

***** حلول أسئلة الحصة الأولى *****

(١) نهاية ق(س)
الحل:

$$\left. \begin{array}{l} \text{نهاية ق(س)} = 2 \\ \text{نهاية ق(س)} = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{س} \leftarrow +2 \\ \text{س} \leftarrow -2 \end{array}$$

نهاية ق(س) = 2 موجودة

(٢) نهاية ق(س-٣)
الحل: (أولاً نستبدل)

نضع ص = ٣ - س

عندما س ← +٢ ، فإن ص ← -١

انتبه معامل
س سالب

نهاية ق(ص) = صفر

(٣) ما قيم ج بحيث

نهاية ق(س) غير موجودة

الحل: (نختبر كل نقطة)

** الأطراف عند س = صفر

نهاية ق(س) غير موجودة (out)

** القفزات والانقطاعات:

** عند س = ١

نهاية ق(س) غير موجودة (out)

** عند س = ٢

نهاية ق(س) = ٢ موجودة (in)

∴ ج ∈ {١, ٠}

(٤) ما قيم م بحيث نهاية ق(س) = ٢
الحل:

** تقابل نقطة وفترة ، نختبرها **

** النقطة س = ٠

نهاية ق(س) غير موجودة (out)

** الفترة ما بين ١ ، ٢ (نختبر الطرفين)

نهاية ق(س) غير موجودة (out)

نهاية ق(س) = ٢ موجودة (in)

∴ م ∈ (١, ٢)

(٥) ما قيم م بحيث نهاية ق(س) = ٢

الحل:

** (نختبر نفس النقط ولكن من اليمين فقط) **

نهاية ق(س) = ٢ (in)

نهاية ق(س) = ٢ (in)

نهاية ق(س) = ٢ (in)

∴ م ∈ [١, ٢) ∪ {٠}

(٦) ما قيم م بحيث نهاية ق(س) = ٢

الحل:

** (نختبر نفس النقط ولكن من اليسار فقط) **

نهاية ق(س) غير موجودة (out)

نهاية ق(س) = صفر (out)

نهاية ق(س) = ٢ (in)

∴ م ∈ (١, ٢)

**** السؤال الثاني ****

$$(1) \text{ نها} = \frac{(س^2 - 2) - 4}{س^2 - 8}$$

الحل:

$$= \frac{(س^2 - 2 - 4)(س^2 - 2 + 4)}{(س^2 - 8)(س^2 - 2 + 4)}$$

$$= \frac{(س^2 - 6)(س^2 - 2 + 4)}{(س^2 - 8)(س^2 - 2 + 4)}$$

$$= \frac{(س^2 - 6)(س^2 - 2 + 4)}{(س^2 - 8)(س^2 - 2 + 4)}$$

$$= \frac{3}{4} = \frac{(4) \times (4)}{12}$$

$$(2) \text{ نها} = \frac{(س^2 - 1)^2}{(س^2 - 1)(س^2 + 1)}$$

الحل:

$$= \frac{(س^2 - 1)^2}{(س^2 - 1)(س^2 + 1)}$$

$$= \frac{(س^2 - 1)(س^2 - 1)}{(س^2 - 1)(س^2 + 1)}$$

$$= \frac{(س^2 - 1)(س^2 - 1)}{(س^2 - 1)(س^2 + 1)}$$

$$256 = (2)^8 =$$

$$(3) \text{ نها} = \frac{س^2 + 5 - (س^2 + 5)}{س^2 - 2}$$

الحل:

$$= \frac{س^2 + 5 - (س^2 + 5)}{س^2 - 2} \times \frac{س^2 + 5 + (س^2 + 5)}{س^2 + 5 + (س^2 + 5)}$$

$$= \frac{1}{(س^2 + 5) + (س^2 + 5)} \times \frac{(س^2 + 5) - (س^2 + 5)}{س^2 - 2}$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{س^2 + 5 - س^2 - 5}{س^2 - 2}$$

$$= \frac{1}{6} \times \frac{س^2 - 5 - س^2 - 5}{س^2 - 2} = \frac{1}{6} \times \frac{-10}{س^2 - 2}$$

$$(4) \text{ نها} = \frac{س^3 + 3س^2 + 3س + 7 - 5}{س^3 - 1}$$

الحل: ****فصل متجاورين****

بحيث نعوض (س ← 1) في الحد الأول (س³) فقط
لنجد أن ناتج التعويض يساوي (3)، عندها
(نطرح 3 ونضيف 3) للحد الأول

$$= \frac{س^3 + 3س^2 + 3س + 7 - 5 - 3 + 3}{س^3 - 1}$$

****تجميع حدود ثم توزيع النهاية*****

$$= \frac{س^3 - 3س^2 + 3س + 7 - 5 - 3 + 3}{س^3 - 1} = \frac{س^3 - 3س^2 + 3س + 2}{س^3 - 1}$$

(إخراج عامل مشترك) (ضرب بالمرافق التكعيبي)

$$= \frac{س^3 - 3س^2 + 3س + 2}{س^3 - 1}$$

$$= \frac{س^3 - 3س^2 + 3س + 2}{س^3 - 1} \times \frac{س^3 + 7س^2 + 14س + 8}{س^3 + 7س^2 + 14س + 8}$$

$$= \frac{1}{(8+8+8)} \times \frac{س^3 - 3س^2 + 3س + 2 - (س^3 + 7س^2 + 14س + 8)}{س^3 - 1}$$

$$= \frac{37}{12} = \frac{1}{12} + 3 =$$

$$(5) \text{ نها } \frac{س^2 + س - 12}{س^3 - 2س + 5}$$

الحل:

(مقامات مختلفة، توحيد مقامات فوراً)

$$\leftarrow \text{نها } \frac{س^2 + س - 12}{(س + 2) - 5}$$

$$= \text{نها } \frac{س^2 + س - 12}{س^3 - 3س}$$

$$= \text{نها } \frac{س^2 + س - 12}{س^3 - 3س} \times \frac{1}{1}$$

$$= 175 = 5 \times 5 \times 7 =$$

$$(7) \text{ نها } \left(\frac{1}{س - 2} - \frac{4}{س^2 - 4} \right)$$

الحل: (مقامات مضاعفة

لتوحيد المقام نضرب بالمرافق التربيعي)

$$\leftarrow \text{نها } \left(\frac{1}{س - 2} \times \frac{س + 2}{س + 2} - \frac{4}{س^2 - 4} \right)$$

$$= \text{نها } \left(\frac{س + 2}{س^2 - 4} - \frac{4}{س^2 - 4} \right) = \frac{س + 2 - 4}{س^2 - 4}$$

$$= \text{نها } \frac{س - 2}{(س + 2)(س - 2)} = \frac{1}{س + 2}$$

$$(8) \text{ نها } \left(\frac{1}{س - 2} - \frac{12}{س^3 - 8} \right)$$

الحل: (مقامات مضاعفة

لتوحيد المقام نضرب بالمرافق التكعيبي)

$$= \text{نها } \left(\frac{1}{س - 2} \times \frac{س^2 + 2س + 4}{س^2 + 2س + 4} - \frac{12}{س^3 - 8} \right)$$

*** انتبه عزيزي الطالب : أن الإشارة التي تسبق الكسر توزع على حدود البسط **

$$= \text{نها } \frac{س^2 + 2س + 4 - 12}{س^3 - 8} = \frac{س^2 + 2س - 8}{س^3 - 8}$$

$$= \text{نها } \frac{س^2 + 2س - 8}{س^3 - 8}$$

$$= \text{نها } \frac{(س - 2)(س + 4)}{(س - 2)(س^2 + 2س + 4)}$$

$$= \frac{س + 4}{س^2 + 2س + 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$(6) \text{ نها } \left(\frac{س^3}{س^2 - 4} - \frac{س + 4}{س^2 - 4} \right)$$

الحل: (مقامات متشابهة)

$$\leftarrow \text{نها } \frac{س^3 - س - 4}{س^2 - 4}$$

*** (فصل البسط عن المقام وتوزيع النهاية) ***

$$= \text{نها } \frac{س^3 - س - 4}{س^2 - 4} \leftarrow \text{قسمة طويلة}$$

$$\text{نها } \frac{س^3 - س - 4}{س^2 - 4} \leftarrow \text{فرق مربعين}$$

$$\frac{س^3 + س^2 + 2س + 4}{س^2 - 4}$$

$$\frac{س^3 - س^2 - 2س - 4}{س^2 - 4}$$

$$\frac{س^3 - س^2 - 2س - 4}{س^2 - 4}$$

$$\frac{س^3 - س^2 - 2س - 4}{س^2 - 4} = \frac{س + 2}{س^2 - 4}$$

$$\text{نها } \frac{(س + 2)(س - 2)}{س^2 - 4}$$

$$= \frac{س + 2}{س - 2} = \frac{8}{4} = 2$$

$$(10) \text{ نها} = \frac{1 + س(5) - س(25)}{س(125) - 125}$$

الحل:

**** نحدد الصيغة الأسية الأبسط (5) س ****

$$\text{نها} = \frac{س(5) - س^2(5)}{س(125) - 125}$$

استبدال

نضع ص = 5 س
عندما س = 1
ص = 1 = 5 = 5

$$\text{نها} = \frac{ص^2 - ص^5}{ص^3 - 125}$$

$$\text{نها} = \frac{ص(ص - 5)}{ص(ص^2 + 5ص + 25)}$$

$$\frac{1}{15} = \frac{5}{75} = \frac{5}{25+25+25} =$$

$$(11) \text{ نها} = \frac{1 + س(5) - س^2(5)}{س(125) - 125}$$

الحل:

**** نحدد الصيغة الأسية الأبسط (5) س ****

استبدال

نضع ص = 5 هـ
عندما س = 1
ص = 1 = 5 = 5

$$\text{نها} = \frac{س(5) - س^2(5)}{س(125) - 125}$$

$$\text{نها} = \frac{ص^2 - ص^5}{ص^3 - 125}$$

$$\text{نها} = \frac{ص(ص - 5)}{ص(ص^2 + 5ص + 25)}$$

$$\text{نها} = \frac{ص}{ص^2 + 5ص + 25}$$

$$\frac{1}{15} = \frac{5}{75} = \frac{5}{25+25+25} =$$

$$(9) \text{ نها} = \frac{1 - س(1) - 1}{س(1) - 1}$$

الحل:

$$\text{نها} = \frac{1 - 1}{س(1) - 1}$$

$$\text{نها} = \frac{1 - 1}{س(1) - 1}$$

**** نضرب بالمرافق التكعيبي للبسط ****

$$\text{نها} = \frac{1 - 1 - س(1) - 1}{س(1) - 1} \times \frac{1 + 1 - س(1) + 1 - س(1) + 1}{1 + 1 - س(1) + 1 - س(1) + 1}$$

$$\text{نها} = \frac{1 - 1 - س(1) - 1}{س(1) - 1} \times \frac{1}{1 - س(1)}$$

$$\text{نها} = \frac{1 - 1 - س(1) - 1}{س(1) - 1} \times \frac{1}{1 - س(1)}$$

$$\text{نها} = \frac{1 - 1 - س(1) - 1}{س(1) - 1} \times \frac{1}{1 - س(1)}$$

$$\text{نها} = \frac{1}{س(1) - 1} \times \frac{1}{1 - س(1)}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{1 - 2}$$

*** السؤال الثالث ***

$$(1) \text{ نها} = \frac{س^2 - ٢س + ٦}{س - ٢} = ٥$$

الحل:

** بما أن النهاية موجودة

$$\text{بما أن نها المقام} = ٠ \leftarrow \text{نها البسط} = ٠$$

$$\text{نها} (س^2 - ٢س + ٦) = ٠$$

$$\text{نها} (٤ - ٦س + ٦س^2) = ٠ \dots (1)$$

ولكن نها $\frac{س^2 - ٢س + ٦}{س - ٢}$ (تحلل عبارة تربيعية)

$$\text{نها} = \frac{(س - ٢)(س - ٣)}{س - ٢}$$

$$\text{نها} ٢ - ٣س = ٠ \leftarrow ٣ = ٣س \leftarrow ١ = س$$

نعوض ب $١ = س$ في معادلة (1)

$$\text{نها} ٤ - ٦س + ٦س^2 = ٠ \leftarrow ٢ = ٦س \leftarrow \frac{١}{٣} = س$$

$$(2) \text{ نها} = \frac{س + ٢ - ٦}{س - ٢} = ٥$$

الحل: ** بما أن النهاية موجودة

$$\text{نها المقام} = ٠ \leftarrow \text{نها البسط} = ٠$$

$$\text{نها} (س + ٢ - ٦) = ٠$$

$$\text{نها} ٢ - ٦ + س = ٠ \dots (1)$$

** حل مميز: في الخطي نخرج معامل س عامل

مشترك ، وما يبقى هو الصفر (س-٢) على الثقة

$$\text{نها} = \frac{س(س + \frac{٦}{س} - \frac{٢}{س})}{س - ٢} = ٥$$

أي أن (س + $\frac{٦}{س} - \frac{٢}{س}$) هي نفسها (س - ٢)

$$\text{نها} = \frac{س(س - ٢)}{س - ٢} = ٥ \leftarrow ٥ = س$$

$$\text{نها} ١٠ + ٦ - ٢س = ٠ \leftarrow ٨ = س$$

$$(3) \text{ نها} = \frac{س\sqrt{س + ٣ - ٦} + ٣}{س - ٢} = ٦$$

الحل: ** بما أن النهاية موجودة

$$\text{نها المقام} = ٠ \leftarrow \text{نها البسط} = ٠$$

$$\text{نها} (س\sqrt{س + ٣ - ٦} + ٣) = ٠$$

$$\text{نها} ٣ = ٣ + ٢ \leftarrow ٩ = ٦ + ٣ \leftarrow ٧ = س$$

$$\text{نها} = \frac{س\sqrt{س + ٣ - ٦} + ٣}{س - ٢} \times \frac{س\sqrt{س + ٣ - ٦} - ٣}{س\sqrt{س + ٣ - ٦} - ٣}$$

$$\text{نها} = \frac{١}{س\sqrt{س + ٣ - ٦} - ٣} \times \frac{س\sqrt{س + ٣ - ٦} + ٣}{س\sqrt{س + ٣ - ٦} + ٣}$$

$$\text{نها} = \frac{١}{س\sqrt{س + ٣ - ٦} + ٣} \times \frac{س\sqrt{س + ٣ - ٦} - ٣}{س\sqrt{س + ٣ - ٦} - ٣}$$

$$\text{نها} = \frac{١}{س\sqrt{س + ٣ - ٦} + ٣} \leftarrow \frac{١}{٦} = س$$

**** السؤال الرابع ****

$$\text{إذا علمت أن نها } \frac{2 - (س)}{2 - س} = 5$$

أجب عما يلي :

(١) نها $\frac{5ق^2 (س) + 6س}{2 - س}$
الحل :

** بما أن النهاية موجودة

$\frac{0}{0} = \frac{\text{نها المقام}}{\text{نها البسط}}$

$2 = \frac{\text{نها } 5ق^2 (س) + 6س}{2 - س}$

$\frac{\text{نها } 5ق^2 (س) + 6س}{2 - س}$ نوزع النهاية ونعوض

$5 = \frac{\text{نها } 5ق^2 (س) + 6س}{2 - س}$

$32 = 12 + 20 = 2 \times 6 + 4 \times 5 =$

(٣) نها $\frac{8 - (س)^3}{4 - س^2}$

الحل :

$= \frac{(ق(س) - 2)(ق^2(س) + 2ق(س) + 4)}{(2 - س)(2 + س)}$

$= \frac{ق(س) - 2}{2 - س} \times \frac{ق^2(س) + 2ق(س) + 4}{2 + س}$

$15 = 3 \times 5 = \frac{12}{4} \times 5 = \frac{4+4+4}{2+2} \times 5 =$

(٤) نها $\frac{2س - (س)^2}{2 - س}$

الحل :

** بما أن نها $\frac{2س - (س)^2}{2 - س}$

$4 = \frac{\text{نها } 2س - (س)^2}{2 - س}$

***** فصل متجاورين *****

$\frac{\text{نها } 2س - 4 + 4 - (س)^2}{2 - س}$

$= \frac{2س - 4}{2 - س} + \frac{4 - (س)^2}{2 - س}$

$= \frac{2س - 4}{2 - س} + \frac{(2 - س)(2 + س)}{2 - س}$

$= \frac{2س - 4}{2 - س} + \frac{2(2 + س)}{2 - س}$

$(2 + 2) - (2 + 2) \times 5 =$

$16 = 4 - 20 = 4 - 4 \times 5 =$

(٢) نها $\frac{2س^2 - 6س - 6}{3ق(س) - 6}$

الحل :

$= \frac{(3 + س^2)(2 - س)}{3(ق(س) - 2)}$

$= \frac{(3 + س^2)}{3} \times \frac{(2 - س)}{3(ق(س) - 2)}$

$\frac{7}{15} = \frac{7}{3} \times \frac{1}{5} =$

***** حلول أسئلة الحصة الثانية *****

١) $\frac{نها}{س} = \frac{١ - جا٢س}{س٤}$

الحل:

$\frac{نها}{س} = \frac{١ - جا٢س}{س٤}$

$\frac{نها}{س} = \frac{جا٢س - جا٢س}{س٤}$

$\frac{نها}{س} = \frac{جا٢س(١ - ١)}{س٤}$

$\frac{نها}{س} = \frac{جا٢س}{س٤} \times \frac{نها}{س} \times (جا٢س - ١)$

$\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} = (٢ - ٠) \times \frac{١}{٤} =$

٢) $\frac{نها}{س} = \frac{جا(٨ - ٣)}{س٢}$

الحل:

** نقسم على الصفر (س-٢) ولكن الأفضل أن نقسم على الزاوية (س-٨) لأنها (صفر) أيضاً **

$\frac{نها}{س} = \frac{جا(٨ - ٣)}{س٢}$

استبدال:
نضع ص = س - ٣
عندما س = ٢
ص = ٠

$\frac{نها}{س} = \frac{جا(٨ - ٣)}{س٢}$

$\frac{نها}{س} = \frac{جا(٨ - ٣)}{س٢}$

$\frac{نها}{س} = \frac{١}{١٢} = \frac{١}{١٢} \times \frac{١}{١} = \frac{١}{١٢} \times \frac{١}{١} = \frac{١}{١٢}$

٣) $\frac{نها}{س} = \frac{١ - جتا٢س}{س٥}$

حل السؤال بـ ٣ طرق

الطريقة الأولى للحل: (الضرب بالمرافق)

$\frac{نها}{س} = \frac{١ - جتا٢س}{س٥} \times \frac{١ + جتا٢س}{١ + جتا٢س}$

$\frac{نها}{س} = \frac{١ - جتا٢س}{س٥} \times (١ + جتا٢س)$

$\frac{نها}{س} = \frac{١ - جتا٢س}{س٥} \times (١ + جتا٢س)$

$\frac{نها}{س} = \frac{جا٢س \times جا٢س}{س٥ \times س} = \frac{١}{٥} = \frac{١}{٥} \times \frac{٢}{٢} = \frac{١}{٥} \times \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{١٠}$

الطريقة الثانية للحل: (نصنع فرق جتيين)

$\frac{نها}{س} = \frac{جتا٠ - جتا٢س}{س٥}$

$\frac{نها}{س} = \frac{جتا٠ - جتا٢س}{س٥}$

$\frac{نها}{س} = \frac{جا(٠ - س)}{س٥ \times س}$

$\frac{نها}{س} = \frac{١ - ٠}{٥} = \frac{١}{٥}$

الطريقة الثالثة للحل: (متطابقة)

** من المعلوم أن ١ - جتا٢س = جا٢س **

$\frac{نها}{س} = \frac{جا٢س}{س٥} = \frac{جا٢س}{س٥}$

$\frac{نها}{س} = \frac{١}{٥} \times \frac{٢}{٢} = \frac{٢}{١٠}$

استبدال: نضع
ع = س - ٢
عندما س = ٢
ع = ٠

$$(٤) \text{ نهـا } \frac{١ - \text{جـتـاهـس}}{\text{س}^٣} \text{ ظـاـس}^٢$$

الحـل: (الضرب بمرافق البسط)

$$= \text{نهـا } \frac{١ - \text{جـتـاهـس}}{\text{س}^٣} \times \frac{١ + \text{جـتـاهـس}}{١ + \text{جـتـاهـس}}$$

$$= \text{نهـا } \frac{١ - \text{جـتـا}^٢ \text{هـس}}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{١ + \text{جـتـا}}$$

$$= \text{نهـا } \frac{\text{جـا}^٢ \text{هـس}}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{١ + ١}$$

$$= \text{نهـا } \frac{\text{جـاهـس} \times \text{جـاهـس}}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \times \frac{٥}{٢} \times \frac{٥}{٢} = \frac{٢٥}{١٢}$$

$$(٦) \text{ نهـا } \frac{\text{جـاس} - \text{ظـاس}}{\text{س}^٣} \text{ (تبدیل ظاس فوراً)}$$

الحـل:

$$= \text{نهـا } \frac{\text{جـاس} - \text{جـاس}}{\text{س}^٣} \text{ (توحيد مقامات فوراً)}$$

$$= \text{نهـا } \frac{\text{جـتـاس جـاس} - \text{جـاس}}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{\text{جـتـاس}}$$

$$= \text{نهـا } \frac{\text{جـاس}(\text{جـتـاس} - ١)}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{\text{جـتـاس}} \text{ (ضرب بالمرافق)}$$

$$= \text{نهـا } \frac{\text{جـاس}(\text{جـتـاس} - ١)}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١}$$

$$= \text{نهـا } \frac{\text{جـاس}(\text{جـتـا}^٢ \text{س} - ١)}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١}$$

$$= \text{نهـا } \frac{\text{جـاس}(-\text{جـا}^٢ \text{س})}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١}$$

$$= - \text{نهـا } \frac{\text{جـا}^٢ \text{س}}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١}$$

$$= - \text{نهـا } \frac{\text{جـاس} \times \text{جـاس} \times \text{جـاس}}{\text{س}^٣} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١} \times \frac{١}{\text{جـتـاس} + ١}$$

$$= - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{١} \times \frac{١}{١}$$

(نخرج عامل مشترك غريب (٢) من البسط)

$$(٥) \text{ نهـا } \frac{١ - \text{جـاس}^٢}{\text{س}^٢} \text{ (نصنع فرق جيبين)}$$

