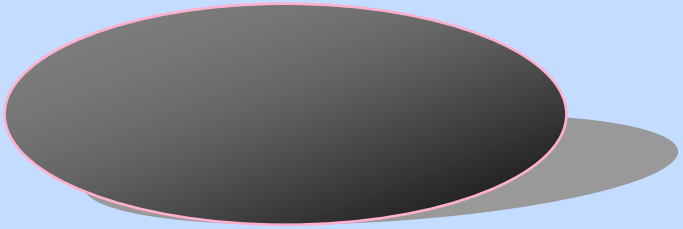
مدرس الرياضيات

أ.محمد القضاه

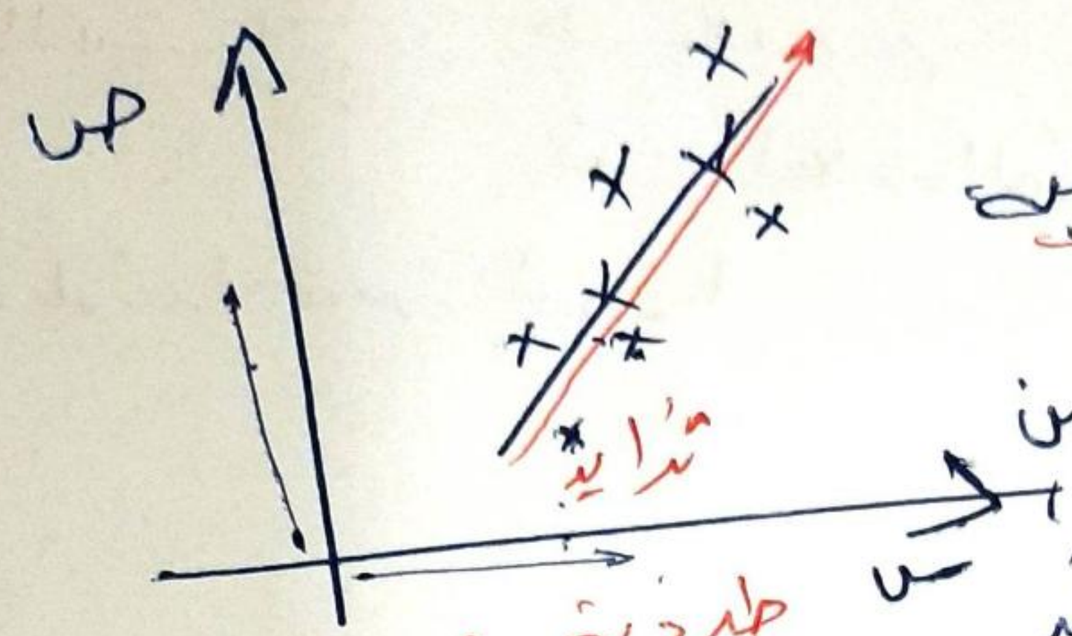
0795598456

الارتباط



الارتباط :

