ أعمار ( ١٠٠٠٠ ) شخص شكل التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي ٥٢ وانحراف معياري ٨، ما عدد الأشخاص الذين تزيد أعمارهم عن ٦٠ سنة ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

مثال ١٥ : ٢٠١٣ شتوي ( ٨ علامات )

تقدم ( ١٠٠٠٠ ) طالب لامتحان عام وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي ٥٤ وانحراف معياري ٨، ما عدد الطلبة الناجحين في هذا الامتحان إذا كانت علامة النجاح ٥٠ ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

مثال ١٨ : ٢٠١٠ شتوي (٧ علامات)

تقدم لامتحان الثانوية العامة (٢٠٠٠) طالب وكانت  
علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي ٥٧ وانحراف  
معياري ١٦، إذا علمت أنه لا يسمح للطالب الذي معدله  
أقل من ٦٥ من تقديم طلبات الجامعة، جد عدد الطلبة الذين  
يجق لهم تقديم الطلبات ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

مثال ١٩ : ٢٠١٩ الامتحان العام (١٤ علامات)

تخضع كتل (٢٠٠٠٠) طفل حديثي الولادة للتوزيع الطبيعي  
بمتوسط حسابي ٤ كغ وانحراف معياري ٠,٥ كغ ، ما عدد  
الأطفال الذين تكون كتلتهم أكبر من أو يساوي ٣,٥ كغ ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

مثال ٢٠ : ٢٠١٣ صيفي (٦ علامات)

تتخذ أوزان (١٠٠٠٠) شخص شكل التوزيع الطبيعي  
المعياري بمتوسط حسابي ٧٥ كغ وانحراف معياري ٥ كغ ،  
جد عدد الأشخاص الذين تقل أوزانهم عن ٧٢ كغ ؟  
ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٦	١,٦	٢	٢,٦
ل(ز)	٠,٥	٠,٧٢٥٧	٠,٩٤٥٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٥٣

مثال ٢١ : ٢٠١٧ شتوي (٨ علامات)

إذا كانت أوزان (١٠٠٠٠) طالب تتبع التوزيع الطبيعي  
المعياري بمتوسط حسابي ٤٨ والانحراف المعياري ٣ ، جد عدد  
الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين ٤٢ ، ٥١ كغ ؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢

مثال ٢٢ : ٢٠١٤ صيفي ( ٧ علامات )

إذا كانت رواتب (١٠٠٠٠) موظف تتبع للتوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي ٣٥٠ دينار وانحراف معياري ٢٥، جد عدد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين ٣٢٥ و ٤٠٠ دينار؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	٢	٢,٥
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٨

مثال ٢٣ : ٢٠١٢ صيفي ( ٩ علامات )

إذا كانت رواتب (١٠٠٠٠) موظف تتبع للتوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي ٣٠٠ دينار وانحراف معياري ١٠، جد عدد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين ٢٨٠ و ٣٢٠ دينار؟

ملاحظة: يمكنك الاستعانة بالجدول التالي

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢
ل(ز)	٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