الحـل:

$$= \text{نهـا } \frac{(١ - \text{جـاس}^٢)}{\text{س}^٢} \times \frac{١}{\text{س}^٢} \text{ (نصنع فرق جيبين)}$$

$$= \text{نهـا } \frac{(١ - \text{جـاس}^٢)}{\text{س}^٢} \times \frac{١}{\text{س}^٢}$$

$$= \text{نهـا } \frac{(\text{جـا}^٢ - \text{جـا}^٢)}{\text{س}^٢} \times \frac{١}{\text{س}^٢}$$

$$= \text{نهـا } \frac{(\text{جـا}^٢ - \text{جـا}^٢)}{\text{س}^٢} \times \frac{١}{\text{س}^٢}$$

$$= \text{نهـا } \frac{(\text{جـا}^٢ - \text{جـا}^٢)}{\text{س}^٢} \times \frac{١}{\text{س}^٢} \times \frac{١}{\text{س}^٢}$$

نستبدل : نضع ص = $\frac{\pi}{٢}$ ، عندما س = $\frac{\pi}{٢}$ ، ص = ٠

$$= \text{نهـا } \frac{\text{جـا}^٢ - \text{ص}}{\text{ص}} \times \frac{١}{\text{جـتـا}^٢} \times \frac{١}{\text{جـتـا}^٢}$$

$$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٨}$$

الزاوية البديلة
= التعويض - الأصل
= $\pi - \pi$
ربع ثاني \Leftarrow جا +

$$(9) \text{ نها} \frac{\text{جا}^3}{\pi - \text{س}} - \frac{\text{جا}^3}{\pi - \text{س}}$$

الحل:

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^3 (\pi - \pi)}{\pi - \text{س}}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^3}{\text{ص} - \text{ص}} = 3 -$$

نستبدل : نضع
ص = $\pi - \pi$
عندما $\pi = \text{س}$ ،
فإن $\text{ص} = 0$

$$(7) \text{ نها} \frac{\text{جا}^2}{\text{س}} - \frac{\text{جا}^2}{\text{س}}$$

الحل:

$$\Leftarrow \text{نها} \frac{\text{جا}^2}{\text{س}} - \frac{\text{جا}^2}{\text{س}}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^2 (\text{جا} - 1)}{\text{س}} \text{ (ضرب بالمرافق)}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^2 (\text{جا} - 1)}{\text{س}} \times \frac{\text{جا} + 1}{\text{جا} + 1}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^2 (\text{جا}^2 - 1)}{\text{س} (\text{جا} + 1)}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^2 \times \text{جا} \times \text{جا}^2}{\text{س} (\text{جا} + 1)}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^5}{\text{س} \times \text{س} \times \text{س}} = \frac{1}{\text{س}} \times 1 \times 2 = \frac{1}{\text{س}}$$

$$(10) \text{ نها} \frac{\text{جا}^3}{\pi - \text{س}} - \frac{\text{جا}^3}{\pi - \text{س}}$$

الحل: (نوزع أولاً)

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^3}{\pi - \text{س}} - \frac{\text{جا}^3}{\pi - \text{س}}$$

الزاوية البديلة
= التعويض - الأصل
= $\pi^2 - \pi^2$
ربع رابع \Leftarrow ظا -

الزاوية البديلة
= التعويض - الأصل
= $\pi^3 - \pi^3$
ربع ثاني \Leftarrow جا +

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^3 (\pi^3 - \pi^3)}{\pi - \text{س}}$$

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^3 (\pi - \pi)}{\pi - \text{س}} + \text{نها} \frac{\text{ظا}^2 (\pi - \pi)}{\pi - \text{س}}$$

نستبدل : نضع $\text{ص} = \pi - \pi$
عندما $\pi = \text{س}$ ، فإن $\text{ص} = 0$

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^3}{\text{ص} - \text{ص}} + \text{نها} \frac{\text{ظا}^2}{\text{ص} - \text{ص}}$$

$$= 3 - + 2 - = 5 -$$

$$(8) \text{ نها} \frac{\text{جا}^3}{\pi} - \frac{\text{جا}^3}{\pi}$$

الحل: الزاوية البديلة = التعويض - الأصل
= $\frac{\pi}{\text{س}} - \frac{\pi}{\text{س}}$ ، متممة \Leftarrow تقلب

$$\Leftarrow \text{نها} \frac{\text{جا}^3 (\pi - \pi)}{\pi}$$

نستبدل : نضع $\text{ص} = \frac{\pi}{\text{س}} - \frac{\pi}{\text{س}}$ ، عندما $\pi = \text{س}$ ، $\frac{\pi}{\text{س}} = \frac{\pi}{\text{س}}$ ، $\text{ص} = 0$

$$= \text{نها} \frac{\text{جا}^3}{\text{ص} - \text{ص}} = 3 -$$

**** السؤال الثاني (إيجاد الثوابت) ****

$$(13) \text{ نها} = \frac{1 - \text{جا}(\pi - \rho)}{s^3} = \text{ب}$$

$$\rho \in [0, \pi], \text{ فما قيمة الثابت ب ؟؟}$$

الحل:

**** بما أن النهاية موجودة ****

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{نها المقام} \\ \text{نها البسط} \end{array} \right|_{s=0} = \text{صفر} \quad \left\langle \begin{array}{l} \text{نها المقام} \\ \text{نها البسط} \end{array} \right|_{s=0} = \text{صفر}$$

$$\left\langle \text{نها} (1 - \text{جا}(\pi - \rho)) \right|_{s=0} = \text{صفر}$$

$$\left\langle \text{جا}(\pi - \rho) \right|_{s=0} = 1 \quad \left\langle \text{جا} \rho \right|_{s=0} = 1$$

$$\left\langle \frac{\pi}{2} = \rho \right|_{\text{ضمن الفترة } [0, \pi]}$$

متمة أصلية
تقلب

$$\left\langle \text{نها} (1 - \text{جا}(\frac{\pi}{2} - s)) \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{نها} (1 - \text{جتاس}) \right|_{s=0} = \text{ب} \quad (\text{ضرب بمرافق البسط})$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{1 - \text{جتاس}}{s^3} \times \frac{1 + \text{جتاس}}{1 + \text{جتاس}} \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{1 - \text{جتاس}}{s^3} \times (1 + \text{جتاس}) \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{\text{جاس}}{s^3} \times (1 + \text{جتاس}) \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{\text{جاس} \times \text{جاس}}{s^3 \times s} \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{ب} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \right|_{s=0}$$

$$(11) \text{ نها} (\pi - s) \frac{1}{s}$$

الحل: (تبديل ظتاس فوراً)

$$\left\langle \text{نها} \frac{(\pi - s)}{s} \right|_{s=0} = \text{ظاس}$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{(\pi - s)}{s} \right|_{s=0} = \text{ظاس} \quad \left\langle \text{نها} \frac{(\pi - s)}{s} \right|_{s=0} = \text{ظاس}$$

نستبدل : نضع $s = \pi - \rho$ ، عندما $s = \pi$ ، $\rho = 0$

$$\left\langle \text{نها} \frac{1}{\pi - \rho} \right|_{s=0} = 1$$

$$(12) \text{ نها} \frac{\text{جتاس}}{s^3}$$

الحل:

**** فصل البسط عن المقام بقسمة كل منهما على**

($\frac{\pi}{2} - s$) ونوزع النهاية **

$$\left\langle \text{نها} \frac{\text{جتاس}}{\frac{\pi}{2} - s} \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{\text{جتاس}}{\frac{\pi}{2} - s} \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{2} - s)}{\frac{\pi}{2} - s} \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{2} - s)}{\frac{\pi}{2} - s} \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{\text{جا}(\frac{\pi}{2} - s)}{\frac{\pi}{2} - s} \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\frac{1}{3} = \left\langle \text{نها} \frac{\text{جتاس}}{s} \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$\left\langle \text{نها} \frac{\text{جتاس}}{s} \right|_{s=0} = \text{ب}$$

$$(14) \text{ نها } \frac{س^2 + س + ٢}{س} \text{ جا } \pi \text{ س} = ب$$

فما قيمة الثوابت ٢ ، $س$ ، $ب$ ؟؟
الحل:

** بما أن النهاية موجودة

$$\leftarrow \text{نها المقام} \leftarrow \frac{0}{س^2} = \leftarrow \text{نها البسط} \leftarrow \frac{0}{س^2}$$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{0}{س^2} = (س + س + ٢)$$

$$\leftarrow ٢ = ٢ + ٢ \leftarrow \leftarrow ٢ = ٢$$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{س^2 + س - ٢}{س} \text{ جا } \pi \text{ س} = ب \text{ (تحلل عبارة تربيعية)}$$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{(س + ٣)(س - ٢)}{س} \text{ جا } \pi \text{ س} = ب$$

الزاوية البديلة = $\pi - \pi$ ، ربع رابع \leftarrow جا-

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{(س + ٣)(س - ٢)}{س} \text{ جا } \pi (س - ٢) = ب$$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{(س - ٢)}{\pi (س - ٢)} \times \leftarrow \text{نها} \leftarrow (س + ٣) = ب$$

نستبدل:

نضع $ص = س - ٢$

عندما $س = ٢$ ، $ص = ٠$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{ص}{\pi ص} \times ٥ = ب$$

$$\leftarrow \frac{٥}{\pi} = ب$$

$$(15) \text{ إذا علمت أن نها } \frac{٢ - (س)}{س - ٢} = ٥$$

فما قيمة نها $\frac{جا (س - ٢)}{س - ٢}$
الحل:

نفضل البسط عن المقام بقسمة كل منهما على الزاوية

وبالتالي نقسم على $(س - ٢)$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{جا (س - ٢)}{س - ٢} = \leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{س - ٢}{س - ٢}$$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{س - ٢}{س - ٢} = \leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{س - ٢}{س - ٢}$$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{جا ص}{ص}$$

$$\frac{٥}{٤} = \frac{١}{٤} = \frac{نها}{(س - ٢)(س + ٢)} = \frac{نها}{(س - ٢) \times ٥}$$

$$(16) \text{ نها } \frac{جا \sqrt{س^2 - ٢س + ١}}{س - ١} = ١$$

الحل:

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{جا \sqrt{(س - ١)}}{س - ١} = ١$$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{جا |س - ١|}{س - ١} = ١ \text{ نعيد تعريف } |س - ١|$$

$$\leftarrow س - ١ = ١ \leftarrow \leftarrow س = ١$$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{جا (س - ١)}{س - ١} = ١$$

$$\leftarrow \text{نها} \leftarrow \frac{جا ص}{ص} = ١$$

$$١ = ١$$

نستبدل:

نضع $ص = س - ١$

عندما $س = ١$

فإن $ص = ٠$

**** السؤال الثالث ****

$$(1) \text{ نها} \frac{3-|5-|}{2-|}$$

الحل:

**** نعوض داخل القيمة المطلقة فقط**

$$\leftarrow \frac{5-2}{2} \leftarrow \text{سالب}$$

$$= \text{نها} \frac{3-(5-|)}{2-|}$$

$$= \text{نها} \frac{2-|}{2-|} = 1$$

$$(2) \text{ نها} \frac{2-|5-|}{7-|}$$

الحل:

**** نعوض داخل القيمة المطلقة فقط**

$$\leftarrow \frac{5-7}{2} \leftarrow \text{موجب}$$

$$= \text{نها} \frac{2-(5-|)}{7-|} = \frac{2-|}{7-|} = 1$$

$$(3) \text{ نها} \frac{2-|2-|}{1-|}$$

الحل:

**** نعوض داخل القيمة المطلقة فقط**

$$\leftarrow \frac{2-1-1}{1} \leftarrow \text{سالب}$$

$$= \text{نها} \frac{2-2+|}{1-|}$$

$$= \text{نها} \frac{2-|}{1-|}$$

$$= \text{نها} \frac{1-|}{1-|} = 1$$

$$(4) \text{ نها} \frac{|3-|}{2-|}$$

الحل:

**** نعوض في كل منهما**

$$\leftarrow \frac{3+|}{2-|} \leftarrow \text{موجب}$$

$$\leftarrow \frac{3-|}{2-|} \leftarrow \text{سالب}$$

$$= \text{نها} \frac{(3+|)-(3-|)}{2-|}$$

$$= \text{نها} \frac{2-|}{2-|} = 1$$

$$= \text{نها} \frac{2-|}{2-|} = 1$$

$$(5) \text{ نها} \frac{\sqrt{4-|}}{4-|}$$

الحل:

$$= \text{نها} \frac{\sqrt{(2-|)}}{4-|}$$

**** نعوض داخل القيمة المطلقة فقط**

$$\leftarrow \frac{2-2}{2} = 0 \leftarrow \text{صفر} \leftarrow \text{نعيد التعريف الكامل}$$

$$\text{س} = 2 = 0 \leftarrow \text{س} = 2$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{4} &= \frac{2-|}{(2+|)(2-|)} \\ \frac{1}{4} &= \frac{2-|}{(2+|)(2-|)} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{نشعب النهاية} \\ \text{لأن } 2 \leftarrow \text{س} \\ \text{نقطة تحول} \end{array}$$

$$:: \text{نها} \frac{\sqrt{4-|}}{4-|}$$

غير موجودة

$$(7) \text{ نها } [2س + 3] (س + 1)$$

الحل:

** نعوض داخل الصحيح فقط

$$[7] = [3 + 4] \text{ صحيح} \leftarrow \text{نشعب النهاية ثم نشعب الناتج}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{نها } (س) &= \text{نها } [7] \\ \text{نها } (س) &= \text{نها } [7] \end{aligned} \right\}$$

$$35 = 5 \times 7 =$$

$$\left. \begin{aligned} \text{نها } (س) &= \text{نها } [7] \\ \text{نها } (س) &= \text{نها } [7] \end{aligned} \right\}$$

$$30 = 5 \times 6 =$$

∴ نها (س) غير موجودة

$$(8) \text{ نها } [س^2 - 7]$$

الحل:

** نعوض داخل الصحيح

$$[3] = [4 - 7] \text{ صحيح} \leftarrow \text{نشعب النهاية ثم نشعب الناتج}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{نها } (س) &= [3] \\ \text{نها } (س) &= [3] \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{نها } (س) &= [3] \\ \text{نها } (س) &= [3] \end{aligned} \right\}$$

∴ نها (س) غير موجودة

***** لاحظ عزيزي الطالب:**

أن معامل س سالب ، وبالتالي بعد تشعب

النهاية نقلب تشعب التعويض ***

$$(6) \text{ نها } |س + ج - 2| = 1$$

فما قيمة الثابت ج ؟؟؟

الحل:

** بما أن النهاية موجودة

$$\leftarrow \text{نها المقام} = 0 \leftarrow \text{نها البسط} = 0$$

$$\leftarrow \text{نها } |س + ج - 2| = 0$$

$$\leftarrow |ج + 1| = 2 \quad (\text{معادلة قيمة مطلقة لها حلين})$$

$$\text{الحل الأول } ج + 1 = 2 \Rightarrow ج = 1$$

$$\text{الحل الثاني } ج + 1 = -2 \Rightarrow ج = -3$$

*** نختبر أيهما يعطي الناتج (-1) ***

*** عندما ج = 1 ***

$$\leftarrow \text{نها } |س + 1 - 2| = 1$$

نعوض داخل القيمة المطلقة فقط

$$\leftarrow |1 + 1| = 1 \text{ موجب}$$

$$\text{نها } = \frac{س + 1 - 2}{س - 1} = \frac{س - 1}{س - 1} = 1 \text{ مرفوضة}$$

*** عندما ج = -3 ***

$$\leftarrow \text{نها } |س - 3 - 2| = 1$$

نعوض داخل القيمة المطلقة فقط

$$\leftarrow |3 - 1| = 2 \text{ سالب}$$

$$\text{نها } = \frac{س - 3 - 2}{س - 1} = \frac{س - 5}{س - 1} = 1 \text{ مقبولة}$$

∴ ج = -3

$$(9) \text{ نها } \frac{[س - 5]}{س} \leftarrow \begin{matrix} +2 \\ -3 \end{matrix}$$

الحل:

** انتبه : المشعب لا يشعب ***

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{[3]}{8} = \frac{[س - 5]}{س} \leftarrow \begin{matrix} +2 \\ -3 \end{matrix}$$

$$(10) \text{ نها } \frac{[س - 5]}{س} \leftarrow \begin{matrix} +2 \\ -3 \end{matrix} (1 + 2س)$$

الحل:

** نعوض داخل الصحيح فقط

$$\leftarrow \frac{2}{3} = [1 + \frac{2}{3}] = [1,66] \text{ كسر } \leftarrow \text{نحسب فقط قيمته}$$

$$\leftarrow \text{نها } 1 \times (1 + 2س) = 5$$

$$(12) \text{ نها } \frac{[س - 3]}{س - 3} \leftarrow \begin{matrix} +3 \\ -3 \end{matrix}$$

الحل:

** نبدأ بحيث نعوض داخل الصحيح أولاً :

$$\leftarrow \frac{18}{5} = [3 + \frac{3}{5}] = [3,6] \text{ كسر } \leftarrow \text{نحسب فقط قيمته}$$

$$\leftarrow \text{نها } \frac{س - 3}{س - 3} \leftarrow \begin{matrix} +3 \\ -3 \end{matrix}$$

والآن : نعوض داخل القيمة المطلقة

$$\leftarrow |س| \leftarrow |3| \leftarrow \text{موجب}$$

$$\leftarrow \text{نها } \frac{س - 3}{س - 3} = 1$$

$$(13) \text{ نها } \frac{[س - 3]}{|س - 3|} \leftarrow \begin{matrix} +3 \\ -3 \end{matrix}$$

الحل:

** نبدأ بحيث نعوض داخل الصحيح أولاً :

$$\leftarrow \frac{18}{5} = [3 + \frac{3}{5}] = [3,6] \text{ كسر } \leftarrow \text{نحسب فقط قيمته}$$

$$\leftarrow \text{نها } \frac{س - 3}{|س - 3|} \leftarrow \begin{matrix} +3 \\ -3 \end{matrix}$$

والآن : نعوض داخل القيمة المطلقة

$$\leftarrow |2 - 3| = \text{صفر} \leftarrow \text{نعيد التعريف الكامل}$$

$$\leftarrow \begin{matrix} 3-س \\ 3+س \end{matrix} \leftarrow \begin{matrix} +3 \\ -3 \end{matrix} \leftarrow \begin{matrix} 3 \\ 3 \end{matrix}$$

$$\left. \begin{aligned} 1 &= \frac{س - 3}{س - 3} \leftarrow \begin{matrix} +3 \\ -3 \end{matrix} \\ 1 &= \frac{س - 3}{س - 3} \leftarrow \begin{matrix} -3 \\ -3 \end{matrix} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{نشعب النهاية} \\ &\text{لأن } 3 \leftarrow 3 \\ &\text{نقطة تحول} \end{aligned}$$

∴ نها ق(س) غير موجودة

$$(11) \text{ نها } \frac{[س - 1]}{س - 1} \leftarrow \begin{matrix} +1 \\ -1 \end{matrix}$$

الحل:

** نعوض داخل الصحيح فقط

$$\leftarrow [1,5] = [1 + \frac{1}{2}] = [1,5] \text{ كسر}$$

∴ نحسب فقط قيمته وتساوي (1)

$$\leftarrow \text{نها } \frac{س - 1}{س - 1} = 1$$

*** ملاحظة ***

المقدار الصحيح نضع القيمة بدلاً منه

***** حل أسئلة الحصة الثالثة *****

سؤال (١) :

الحل:

الصورة (عند المساواة) \Leftarrow (القيمة) $2 = |1-1| - 1 \times 2$

\therefore ق(١) = ٢

**** نشعب النهاية لأن $s=1$ (نقطة تحول)**

نهاق(س) = نها $_{s \rightarrow 1^+}$ (س^٢ - ١) - ١ = ٢

نهاق(س) = نها $_{s \rightarrow 1^-}$ (س^٢ + ٣) - ٥ = ٢

نها $_{s \rightarrow 1^-}$ (س^٢ - ٥) = نها $_{s \rightarrow 1^-}$ (س^٢ - ٥)

نها $_{s \rightarrow 1^-}$ (س^٢ - ٥) = نها $_{s \rightarrow 1^-}$ (س^٢ - ٥) = ٢

\Leftarrow نهاق(س) = ٢ موجودة

\therefore ق(١) = نهاق(س) = ٢

\therefore ق(س) متصل عند $s = 1$

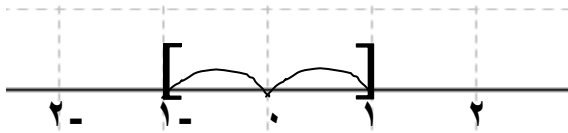
سؤال (٢) :

الحل:

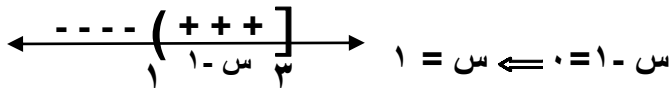
يجب إعادة تعريف $[1 - \frac{s}{4}]$ ضمن الفترة $[-1, 1]$

**** طول الدرجة (ل) = |معامل س| = $\frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$**

**** هنا نقسم إلى درجات أطوالها (٢) ونبدأ من الصفر العادي ثم نضع الفترة ****



**** والأن نعيد تعريف |س - ١| ضمن الفترة (١, ٣) ****



ق(س) = $\begin{cases} s \times [-2] & , 1 \geq s > 0 \\ s \times [-1] & , 0 \geq s \geq 1 \\ \frac{s-1}{s-1} & , 3 \geq s > 1 \end{cases}$

**** لاحظ أن وضعت المساواة عند $s=1$ في القاعدة الثانية لأنها تعطي نفس الصورة لو كانت لوحدها ****

ق(س) = $\begin{cases} s^2 & , 1 \geq s > 0 \\ s & , 0 \geq s \geq 1 \\ 1 & , 3 \geq s > 1 \end{cases}$

*** القواعد :**
القاعدة الأولى متصلة في $(-1, 0)$
القاعدة الثانية متصلة في $(0, 1)$
القاعدة الثالثة متصلة في $(1, 3)$

***** نقاط التحول :**

$\begin{cases} s=0 & (١) \\ ق(0) = 0 & (القيمة) \\ نهاق(س) = 0 & \left. \begin{array}{l} \Leftarrow نهاق(س) = 0 \\ \Leftarrow نهاق(س) = 0 \end{array} \right\} \end{cases}$

ق(٠) = نهاق(س) = ٠

\therefore ق(س) متصل عند $s = 0$

**** تابع حل سؤال (٢) ****

(٢) س = ١

ق(١) = ١- (القيمة)

$$\left. \begin{array}{l} \text{نهاق(س)} = ١- \\ \text{س} \leftarrow +١ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{نهاق(س)} = ١- \\ \text{س} \leftarrow +١ \end{array}$$