① العلاقة الطردية الموجبة

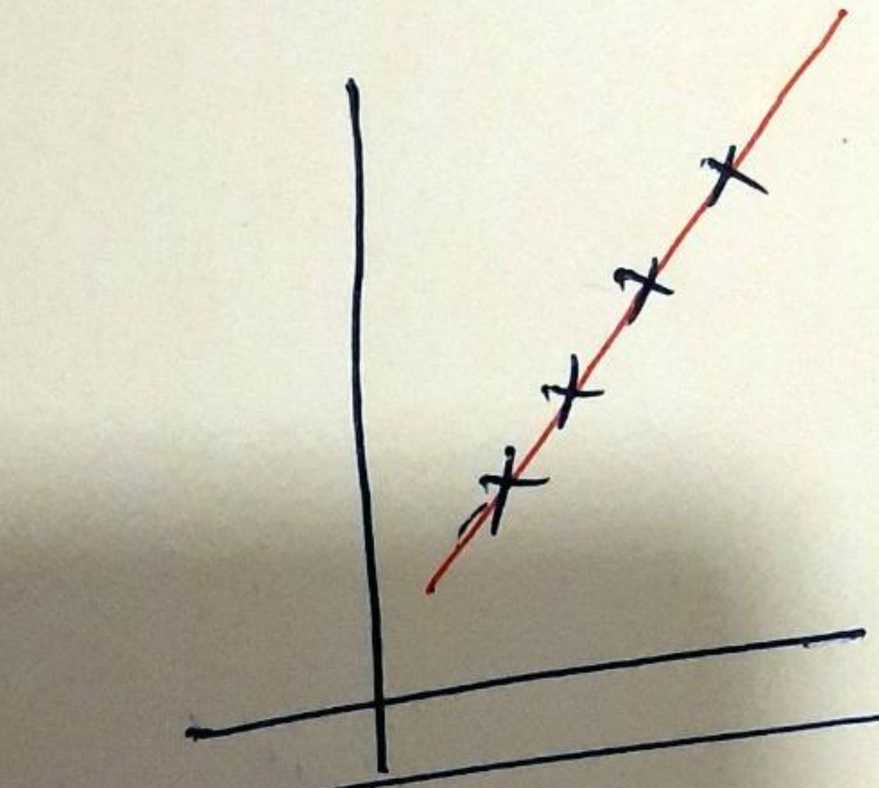


هي علاقة تربط بين متغيرين
كلما ازدادت قيمة المتغير س
الاول ازدادت قيمة المتغير الثاني