ق(١) = نهاق(س) = ١-
س ← ١

∴ ق(س) متصل عند س = ١

***** الأُطراف: *****

عند الأُطراف النهاية من جهة واحدة فقط

(١) س = ١-

ق(١-) = ١- × ٢- = ٢ (القيمة)

نهاق(س) = ١- × ٢- = ٢ (من جهة اليمين فقط)
س ← -١

ق(١-) = نهاق(س) = ٢
س ← -١

∴ ق(س) متصل عند س = ١- من جهة اليمين

(٢) س = ٣

ق(٣) = ١- (القيمة)

نهاق(س) = ١- (من جهة اليسار فقط)
س ← -٣

ق(٣) = نهاق(س) = ١-
س ← -٣

∴ ق(س) متصل عند س = ٣ من جهة اليسار

***** النتيجة *****

ق(س) متصل في الفترة [١-، ٣]

**** ملاحظة: **** على الرغم من أن النهاية عند الأُطراف غير موجودة دائماً إلا أنها عند الاتصال فقط تعامل بطريقة خالصة (من جهة التعريف فقط) ***

سؤال (٣) :

الحل:

ق(٣) = [٣ + ١] = [٣ + ٣] = ٦

نهاق(س) = نهاق(س) = ٩ - ٢
س ← +٣ س ← +٣

نهاق(س) = ٩ - ٢
س ← +٣ |س - ٣|

نهاق(س) = (٣ - س)(٣ + س) / (٣ - س) = ٦
س ← +٣

نهاق(س) = نهاق(س) = [١ + س] + س
س ← -٣ س ← -٣

٦ = ٣ + ٣ = (٣ + [٤]) =

**** بسبب الإتصال فإن :**

ق(٣) = نهاق(س) = ٦
س ← ٣

وبما أنه لم يحدد نوعية الثابت p $6 = [p + 1] \leftarrow$

$7 > p + 1 \geq 6 \leftarrow$

$6 > p \geq 5 \leftarrow$

$6, 5 \ni p \therefore$

**** ملاحظة: **** عندما $5 = p$

الاقتران متصل لأنها تؤثر بالصورة فقط

وليس بالنهاية

سؤال (٤) :
الحل:

$$ق(٠) = ٢ \times [٢ + ٠] = ٢٢$$

$$\begin{aligned} \text{نهاق (س)} &= \text{نها} \left[\begin{array}{c} \text{س} \leftarrow + \\ \text{س} \leftarrow + \end{array} \right] ٢ + \text{س} \\ ٢٢ = ٢ \times [٢] &= \end{aligned}$$

$$١- = \frac{\text{نها} \left[\begin{array}{c} \text{س} \leftarrow + \\ \text{س} \leftarrow + \end{array} \right] \text{جا (س-)}}{\text{س}}$$

** وبما أن ق(س) متصل عند س = ٠

$$\therefore ق(٠) = \text{نهاق (س)} = \text{نهاق (س)}$$

$$١- = ٢٢ \leftarrow \frac{١-}{٢} = ٢$$

سؤال (٥) :
الحل:

$$ق(١) = ٥ - ب = ٥$$

$$\begin{aligned} \text{نهاق (س)} &= \text{نها} \left[\begin{array}{c} \text{س} \leftarrow + \\ \text{س} \leftarrow + \end{array} \right] \frac{٣ + ٢س - ١س}{١ - س} \\ \text{بما أن النهاية موجودة (بسبب الاتصال)} & \end{aligned}$$

$$\leftarrow \text{نها المقام} \leftarrow ٠ = \leftarrow \text{نها البسط} \leftarrow \frac{١-}{١=س}$$

$$\text{نها (س)} = ٣ + ٢س - ١ = ٣ + ٢ - ١ = ٤$$

$$\leftarrow \text{نعوضها في النهاية} \leftarrow \frac{٤}{٢} = ٢$$

$$\therefore \leftarrow \text{نها} \left[\begin{array}{c} \text{س} \leftarrow + \\ \text{س} \leftarrow + \end{array} \right] \frac{٣ + ٢س - ١س}{١ - س}$$

$$٢- = \frac{\text{نها} \left[\begin{array}{c} \text{س} \leftarrow + \\ \text{س} \leftarrow + \end{array} \right] (١-س)(٣-س)}{١-س}$$

$$\text{نهاق (س)} = ٥ - ب$$

** وبما أن ق(س) متصل عند س = ١

$$\therefore ق(١) = \text{نهاق (س)} = \text{نهاق (س)}$$

$$\leftarrow ٢- = ٥ - ب \leftarrow \frac{٣}{٢} = ٣$$

سؤال (٦) :
الحل:

$$\begin{aligned} ق(\pi) &= \frac{ب^٢}{١٢٨} \\ \text{نهاق (س)} &= \frac{ب^٢}{١٢٨} \end{aligned}$$

الزاوية البديلة =
التعويض - الأصل

$$\frac{\pi}{٢} - \frac{\pi}{٢} =$$

متمة ← تقلب

$$\frac{\text{ظتا} \frac{\pi}{٢}}{\text{نها} \left[\begin{array}{c} \text{س} \leftarrow - \\ \text{س} \leftarrow - \end{array} \right] \pi - ب}$$

$$= \frac{\text{ظتا} \left(\frac{\pi}{٢} - \frac{\pi}{٢} \right)}{\text{نها} \left[\begin{array}{c} \text{س} \leftarrow - \\ \text{س} \leftarrow - \end{array} \right] (\pi - س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{نستبدل :} \\ \text{نضع: ص} = \pi - س \\ \text{عندما س} = \pi \\ \text{فإن ص} = ٠ \end{array} \right\} \frac{\text{ظتا} \frac{١}{٢} (\pi - س)}{\text{نها} \left[\begin{array}{c} \text{س} \leftarrow - \\ \text{س} \leftarrow - \end{array} \right] (\pi - س)}$$

$$= \frac{\text{ظتا} \frac{١}{٢} \text{ص}}{\text{نها} \left[\begin{array}{c} \text{ص} \leftarrow - \\ \text{ص} \leftarrow - \end{array} \right] \text{ب} - \text{ص}} = \frac{١-}{ب٢}$$

** وبما أن ق(س) متصل عند س = π

$$\therefore ق(\pi) = \text{نهاق (س)} = \text{نهاق (س)}$$

$$\leftarrow \frac{١-}{ب٢} = \frac{ب^٢}{١٢٨} \leftarrow$$

$$\leftarrow ١٢٨ - ب^٢ = ٦٤ - ب^٢ \leftarrow$$

$$\leftarrow \frac{٦٤}{٢} = ب^٢ \leftarrow$$

سؤال (٧) :
الحل:

ق(٣) = ٢

$$\frac{|10 - س| - 7}{س - 3} = \frac{نها}{س}$$

بما أن س ≠ ٣ تعبّر عن النهاية من اليمين واليسار

$$\lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{|10 - س| - 7}{س - 3} = \lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{نها}{س}$$

نعوض داخل القيمة المطلقة فقط

$$\lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{|10 - 3| - 7}{س - 3} = \lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{نها}{س}$$

$$\lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{(10 - س) - 7}{س - 3} = \lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{نها}{س}$$

$$\lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{10 - س + 7}{س - 3} = \lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{نها}{س}$$

$$\lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{س - 3}{س - 3} = \lim_{س \rightarrow 3^-} \frac{نها}{س} = 1$$

** وبما أن ق(س) متصل عند س = ٣

$$\lim_{س \rightarrow 3} \frac{نها}{س} = \lim_{س \rightarrow 3} \frac{نها}{س} = 1$$

$$\boxed{1 = 1}$$

سؤال (٨) :
الحل:

** ننتج (ق.هـ) (س) **

ق	س ^٢	س ^٣
هـ	س + ١	[س + ٢]

$$\left. \begin{array}{l} س^2 |س + ١| ، س < ١ \\ س^3 [س + ٢] ، س > ١ \end{array} \right\} = (ق.هـ) (س)$$

توضيح : ق(١) × (١) هـ (١)

$$2 = |2| \times 1 = 2$$

** (ق.هـ) (١) = ٢ القيمة

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{س \rightarrow 1^+} \frac{نها}{س} = \lim_{س \rightarrow 1^+} \frac{|س + ١|}{س} = 2 \\ \lim_{س \rightarrow 1^-} \frac{نها}{س} = \lim_{س \rightarrow 1^-} \frac{[س + ٢]}{س} = 3 \end{array} \right\}$$

$$\lim_{س \rightarrow 1} \frac{نها}{س} = \lim_{س \rightarrow 1} \frac{نها}{س} = 2$$

$$\lim_{س \rightarrow 1} \frac{نها}{س} = 2$$

سؤال (٩) :

الحل: ** ننتج (ق.هـ) (س) **

ق	س ^٢	س ^٣
هـ	[س + ٢]	س + ١

$$\left. \begin{array}{l} س^2 [س + ٢] ، س < ١ \\ س^3 |س + ١| ، س > ١ \end{array} \right\} = (ق.هـ) (س)$$

توضيح : ق(١) × (١) هـ (١)

$$2 = |2| \times 1 = 2$$

** (ق.هـ) (١) = ٢ القيمة

$$\lim_{س \rightarrow 1^+} \frac{نها}{س} = \lim_{س \rightarrow 1^+} \frac{[س + ٢]}{س} = 3$$

$$\lim_{س \rightarrow 1^-} \frac{نها}{س} = \lim_{س \rightarrow 1^-} \frac{|س + ١|}{س} = 2$$

$$\lim_{س \rightarrow 1} \frac{نها}{س} = \lim_{س \rightarrow 1} \frac{نها}{س} = 2$$

$$\lim_{س \rightarrow 1} \frac{نها}{س} = 2$$

سؤال (١٠) :
الحل:

أصفار المقام س = ٢ ، س = ٥ -

∴ عوامل المقام (س - ٢) ، (س + ٥)

∴ المقام $س^٢ + س + ب = (س - ٢)(س + ٥)$

$$\Leftarrow س^٢ + س + ب = س^٢ + ٣س - ١٠$$

$$\Leftarrow ب = ٣ ، س = ١٠$$

سؤال (١١) :
الحل:

صفر المقام س = ٥ ، ولأن المقام تربيعي

∴ هذا الصفر مكرر $\Leftarrow (س - ٥) ، (س - ٥)$

∴ المقام $س^٢ + س + ب = (س - ٥)(س - ٥)$

$$\Leftarrow س^٢ + س + ب = س^٢ - ١٠س + ٢٥$$

$$\Leftarrow ب = ٢٥ ، س = ١٠$$

سؤال (١٢) :
الحل:

المقام متصل على ح \Leftarrow ليس له أصفار

∴ المقام تربيعي لا يحلل

∴ مميز المقام سالب

$$\Leftarrow ب^٢ - ٤س > صفر$$

$$\Leftarrow (٦ - ب)^٢ - ٤س > صفر$$

$$\Leftarrow ٣٦ - ٤س > صفر$$

$$\Leftarrow ٣٦ > ٤س$$

$$\Leftarrow ٩ < س$$

** ملاحظة إضافية :

$$ق(س) = \left[٣ + \frac{س}{٢} \right] ، ل = \frac{١}{٢} = ٢$$

متصل في ح - { مضاعفات طول الدرجة }

متصل في ح - { ن . ل : ن \ni ص }

متصل في ح - { ن^٢ : ن \ni ص }

*** أي أنه غير متصل

عندما س \ni { ن^٢ : ن \ni ص }

*** بمعنى آخر ق(س) غير متصل عندما

س \ni { ، ٦ ، ٤ ، ٢ ، ٠ ، -٢ ، -٤ ، }

***** حلول أسئلة الحصة الرابعة *****

***** السؤال الأول *****

الحل:

$$1 \text{ س} = 1 \text{ س} = 2 = \Delta \text{ س} = \text{هـ} = 3$$

$$\text{ولكن : هـ} = 2 \text{ س} - 1 \text{ س} = 1 \text{ س} = \text{ع} - \text{س}$$

$$\leftarrow 2 \text{ س} = \text{ع} = \text{س} + \text{هـ}$$

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}} = \frac{\text{ق}(\text{س}_2) - \text{ق}(\text{س}_1)}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$$

$$1 = \frac{\text{ق}(\text{هـ}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{هـ} - \text{س}} = \frac{[5] - [8]}{3} = \frac{\text{ق}(\text{س}_2) - \text{ق}(\text{س}_1)}{2 - 1}$$

(٤) الحل:

$$11 = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{هـ}(1) - \text{هـ}(1-1)}{(1-1) - 1}$$

$$\leftarrow \text{هـ}(1) - \text{هـ}(1-1) = 22$$

**** لاحظ أن المطلوب مقدار التغير في الاقتران**

ق(س) وليس معدل التغير يعني $\Delta \text{ص}$ فقط **

$$\leftarrow \Delta \text{ص} = \text{ق}(1) - \text{ق}(1-1)$$

$$= \text{هـ}(1) - \text{هـ}(1-1) =$$

$$= \text{هـ}(1) - \text{هـ}(1-1) = 22$$

(٢) الحل:

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(1) - \text{ق}(-4)}{(1) - (-4)} = 3$$

$$\therefore \text{ق}(1) - \text{ق}(-4) = 15$$

$$\text{ولكن ق}(1) = 2 \leftarrow 2 - \text{ق}(-4) = 15$$

$$\therefore \text{ق}(-4) = 13$$

(٥) الحل:

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(3) - \text{ق}(1)}{3 - 1} = 7$$

$$\leftarrow \text{ق}(3) - \text{ق}(1) = 14$$

$$\text{** بما أن ق}(س) = \frac{1}{\text{هـ}(س)}$$

$$\leftarrow \text{هـ}(س) = \frac{1}{\text{ق}(س)}$$

$$\therefore \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{هـ}(3) - \text{هـ}(1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{\frac{1}{\text{ق}(3)} - \frac{1}{\text{ق}(1)}}{2}$$

$$= \frac{\frac{1}{\text{ق}(3)} - \frac{1}{\text{ق}(1)}}{2} \times \frac{\text{ق}(3) \times \text{ق}(1)}{\text{ق}(3) \times \text{ق}(1)}$$

$$= \frac{14}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{14}{5} =$$

(٣) الحل:

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(ب) - \text{ق}(1)}{ب - 1} = \frac{1}{3}$$

$$\leftarrow \frac{1}{3} = \frac{1 - \sqrt{1+ب}}{ب} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{1 + \sqrt{1+ب} - 1}{ب} = \frac{\sqrt{1+ب}}{ب}$$

$$\leftarrow \sqrt{1+ب} = 1 + \frac{ب}{3} \quad (\text{الآن نربع الطرفين})$$

$$\leftarrow 9 + ب = (1 + \frac{ب}{3})^2 = 1 + \frac{2ب}{3} + \frac{ب^2}{9}$$

$$\leftarrow 9 + ب = 9 + \frac{2ب}{3} + \frac{ب^2}{9}$$

$$\leftarrow 0 = \frac{ب^2}{9} - \frac{ب}{3} \Rightarrow 0 = ب(ب - 3)$$

$$\leftarrow 0 = ب \Rightarrow \text{ب} = 0 \quad (\text{تُهمل لأن الفترة } [0, 3])$$

$$\leftarrow \text{ب} = 3 \quad (\text{تقبل})$$

*** السؤال الثاني ***

**في مسائل تعريف المشتقة تذكر ما يلي:

$$ق'(س) = \lim_{ع \rightarrow س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

أما إذا طلب المشتقة عند نقطة مثل ق'(ج) نقوم

$$ق'(ج) = \lim_{ع \rightarrow ج} \frac{ق(ع) - ق(ج)}{ع - ج}$$

الحل:

$$١) ق'(٢) = \lim_{ع \rightarrow ٢} \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow ٢} \frac{٢ - ع}{١ - ع - ٣ - ع}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow ٢} \frac{٢ - ع}{١ + ٣ - ع}$$

(توحيد مقامات)

$$= \lim_{ع \rightarrow ٢} \frac{١}{٢ - ع} \times \frac{٦ - ع٢ + ع}{٣ - ع}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow ٢} \frac{١}{٢ - ع} \times \frac{٦ - ع٣}{٣ - ع}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow ٢} \frac{١}{٢ - ع} \times \frac{(٢ - ع)٣}{٣ - ع}$$

الحل:

$$٢) ق'(٣) = \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{ق(ع) - ق(٣)}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{٤,٥ - \left(\frac{٣}{١ + ع\sqrt{٢}} + ع \right)}{ع - ٣}$$

نفصل المتجاورين بطرح (٣) واضافتها وتوزيع النهاية

$$= \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{٤,٥ - \frac{٣}{١ + ع\sqrt{٢}} + ٣}{ع - ٣} + \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{٣ - ع}{٣ - ع}$$

$$= ١ + \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{٢ - \frac{٣}{١ + ع\sqrt{٢}}}{ع - ٣}$$

$$= ١ + \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{١}{٣ - ع} \times \frac{١ + ع\sqrt{٣ - ٦}}{١ + ع\sqrt{٢}}$$

** الآن نضرب المرافق التربيعي للبسط **

$$= ١ + \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{١}{١ + ع\sqrt{٣ + ٦}} \times \left(\frac{١}{٣ - ع} \times \frac{١ + ع\sqrt{٣ - ٦}}{١ + ع\sqrt{٢}} \right)$$

$$= ١ + \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{١}{٦ + ٦} \left(\frac{١}{٣ - ع} \times \frac{(١ + ع)^٩ - ٣٦}{١ + ع\sqrt{٢}} \right)$$

$$= ١ + \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{١}{١٢} \left(\frac{١}{٣ - ع} \times \frac{٩ - ع٩ - ٣٦}{١ + ع\sqrt{٢}} \right)$$

$$= ١ + \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{١}{١٢} \left(\frac{١}{٣ - ع} \times \frac{ع٩ - ٢٧}{١ + ع\sqrt{٢}} \right)$$

$$= ١ + \lim_{ع \rightarrow ٣} \frac{١}{١٢} \left(\frac{١}{٣ - ع} \times \frac{(١ - ع)٩}{١ + ع\sqrt{٢}} \right)$$

$$= ١ + \frac{١}{١٢} \times \frac{٩ - ١}{٤} = \frac{١٣}{١٢} = \frac{٣}{١٢} - ١ = \frac{١}{١٢} \times \frac{٩ - ١}{٤} + ١ =$$

الحل:

$$٣) ق'(س) = \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \text{ نها}$$

$$\text{نها} = \frac{\sqrt{ع٢جا٢س} - \sqrt{ع٢جا٢س}}{ع - س} \text{ ضرب بالمرافق}$$

$$\text{نها} = \frac{\sqrt{ع٢جا٢س} - \sqrt{ع٢جا٢س}}{ع - س} \times \frac{\sqrt{ع٢جا٢س} + \sqrt{ع٢جا٢س}}{\sqrt{ع٢جا٢س} + \sqrt{ع٢جا٢س}}$$

$$\text{نها} = \frac{ع٢جا٢س - ع٢جا٢س}{ع - س} \times \frac{١}{(\sqrt{ع٢جا٢س} + \sqrt{ع٢جا٢س})}$$

$$\text{نها} = \frac{ع٢جا٢س - ع٢جا٢س}{ع - س} \times \frac{١}{(\sqrt{ع٢جا٢س} + \sqrt{ع٢جا٢س})}$$

$$٢) \text{نها} = \frac{ق(س) - ق(ع) \text{ جتا}(ع + س)}{ع - س} \times \frac{١}{(\sqrt{ع٢جا٢س} + \sqrt{ع٢جا٢س})}$$

نستبدل : نضع ص = ع - س
عندما ع = س فإن ص = ٠

$$\text{نها} = \frac{ص}{ص} \times \text{جتا}٢س \times \frac{١}{(\sqrt{ع٢جا٢س} + \sqrt{ع٢جا٢س})}$$

$$= \frac{جتا٢س}{\sqrt{ع٢جا٢س} + \sqrt{ع٢جا٢س}} = \frac{١}{\sqrt{ع٢جا٢س} + \sqrt{ع٢جا٢س}} \times ١ \times \text{جتا}٢س$$

$$٤) \text{نها} = \frac{ع جاس - س جاع}{ع - س}$$

لتفتيت الضرب وفصل الحدين نعوض ع ← س في (ع) من الحد الأول لنحصل على س جاس ثم نطرح (س جاس) و نضيفها

$$\text{نها} = \frac{ع جاس - س جاس + س جاس - س جاس}{ع - س}$$

*** نجمع ونوزع النهاية ***

$$\text{نها} = \frac{ع جاس - س جاس}{ع - س} + \frac{س جاس - س جاس}{ع - س}$$

$$\text{نها} = \frac{ع جاس - س جاس}{ع - س} + \frac{س جاس - س جاس}{ع - س}$$

$$= \text{جاس} + س \times (- \text{مشتقة جاس})$$

$$= \text{جاس} + س \times (- \text{جتاس}) = \text{جاس} - س جتاس$$

الحل:

$$٥) ق(س) = |س| - |١| + |س|$$

*** يجب إعادة تعريفهما على نفس خط الأعداد ***

$$\begin{array}{c} |س| - |١| \quad |س| - |١| \quad |س| - |١| \\ \hline |س| \quad |س| \quad |س| \end{array}$$

$$ق(س) = \left. \begin{array}{l} ١ - س٢, ١ \leq س \\ ١, ١ \geq س \\ ١ + س٢, ٠ \geq س \end{array} \right\}$$

** تذكر أن المشتقة عند نقطة التحول

تشعب إلى يمين ويسار **

$$ق'(٠)^+ = \frac{ق(ع) - ق(٠)}{ع - ٠} \text{ نها}$$

$$= \frac{١ - ١}{ع} = \frac{\text{صفر}}{\text{قيمة صفر}}$$

$$ق'(٠)^- = \frac{ق(ع) - ق(٠)}{ع - ٠} \text{ نها}$$

$$= \frac{ع٢ - ١}{ع} = \frac{ع٢ - ١}{ع}$$

$$ق'(٠)^+ \neq ق'(٠)^-$$

ق'(٠) غير موجودة

∴ ق غير قابل للاشتقاق عند س = ٠

** ملاحظة **

** طالما المشتقة باستخدام التعريف ، يمكن

أن نبحت في اتصال ق(س) وبغض النظر عن

النتيجة نبحت عن ق'(س) باستخدام التعريف

يمين ويسار **

***** السؤال الثالث *****

الحل:

$$(1) \text{ ق (س) = (س}^3 + 1)^3$$

(P) **نها** $\frac{\text{ق (س) - ق (1)}}{\text{س}^3 - 1}$ هي نفسها ق'(1)

$$\therefore \text{ق'(س) = (س}^3 + 1)^3 \times \text{س}^3$$

$$\therefore \text{ق'(1) = (1}^3 + 1)^3 \times 1 = 36$$

(ب) **نها** $\frac{\text{ق (س) - ق (1)}}{\text{س}^3 - 1}$ هي نفسها ق'(1)

$$\therefore \text{ق'(س) = (س}^3 + 1)^3 \times \text{س}^3$$

$$\therefore \text{ق'(1) = (1}^3 + 1)^3 \times 1 = 36$$

(ج) **نها** $\frac{\text{ق (1) - ق (س + 1)}}{\text{س}^3 - 1}$

هذه - ق'(1) = $\frac{1}{3} \times 36 = \frac{1}{3} \times 12 = 4$

(2) ق'(3) = 5 ، ق'(3-) = 2

(P) **نها** $\frac{\text{ق (س) - ق (س + 1)}}{\text{س}^3 - 1}$

هي نفسها ق'(3) = 5

(ب) **نها** $\frac{\text{ق (س) - ق (س - 1)}}{\text{س}^3 - 1}$

نها $\frac{\text{ق (س) - ق (س + 1)}}{\text{س}^3 - 1}$

= - ق'(3) = -5

(ج) **نها** $\frac{\text{ق (س) - ق (س - 1)}}{\text{س}^3 - 1}$

نها $\frac{\text{ق (س) - ق (س + 1)}}{\text{س}^3 - 1}$

وهي تساوي ق'(3-) = 2

(د) **نها** $\frac{\text{ق (س) - ق (س + 1)}}{\text{س}^3 - 1}$

** هنا يجب فصل المتجاورين بطرح واطافة ق(3) **

= **نها** $\frac{\text{ق (س) - ق (س + 1)}}{\text{س}^3 - 1}$

** نجمع ونوزع النهاية **

= **نها** $\frac{\text{ق (س) - ق (س + 1)}}{\text{س}^3 - 1} + \frac{\text{ق (3) - ق (3-)}}{\text{س}^3 - 1}$

نستبدل :
نضع ل = 2-
∴ $\frac{\text{ل}}{2-} = \text{س}$

نستبدل :
نضع و = 5
∴ $\frac{\text{و}}{5} = \text{س}$

= **نها** $\frac{\text{ق (س) - ق (س + 1)}}{\text{س}^3 - 1} + \frac{\text{ق (3) - ق (3-)}}{\text{س}^3 - 1}$

$$= \frac{2-}{\text{س}^3 - 1} \times \text{ق'(3-)} + \frac{5}{\text{س}^3 - 1} \times \text{ق'(3)}$$

$$= \frac{2-}{\text{س}^3 - 1} \times \text{ق'(3-)} + \frac{5}{\text{س}^3 - 1} \times \text{ق'(3)}$$

$$= \frac{2-}{\text{س}^3 - 1} \times 1 = \frac{2-}{\text{س}^3 - 1} \times 1 = 0$$

نستبدل :
- ه = و
∴ - ه = و

$$٥) \text{نها ق (س - ه) - ق (س + ه٣) = جا هس} \\ \leftarrow \text{ه}^٢$$

** هنا يجب فصل المتجاورين بطرح واطافة ق(س)**

$$= \text{نها ق (س - ه) - ق (س) + ق (س) - ق (س + ه٣)} \\ \leftarrow \text{ه}^٢$$

** نجمع ونوزع النهاية **

$$= \text{نها ق (س - ه) - ق (س) + نها ق (س) - ق (س + ه٣)} \\ \leftarrow \text{ه}^٢ \quad \leftarrow \text{ه}^٢$$

نستبدل :

$$\text{نضع ل} = \text{ه}^٣$$

$$\therefore \text{ه} = \frac{\text{ل}}{٣}$$

نستبدل :

$$\text{نضع و} = \text{ه}$$

$$\therefore \text{ه} = \text{و}$$

$$= \text{نها ق (س + و) - ق (س) + نها ق (س) - ق (س + ل)} \\ \leftarrow \text{و} \quad \leftarrow \text{ل} \\ \frac{\text{ل}}{٣} \times ٢$$

$$\leftarrow \frac{١}{٢} \times \text{ق (س)} + \frac{٣}{٢} \times \text{ق (س)} = \text{جا هس}$$

$$\times ٢ - \text{ق (س)} = \text{جا هس}$$

$$\text{ق (س)} = \frac{١}{٢} \text{جا هس}$$

$$\therefore \text{ق (س)} = \frac{١}{٢} \times ٥ \text{جا هس}$$

$$\therefore \text{ق (س)} = \frac{٥}{٢} \text{جا هس}$$

الحل:

$$٣) \text{ق (س)} = \text{س}^٢ + \text{س}^٣$$

$$\text{نها ق (س) - ق (١)} = \frac{\text{س}^٣}{١ - \text{س}}$$

$$\text{هي نفسها ق (١)} = ٧$$

$$\therefore \text{ق (س)} = \text{س}^٢ + \text{س}^٣$$

$$\therefore \text{ق (١)} = ٣ + \text{س}^٢ + \text{س}^٣ = ٧$$

$$\text{س}^٢ = ٤ \quad \text{س}^٣ = ٢$$

$$٤) \text{ق (س)} = \text{س}^٢ + \text{س}^٣$$

$$\text{نها ق (٢ + ه) - ق (٢)} = \frac{\text{س}^٣}{\text{ه}}$$

$$\text{هذه هي ق (٢)} = ٢$$

$$\therefore \text{ق (س)} = \text{س}^٢ + \text{س}^٣$$

$$\therefore \text{ق (س)} = \text{س}^٢$$

$$\text{ق (٢)} = ٢ = \text{س}^٢ = \text{س}^٢ = ١$$

$$٦) \text{نها ق (٥ + ه) - ق (٥)} = \frac{\text{س}^٣}{\text{ه}}$$

الحل:

$$\text{هي نفسها ق (٥)} = \frac{١}{٣} \quad \text{ق (٥)} = ١$$

$$\text{نها ق (٥) - ق (٥ + و)} = \frac{\text{س}^٣}{\text{ه}}$$

نستبدل :

$$\text{نضع و} = \text{ه}^٢$$

$$\therefore \text{ه} = \frac{\text{و}}{٢}$$

$$= \text{نها ق (٥) - ق (٥ + و)} = \frac{\text{س}^٣}{\frac{\text{و}}{٢}}$$

$$= ٢ - \text{ق (٥)} = \frac{١}{٣} \times ٢ = \frac{٢}{٣}$$

***** حلول أسئلة الحصة الخامسة *****

***** السؤال الأول *****

(١) ق(س) = س√س + ٥ ، جد ق'(٢)
الحل: (ضرب مباشر)

$$ق'(س) = (س) + (س) \left(\frac{٢س}{٥ + \sqrt{س}} \right) + (١) (٥ + \sqrt{س})$$

$$ق'(٢) = (٢) + (٢) \left(\frac{٢}{٥ + \sqrt{٢}} \right) + (١) (٥ + \sqrt{٢})$$

$$ق'(٢) = (٢) + (٢) \left(\frac{٢}{٣} \right) + (١) (٣) = ٣ + \frac{٤}{٣} = \frac{١٣}{٣}$$

(٤) ق(س) = جا^٣س ، جد ق'(π/١٢)
الحل: (أولاً نرتب المقدار)

$$ق(س) = (س) = (جا٣س)$$

$$ق'(س) = (س) = ٢(جا٣س) × ١(جتا٣س) × ٣$$

$$ق'(س) = (س) = ٢(جا٣س × جتا٣س) × ٣$$

$$ق'(س) = ٣ جا٣س$$

$$ق'(π/١٢) = ٣ جا٣(π/١٢) = ٣ × ١ = ٣$$

(٥) ق(س) = س جتا^٣س ، جد ق'(π/١٢)
الحل: (ضرب) (نرتب)

$$ق(س) = (س) = (س جتا٣س)$$

$$ق'(س) = (س) = (٣(جتا٣س) × (-جا٣س) × س + (جتا٣س) × ١)$$

$$ق'(س) = (س) = (جتا٣س) × ٣ + (جتا٣س) × ١$$

$$ق'(س) = (س) = ٢(جتا٣س) + ١(جتا٣س) = ٣(جتا٣س)$$

$$ق'(π/١٢) = ٣(جتا٣(π/١٢)) = ٣ × ١ = ٣$$

$$ق'(π/١٢) = ٣(جتا٣(π/١٢)) = ٣ × ١ = ٣$$

$$ق'(π/١٢) = (π) = (π) × ١ + (١) × π = π + π = ٢π$$

$$ق'(π/١٢) = (π) = (π) × ١ + (١) × π = π + π = ٢π$$

$$ق'(π/١٢) = (π) = (π) × ١ + (١) × π = π + π = ٢π$$

(٢) ق(س) = س(س + ٧)^{١/٣} ، جد ق'(١)
الحل: (ضرب مباشر)

$$ق'(س) = (س) = (س) \left(\frac{١}{٣} (س + ٧)^{-٢/٣} \right) + (س + ٧)^{١/٣} (١)$$

$$ق'(س) = (س) = (س) \left(\frac{١}{٣} (س + ٧)^{-٢/٣} \right) + (س + ٧)^{١/٣} (١)$$

$$ق'(١) = (١) = (١) \left(\frac{١}{٣} (١ + ٧)^{-٢/٣} \right) + (١ + ٧)^{١/٣} (١)$$

$$ق'(١) = ١ + \frac{١}{٣} = ١ + \frac{١}{٣} = \frac{٤}{٣}$$

(٣) ق(س) = س . جا س ، جد ق'(π)
الحل: (ضرب)

$$ق'(س) = (س) = (س) (جتا س) + (جا س) (١)$$

$$ق'(π) = (π) = (π) (جتا π) + (جا π) (١)$$

$$ق'(π) = (π) = (π) (جتا π) + (١) (١) = π + ١$$

$$ق'(π) = (π) = (π) (١) + (١) (١) = π + ١$$

$$(9) \text{ ق (س) = } [3س + 1] \text{ ، جد ق } \left(\frac{1}{3}\right) \text{ :الحل:}$$

** نعوض $\left(\frac{1}{3}\right)$ داخل الصحيح فقط

$$2 = [2, 5] \leftarrow [1 + \frac{1}{3} \times 3] \leftarrow$$

$$\therefore \text{ ق (س) = } 2$$

$$\therefore \text{ ق (س) = صفر} \leftarrow \text{ ق } \left(\frac{1}{3}\right) = \text{ صفر}$$

$$(6) \text{ ق (س) = } |3 - 2س| \text{ ، جد ق } \left(\frac{2}{3}\right) \text{ :الحل:}$$

** نعوض $\left(\frac{2}{3}\right)$ داخل القيمة المطلقة فقط

$$2 = [2, 5] \leftarrow [2 \times \frac{2}{3} - 3] \leftarrow \text{ موجب}$$

$$\therefore \text{ ق (س) = } 3 - 2س$$

$$\therefore \text{ ق (س) = } 2 - \left(\frac{2}{3}\right) \leftarrow 2 -$$

$$(10) \text{ ق (س) = } \frac{[س \frac{1}{3}]}{س - 3} \text{ ، جد ق } \left(\frac{4}{3}\right) \text{ :الحل:}$$

** نعوض $\left(\frac{4}{3}\right)$ داخل الصحيح فقط

$$1 = [1 \frac{1}{3}] = [\frac{4}{3}] \leftarrow [4 \times \frac{1}{3}] \leftarrow$$

$$\therefore \text{ ق (س) = } \frac{1}{3 - س}$$

$$\therefore \text{ ق (س) = } \frac{1 \times 1 -}{(3 - س)^2} \leftarrow \text{ ق } \left(\frac{4}{3}\right) = \frac{1 -}{1} = 1 -$$

$$(7) \text{ ق (س) = } |س - 3| \text{ ، جد ق } \left(\frac{2}{1}\right) \text{ :الحل:}$$

$$\text{ ق }^2 (س) = (|س - 3|)^2 = (س - 3)^2$$

انتبه عزيزي الطالب أن القيمة المطلقة تزول بالتربيع

$$\text{ ق }^2 (س) = (س - 3)^2 = 1 - \times 1$$

$$\therefore \text{ ق }^2 (س) = (1)^2 = (1 - 3)^2 = 1 - \times 1 = 4 -$$

$$(8) \text{ ق (س) = } \left| \frac{1 - س}{8 - س} \right| \text{ ، جد ق } \left(\frac{5}{8}\right) \text{ :الحل:}$$

** نعوض $\left(\frac{5}{8}\right)$ في كل ما داخل القيمة المطلقة

$$\leftarrow \left| \frac{1 - 5}{8 - 5} \right| \leftarrow \text{ سالب}$$

$$\therefore \text{ ق (س) = } \frac{1 - س}{8 - س} = \frac{1 - 5}{8 - 5}$$

$$\therefore \text{ ق (س) = } \frac{(1)(1 + س -) - (1 -)(8 - س)}{(8 - س)^2} \text{ نعوض مباشرة}$$

$$\therefore \text{ ق } \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{(1)(1 + 5 -) - (1 -)(8 - 5)}{(8 - 5)^2}$$

$$\therefore \text{ ق } \left(\frac{5}{8}\right) = \frac{7}{9} = \frac{(1)(4 -) - (1 -)(3 -)}{(3 -)^2}$$

$$(11) \text{ ق (س) = } [س \frac{س}{5} - 2] \text{ ، جد ق } \left(\frac{3}{5}\right) \text{ :الحل:}$$

** نعوض $\left(\frac{3}{5}\right)$ داخل الصحيح فقط

$$1 = [1 \frac{3}{5}] = [\frac{7}{5}] \leftarrow [2 - \frac{3}{5}] \leftarrow$$

$$\therefore \text{ ق (س) = } 1 \times س = س$$

$$\therefore \text{ ق (س) = } 1 \leftarrow \text{ ق } \left(\frac{3}{5}\right) = 1$$

$$(١٤) \text{ ص} = \text{ن}^٣ - \text{ن}^٢, \text{ ن} = \text{ظا}^٢ \text{ س}$$

$$\text{جد} \frac{\text{نص}}{\text{دس}} \text{ عندما س} = \frac{\pi}{٨}$$

الحل:

$$\frac{\text{نص}}{\text{دس}} = \frac{\text{نص}}{\text{دن}} \times \frac{\text{دن}}{\text{دس}}$$

$$= (\text{ن}^٣ - \text{ن}^٢) \times (\text{قا}^٢ \text{ س}^٢ \times ٢)$$

$$\text{** بما أن س} = \frac{\pi}{٨} \iff \text{ن} = \text{ظا}^٢ \frac{\pi^٢}{٨}$$

$$= \frac{\pi}{٤} \text{ ظاه} = ١ = ٤^\circ$$

$$\frac{\text{نص}}{\text{دس}} = \frac{\pi}{٨} \left| \frac{\text{نص}}{\text{دس}} \right| = (\text{قا}^٢ \frac{\pi^٢}{٨} \times ٢) \times (٢ - ١ \times ٣)$$

$$\frac{\text{نص}}{\text{دس}} = ١ \times \frac{١}{٢} \times ٢ = \frac{\text{نص}}{\text{دس}}$$

$$= ٢ \times ٢ = \frac{١}{\sqrt{٢}} \times ٢ = ٤$$

$$(١٥) \text{ ص} = \text{ع} + \text{س}^٢, \text{ ع} = \text{جاس}, \text{ جد} \frac{\text{نص}}{\text{دس}}$$

الحل:

**** نستبدل (ع) فوراً قبل الاشتقاق ****

$$\text{.} \text{ ص} = \text{جاس} + \text{س}^٢ \text{ (ص بدلالة س)}$$

$$\frac{\text{نص}}{\text{دس}} = \text{جاس}^٢ + \text{س}^٢$$

$$= \text{جاس}^٢ + \text{س}^٢$$

$$= \text{جاس}^٢ + \text{س}^٢ = \text{جاس}^٢ + \text{س}^٢$$

$$(١٢) \text{ ق}(\text{س}) = \frac{|١ - \text{س}^٢|}{[١ + \text{س}]}, \text{ جد ق}(\frac{١}{٢})$$

الحل:

$$\text{نبدأ مع الصحيح} \iff [١ + \frac{١}{٢}] \iff [١,٥] = ١$$

**** الآن نعوض (١/٢) داخل القيمة المطلقة** $\iff |١ - \frac{١}{٤}|$ سالب

$$\text{.} \text{ ق}(\text{س}) = \frac{١ - \text{س}^٢}{١ + \text{س}}$$

$$\text{.} \text{ ق}(\frac{١}{٢}) = \frac{١ - \frac{١}{٤}}{١ + \frac{١}{٢}} = \frac{٣}{٤}$$

$$(١٣) \text{ ص} = \sqrt[٢]{٤ + \text{ع}^٢}, \text{ ع} = \frac{٥}{٣ + \text{س}}$$

$$\text{جد} \frac{\text{نص}}{\text{دس}} \text{ عندما س} = ٢$$

الحل:

$$\frac{\text{نص}}{\text{دس}} = \frac{\text{نص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$$

$$= \frac{١ \times ٥}{(٣ + \text{س})^٢} \times \frac{\text{ع}^٢}{٢} = \frac{\text{ع}^٢}{٢(٣ + \text{س})^٢}$$

$$\text{** بما أن س} = ٢ \iff \text{ع} = \frac{٥}{٣ + ٢} = \frac{٥}{٥} = ١$$

$$\frac{\text{نص}}{\text{دس}} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٥} = \frac{١}{١٠} = \frac{١}{١٠} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢٠}$$

س = ٢

١٨) ق(س) = $\left(\frac{1+s}{2s}\right)^3$ ، جد أصفار المشتقة الأولى

الحل:

$$= \text{ق}'(س) =$$

$$\left(\frac{(1+s)(1-s)^2}{2s^3}\right) \times \left(\frac{1+s}{2s}\right)^3$$

$$0 = \left(\frac{2s^2 - 2s - 2s^2}{2s^4}\right) \times \left(\frac{1+s}{2s}\right)^3 = \text{ق}'(س)$$

** نأخذ كل قوس لوحده **

$$0 = \frac{1+s}{2s} \iff 0 = 1+s = \text{صفر} \iff 1-s = 0$$

$$0 = \frac{2s^2 - 2s - 2s^2}{2s^4} = \text{صفر} \iff 2s^2 - 2s - 2s^2 = 0 = \text{صفر}$$

$$0 = 2s - 2s = 0$$

$$0 = 2s - 2s = 0 \text{ (تُهمل فوراً لأنها أصفار مقام)}$$

$$0 = 2s - 2s = 0$$

∴ أصفار المشتقة { 1-، 2- }

** لكن لماذا أهملنا أصفار المقام ???

الجواب : لأنها لا تجعل المشتقة (صفر)

بل تجعل المشتقة غير موجودة

$$16) \text{ص} = 3n^2 + 5n, \text{دس} = 6n$$

$$\text{ص} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ عندما } n = 1$$

الحل:

$$\left(\frac{1}{n}\right) \times (5 + 3n^2) = \frac{\text{دس}}{\text{دس}} \times \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{\text{دس}}{\text{دص}} \iff 6n = \frac{\text{دس}}{\text{دص}}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{8}{6} = \left(\frac{1}{6}\right) \times (5+3) = \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \quad n = 1$$

$$17) \text{ص} = 2n^2 - 6n + 1, \text{دس} = 4n$$

$$2 = \frac{\text{دص}}{\text{دس}} \text{ ما قيمة } n \text{ بحيث}$$

الحل:

$$\left(\frac{1}{4}\right) \times (6 - 2n) = \frac{\text{دس}}{\text{دس}} \times \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دس}}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{\text{دس}}{\text{دص}} \iff 4 = \frac{\text{دس}}{\text{دص}}$$

$$2 = \frac{6 - 2n}{4} \iff 8 = 6 - 2n$$

$$2 = 6 - 2n \iff 2n = 4 \iff n = 2$$

$$\text{ولكن } 2 = 4n = 8 \iff 2 = 8 \text{ غير ممكن}$$

(٢١) ق(س) = (س + ١)³ ، ه(س) = √³(س³ - ٤) ، جد ق(ه) / (١)'
الحل:

ق(ه) / (١)' أو $\frac{د}{دس} = \frac{ق(ه(س))}{دس}$ ، $١ = س$

هي نفس المطلوب

ق(ه) / (١)' = ق(ه) / (١)' × (١) / (١)' = (١) / (١)'

ق(ه) / (١)' = (١) / (١)' × (١) / (١)' = (١) / (١)'
 $١ = \sqrt[٣]{س³ - ٤} = (١) / (١)'$
 $١ = \sqrt[٣]{س³ - ٤} = (١) / (١)'$
 $١ = \sqrt[٣]{س³ - ٤} = (١) / (١)'$
 $١ = \sqrt[٣]{س³ - ٤} = (١) / (١)'$

(١٩) $\sqrt{س} = ١$ ، جد $\frac{دص}{دس}$ عندما $س = ١$
الطريقة الأولى للحل:

** نربع الطرفين (يفضل ذلك في المعادلات)

$س = ١$ ، $١ = س$ ، $\frac{١}{س} = ص$

$\frac{دص}{دس} = \frac{١ - س}{س} = \frac{١ - ١}{١} = ٠$

الطريقة الثانية للحل: (نشتق ضمناً)

$صفر = \frac{دص(س) + (دص/دس)(١)}{س\sqrt{٢}}$

$صفر = ص + \frac{دص}{دس}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{١ - س}{س}$ ، $١ = ص$

س = ١ ،
 نجد ص؟؟
 $١ = \sqrt{س} \times ١$
 ∴ ص = ١

(٢٢) ق(س) = ٥س ، ه(س) = ٨√١ - س ، وكان ه(ق) / (٢) = ١ ، فما قيمة ه(ق) / (٢) ، وما قيمة ٢
الحل:

(١) ه(ق) / (٢) = ه(ق) / (٢) × (٢) / (٢) = (٢) / (٢)'

لدينا :
 $١ = \frac{ه(ق)}{(٢)}$
 $٥ = (س) / (٢)'$

$(٢) / (٢)' = ١ -$
 $٥ - = ٥ \times ١ - =$

(٢) بما أن ه(ق) / (٢) = ١ -

لاحظ أن : ق(٢) = ٥
 $\frac{١ - س}{س} \times ٨ = (س) / (٢)'$
 $\frac{٤ - س}{س} = (س) / (٢)'$

∴ ه(٢) = ١ -

$١ - = \frac{٤ - س}{٢٥ - ١\sqrt{٢}}$

٤ - = ٢٥ - ١√٢ (نربع الطرفين)