٩٥ ، ٩٠ ، ٨٥ ، ٧٥ ، ٦٥ ، ٥٥

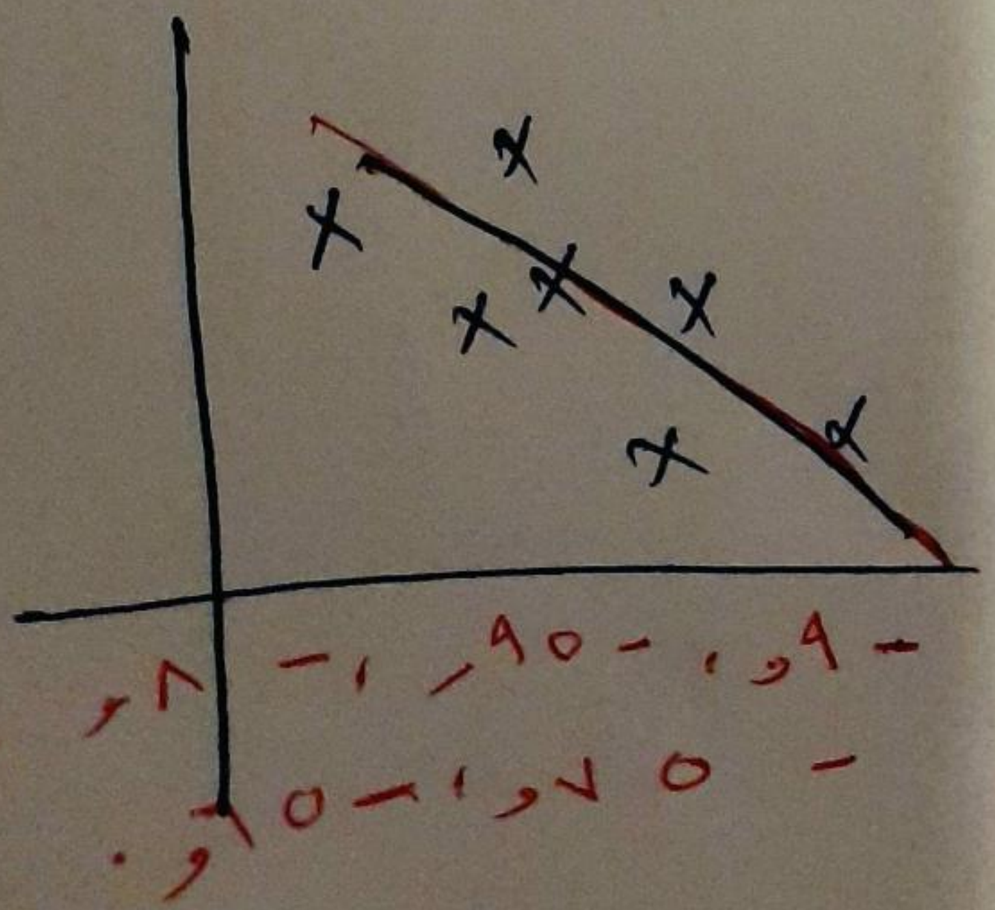
علاقة طردية تامة

+ ١



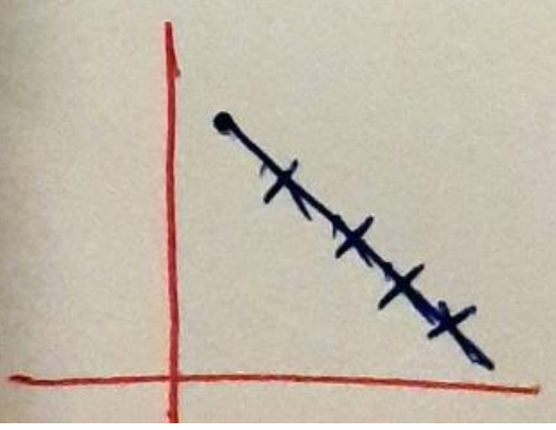
العلاقة العكسية (السالبة)