١٦ = ٢٥ - ١ = ٢٥ - = ١٥ -

٣ - = ٢ ←

(٢٠) س جاص = ج(س ص) ، جد $\frac{دص}{دس}$

الحل: (نشتق ضمناً)

$(س) ج(ص) = (س) ج(ص) + (ج(ص) / دس) = (١) ج(ص) + (ج(ص) / دس) + (ص × ١)$

س ج(ص) / دس + ج(ص) = س ج(ص) / دس + ص ج(ص) / دس

س ج(ص) / دس - س ج(ص) / دس = ص ج(ص) / دس - ج(ص)

$\frac{دص}{دس} (س ج(ص) - س ج(ص)) = ص ج(ص) / دس - ج(ص)$

$\frac{دص}{دس} = \frac{ص ج(ص) - ج(ص)}{س ج(ص) - س ج(ص)}$

$$٥ = (٣)' ه ، ٩ - ٢ = (س) ق (٢٥$$

و كان (ق ٥ ه) (٣)' = ١٥ ، جد ه (٣)
الحـلـ:

$$(ق ٥ ه) (٣)' = (٣)' ه \times ((٣)' ه) (٣)' = ١٥$$

لاحظ أن :
ق' (س) = ٢

$$١٥ = ٥ \times ((٣)' ه) (٣)'$$

$$٣ = ((٣)' ه) (٣)'$$

$$٣ = (٣)' ه \leftarrow ٣ = (٣)' ه \times \frac{٣}{٣}$$

$$٢٣ (ق (س) = ٩ - ٢ ، ل (س) = ١ + \sqrt{٣}$$

$$\frac{ق (ل (٣) + ه) - ق (ل (٣))}{ه}$$

الحـلـ:

$$نـها \frac{ق (ل (٣) + ه) - ق (ل (٣))}{ه} وهذه$$

هي مشتقة (ق ٥ ل) (س) | أي أنها (ق ٥ ل) (٣)'
س = ٣

$$(ق ٥ ل) (٣)' = ق' (ل (٣)) \times (٣)'$$

$$(٢٦) إذا علمت أن ق (س) = \frac{١}{٤} س ن ،$$

$$وكانت ق (٤) (س) = (١ + پ) س٣$$

فما قيمة الثابت پ ؟؟؟

الحـلـ:

$$ق (س) = \frac{١}{٤} س ن \leftarrow ق' (س) = \frac{١}{٤} ن س ن - ١$$

$$ق'' (س) = \frac{١}{٤} ن (١ - ن) س ن - ٢$$

$$ق''' (س) = \frac{١}{٤} ن (١ - ن) (٢ - ن) س ن - ٣$$

$$ق^{(٤)} (س) = \frac{١}{٤} ن (١ - ن) (٢ - ن) (٣ - ن) س ن - ٤ = (١ + پ) س٣$$

$$٧ = ن \leftarrow ٣ = ٤ - ن$$

$$١ + پ = \frac{١}{٤} ن (١ - ن) (٢ - ن) (٣ - ن)$$

$$\leftarrow ١ + پ = \frac{١}{٤} \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ = ٢١٠$$

$$\leftarrow ١ + پ = ٢١٠ \leftarrow ٢٠٩ = پ$$

لاحظ أن : ل (٣) = \sqrt[٤]{٣} ،
ق' (س) = ٨ س ،
ل' (س) = \frac{١}{١ + \sqrt[٢]{٣} س}

$$ق' (٢) \times ل (٣) =$$

$$= \frac{١}{٤ \sqrt[٢]{٣}} \times ١٦ =$$

$$= \frac{١}{٤} \times ١٦ = ٤$$

$$٢٤ (ق (س) = ٣ س ، ه (س) = ١ + ٢ س$$

$$\frac{د (ق ٥ ه) (س)٣}{د س}$$

$$= (٣) (ق ٥ ه) (س)٢ \times (ق' (ه) (س)) \times (ه' (س))$$

$$= \frac{لص}{دس} = \frac{٣ (ق (ه) (س)) \times ((٢)' ه) \times ((٢)' ه) \times ((٢)' ه)}{٢ س}$$

لاحظ أن :

ه (٢) = ٥ ،
ه' (س) = ٢ س ،
ق' (س) = ٣ س

$$= \frac{٣ (ق (٥)) \times ((٢)' ه) \times ((٢)' ه) \times ((٢)' ه)}{٢ س} = ٤ \times ٢ (٥) \times ٣ \times ٢ (١٢٥) =$$

$$= ١٤٠٦٢٥٠٠ = ٢٥ \times ٢ (١٢٥) ٣٦ =$$

**** سؤال خاااص ****

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{٣س} + \text{ب} + \text{س} + \text{ج} , \text{س} > ١ \\ \text{٣س} - \text{ب} + \text{س} + \text{س} , \text{س} \leq ١ \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

ما قيمة الثوابت ب ، ج بحيث ق'' (١) موجودة

الحل:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق}' (س) = \left. \begin{array}{l} \text{٣س} + \text{ب} , \text{س} > ١ \\ \text{٣س} - \text{ب} , \text{س} < ١ \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق}'' (س) = \left. \begin{array}{l} \text{٣س} , \text{س} > ١ \\ \text{٣س} - \text{ب} , \text{س} < ١ \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

ق'' (١) موجودة \iff ق' (١) أساساً موجودة

\iff ق (س) متصل عند س = ١

****** ق'' (١) موجودة \iff ق' (١) = ق'' (١)

$$\iff \text{ب} = ٣ \iff \text{ب} = ٣$$

****** ق' (١) موجودة \iff ق' (١) = ق' (١)

$$\iff \text{ب} + \text{ب} = ٣ - ١ \iff \text{ب} = ١$$

$$\iff \text{ب} + ٣ = ٣ - ١ \iff \text{ب} = ١$$

$$\iff \text{ب} = ١ \iff \text{ب} = ١$$

**** تابع حل السؤال الخاااص ****

****** ق (س) متصل عند س = ١

ق (١) = ق' (١) = ق'' (١)
 \iff س = ١

$$\text{ج} + \text{ب} + \text{ب} = \text{ب} + \text{ب} - \text{ج}$$

$$\text{ج} + ١ + ١ = ١ + ٢ - \text{ج}$$

$$\text{ج} = ٠ \iff \text{ج} + ٢ = ٢$$

***** حلول أسئلة الحصة السادسة *****

١) حل السؤال الأول :

$$ق(س) = \frac{س}{١ - س^٢}$$

$$١ - \frac{١}{٢(١ - س^٢)} = \frac{(٢) - (١)(١ - س^٢)}{٢(١ - س^٢)} = ق'(س)$$

$$ق''(س) = \frac{٢ \times ١(١ - س^٢) - ٢ \times ١}{٢(١ - س^٢)^٢} = \frac{٢(١ - س^٢) - ٢}{٢(١ - س^٢)^٢}$$

$$ق(١) = \frac{١}{١} = \frac{١}{١ - ١ \times ٢} = (١)$$

$$ق'(١) = \frac{١ - ١}{١} = \frac{١ - ١}{٢(١ - ١ \times ٢)} = (١)'$$

$$ق''(١) = \frac{٤}{١} = \frac{٤}{٣(١ - ١ \times ٢)} = (١)''$$

$$٢(ق(١) \cdot ق'(١) + ق''(١) \cdot ق(١)) = (١)'$$

$$٥ = ١ + ٤ = ١ - ١ + ٤ \times ١ =$$

ب) $\frac{ق'(١)}{ق(١)} = \frac{ق'(١) \cdot ق(١) - ق''(١) \cdot ق(١)}{ق(١)^٢}$

$$٣ = \frac{٣}{١} = \frac{(١ - ١) - (٤ \times ١)}{٢(١)}$$

ج) $ق(١) \cdot ق'(١) = ق''(١) \cdot ق(١)$

$$٤ - ١ = ١ - ٤ = ق''(١) \cdot ق(١) =$$

د) $ق(١) \cdot ق'(١) = ق''(١) \cdot ق(١)$

$$ق(١) \cdot ق'(١) = ق''(١) \cdot ق(١)$$

$$\frac{٤ - ١}{٩} = ٤ \times \frac{١ - ١}{٢(١ - ١ \times ٢)} =$$

هـ) $ق(١) \cdot ق'(١) = ق''(١) \cdot ق(١)$

** يجب البدء مع المشتقة الأولى **

$$ق(١) \cdot ق'(١) = ق''(١) \cdot ق(١) \text{ ثم نشتق ضرب}$$

$$ق(١) \cdot ق'(١) = ق''(١) \cdot ق(١)$$

$$ق(١) \cdot ق'(١) + ق''(١) \cdot ق(١) = ق'(١) \cdot ق(١) + ق''(١) \cdot ق(١)$$

$$ق(١) \cdot ق'(١) + ق''(١) \cdot ق(١) = ق'(١) \cdot ق(١) + ق''(١) \cdot ق(١)$$

$$٠ = ٤ + ٤ - = (١ - ٤ \times ١ -) + ٤ \times ١ - =$$

٢) الحل :

$$ق(س) = ق٢(س) ، هـ'(س) = ١ + س$$

$$هـ'(١) \cdot ق(١) = هـ''(١) \cdot ق(١) \cdot ق'(١)$$

$$هـ''(١) \cdot ق(١) \cdot ق'(١) = هـ'(١) \cdot ق(١)$$

$$\frac{٨}{٣} = ١ \times ٢ \cdot \frac{٤ \times ٢}{٩} = \frac{٨}{٣} = \frac{٢ \times ٤}{٣} =$$

$$\frac{٨}{٣} = \frac{٢ \times ٤}{٣} =$$

$$١ = ٢ \leftarrow$$

$$ق(١) = \frac{٢}{٤} = (١)$$

$$٢ = ٢ \left(\frac{١}{١} \right) = \frac{٨}{٣}$$

$$ق'(١) = ٢ \cdot ق(١) = ٢ \cdot ١ = ٢$$

$$هـ''(١) = \frac{٤ \times ٢}{١ + ٤} =$$

٣) الحل :

$$١٠ = (٣)' \cdot ق(١) = (٣) \cdot ق'(١)$$

ولكن $ق(١) = (٣)$ هي نفسها $ق'(١) = (٣)$ =

$$١٠ = (٣)' \cdot ق(١) \leftarrow$$

$$٥ = (٣)' \cdot ق(١) \leftarrow$$

٤) الحل :

$$ص = ق(٢ + ٢) ، ق'(٢) = ٥$$

$$\frac{دص}{دس} = ق'(٢ + ٢) \cdot ق(٢ + ٢)$$

$$\frac{دص}{دس} = ق'(٢ + ٢) \cdot ق(٢ + ٢)$$

$$٤ \times (٣)' =$$

$$٢٠ = ٤ \times ٥ =$$

$$(3) \text{ ص} = (ق(س))^3 - \sqrt{ق(س)^2}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ق(س)^3 - \sqrt{ق(س)^2}}{دس}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ق(1)^3 - \sqrt{ق(1)^2}}{دس} = \frac{1 - 1}{دس} = 0$$

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 3 = 0$$

(4) إذا كان ق(س) = 1 + س³ ، جد ق(9)

$$ق(س) = 1 + س^3$$

$$\frac{1}{س^3} = (1 + س^3)^{-1}$$

$$\frac{1}{12} = (1 + 2^3)^{-1}$$

$$\frac{1}{12} = ق(9)$$

نستبدل بنضع

$$9 = 1 + س^3$$

$$8 = س^3$$

$$2 = س$$

نجد ق(1) من الأصل

$$ق(1) = 1$$

$$1 = 3 \times ق(1)$$

$$\frac{1}{3} = ق(1)$$

$$ق(س) = (س) \cdot (س) \cdot (س) = 1 = ق(س) \leftarrow ق(س) = (س)$$

$$\frac{ق(س)}{ق(س)} = \frac{1 \cdot (س)}{(س)} = 1$$

$$\frac{5}{9} = \frac{1}{3} \leftarrow ق(1) = \frac{5}{9}$$

*** حل آخر (نشتق ضرب) ***

$$ق(س) = (س) \cdot (س) \cdot (س) = 1$$

$$\frac{ق(س)}{ق(س)} = \frac{1 \cdot (س)}{(س)} = 1$$

$$\frac{5}{9} = \frac{1}{3} \leftarrow ق(1) = \frac{5}{9}$$

** حل السؤال الثاني **

$$(1) \frac{دص}{دس} = \frac{ق(س)^3 - \sqrt{ق(س)^2}}{دس} = 0$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ق(س)^3 - \sqrt{ق(س)^2}}{دس} = 0$$

$$300 = (4 \times 1) \times (3 + 2)^3 = 300$$

$$(2) س = ق(ص) + 1 ، ق(5) = 4 \text{ (نشتق ضمناً)}$$

$$1 = \frac{دص}{دس} = \frac{ق(ص)^2 \times (1 + ص)}{دس}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{دص}{دس} = \frac{ق(ص)^2 \times (1 + ص)}{دس}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{(5)^2 \times 2 \times 2} = \frac{دص}{دس} = \frac{1}{16}$$

(5) ق(س) = 2 + س² ، جد ق(8)

$$ق(س) = 2 + س^2$$

*** نعوض س=2 لنحصل على ق(8) **

$$ق(8) = 2 + 2^2 = 6$$

$$ق(2) = 2 + 2^2 = 6$$

$$ق(8) = 6$$

$$ق(8) = 6$$

$$\frac{6}{24} = ق(8)$$

*** ولأن ق(8) = 6 ، 6 = 6 (هناك حلين)

$$\frac{1}{16} = \frac{6}{4 \times 24} = ق(8)$$

$$\frac{1}{16} = \frac{6}{(4-) \times 24} = ق(8)$$

٦) الحل:

$$\frac{\text{جا}^3 + \text{هـ}^3}{\text{هـ}^3} - \text{جا}^3$$

هذا شكل من أشكال تعريف المشتقة (نهاية خاصة)

** تعتبر $(\text{هـ}^3 + \text{جا}^3)$ بمثابة $\boxed{\text{ع}^3}$ **

$$\leftarrow \frac{\text{جا}^3 - \text{ع}^3}{\text{ع}^3 - (\text{س} - \text{ع})^3}$$

$$\leftarrow \frac{1}{\text{س}} \text{ مشتقة } (\text{جا}^3)$$

$$= \frac{1}{\text{س}} (\text{جتا}^3 \times 3) = \text{جتا}^3 \text{س}$$

٧) الحل: (حالة خاصة)

*** سؤال استثنائي ***

$$\frac{\text{ق}(\text{س}^3 + 1) - \text{ق}(9)}{\text{س} - 2}$$

** بما أن الشكل ليس ق(ع) أو ق(س) المباشرة

∴ نشق البسط ونشتق المقام كل في مكانه **

$$\leftarrow \frac{\text{ق}'(\text{س}^3 + 1) \times \text{س}^3 - \text{ق}(\text{س}^3 + 1) \times \text{ق}'(9)}{\text{س}^2 - 2 \times \text{س} + 1}$$

$$= \frac{\text{ق}'(9) \times 3 \times \text{س}^3 - \text{ق}(9) \times 3 \times \text{س}^2}{\text{س}^2 - 2 \times \text{س} + 1}$$

$$= 24 = 4 \times 3 \times 2 =$$

حل السؤال الثالث:

$$(1) \text{ ص} = \text{ظاس} + \frac{1}{\text{س}} (\text{ظاس})^3$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{قأس} \times 1 + \frac{1}{\text{س}} \times 3 (\text{ظاس})^2 \times \text{قأس}$$

$$= \text{قأس} + \text{ظأس قأس}$$

$$= \text{قأس} (1 + \text{ظأس})$$

$$= \text{قأس} \times \text{قأس} = \text{قأس}^2$$

$$(2) \text{ ص} = (\text{ظاس})^2$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 2 (\text{ظاس})^1 \times \text{قأس} = 2 \text{ظاس} (\text{قأس})^2$$

$$\frac{\text{د}^2 \text{ص}}{\text{دس}^2} = \frac{2 (\text{ظاس})^1 (\text{قأس})^2 + (\text{ظاس})^2 (\text{قأس})^2}{\text{دس}^2}$$

$$\frac{\text{د}^2 \text{ص}}{\text{دس}^2} = 4 \text{ظأس قأس} + 2 \text{قأس}^2$$

$$= 2 \text{قأس} (2 \text{ظأس} + \text{قأس})$$

$$= 2 (\text{ظأس} + 1) (\text{قأس} + 1)$$

*** انتبه: نعوض ظأس = ص من المصدر **

$$= 2 (\text{ص} + 1) (\text{ص} + 1)$$

$$= 2 (\text{ص} + 1)^2$$

$$(3) \text{ ص} = \frac{\text{ظاس}}{\text{س}} \quad (\text{يستحسن الضرب التبادلي})$$

$$\text{س ص} = \text{ظاس} \quad (\text{نشتق})$$

$$\text{س} \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{ص} + 1 \times \text{قأس}$$

$$\text{س ص}' + \text{ص} = (\text{قأس})^2 \quad (\text{نشتق مرة أخرى})$$

$$(\text{س ص}'' + \text{ص}' + 1 \times \text{ص}') = 2 (\text{قأس}) (\text{قأس})$$

$$\text{س ص}'' + 2 \text{ص}' + 1 = 2 \text{قأس}^2$$

*** ولكن ظاس = س ص من المصدر ***

$$\therefore \text{س ص}'' + 2 \text{ص}' + 1 = 2 \text{س ص} \text{ قأس}^2$$

$$(٤) \text{ ص}^٢ = ١ + ٣ \text{ جاس}$$

الحل:

$$\begin{aligned} ٢ \text{ ص}^٢ &= ٣ \text{ جتاس} \quad (\text{ثم نشق}) \\ ٢ \text{ ص}^٢ &= \text{ص}^٢ + \text{ص}^٢ + \text{ص}^٢ \\ ٢ \text{ ص}^٢ &= \text{ص}^٢ + ٢ \text{ ص}^٢ \\ ٢ \text{ ص}^٢ &= \text{ص}^٢ + ٢ \text{ ص}^٢ + ٣ \text{ جاس} = ٠ \\ *** \text{ ولكن } ٣ \text{ جاس} &= \text{ص}^٢ - ١ \text{ من المصدر} *** \\ ٢ \text{ ص}^٢ &= ١ - \text{ص}^٢ + ٢ \text{ ص}^٢ \\ ٢ \text{ ص}^٢ &= \text{ص}^٢ + ٢ \text{ ص}^٢ + ١ \end{aligned}$$

$$(٧) \text{ جاص} = ٢ \text{ جاس}$$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{جتاص} &= \frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٢ \text{ جتاس} \times ١ \\ \frac{\text{دص}}{\text{دس}} &= \frac{٢ \text{ جتاص}}{\text{جتاص}} \quad (\text{نربع الطرفين}) \\ \frac{٤ \text{ جتاص}}{\text{جتاص}} &= ٢ \text{ (ص}^٢) \\ \frac{٤ \text{ جتاص} - ٤}{\text{جتاص}} &= \frac{٢(٤ \text{ جتاص} - ٤)}{\text{جتاص}} \end{aligned}$$

علينا التخلص من جتاص ← بما أن ٢ جاس = جاص
فإن ٤ جتاص = جتاص

$$(٥) \text{ س} + \text{ص} = \text{جتاص}$$

الحل:

$$\begin{aligned} ١ + \text{ص} &= \text{جتاص} \quad (\text{نرتب}) \\ ١ + \text{جتاص} &= \text{ص}^٢ \quad (\text{ثم نشق}) \\ ٠ &= \text{ص}^٢ + \text{جتاص} + \text{ص}^٢ \\ \text{ص}^٢ + \text{جتاص} &= \text{ص}^٢ - \text{ص}^٢ + \text{جتاص} \\ \text{ص}^٢ &= \text{ص}^٢ + \text{جتاص} - \text{ص}^٢ \end{aligned}$$

$$∴ \text{ (ص}^٢) = ٢ - \text{جتاص} \quad (\text{توزيع البسط ع المقام})$$

$$\frac{\text{جتاص}}{\text{جتاص}} - \frac{٤}{\text{جتاص}} = \frac{٢(٢ - \text{جتاص})}{\text{جتاص}}$$

$$\begin{aligned} ٤ \text{ قاص} - \text{جتاص} &= \\ ٤ \text{ قاص} - \text{جتاص} &= \\ ٣ \text{ قاص} + ١ &= \end{aligned}$$

لتحديد قيمة (١+جتاص)
ننظر إلى المشتقة الأولى
ص + جتاص = ١ - ص
١ - ص = ص + ١
١ - ص = ص + ١

$$\begin{aligned} \frac{٢(٢ - \text{جتاص})}{\text{جتاص}} &= \text{ص}^٢ \\ \frac{١ - \text{جتاص}}{\text{جتاص}} &= \text{ص}^٢ \\ \frac{١ - \text{جتاص}}{\text{جتاص}} &= \text{ص}^٢ \end{aligned}$$

$$(٨) \text{ س جاص} = ١$$

الحل:

$$\begin{aligned} \text{س جتاص} &= ١ + \text{ص} \\ \text{س جتاص} &= \text{ص}^٢ \end{aligned}$$

$$\frac{\text{جتاص}}{\text{جتاص}} = \frac{\text{جتاص}}{\text{جتاص}} \quad \text{ولكن س} = \frac{١}{\text{جتاص}} \text{ من المصدر}$$

$$\frac{\text{جتاص}}{\text{جتاص}} = \frac{\text{جتاص}}{\text{جتاص} \times \text{جتاص}} = \frac{١}{\text{جتاص}}$$

$$∴ \text{ ص}^٢ = \frac{١ - \text{جتاص}}{\text{جتاص}} + \text{جتاص}$$

$$\text{ص}^٢ = \text{قاص} + \text{جتاص}$$

$$\text{جتاص} - \text{قاص} =$$

$$(٦) \text{ س} = \text{جتاص}$$

الحل:

يمكن من هنا التلاعب بالشكل
لوضعها بدلالة جتاص

$$١ = \text{جتاص} + \text{ص}^٢$$

$$١ = \text{ص}^٢ + (١ + \text{جتاص}) \text{ وبالتالي}$$

$$١ = \text{ص}^٢ + (١ + \text{ص}^٢) \quad \text{تذكر أن : س} = \text{جتاص} \\ \text{ص}^٢ = ١ - \text{جتاص}$$

$$\frac{١}{١ + \text{ص}^٢} = \text{ص}^٢$$

$$\text{ص}^٢ = \frac{١ - \text{ص}^٢}{١ + \text{ص}^٢} = \frac{١ - \text{ص}^٢}{١ + \text{ص}^٢}$$

(١٠) إذا كان ص = جا٢ن ، س = جتا٢ن

الحل:

$$\frac{دس}{دن} = - جا٢ن \times ٢$$

$$\frac{١-}{دس} = \frac{دن}{جا٢ن}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دن} \times \frac{دن}{دس}$$

$$\frac{دص}{دس} = (جتا٢ن \times ٢) \times \left(\frac{١-}{جا٢ن}\right)$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{جتا٢ن -}{جا٢ن} = - ظتا٢ن$$

ويمكن أن تكتب $\frac{س-}{ص}$ تذكر ذلك

$$\frac{د٢ص}{دس٢} = - (جتا٢ن \times ٢ \times \frac{دن}{دس})$$

*** تذكر عزيزي الطالب أن المشتقة دائماً

ب هذه الحالة ضمنية لهذا ضربنا ب $\frac{دن}{دس}$ ***

$$\frac{د٢ص}{دس٢} = \frac{١-}{جا٢ن} \times ٢ \times جتا٢ن$$

$$\frac{د٢ص}{دس٢} = \frac{١-}{جا٢ن} \times جتا٢ن$$

$$\frac{د٢ص}{دس٢} = جتا٢ن \times - جتا٢ن$$

$$\frac{د٢ص}{دس٢} = - جتا٢ن$$

*** ملاحظة : يمكن أيضاً أن تصبح

$$\frac{د٢ص}{دس٢} = - \frac{١}{جا٢ن} = \frac{١-}{ص}$$

(٩) إذا كان ص = $\frac{١ + ظاس}{١ - ظاس}$

الحل:

(يستحسن تحويل ظاس إلى $\frac{جاس}{جتاس}$)

$$ص = \frac{١ + \frac{جاس}{جتاس}}{\frac{١ - جاس}{جتاس}} = \frac{جتاس + جاس}{جتاس - جاس}$$

$$ص = \frac{جتاس + جاس}{جتاس - جاس} \quad (\text{نشتق})$$

$$= \frac{دص}{دس}$$

$$\frac{(جتاس - جاس)(جتاس + جاس) - (جتاس + جاس)(جتاس - جاس)}{(جتاس - جاس)^٢}$$

$$= \frac{(جتاس٢ - جاس٢) - (جتاس٢ - جاس٢)}{جتاس٢ - جاس٢}$$

$$= \frac{(١ - جا٢س) + (١ + جا٢س)}{١ - جا٢س}$$

$$= \frac{١ - جا٢س + ١ + جا٢س}{١ - جا٢س} = \frac{٢}{١ - جا٢س}$$

***** حلول أسئلة الحصة السابعة *****

الحل: (سؤال حركة عادية)

$$\begin{aligned} \text{ف} &= \text{ن}^2 - \text{ن}^3 \\ \text{ع} &= \text{ن}^2 - \text{ن}^3 \\ \text{ت} &= \text{ن}^2 - \text{ن}^3 \end{aligned}$$

(١) ع ??? عندما ت = ٦ ← ٦ = ٦ ← ٦ = ٦ - ١٢ = ٦ ن
 ← ٦ = ٦ ← ٦ = ٦ ← ٦ = ٦ - ١٢ = ٦ ن
 ع (١) = ١٢ - ٣ = ٩ م/ث

(ب) ع ??? عندما ت = ٠ ← ٠ = ٠ ← ٠ = ٠ - ١٢ = ٠ ن
 ← ٠ = ٠ ← ٠ = ٠ ← ٠ = ٠ - ١٢ = ٠ ن
 ع (٢) = ١٢ - ٢٤ = ١٢ م/ث

(٢) ف = $\frac{\text{ن}}{٢}$ - (جان) ، ن ∈ [٠, π]

ع = $\frac{١}{٢}$ - ٢ جان جتان = $\frac{١}{٢}$ - جان

ت = ٠ - ٢ جان جتان = ٢ - ٢ جان

** لكن المطلوب التسارع عندما تنعدم السرعة

أي : ت = ؟؟؟؟ عندما ع = صفر

$\frac{١}{٢}$ - جان = صفر ← جان = $\frac{١}{٢}$

٢ ن = ٣٠° ← ن = ١٥° = $\frac{\pi}{١٢}$

٢ ن = ١٥٠° ← ن = ٧٥° = $\frac{\pi}{١٢}$

∴ ت = $(\frac{\pi}{١٢})$ - ٢ جتا ٣٠° = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$

ت = $(\frac{\pi}{١٢})$ - ٢ جتا ١٥٠° = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$

الحل: (٣)

لتكون السرعة موجبة ← ع < ٠
 $\begin{aligned} \text{ف} &= \text{ن}^2 - \text{ن}^3 \\ \text{ع} &= \text{ن}^2 - \text{ن}^3 \\ \text{ت} &= \text{ن}^2 - \text{ن}^3 \end{aligned}$

نبحث في إشارة ع على خط الأعداد وعليه قيم ن

١٢ - ٣ ن = ٠ ← ٣ ن = (٤ - ن) ن

ن = ٤ ، ٠
 ع - - - - ع
 + + + + ع

** انتبه عزيزي الطالب أنه لازم سالب **

(نعوض في ع) ← ع موجبة عندما ن ∈ (٤, ٠)

الحل: (٤)

** تذكر عزيزي الطالب :

عندما يقذف الجسم لأعلى تكون ف معبرة عن الارتفاع

** ونرتب التفكير كما يلي :

ف_١ : الارتفاع عن سطح البرج

ف_٢ : الارتفاع عن سطح الأرض



بحيث ف_٢ = ف_١ + ٨٠

ف_١ = ٣٠ - ٥ ن

ف_٢ = ٣٠ - ٥ ن + ٨٠

ع = ٣٠ - ١٠

ت = ١٠ - ١٠

(١) السرعة الابتدائية ← عندها ن = صفر

ع (٠) = ٣٠ - ٣٠ = ٠ م/ث

(ب) عند أقصى ارتفاع يتوقف الجسم ← سرعته = ٠

∴ ٣٠ - ٥ ن = ٠ ← ٥ ن = ٣٠ ← ن = ٦

ف_١ (٣) = ٩٠ - ٥٥ = ٣٥ متر أقصى ارتفاع عن سطح البرج

ف_٢ (٣) = ٩٠ - ٥٥ + ٨٠ = ١١٥ متر أقصى ارتفاع عن سطح الأرض

(ج) عندما يصل الجسم مستوى سطح البرج ← ف_١ = ٠

٠ = ٣٠ - ٥ ن ← ٥ ن = ٣٠ ← ن = ٦

٠ = ٥ ن - ٣٠ ← ٥ ن = ٣٠ ← ن = ٦

٠ = ٥ ن - ٣٠ ← ٥ ن = ٣٠ ← ن = ٦

٠ = ٥ ن - ٣٠ ← ٥ ن = ٣٠ ← ن = ٦

ع (٦) = ٣٠ - ٣٠ = ٠ م/ث

(د) عندما يصل الجسم مستوى سطح الأرض ← ف_٢ = ٠

٠ = ٣٠ - ٥ ن + ٨٠ ← ٥ ن = ١١٠ ← ن = ٢٢

٠ = ٣٠ - ٥ ن + ٨٠ ← ٥ ن = ١١٠ ← ن = ٢٢

٠ = ٣٠ - ٥ ن + ٨٠ ← ٥ ن = ١١٠ ← ن = ٢٢

٠ = ٣٠ - ٥ ن + ٨٠ ← ٥ ن = ١١٠ ← ن = ٢٢

ع (٨) = ٣٠ - ٤٠ = ١٠ م/ث

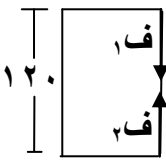
(هـ) الارتفاع عن سطح الأرض يمثل ف_٢ ← ف_٢ = ١٠٥

١٠٥ = ٣٠ - ٥ ن + ٨٠ ← ٥ ن = ١٠٥ - ٥٠ ← ن = ١١

١٠٥ = ٣٠ - ٥ ن + ٨٠ ← ٥ ن = ١٠٥ - ٥٠ ← ن = ١١

١٠٥ = ٣٠ - ٥ ن + ٨٠ ← ٥ ن = ١٠٥ - ٥٠ ← ن = ١١

ع (١) = ٣٠ - ٥٥ = ١٠ م/ث (صعود)



الحل: (٧)

$$\begin{cases} \text{ف}^1(\text{ن}) = \text{ن}^2 \\ \text{ف}^2(\text{ن}) = \text{ن}^2 - 60 \end{cases}$$

عندما يكونا على نفس الارتفاع يكون الارتفاع عن سطح الأرض هو نفسه لكليهما

$$\text{إما } \text{ف}^2 = 120 - \text{ف}^1 \text{ أو أن } \text{ف}^1 + \text{ف}^2 = 120$$

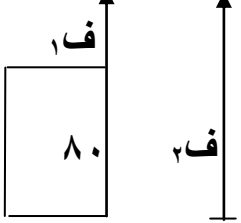
$$\text{ن}^2 + 60 - \text{ن}^2 = 120$$

$$\text{ن} = 120 \leftarrow \text{ن} = 2$$

$$\text{ع} = 10 \leftarrow \text{ع} = 20 \text{ م/ث}$$

$$\text{ع} = 60 - 10 = 50 \text{ م/ث} \leftarrow \text{ع} = 20 \text{ م/ث}$$

الجسم الثاني الجسم الأول



الحل: (٨)

$$\text{ف}^1 = \text{ن}^2 - \text{ن}^1$$

$$\text{ف}^2 = \text{ن}^2 - \text{ن}^0$$

نحسب أقصى ارتفاع لكل منهما عن سطح الأرض

** الجسم الأول :

$$\text{ف} = \text{ن}^2 - \text{ن}^1 + 80 \text{ (ارتفاعه عن سطح الأرض)}$$

$$\text{ع} = 10 - \text{ن}^1 \leftarrow \text{ع} = 0 \text{ عند توقف الجسم}$$

$$\text{ع} = 10 - \text{ن}^1 \leftarrow \text{ع} = 0 \leftarrow \text{ن} = \frac{10}{2}$$

∴ ارتفاعه عن سطح الأرض

$$\text{ع} = \text{ف} = 80 + \frac{10}{2} \times 5 - \frac{10}{2} \times 10$$

** الجسم الثاني :

$$\text{ف} = \text{ن}^2 - \text{ن}^0 \text{ (الارتفاع عن سطح الأرض)}$$

$$\text{ع} = 50 - \text{ن}^0 \leftarrow \text{ع} = 0 \text{ عند توقف الجسم}$$

$$\text{ع} = 50 - \text{ن}^0 \leftarrow \text{ع} = 0 \leftarrow \text{ن} = 5$$

∴ ارتفاعه عن سطح الأرض

$$\text{ع} = (50 - 5 \times 5 - 5 \times 5 = 25 \text{ م})$$

وبما أن لهما نفس أقصى الارتفاع

$$\text{ع} = 125 = 80 + \frac{10}{2} - \frac{10}{2} \text{ (توحيد مقامات)}$$

$$\text{ع} = 30 = \text{ن}^2 - \frac{10}{2} \leftarrow \text{ع} = 90 = \frac{10}{2} - \frac{10}{2}$$

الحل: (٥)

ف١ : الارتفاع عن سطح البرج

ف٢ : الارتفاع عن سطح الأرض

$$\text{ف}^1 = \text{ن}^3 - \text{ن}^2$$

$$\text{ف}^2 = \text{ن}^3 - \text{ن}^2 + \text{ل}$$

$$\text{ع} = 30 - 10$$

عندما يصل الأرض $\text{ف}^2 = 0$ ، $\text{ع} = 60$

$$\text{ع} = 60 = 30 - 10 \leftarrow \text{ع} = 60$$

$$\text{ع} = 90 = 10 \leftarrow \text{ع} = 9$$

$$\text{ف}^2(9) = 0 = \text{ل} + (9)^2 - 270$$

$$\text{ع} = 270 - 40 = \text{ل} = 130 \text{ متر}$$

الحل: (٦)

$$\text{ف}^1 = \text{ن}^2 - \text{ن}^1$$

$$\text{ف}^2 = \text{ن}^2 - \text{ن}^1 + \text{ل}$$

$$\text{ع} = 10 - \text{ن}^1$$

عندما $\text{ع} = 0$ ، $\text{ف}^1 = 80$

$$\text{ع} = 10 - \text{ن}^1 \leftarrow \text{ع} = 0 \leftarrow \text{ن} = \frac{10}{2}$$

$$\text{∴ ف}^1 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 - \frac{10}{2} \times 10 = 80 = \frac{10}{2} \times 5 - \frac{10}{2} \times 10$$

$$\text{ع} = 80 = \frac{10}{2} - \frac{10}{2} \text{ (توحيد مقامات)}$$

$$\text{ع} = 1600 = \text{ن}^2 \leftarrow 80 = \frac{10}{2} - \frac{10}{2}$$

$$\text{ع} = 40 = \text{ن}^1 \text{ (تهدل)}$$

** وعند الارتطام بسطح الأرض $\text{ف}^2 = 0$ ، $\text{ع} = 60$

$$\text{ع} = 60 = 40 - 10 \leftarrow \text{ع} = 100$$

$$\text{ع} = 10$$

$$\text{ف}^2 = 10 \times 40 - 10 \times 5 = 0$$

$$\text{ع} = 400 - 500 = \text{ل} = 100 \text{ ارتفاع البرج}$$

٩) الحل:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ف} = \frac{ن}{٤} - \frac{٥ن}{٣} + ٢ن - ٤ن + ٦ \\ \text{ع} = ٤ - ٨ن + ٥ن - ٣ن \\ \text{ت} = ٨ + ١٠ن - ٣ن \end{array} \right.$$

ماذا تعني عبارة يغير الجسم من اتجاه حركته
← تعني أنه يتوقف أولاً ← ع = ٠

← ثم تتغير إشارة (ع) لأنها إذا لم تتغير فإنه
يتابع نفس الاتجاه ، نضع ع = صفر

$$\leftarrow \text{ع} = ٤ - ٨ن + ٥ن - ٣ن = ٠$$

ن = ١ ** (بالتجريب ثم القسمة الطويلة)

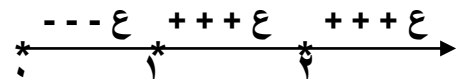
نقسم على (ن - ١) $\frac{ن - ٢ن + ٤ن - ٤ن + ٤}{ن - ١}$

$$\begin{array}{r} \frac{ن - ٢ن + ٤ن - ٤ن + ٤}{ن - ١} \\ \underline{ن - ٢ن} \\ ٢ن - ٤ن + ٤ \\ \underline{٢ن - ٤ن} \\ ٤ \\ \underline{٤} \\ ٠ \end{array}$$

$$\therefore \text{ع} = (١ - ن) (٤ - ٢ن + ٤ن - ٤) = ٠$$

$$= (١ - ن) (٢ - ن) (٢ - ن) = ٠$$

∴ ن = ١ ، ن = ٢ عندهما تتوقف حركة الجسم
ولكن يجب اختبار إشارة (ع) على خط الأعداد



∴ عندما ن = ١ توقف الجسم ثم غير اتجاه الحركة
عندما ن = ٢ توقف الجسم ثم تابع بنفس الاتجاه

*** نأخذ ن = ١ فقط ***

$$\therefore \text{ت} (١) = ٨ + ١٠ - ٣ = ١٥$$

١٠) الحل:

$$\text{ع} = \sqrt{٢} \text{ف} \text{ نشق ضمناً بالنسبة إلى ن}$$

$$\frac{\text{دع}}{\text{ن}} = \frac{\text{دع}}{\sqrt{٢} \text{ف}}$$

$$\therefore \text{ت} = \frac{\text{ع} \times \text{ف}}{\sqrt{٢}}$$

$$\leftarrow \text{ت} = \frac{\cancel{\text{ف}} \times \text{ف}}{\cancel{\sqrt{٢}} \text{ف}} = \text{ف} < ٠$$

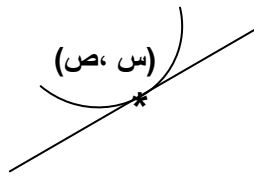
$$\leftarrow \frac{٢\text{ف}}{٢} = ٨ \leftarrow \text{ف} = ٤$$

$$\leftarrow \text{ف} = ٤ \text{ (تهمل)}$$

$$\leftarrow \text{ف} = ٤ \text{ (تقبل) لأن } ٤ < ٠$$

***** حلول أسئلة الحصة الثامنة *****

الحل: (١)



عند نقطة التماس
ميل المنحني = ميل المماس

$$2س + 1 = م$$

المماس يتوازي مع المستقيم ص = 5س + 1
ميل المماس = ميل المستقيم (مشتقته)

$$5 = م$$

$$2س + 1 = 5 \iff 2س = 4 \iff س = 2$$

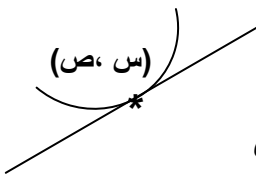
∴ س = 2 (عندها نقطة التماس) ... نجد ص

$$ص = ق(2) = 13 \iff (2, 13) \text{ نقطة تماس}$$

معادلة المماس هي: ص = 5س - 13 (س = 2)

$$∴ ص = 5س + 3$$

الحل: (٣)



عند نقطة التماس
ميل المنحني = ميل المماس

$$2س - 5 = م$$

المماس يميل بزاوية 5° على محور السينات الموجب

$$∴ \text{ميل المماس} = 5 \iff م = 1$$

$$∴ 2س - 5 = 1 \iff 2س = 6 \iff س = 3$$

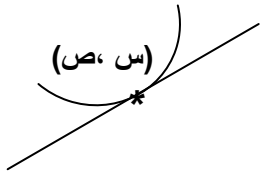
∴ س = 3 (عندها نقطة التماس) ونجد ص

$$ص = ق(3) = 4 \iff (3, 4) \text{ نقطة تماس}$$

معادلة المماس هي: ص = 5س - 4 (س = 3)

$$∴ ص = 5س - 7$$

الحل: (٤)



عند نقطة التماس
ميل المنحني = ميل المماس

$$2س - 3 = م$$

العمودي يميل بزاوية 5° على محور السينات الموجب

∴ ميل العمودي = 5

$$∴ 1 = \frac{1}{م} \iff م = 1$$

$$∴ 2س - 3 = 1 \iff 2س = 4 \iff س = 2$$

∴ س = 1 (عندها نقطة التماس)

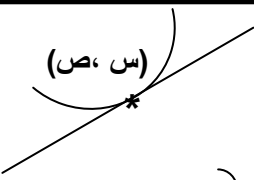
$$\text{نجد ص} \iff ص = ق(1) = 3 \iff (1, 3)$$

معادلة المماس هي: ص = 3 - 5س (س = 1)

$$∴ ص = 3 - 5س$$

$$∴ ص = 3 - 5س$$

الحل: (٢)



عند نقطة التماس
ميل المنحني = ميل المماس

$$م = \frac{ص}{دس} \iff م = \frac{2}{ص}$$

لايجاد ميل المنحني
نشق معادلته ضمناً
 $4 = \frac{ص}{دس} \iff 4دس = ص$
 $\frac{2}{ص} = \frac{4}{ص} \iff \frac{2}{ص} = \frac{4}{ص}$

نرتب معادلة المستقيم 2ص + س = 5 (س = 5)

ولكن المماس يتعامد مع المستقيم ص = 5س - 5

$$\text{ميل المماس} = \frac{1}{\text{ميل المستقيم}} \iff م = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$∴ \frac{2}{ص} = 2 \iff 2 = 2ص \iff 2 = 2ص \iff 1 = ص$$

نجد س من المعادلة الأصلية $1 = 4س \iff 4س = 1 \iff س = \frac{1}{4}$

∴ نقطة التماس $(\frac{1}{4}, 1)$

معادلة المماس هي: ص = 1 - 2(س - \frac{1}{4})

$$∴ ص = 1 + 2س - \frac{1}{2}$$

٥) الحل:

(س، ص)

عند نقطة التماس

ميل المنحني = ميل المماس

$$\text{س} - ٤ = \text{م}$$

يتقاطع المنحني مع محور السينات $\Leftarrow \text{ص} = ٠$

$$\text{س}^٢ - ٤\text{س} - ٦ = ٠ \Leftarrow \text{س}^٢ - ٢\text{س} - ٣ = ٠$$

$$\Leftarrow (\text{س} - ٣)(\text{س} + ١) = ٠$$

$\therefore \text{س} = ٣, ١$ - (نقطتا تماس) ، لدينا حالتين

$$\text{الأول: س} = ٣ \Leftarrow \text{ص} = ٠ \Leftarrow \text{م} = ٨$$

معادلة المماس هي: $\text{ص} = ٠ = ٨ - (\text{س} - ٣)$

$$\therefore \text{ص} = ٨ - \text{س}$$

$$\text{الثاني: س} = ١ \Leftarrow \text{ص} = ٠ \Leftarrow \text{م} = ٨ -$$

معادلة المماس هي: $\text{ص} = ٠ = ٨ - (\text{س} + ١)$

$$\therefore \text{ص} = ٨ - \text{س}$$

٧) الحل:

(س، ص)

عند نقطة التماس

ميل المنحني = ميل المماس

$$\text{س}^٢ - ٤ = \text{م}$$

هنا النقطة (٠، ٠) ليست نقطة تماس وتعتبر نقطة

خارجية (نستعين بالرسم)

$$\therefore \text{ميل هذا المماس} = \frac{\text{ص} - ٠}{٠ - \text{س}}$$

$$\Leftarrow \text{م} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \quad (\text{نعوض م} = \text{س}^٢ - ٤, \text{ص} = \text{ق}(\text{س}))$$

$$\Leftarrow \text{س}^٢ - ٤ = \frac{\text{س}^٢ - ٤\text{س} + ٤}{\text{س}}$$

$$\Leftarrow \text{س}^٢ - ٤\text{س} = \text{س}^٢ - ٤\text{س} + ٤$$

$$\Leftarrow \text{س}^٢ = ٤ \Leftarrow \text{س} = ٢, ٢ \quad (\text{مماسان})$$

المماس الأول: س = ٢ $\Leftarrow \text{ص} = ٠ \Leftarrow \text{م} = ٠$

معادلة المماس هي: $\text{ص} = ٠ = ٠ - (\text{س} - ٢)$

$$\therefore \text{ص} = ٠$$

المماس الثاني: س = ٢ - $\Leftarrow \text{ص} = ١٦$

$$\Leftarrow \text{م} = ٨ -$$

معادلة المماس هي:

$$\text{ص} = ١٦ - (\text{س} + ٢)$$

$$\therefore \text{ص} = ٨ - \text{س}$$

٦) الحل:

لأي منحني يمكن ترتيب المعادلة أو جعلها ضمنية

$$\Leftarrow \text{ص} = \text{س}^٢ - ٣$$

عند نقطة التماس

ميل المنحني = ميل المماس

$$\text{س} - ٣ = \text{م}$$

يتقاطع المنحني مع المستقيم $\text{س} + \text{ص} = ٣ \Leftarrow \text{ص} = ٣ - \text{س}$

** إما أن نضع معادلة الأول = معادلة الثاني

** أو أن نعوض قيمة (ص) من أحدهما في الآخر

$$\text{إما س}^٢ - ٣ = \text{س} - ٣ \text{ أو } \text{س}^٢ = (\text{س} - ٣) + ٣$$

$$\text{س}^٢ - ٢\text{س} - ٣ = ٠ \text{ أو } \text{س}^٢ - ٢\text{س} - ٣ = ٠$$

$$(\text{س} - ٣)(\text{س} + ١) = ٠ \text{ أو } (\text{س} - ٣)(\text{س} + ١) = ٠$$

$$\Leftarrow \text{س} = ٣, ١ \quad (\text{لدينا مماسان})$$

المماس الأول: س = ٣ $\Leftarrow \text{ص} = ٠ \Leftarrow \text{م} = ٣ - ٣ = ٠$

معادلة المماس: $\text{ص} = ٠ = ٣ - (\text{س} - ٣)$

المماس الثاني: س = ١ - $\Leftarrow \text{ص} = ٤ \Leftarrow \text{م} = ٤ - ١ = ٣$

معادلة المماس: $\text{ص} = ٤ = ٤ - (\text{س} + ١)$

$$\Leftarrow \text{ص} = ٥ - \text{س}$$

٨) الحل:

عند نقطة التماس

ميل المنحني = ميل المماس

$$٢س = م \dots\dots (١)$$

$$(١، ٤) \dots\dots \left(\frac{٤-ص}{١-س} = م \right) \dots\dots (٢)$$

وكذلك ميل المماس = ظاه ١٣٥°
(لأنه يميل بزاوية ٤٥° على محور السينات السالب)

$$\left(م = ١- \right) \leftarrow$$

$$\therefore ٢س = ١- \leftarrow م = \frac{١-}{٢} \leftarrow \text{نعوض في (٢)}$$

$$١- = \frac{٤-ص}{١-} = ١- \leftarrow ٤-ص = \frac{٣}{٢}$$

$$\leftarrow م = \frac{١-}{٢} \leftarrow \left(\frac{١-}{٢}، \frac{١-}{٢} \right) \text{ تحقق معادلة ق(س)}$$

$$\text{ق} \left(\frac{١-}{٢} \right) = \frac{١-}{٢} + \frac{١-}{٤} = م \leftarrow م = \frac{٢١}{٤}$$

٩) الحل:

عند نقطة التماس

ميل المنحني = ميل المماس

$$٢س = م \dots\dots (١)$$

$$(٠، ٠) \dots\dots \left(\frac{٠-ص}{٠-س} = م \right) \dots\dots (٢)$$

$$\leftarrow ٢س = \frac{ص}{س} \leftarrow \text{نعوض في (٢)}$$

$$\leftarrow ٢س = م + ٢س = م \leftarrow م = ٢س$$

$$\text{ولكن إحدى قيم س} = ١ \therefore ١ = م$$

$$\therefore \text{المنحني ق(س)} = ١ + ٢س$$

$$\text{مرة أخرى } ٢س = \frac{ص}{س} \leftarrow ٢س = \frac{١+٢س}{س}$$

$$\leftarrow ٢س = ١ + ٢س \leftarrow ١ = س \leftarrow ١ = ١$$

$$\therefore \text{النقطة الأخرى (١-)، ق(١-)} = (١-، ٢)$$

١٠) الحل:

عند نقطة التماس

ميل المنحني = ميل المماس

$$٢س = م \dots\dots (١)$$

$$(٢، ٦) \dots\dots \left(\frac{٦-ص}{٢-س} = م \right) \leftarrow م = ٤$$

$$\text{معادلة المماس ص} - ٦ = ٤(٢ - س)$$

$$\leftarrow م = ٤س - ٢ \text{ مستقيم متزايد}$$

$$\text{معادلة العمودي ص} - ٦ = -\frac{١}{٤}(٢ - س)$$

$$\leftarrow م = ٦,٥ + \frac{١}{٤}س \text{ مستقيم متناقص}$$

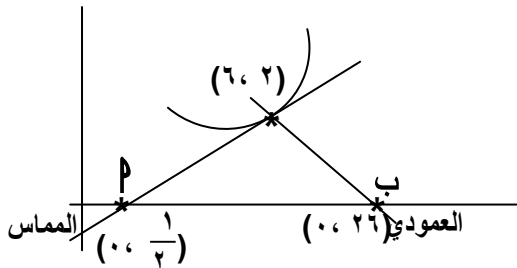
** نرسم مخطط للمساحة المطلوبة **

$$٠ = \text{م} \text{ تقاطع المماس مع محور السينات ص}$$

$$٠ = ٤س - ٢ \leftarrow م = \frac{١}{٢}$$

$$٠ = \text{م} \text{ تقاطع العمودي مع محور السينات ص}$$

$$٠ = ٦,٥ + \frac{١}{٤}س \leftarrow م = ٢٦$$



$$\text{المساحة} = \frac{١}{٢} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{١}{٢} \times (٢٦ - \frac{١}{٢}) \times ٦$$

$$= \frac{١٥٣}{٢}$$

الحل (١١)

عند نقطة التماس

ميل المنحنى = ميل المماس

$$3s^2 = m \dots (1)$$

(١، ٠) ليست نقطة تماس وإنما نقطة خارجية

$$1 - 3 + 3s^2 = \frac{1-s}{s} \leftarrow m = \frac{1-s}{s}$$

$$2 = 3s^2 \leftarrow 2 + 3s^2 = 3s^2 \leftarrow 2 = 3s^2$$

$$1 = 3s \leftarrow 1 = s \leftarrow 1 = 3s \leftarrow 1 = s$$

$$3 = m \leftarrow 4 = (1-s) \leftarrow 4 = (1-s) \leftarrow (4, 1)$$

$$3 = m$$

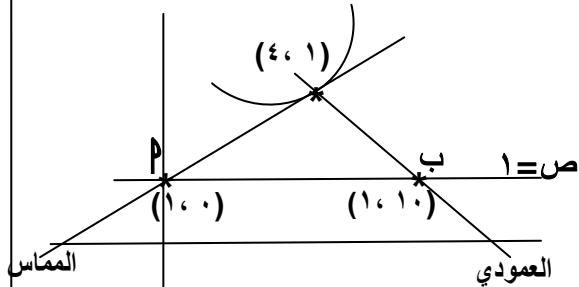
معادلة المماس هي : $v - 4 = 3(s - 1)$

$$v + 3s = 1$$

معادلة العمودي هي : $v - 4 = \frac{1}{3}(s - 1)$

$$v + \frac{1}{3}s = \frac{13}{3}$$

** الضلع الثالث هو المستقيم $v = 1$



** نرسم مخطط للمساحة المطلوبة **

م تقاطع المماس مع المستقيم $v = 1$

$$3s^2 + 1 = 1 \leftarrow s = 0 \leftarrow (1, 0)$$

ب) تقاطع العمودي مع المستقيم $v = 1$

$$1 - \frac{1}{3}s = \frac{13}{3} \leftarrow 1 = \frac{13}{3} + \frac{1}{3}s \leftarrow \frac{10}{3} = s$$

$$10 = s \leftarrow (1, 10)$$

$$\therefore \text{المساحة} = \frac{1}{2} \times (10 - 0) \times (1 - 4)$$

$$15 = 3 \times 5 =$$

الحل (١٢)

ص = ٢س - ١ مماس لمنحنى ق(س) عند (٣، ٥)

$$5 = (3) \leftarrow$$

$$2 = (3) \leftarrow \text{ميل المماس} = \text{مشتقته} \leftarrow \text{ق}'(3) = 2$$

** نرتب المستقيم ٣س - ٦ص = ٣ \leftarrow ص = ١ - ٣س

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \leftarrow \text{ميل العمودي} = \frac{1}{2} \leftarrow \text{ق}'(3) = \frac{1}{2}$$

$$1 = (3) \leftarrow$$

$$2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \text{ميل المماس} = \text{مشتقته} \leftarrow \text{ق}'(3) = 2$$

$$\text{ق} \cdot \text{ق}'(3) = (3) \cdot \text{ق}'(3) + (3) \cdot \text{ق}'(3) = 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = 12$$

$$8 = 2 + 10 = 2 \times 1 + 2 \times 5 =$$

الحل (١٣)

ص = ٥س + ٣ مماس لمنحنى ل(س) عند س = ١

$$8 = 3 + 5 = (1) \leftarrow$$

$$5 = (1) \leftarrow \text{ميل المماس} = \text{مشتقته} \leftarrow \text{ل}'(1) = 5$$

ولكن ل(س) = $(1 + 2s)^3$ (نرتب)

$$\leftarrow \text{ل(س)} = (1 + 2s)^3 \leftarrow \text{ل}'(س) = 6(1 + 2s)^2$$

$$\text{ل}'(س) = 6(1 + 2s)^2 \leftarrow 6(1 + 2 \times 1)^2 = 6 \times 9 = 54$$

** نضع $s = 1$ ، لنحصل على ق(٣)

$$\text{ل(٣)} = (1 + 2 \times 3)^3 = 5^3 = 125$$

$$\text{ل(٣)} = 125 \leftarrow \text{ل}'(٣) = 54 \leftarrow \text{ل(٣)} = 125$$

$$\text{ل(٣)} = 125 \leftarrow \text{ل}'(٣) = 54 \leftarrow \text{ل(٣)} = 125$$

$$\therefore \text{ق(٣)} = 125$$

$$\therefore \text{ق}'(٣) = 54$$

***** حلول أسئلة الحصة التاسعة *****

(١) ق(س) = س^٤ - س^٣ + ٢

ق'(س) = ٤س^٣ - ٣س^٢

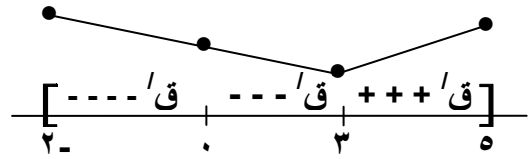
الدرجة } أطراف : ٢- ، ٥

جذور : ٤س^٢(س - ٣) = ٠

س = ٠ ، س = ٣

النقط الحرجة :

{ (١٢٧، ٥)، (٢٥-، ٣)، (٢، ٠)، (٥٠، ٢-) }



(ب) ق متزايد في [٥، ٣]

ق متناقص في [٣، ٢-]

(ج) عند س = ٣ قيمة صغرى محلية ومطلقة ق(٣) = ٢٥-

نحسب العظمى المطلقة } عند س = ٢- ق(٢-) = ٥٠

عند س = ٥ ق(٥) = ١٢٧

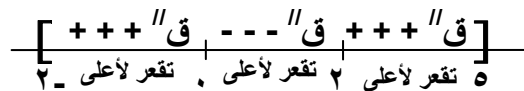
∴ تعتبر ق(٥) = ١٢٧ قيمة عظمى مطلقة

(د) ق''(س) = ١٢س - ٢٤س

الدرجة } أطراف : ٢- ، ٥

جذور : ١٢س(س - ٢) = ٠

س = ٠ ، س = ٢



** ق مقعر لأعلى في [٠، ٢-] ، [٥، ٢]

** ق مقعر لأسفل في [٢، ٠]

** نقطتا الانعطاف (٢، ٠) ، (١٤-، ٢)

(٢) ق(س) = (٢-س)²(٣+س)³

ق'(س) = ٣ × ٢(٣+س)²(٢-س) - ٢(٢-س) × ٣(٣+س)²

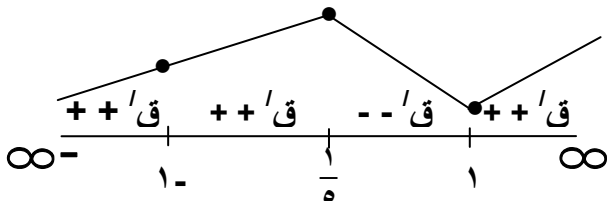
٢ × (٢ - س) × ٢ × ٣(٣ + س) +

= (٢-س)²(٣+س)³(٢-س) - ٢(٢-س) × ٣(٣+س)²

= (٢-س)³(٣+س)²(٢-٦س)

الدرجة } أطراف : ∞

جذور : س = ١ ، س = ١- ، س = ١/٥



ق متزايد في [∞، ١] ، [١/٥، ∞-]

ق متناقص في [١، ١/٥]

عند س = ١/٥ قيمة عظمى محلية

عند س = ١ قيمة صغرى محلية

الحل: (٥)

$$ق'(س) = ٢جتا٢س$$

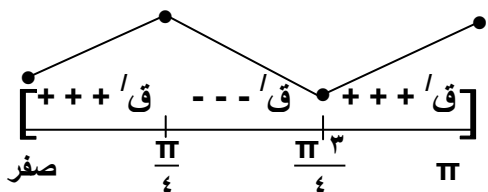
الدرجة } أطراف : ٠ ، π

جذور : ٢جتا٢س = ٠ جتا٢س = ٠

الزوايا : ٩٠° ، ٢٧٠°

$$\frac{\pi}{٤} = ٩٠ = س \leftarrow ٢س = ١٨٠ = س$$

$$\frac{\pi}{٤} = ١٣٥ = س \leftarrow ٢س = ٢٧٠ = س$$



ق متزايد في $[٠, \frac{\pi}{٤}]$ ، $[\frac{\pi}{٤}, \pi]$

ق متناقص في $[\frac{\pi}{٤}, \frac{\pi}{٢}]$ ، $[\frac{\pi}{٢}, \pi]$

عند $س = \frac{\pi}{٤}$ قيمة عظمى محلية هي ق($\frac{\pi}{٤}$) = جتا٩٠ = ١

عند $س = \frac{\pi}{٤}$ قيمة صغرى محلية هي ق($\frac{\pi}{٤}$) = جتا٢٧٠ = -١

** لا نهتم بالأطراف لأنها لن تكون قيم قصوى محلية **

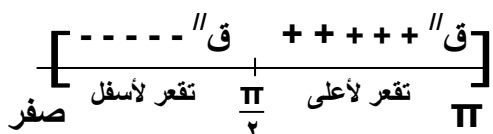
$$ق''(س) = -٤جتا٢س$$

أطراف : ٠ ، π

جذور : ٢جتا٢س = ٠ جتا٢س = ٠

$$\frac{\pi}{٤} = ٩٠ = س \leftarrow \pi = ١٨٠ = س$$

$$\pi = ٢٧٠ = س \leftarrow ٢\pi = ٣٦٠ = س$$



∴ نقطة الإنعطاف ($\frac{\pi}{٤}$ ، ٠) ، ق($\frac{\pi}{٤}$) = ٠ ، ($\frac{\pi}{٢}$ ، ٤)

الحل: (٣)

$$ق(س) = (س - ١)^٣$$

$$ق'(س) = ٣(س - ١)^٢$$

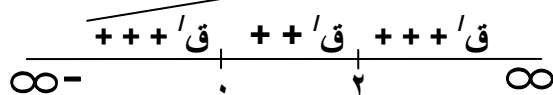
$$س = ١$$

$$\sqrt[٣]{(س - ١)^٣} = ٠$$

الدرجة } أطراف : $-\infty$ ، ∞

جذور : البسط : $س = ١$ ، $س = ١$

المقام $س = ١$ ، $س = ١$



ق متزايد في $س$ ، لا يوجد قيم قصوى

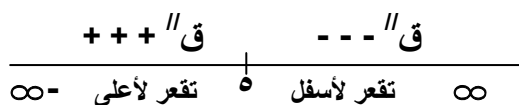
الحل: (٤)

$$ق'(س) = ٣(س - ٥)^٢ = (١ - س) \times ٣(س - ٥)^٢$$

$$ق''(س) = ٦(س - ٥) = (١ - س) \times ٦(س - ٥)$$

أطراف : $-\infty$ ، ∞

جذور : $س = ٥$ ، $س = ٥$



** ق مقعر لأعلى في $(٥, -\infty)$

** ق مقعر لأسفل في $(\infty, ٥)$

** نقطة الانعطاف (٥ ، ق(٥)) = (٥ ، ٠)

٦) الحل:

$$ق'(س) = -2جاس + 2جاس$$

$$-2 \times 2جاس + 2جاس =$$

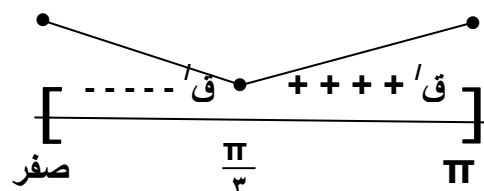
$$= 2جاس - 4جاس$$

$$= 2جاس(1 - 2جاس)$$

الدرجة أطراف : $0, \pi$

جذور : جاس = 0 \Leftarrow س = 0, π

$$\Leftarrow جاس = \frac{1}{2} \Leftarrow س = 60^\circ, 300^\circ \text{ تهمل}$$



ق متزايد في $[\pi, \frac{\pi}{3}]$

ق متناقص في $[\frac{\pi}{3}, 0]$

٧) الحل:

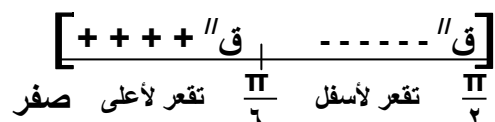
$$ق'(س) = س + 2جاس$$

$$ق''(س) = 1 - 2جاس$$

الدرجة أطراف : $0, \frac{\pi}{2}$

جذور : $1 - 2جاس = 0 \Leftarrow جاس = \frac{1}{2}$

$$\Leftarrow س = 30^\circ, 120^\circ \text{ تهمل}$$



** ق مقعر لأعلى في $[\frac{\pi}{6}, 0]$

** ق مقعر لأسفل في $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$

$$\text{نقطة الانعطاف } (\frac{\pi}{6}, (\frac{\pi}{6})) = (\frac{\pi}{6}, (\frac{\pi}{6} + 1))$$

٨) الحل:

** يجب إعادة تعريف القيمة المطلقة أولاً **

$$2س - 4 = 0 \Leftarrow 2س = 4 \Leftarrow س = 2$$

$$\frac{- - - - -}{4 + س} * \frac{+ + +}{4 - س}$$

$$\left. \begin{array}{l} س(2س - 4) \leq 0 \\ س(4 - 2س) \geq 0 \end{array} \right\} = ق(س)$$

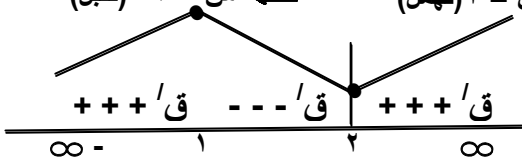
$$\left. \begin{array}{l} 2س^2 - 4س \leq 0 \\ 4س - 2س^2 \geq 0 \end{array} \right\} = ق(س)$$

*** ق(س) متصل عند س = 2 ***

$$\left. \begin{array}{l} 4س - 4 \leq 0 \\ 4س - 4 \geq 0 \end{array} \right\} = ق'(س)$$

** نأخذ كل قاعدة ضمن فترتها **

$$\begin{array}{l} ق'(س) = 4س - 4 = 0 \Leftarrow س = 1 \text{ (تقبل)} \\ ق'(س) = 4س - 4 = 0 \Leftarrow س = 1 \text{ (تهمل)} \end{array}$$



ق متزايد في $(-\infty, 1]$ ، $[2, \infty)$

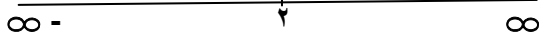
ق متناقص في $[1, 2]$

عند س = 1 قيمة عظمى محلية فقط هي ق(1) = 2

عند س = 2 قيمة صغرى محلية فقط هي ق(2) = 0

$$\left. \begin{array}{l} 4 \leq 0 \\ 4 - 2س \geq 0 \end{array} \right\} = ق''(س)$$

$$\begin{array}{l} ق''(س) = 4س = 0 \Leftarrow س = 0 \text{ سالب} \\ ق''(س) = 4س = 0 \Leftarrow س = 0 \text{ موجب} \end{array}$$



** ق مقعر لأعلى في $(\infty, 2]$

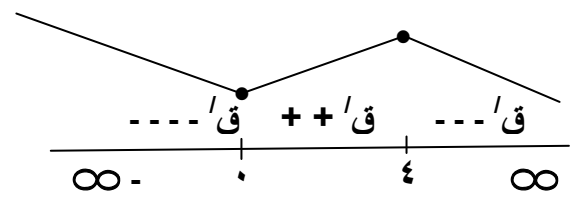
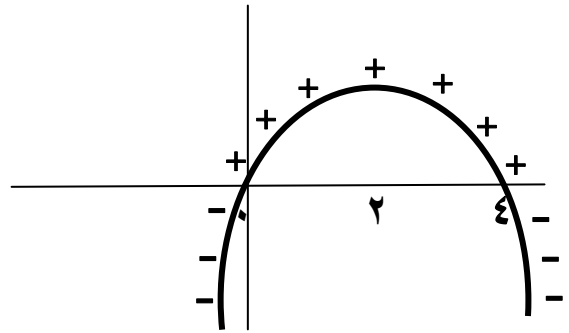
** ق مقعر لأسفل في $(2, \infty -)$

٩) الحل:

** نبدأ بتحويل شكل ق' (س) إلى إشارات بحيث :

ما فوق المحور \Leftarrow ق' موجب

ما تحت المحور \Leftarrow ق' سالب



٢) الدرجة لـ ق' (س) عند س = ٠ ، س = ٤

(جذور ق' (س)) \Leftarrow (عندها ق' يقطع محور السينات)

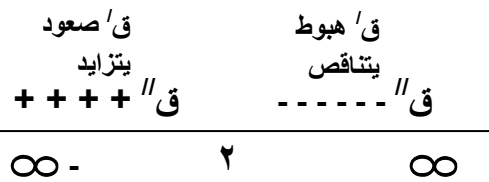
ب) ق متزايد في [٠ ، ٤]

ق متناقص في (٠ ، ٤) ، [٤ ، -infinity)

ج) عند س = ٠ قيمة صغرى محلية

عند س = ٤ قيمة عظمى محلية

** لمعرفة إشارة ق'' (نشتق شكل ق')



** ق مقعر لأعلى في (-∞ ، 2)

** ق مقعر لأسفل في [2 ، ∞)

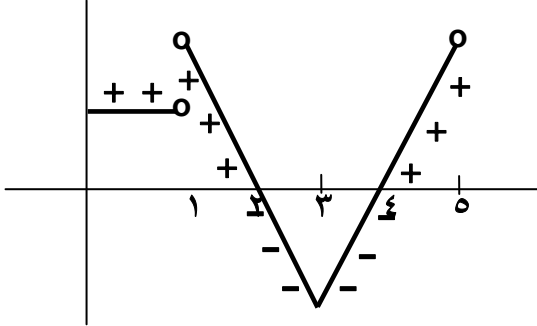
** نقطة الانعطاف (2 ، ق(2))