علاقة تربط بين متغيرين
كلما زادت قيمة المتغير الاول
قلت قيمة المتغير الثاني



علاقة تامة

- ١



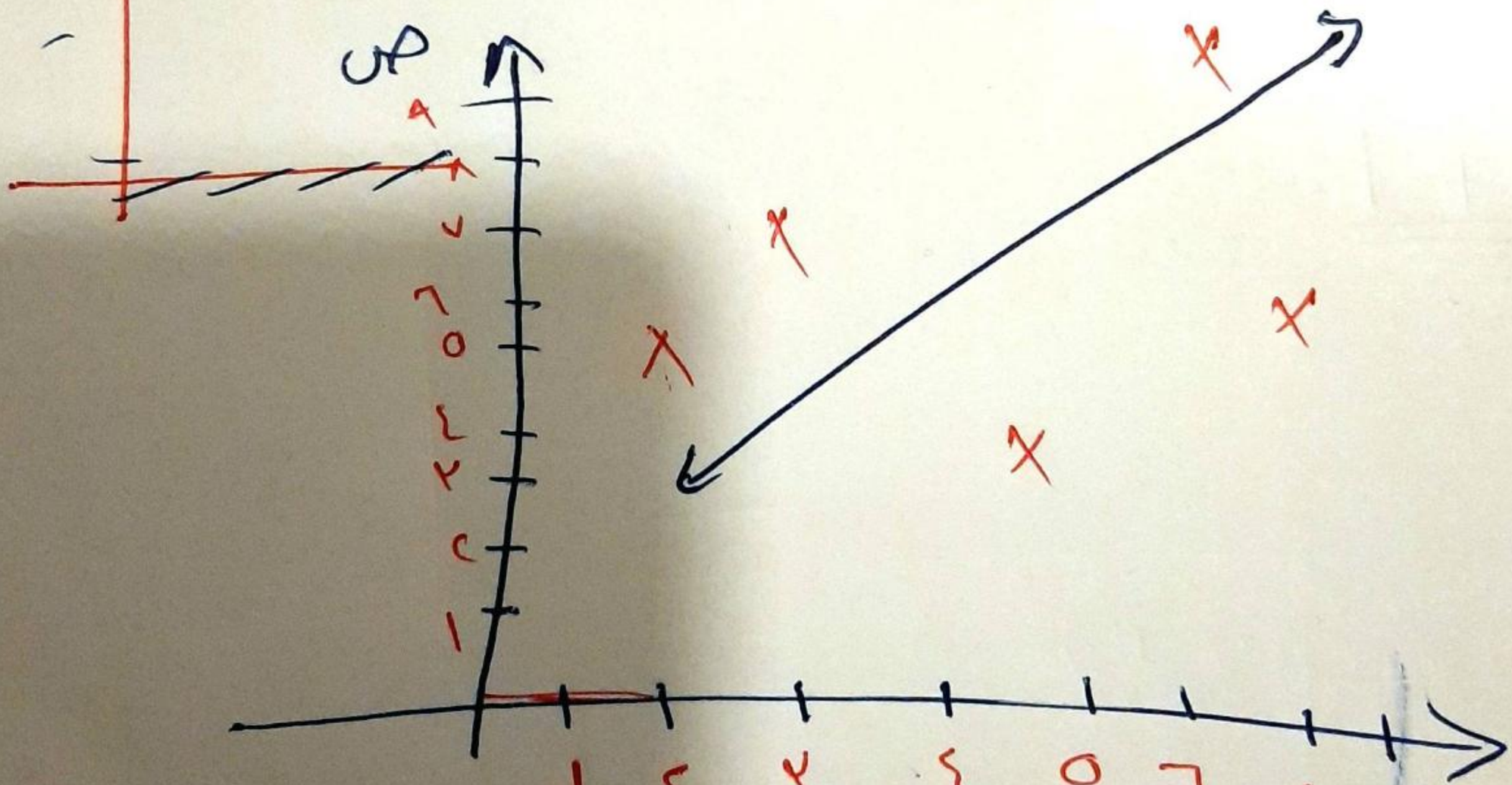
مثال

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
علامة الرياضيات (س)	٣	٥	٧	٧	٨
علامة الفيزياء (ص)	٥	٧	٤	٩	٥

نردد ١ د
طردية عكسية

علاقة طردية عكسية

(٥،٢) (٧،٣) (٤،٥) (٩،٧) (٥،٨)



تدريب ١

(٢،٨) (٣،٦) (٥،٥) (٤،٧) (٨،٥) (٧،٢)

عكسية
تناسب عكسي
تناسب طردي

الارتباط و معامل الارتباط

Correlation & Correlation Coefficient

- **الارتباط بين متغيرين هو : العلاقة بين المتغيرين بحيث يتغير احد المتغيرين بتغير المتغير الآخر .**

*** أو هو : دراسة العلاقة بين متغيرين مثل نسبة الذكاء والتحصيل الدراسي على سبيل المثال .**

ومقياس الارتباط هو : معامل الارتباط (ر) حيث $-١ \leq ر \leq ١$ أي ان ر ∈ [−١ ، ١]

الارتباط نوعان :

١- ارتباط طردي ويكون موجب

تزداد قيمة احد المتغيرين بزيادة المتغير الآخر مثل العلاقه بين معدل الطالب وعدد ساعات الدراسه .

٢- ارتباط عكسي ويكون سالب

نقصان قيمة احد المتغيرين بزيادة المغير الآخر مثل العلاقه بين معدل الطالب وعدد ساعات مشاهدة التلفزيون .

ملاحظه :

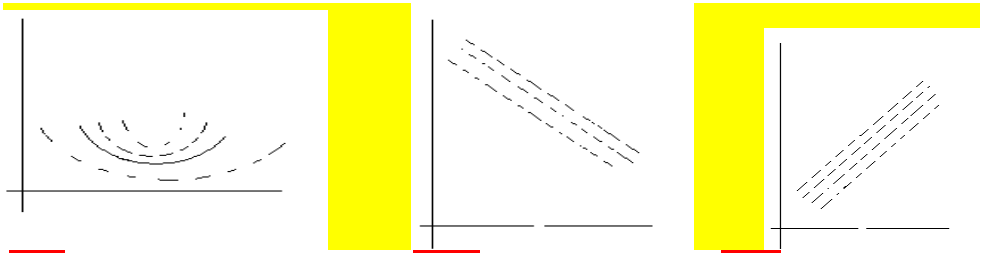
يمكن تمثيل قيم المتغيرين في المستوى الديكارتي فتحصل على ما يسمى شكل الانتشار

- يمكن التعرف على نوع العلاقه بين المتغيرين من شكل الانتشار

١- علاقه خطيه طرديه : اذا كانت النقاط موزعه على شكل خط مستقيم او قريبه منه بشكل متزايد وكلما كانت النقاط قريبه من الخط يكون الارتباط اقوى

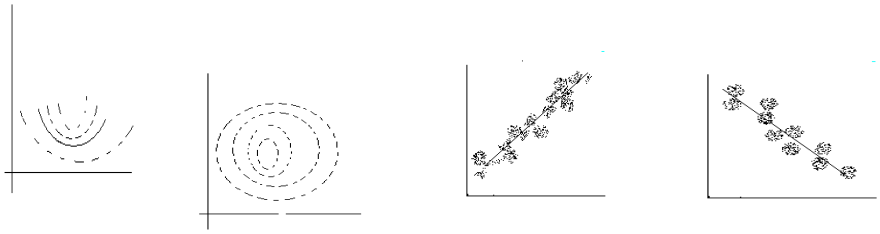
٢- علاقه خطيه عكسيه : اذا كانت على شكل خط مستقيم متناقص او قريبه منه .

- لا يمثل علاقه خطيه : اذا كانت النقاط موزعه بشكل منحنى .



(١) علاقه خطيه طرديه (٢) علاقه خطيه عكسيه (٣) لا تمثل علاقه خطيه

مثال : بين نوع الارتباط بين س ، ص في كل شكل مما يلي :



(أ) علاقه خطيه عكسيه

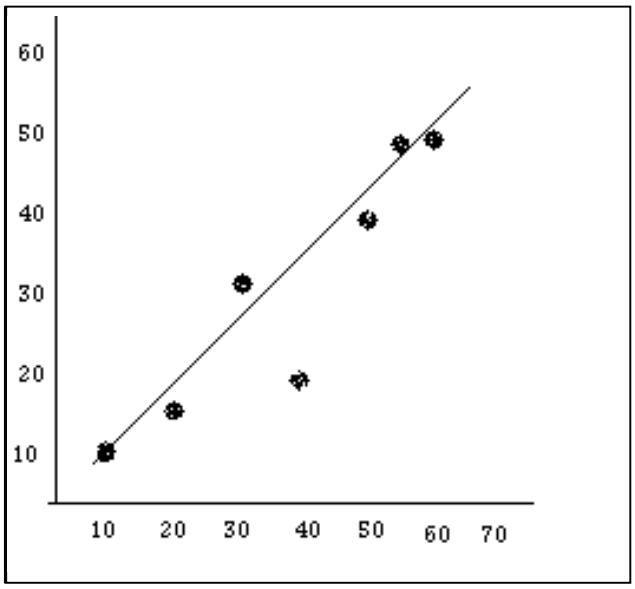
(ب) علاقه خطيه طرديه

(ج) عدم وجود ارتباط

(د) ارتباط ليس خطيا

مثال : ارسم شكل الانتشار و حدد نوع العلاقه بين المتغيرين س ، ص

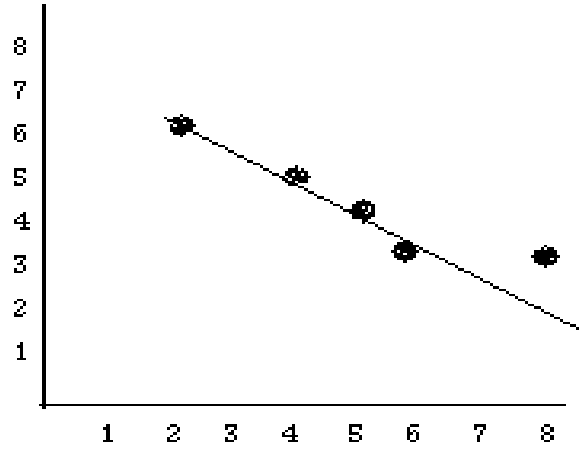
س	٦٠	٣٠	٢٠	٤٠	٥٥	٥٠	١٠
ص	٥٠	٣٠	١٥	٢٠	٥٠	٤٠	١٠



علاقة خطيه طرديه

مثال : ارسم الانتشار وحدد نوع العلاقة بين المتغيرين

س	٢	٤	٦	٨	٥
ص	٦	٥	٣	٣	٤

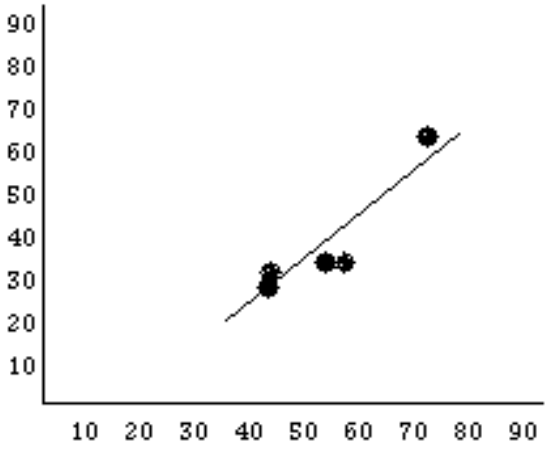


علاقة خطية عكسية

تدريب (١) :

السنه	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥	١٩٩٦
القمح س	٧٥.٥	٥٧.١	٤٦.٩	٥٨.٥	٤٢.٧
الشعير ص	٦٨.٩	٣١.٨	٢٧.٤	٣١.٧	٢٩.٢

ارسم شكل الانتشار الذي يمثل العلاقه بين المتغيرين س،ص وحدد نوع العلاقه



علاقة طرديه خطيه

معامل ارتباط بيرسون

ـوهي طريقه لقياس قوة العلاقه بين س، ص واعطاؤها قيمه عدديه :

ويحسب معامل ارتباط بيرسون بالطريقه التاليه :

$$ر = \frac{\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - \overline{س})(ص_ر - \overline{ص})}{\sqrt{\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - \overline{س})^2 \sum_{ر=1}^{ن} (ص_ر - \overline{ص})^2}}$$

ولحساب معامل ارتباط بيرسون بهذه الطريقه نجد الوسط الحسابي لكل من المتغيرين س ، ص ثم نضيف خمسة اعمده للجدول

وهي $س_ر - \overline{س}$ ، $ص_ر - \overline{ص}$ ، $(س_ر - \overline{س})(ص_ر - \overline{ص})$ ، $(س_ر - \overline{س})^2$ ، $(ص_ر - \overline{ص})^2$

مثال: احسب معامل ارتباط بيرسون لقيم س ، ص في الجدول المجاور.

س	٥	٨	٧	٤
ص	٢	٦	٨	٤

$\overline{س} = (٥ + ٨ + ٧ + ٤) \div ٤ = ٢٤ \div ٤ = ٦$ الوسط الحسابي لـ س يساوي مجموع قيم س مقسوما على عددها

$\overline{ص} = (٢ + ٦ + ٨ + ٤) \div ٤ = ٢٠ \div ٤ = ٥$

الوسط الحسابي لـ ص يساوي مجموع قيم ص مقسوما على عددها

	س ر	ص ر	(س ر – $\overline{س}$)	(ص ر - $\overline{ص}$)	(س ر – $\overline{س}$)(ص ر - $\overline{ص}$)	(س ر - $\overline{س}$)^{٢}	(ص ر – $\overline{ص}$)^{٢}
	٥	٢	١–	٣–	٣	١	٩
	٨	٦	٢	١	٢	٤	١
	٧	٨	١	٣	٣	١	٩
	٤	٤	٢–	١–	٢	٤	١
المجموع	٢٤	٢٠	٠	٠	١٠	١٠	٢٠

ر = ١٠ / √(٢٠٠ × ١٠) = ١٠ / √(٢٠٠) = ١٠ / √(١٠٠ × ٢) = ١٠ / √١٠ = ١ / √٢

مثال (١) احسب معامل ارتباط بيرسون بين قيم س ، ص في الجدول التالي

س	٧	١٥	١٨	١٢	٦	١٤
ص	٦	٨	١٢	١٠	٨	١٦

الحل : $\overline{س}$ = (٧+١٥+١٨ +١٢ +٦ +١٤) / ٦ = ٧٢ / ٦ = ١٢

$\overline{ص}$ = (٦ +٨ + ١٢ +١٠ +٨ +١٤) / ٦ = ٦٠ / ٦ = ١٠

س ر	ص ر	(س ر - $\overline{س}$)	(ص ر – $\overline{ص}$)	(ص ر – $\overline{ص}$)(س ر - $\overline{س}$)	(س ر - $\overline{س}$)^{٢}	(ص ر – $\overline{ص}$)^{٢}
٧	٦	٥–	٤–	٢٠	٢٥	١٦
١٥	٨	٣	٢–	٦–	٩	٤
١٨	١٢	٦	٢	١٢	٣٦	٤
١٢	١٠	٠	٠	٠	٠	٠
٦	٨	٦–	٢–	١٢	٣٦	٤
١٤	١٦	٢	٦	١٢	٤	٣٦
٧٢	٦٠	٠	٠	٥٠	١١٠	٦٤

ر = ٥٠ / √(١١٠ × ٦٤) = ٥٠ / √(١١٠ × ٨)

تدريب (٢)

احسب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص في الجدول الآتي

س	١١	١٠	١٢	١٤	٨
ص	١٤	١٠	٦	٩	١١

الحل : $\bar{س} = \frac{١١ + ١٠ + ١٢ + ١٤ + ٨}{٥} = \frac{٥٥}{٥} = ١١$

$\bar{ص} = \frac{١٤ + ١٠ + ٦ + ٩ + ١١}{٥} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$

س ر	ص ر	(س ر - $\bar{س}$)	ص ر – $\bar{ص}$	(ص ر – $\bar{ص}$)(س ر - $\bar{س}$)	(س ر - $\bar{س}$)^{٢}	(ص ر – $\bar{ص}$)^{٢}
١١	١٤	٠	٤	٠	٠	١٦
١٠	١٠	١-	٠	٠	١	٠
١٢	٦	١	٤ –	٤-	١	١٦
١٤	٩	٣	١-	٣-	٩	١
٨	١١	٣-	١	٣-	٩	١
٥٥	٦٠	٠	٠	١٠-	٢٠	٣٤

ر = $\frac{-١٠}{٢٠ \times ٣٤} = \frac{-١٠}{٦٨٠}$

اثر التعديلات الخطيه في قيمة معامل ارتباط بيرسون:

اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص يساوي (ر) وعدلت قيمة كل من قيم س ، ص حسب العلاقه :

س* = أ س + ب ، ص* = جـ ص + د

حيث أ ، ب ، جـ ، د أعداد حقيقية أ ≠ ٠ ، جـ ≠ ٠

فان معامل الارتباط بين س* ، ص* يساوي

١) (ر) اذا كانت اشارتا أ ،جـ متشابهتين

٢) (– ر) اذا كانت اشارتا أ ،جـ مختلفتين

مثال : اذا كان معامل الارتباط بين س ، ص هو (ر= ٠.٨) فجد معامل الارتباط بين

١) س +٣ ، ص –٨

الحل : لاحظ ان أ معامل س = ١ ،جـ معامل ص = ١ لهما الاشاره نفسها موجبتين

⇐ ر= ٠.٨

٢) ٥ س + ٢ ، ٢ ص + ٣

الحل : لاحظ ان أ معامل س = ٥ ، جـ معامل ص = ٢ لهما الاشاره نفسها موجبتين

⇐ ر= ٠.٨

٣)٧ - ٢ س ، ٣ – ص

الحل : لاحظ ان أ معامل س هي -٢ ، جـ معامل ص = -١ لهما الاشاره نفسها

⇐ ر= ٠.٨

٤) ٣ س + ١ ، ٥ – ٢ ص

الحل : لاحظ ان أ معامل س هي ٣ ، جـ معامل ص = -٢ مختلفتين في الاشارة

⇐ ر= - ٠.٨

****

تدريب ٣ : اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين متغيرين س ، ص هو (- ٠.٨) فجد معامل الارتباط بين س* ، ص* في كل مما يلي

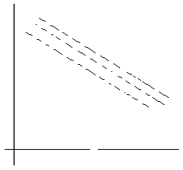
١) س* = ٢س – ٣ ، ص* = ص- ١ ⇐ أمعامل س = ٢ ، جـ معامل ص = ١ لهما نفس الاشاره ⇐ ر= -٠.٨

٢) س* = ٣ – ٢س ، ص* = ٥ – ص ⇐ أ معامل س = -٢ ، جـ معامل ص = -١ لهما الاشاره نفسها ⇐ ر= - ٠.٨

تمارين ومسائل

١) اختر رمز الاجابه الصحيحه :

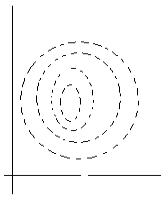
أ) اذا مثلت العلاقه بين التغيرين س ، ص في شكل الانتشار المجاور فان العلاقه بين المتغيرين بانها علاقه :



أ- تامه ب) طرديه ج عكسيه د) لا توجد علاقه

(ج) عكسيه

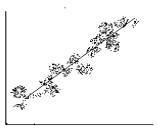
(٢) اذا مثلت العلاقه بين المتغيرين س ، ص في شكل الانتشار المجاور فان العلاقه بين المتغيرين س ، ص بانها



أ- تامه ب) طرديه ج عكسيه د) لا توجد علاقه

(د) لا توجد علاقه

(٣) اذا مثلت العلاقه بين المتغيرين س ، ص في شكل الانتشار المجاور فان العلاقه بين المتغيرين س ، ص بانها :



أ- تامه ب) طرديه ج عكسيه د) لا توجد علاقه

(ب) طرديه

(٤) اذا كان معامل الارتباط بين س ، ص هو ٠.٧ فان قيمة الارتباط س* ص* حيث س* =١-٢س ، ص* = ص +٤ يساوي

أ) ٠.٧ ب) -٠. ٧ ج) -٠. ٥٦ د) ٠. ٥٦

(ب) -٠. ٧

(٥) اذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٠) وكان $\sum (س_ر - \bar{س})^2 = ٣٦$

$\sum (ص_ر - \bar{ص})^2 = ١٦٠٠$ ، $\sum (س_ر - \bar{س})(ص_ر - \bar{ص}) = ١٨٠$، فاحسب

معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص .

$$ر = \frac{١٨٠}{\sqrt{٣٦ \times ١٦٠٠}} = \frac{١٨٠}{٦ \times ٤٠} = \frac{٣}{٤}$$

س ٣

عدد سنوات الخبرة (س)	٥	٦	٧	٨	١٤
الأجر اليومي (ص)	٦	٧	٨	٩	١٠

احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص وحدد نوع الارتباط

الحل : $\bar{س} = \frac{٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ١٤}{٥} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

$\bar{ص} = \frac{٦ + ٧ + ٨ + ٩ + ١٠}{٥} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

$س_ر$	$ص_ر$	$(س_ر - \bar{س})$	$ص_ر - \bar{ص}$	$(ص_ر - \bar{ص})(س_ر - \bar{س})$	$(س_ر - \bar{س})^2$	$(ص_ر - \bar{ص})^2$
٥	٦	٣-	٢-	٦	٩	٤
٦	٧	٢-	١-	٢	٤	١
٧	٨	١-	٠	٠	١	٠
٨	٩	٠	١	٠	٠	١
١٤	١٠	٦	٢	١٢	٣٦	٤
٤٠	٤٠	٠	٠	٢٠	٥٠	١٠

$$ر = \frac{٢٠}{\sqrt{٥٠ \times ١٠}}$$

علاقه طرديه

(٤)

اسم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
نسبة الذكاء (س)	١٣٠	١٢٠	١١٥	١١٠	١٠٠
علامة الرياضيات (ص)	٩٥	٧٠	٨٥	٨٠	٥٠

احسب معامل الارتباط برسون بين معامل الذكاء (س) وعلامة الرياضيات ص

$\overline{س} = \frac{١٣٠ + ١٢٠ + ١١٥ + ١١٠ + ١٠٠}{٥} = \frac{٥٧٥}{٥} = ١١٥$

$\overline{ص} = \frac{٩٥ + ٧٠ + ٨٥ + ٨٠ + ٥٠}{٥} = \frac{٣٨٠}{٥} = ٧٦$

س ر	ص ر	(س ر - $\overline{س}$)	ص ر – $\overline{ص}$	(ص ر – $\overline{ص}$)(س ر - $\overline{س}$)	(س ر - $\overline{س}$)^{٢}	(ص ر – $\overline{ص}$)^{٢}
١٣٠	٩٥	١٥	١٩	٢٨٥	٢٢٥	٣٦١
١٢٠	٧٠	٥	٦-	٣٠-	٢٥	٣٦
١١٥	٨٥	٠	٩	٠	٠	٨١
١١٠	٨٠	٥-	٤	٢٠-	٢٥	١٦
١٠٠	٥٠	١٥-	٢٦-	٣٩٠	٢٢٥	٦٧٦
٥٧٥	٣٨٠	٠	٠	٦٢٥	٥٠٠	١١٧٠

$ر = \frac{٦٢٥}{\sqrt{١١٧٠ \times ٥٠٠}}$