١٠) الحل:

** نبدأ بتحويل شكل ق' (س) إلى إشارات بحيث :

ما فوق المحور \Leftarrow ق' موجب

ما تحت المحور \Leftarrow ق' سالب



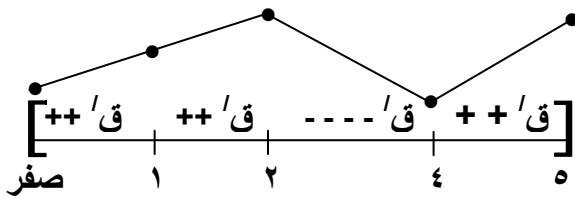
٢) الدرجة : المشتقة عندها صفر أو غير موجودة

\Leftarrow س = ٢ ، ٤ (المشتقة عندها صفر)

\Leftarrow س = ٠ ، ١ ، ٥ (المشتقة عندها غير موجودة)

\Leftarrow س الدرجة $\ni \{ ٥ ، ٤ ، ٢ ، ١ ، ٠ \}$

*** تذكر أن ق' (س) متصل في [٠ ، ٥]



ب) ق متزايد في [٠ ، ٤] ، [٤ ، ٥]

ق متناقص في [٤ ، ٢]

ج) عند س = ٢ قيمة عظمى محلية

عند س = ٤ قيمة صغرى محلية

ق'' (س) < ٠ تعني موجبة

وهذا لا يكون إلا عندما ق' (س) يكون متزايد

لأنه عندما ق' (س) متزايد \Leftarrow مشتقته ق'' +++

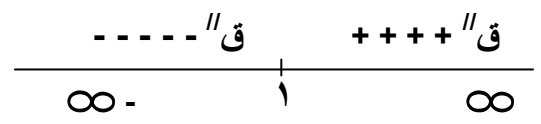
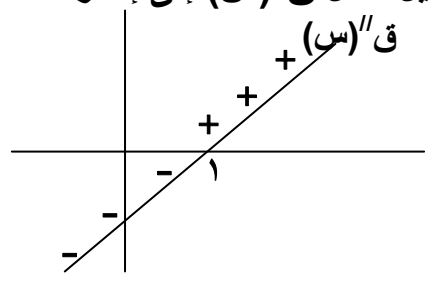
ولكن ق' (س) متزايد في (٣ ، ٥)

ق'' (س) < ٠ في (٣ ، ٥)

الفترة مفتوحة لأن المشتقة عند الأطراف غير موجودة

الحل: (١١)

** نبدأ بتحويل شكل ق''(س) إلى إشارات كالمعتاد



** ق مقعر لأعلى في [∞, ١]

** ق مقعر لأسفل في [١, ∞-)

** وبما أن ق'(٠) = صفر ، ق'(٢) = صفر

∴ لدينا نقط حرجة عند س = ٠ ، س = ٢

*** يلاحظ الظاهرة التالية:

عند س = ٠ ← ق'(٠) = ٠ ولكن ق''(٠) سالبة

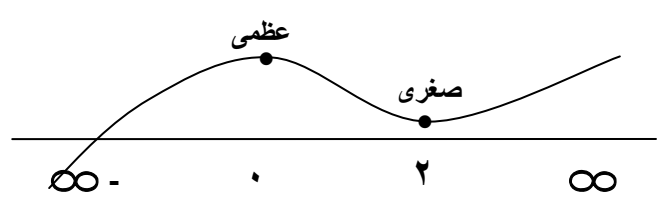
∴ لدينا قيمة عظمى عند س = ٠ هي ق(٠)

عند س = ٢ ← ق'(٢) = ٠ ولكن ق''(٢) موجبة

∴ لدينا قيمة صغرى عند س = ٢ هي ق(٢)

*** يمكن تخيل الشكل لـ ق(س) وفق الآتي حتى

يحقق الصفات السابقة ***



∴ ق(س) متزايد في [٠, ∞-) ، [∞, ٢]

الحل: (١٢)

$$ق(س) = \frac{س + ب}{س^2 - ٥س + ٤}$$

$$ق'(س) = \frac{(س^2 - ٥س + ٤) - (س + ب)(٢س - ٥)}{(س^2 - ٥س + ٤)^2}$$

عند س = ٢ قيمة عظمى تساوي (١-)

$$ق(٢) = ١- = \frac{٢ + ب}{٢ - ١٠ + ٤} \iff ١- = \frac{ب + ٢}{٢-}$$

$$ق'(٢) = ٠ = \frac{(٢-١)(٢ + ب) - ٢(٢-٥)}{(٢-)^2} \iff ٠ = صفر$$

$$\iff ٢ = ب + ٢ \dots (١)$$

$$\iff \frac{ب}{٤} = صفر \iff ب = صفر \dots (٢)$$

$$\therefore ٢ = ب \iff ١ = ب$$

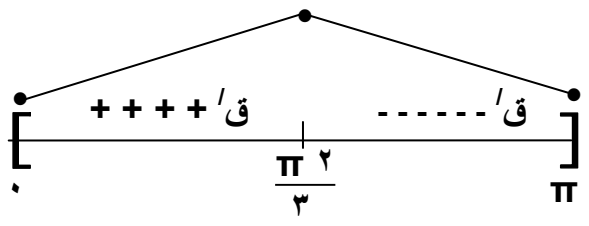
الحل: (١٣)

$$ق'(س) = ١ + ٢جتاس$$

الدرجة } أطراف : ٠ ، π

جذور: جتاس = -١/٢ ← س في (ربع ثاني وثالث)

$$\iff س = ١٢٠ = \frac{\pi}{٣} \text{ ، } ٢٤٠ \text{ تهمل}$$



** عند س = π/٣ قيمة عظمى محلية

١٤) الحل:

** نضع ق(س) = $٢س^٣ + ٣س^٢ + ٤س + ٥$

ق'(س) = $٦س^٢ + ٦س + ٤$

ق''(س) = $١٢س + ٦$

** عند (٧، ٠) قيمة قصوى

ق(٧) = ٠ ← $٧ = د$ (١)

ق'(٧) = ٠ ← $ج = صفر$ (٢)

** عند س = ٢ إنعطاف

ق''(٢) = ٠ ← $٠ = ١٢ + ٢٤ + ٦$ (٣)

** زاوية ميل المماس عند س = ٢ تساوي ٤٥°

ق'(٢) = ميل المماس = ظاه ٤٥° = ١

١ = $١٢ + ٤ب + ج$ (٤)

*** بالطرح (٣) - (٤)

١ = $٠ + ٤ب + ج$ (٤)

٠ = $١٢ + ٢ب + ج$ (٣)

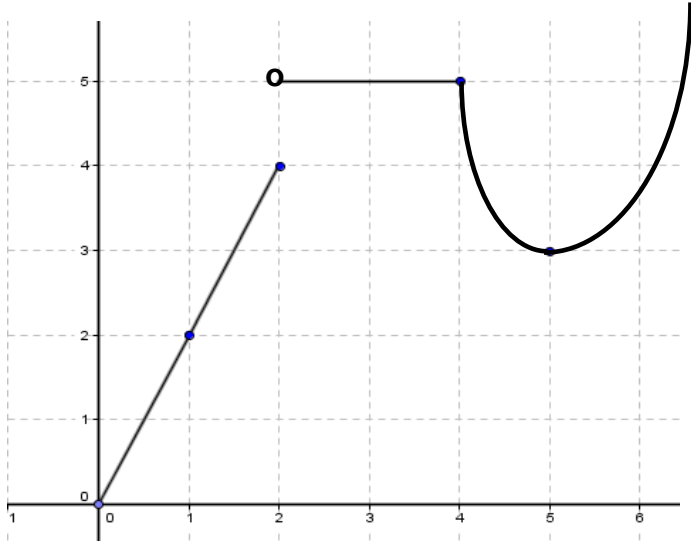
١ = ٢ب ← $ب = \frac{١}{٢}$... نعوض في (٤)

١ = $\frac{١}{٢} \times ٤ + ج + صفر$

١ = $٢ + ج$ ← $ج = ١ - ٢ = -١$

∴ ق(س) = $\frac{١}{٢}س^٣ + \frac{١}{٢}س^٢ + ٧$

١٥) الشكل يمثل منحنى الاقتران ق(س)



الحل:

نستبدل:

نضع ص = ٣ - س

س ← +١

ص ← +٢

(١) نها ق(٣ - س) = ١

نها ق(ص) = ٥

نستبدل:

نضع ص = ٥ - س

س ← +١

ص ← -٢

(٢) نها ق(٥ - س) = ٤

نها ق(ص) = ٤

(٣) معدل تغير ق(س) في [٢، ٤]

$\Delta \frac{ص}{س} = \frac{ق(٤) - ق(٢)}{٤ - ٢} = \frac{١ - ٥}{٢ - ٤} = \frac{١}{٢}$

(٤) ق'(٣)، ق'(٥)

ق'(٣) = ٠ (مستقيم ثابت)، ق'(٥) = ٠ (عندها مماس أفقي)

(٥) نها ق(س) = $\frac{٢ - س}{١ - س}$ ، بما أن ق(١) = ٢

هذه ق'(١) لأنها نها ق(س) - ق(١)

ق'(١) = ميل المستقيم = $\frac{٢ - ٤}{١ - ٢} = \frac{٢}{١}$

(٦) قيم س التي عندها نقط حرجة لـ ق(س)

المشتقة تساوي صفر س ∈ (٢، ٤) وعند س = ٥

المشتقة غير موجودة س = ٠ (طرف)،

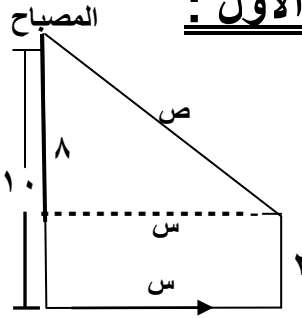
س = ٢ (انفصال)، س = ٤ (رأس مدبب)

قيم س الحرجة س ∈ {٠، ٢، ٤، ٥} ∪ (٢، ٤)

ويجوز س ∈ {٠، ٢} ∪ [٤، ٥]

***** حلول أسئلة الحصة العاشرة *****

(١) حل السؤال الأول :



بعد إكمال المثلث

$$ص^2 = ٢س + ٦٤$$

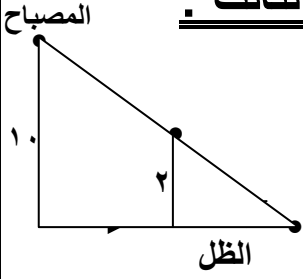
$$٢ص = \frac{دس}{دن} = \frac{دص}{دن} ٢س$$

$$١٠ \times ٢ = \frac{دص}{دن} ٣ \times ٦ \times ٢$$

$$\frac{دص}{دن} = \frac{١٨}{١٠} = ١,٨ \text{ م/ث}$$

$٣ = \frac{دس}{دن}$
 جد $\frac{دص}{دن}$ ؟؟
 عندما $س = ٦$
**** نجد ص ؟؟؟ ****
 $ص^2 = ٣٦ + ٦٤$
 $ص^2 = ١٠٠$
 $ص = ١٠$

(٣) حل السؤال الثالث :



*** من تشابه المثلثات ****

$$\frac{١٠}{ص} = \frac{٢}{ص + س}$$

$$١٠ص = ٢س + ٢٠$$

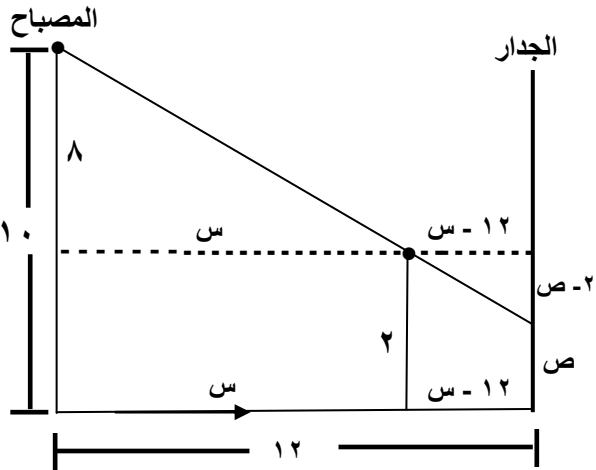
$$٨ص = ٢س$$

$$\frac{٨}{ص} = \frac{٢}{س} = \frac{٢ دس}{دن}$$

$$\frac{٨}{ص} \times ٢ = \frac{دص}{دن}$$

$$\frac{دص}{دن} = \frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤} \text{ م/ث}$$

(٤) حل السؤال الرابع :



*** من تشابه المثلثات ****

$$\frac{٨}{ص - ٢} = \frac{١٢}{س - ١٢}$$

$$٢س - ٩٦ = ٨س - ٩٦$$

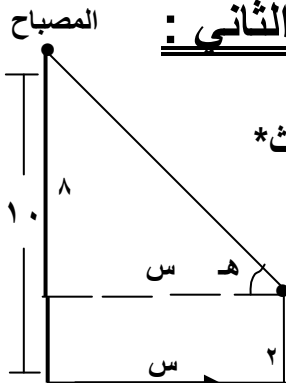
$$٩٦ - ٨س = ٩٦ - ١٠س \Rightarrow ص = \frac{٩٦ - ٨س}{٢}$$

$$\frac{دص}{دن} = \frac{(س)(١٠) - (دس)(٩٦ - ٨س)}{٢س}$$

$$\frac{دص}{دن} = \frac{١٠(٣) - (٣)(٩٦ - ٨ \times ١٠)}{١٠٠}$$

$$\frac{دص}{دن} = \frac{٢٨٨}{١٠٠} = \frac{١٢ - ٣٠٠}{١٠٠} = ٢,٨٨ \text{ م/ث}$$

(٢) حل السؤال الثاني :



ظاهر = $\frac{٨}{س}$ * بعد إكمال المثلث *

$$\frac{دس}{دن} \times ٨ = \frac{ده}{دن} \Rightarrow \frac{ده}{دن} = \frac{٨ دس}{٢س}$$

$$\frac{١}{٣٦} = \frac{ده}{دن} = \frac{٨ دس}{٢س}$$

$$\frac{١}{٣٦} = \frac{ده}{دن} = \frac{٢ دس}{٣س}$$

$$\frac{ده}{دن} = \frac{٢}{٣} \times ٠,٣٦$$

$$\frac{ده}{دن} = \frac{٢}{٣} \times ٠,٣٦ = \frac{٢٤}{١٠٠}$$

= ٠,٢٤ راديان/ث

٥) حل السؤال الخامس :

س: مسافة سير القارب

ف: الحبل

$$\text{لدينا } \frac{\text{دس}}{\text{دن}} = 2$$

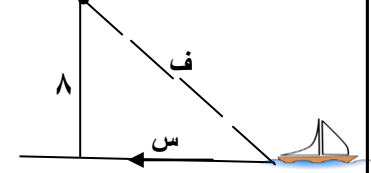
يطلب $\frac{\text{دف}}{\text{دن}}$?? عندما $\text{ف} = 10$

ثم نجد س ???

$$64 + \text{س}^2 = 100$$

$$\text{س}^2 = 36 \Rightarrow \text{س} = 6$$

الرجل



$$\text{ف}^2 = \text{س}^2 + 64$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{س} = 2 \text{ دس}$$

$$10 \times 2 = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow 20 = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دف} = 20$$

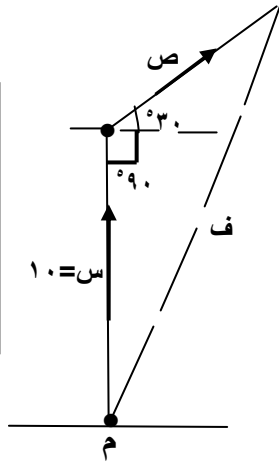
٧) حل السؤال السابع :

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = 5, \frac{\text{دس}}{\text{دن}} = 5$$

نجد $\frac{\text{دف}}{\text{دن}}$???

عندما $\text{ن} = 2$ (بعد الانحراف)

$$\text{ص} = 2 \times 5 = 10$$



*** عندما يرتفع لأعلى لمدة دقيقتان ثم ينحرف ***

∴ الارتفاع الأساسي ثابت $\text{س} = 2 \times 5 = 10$ كم

** حسب قانون جيب التمام **

$$\text{ف} = \sqrt{10^2 + 10^2 - 2 \times 10 \times 10 \cos 120}$$

$$\text{ف} = \sqrt{100 + 100 + 200}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \frac{10}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \frac{10}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

٦) حل السؤال السادس :

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = 1, \frac{\text{دس}}{\text{دن}} = 2$$

$\frac{\text{دف}}{\text{دن}}$?? عندما $\text{ن} = 3$

المسافة = السرعة × الزمن

$$\text{س} = 3 \times 1 = 3$$

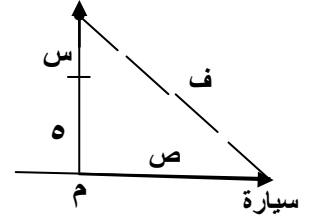
$$\text{ص} = 3 \times 2 = 6$$

نجد ف من الأصل :

$$\text{ف}^2 = (3+5)^2 + 6^2$$

$$\text{ف} = 10 \Rightarrow \text{ف} = 10$$

بالون



$$\text{ف}^2 = (5+\text{س})^2 + \text{ص}^2$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \frac{10}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

$$10 \times 2 = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow 20 = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \frac{10}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \frac{10}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

٨) حل السؤال الثامن :

$$\text{ف}^2 = (8-\text{ص})^2 + (\text{س}+4)^2$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \frac{10}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \frac{10}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

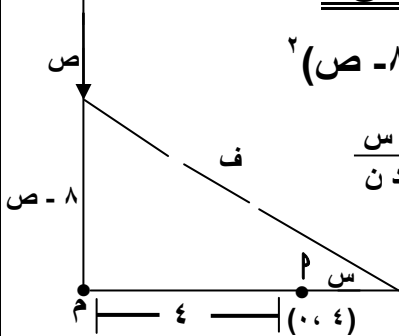
$$10 \times 2 = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow 20 = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

$$1 - \times (2-8) \times 2 +$$

$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \frac{10}{\text{دن}} = \frac{\text{دف}}{\text{دن}} \Rightarrow \text{دس} = \frac{\text{دف}}{2}$$

$$\text{س} = 1 \text{ م/ث}$$

ب (٨٠، ٠)



$$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = 2$$

$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = 1$ طبيعياً موجبة (رغم الاقتراب)

$\frac{\text{دس}}{\text{دن}} = 2$?? عندما $\text{ن} = 2$

المسافة = السرعة × الزمن

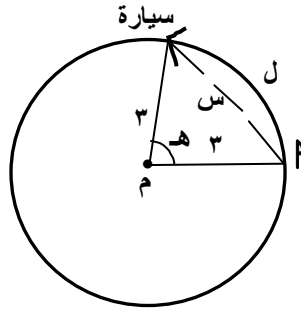
$$\text{س} = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{ص} = 2 \times 1 = 2$$

نجد ف من الأصل :

$$\text{ف}^2 = (2-8)^2 + (4+4)^2$$

(٩) حل السؤال التاسع :



*** يلاحظ أن الزاوية المركزية ل

تزداد \Leftarrow تتغير \Leftarrow ه

** طول القوس: ل = نق × ه

$$ل = ٣ = ه$$

$$\text{إذاً، } \frac{دل}{دن} = \frac{دل}{دن} \times ٣ = \frac{ده}{دن}$$

$$\frac{ده}{دن} \times ٣ = ٨٠$$

$$\text{إذاً، } \frac{ده}{دن} = \frac{٨٠}{٣}$$

$$\frac{دل}{دن} = ٨٠$$

$$\text{نجد } \frac{ده}{دن} = ???$$

$$\text{عندما ه} = ٦٠$$

** نجد $\frac{ده}{دن} = ???$ من خلال قانون جيب التمام **

$$س = \sqrt{٩ + ٩ - ٢ \times (٣ \times ٣) \times جتاه}$$

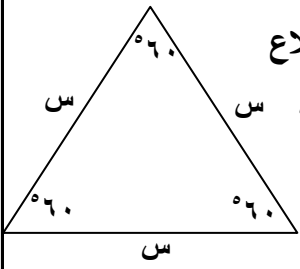
$$س = \sqrt{١٨ - ١٨ \times جتاه} \quad (\text{نشتق})$$

$$\frac{ده}{دن} = \frac{١٨ - ١٨ \times جتاه}{\sqrt{١٨ - ١٨ \times جتاه} \times ٢} \quad (\text{نعوض})$$

$$\frac{ده}{دن} = \frac{\frac{٨٠}{٣} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ٩}{\frac{١}{٢} \times \sqrt{١٨ - ١٨ \times جتاه}}$$

$$\sqrt{٣} \times ٤٠ = \frac{\frac{٤٠}{٣} \times \sqrt{٣} \times ٩}{٣} =$$

(١٠) حل السؤال العاشر :



** زوايا المثلث المتساوي الأضلاع

(المتطابق الضلع) ثابتة دائماً = ٦٠°

$$م = \frac{١}{٢} \times (س \times س) \times جا ٦٠$$

$$م = \frac{١}{٢} \times س^٢ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$$

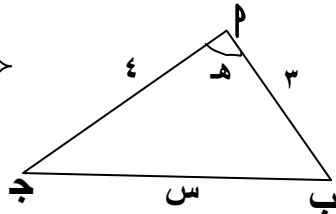
$$م = \frac{\sqrt{٣}}{٤} \times س^٢$$

$$\frac{ده}{دن} = \frac{م}{س^٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٤}$$

$$\frac{ده}{دن} = \frac{م}{س^٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٤} = \frac{\sqrt{٣}}{٤} \times ٦ = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$$

$\frac{ده}{دن} = \frac{١}{٢} \times ٦ = ٣$ هذه وحدة قياس غير مقبولة ، تحول إلى دائري

(١١) حل :



(P) مساحة المثلث = $\frac{١}{٢} \times$ (حاصل ضرب الضلعين) × جاه

$$م = \frac{١}{٢} \times (٤ \times ٣) \times جا ٦ = ٦ \times جا ٦ \quad (\text{نشتق})$$

$$\frac{ده}{دن} = \frac{م}{س} = \frac{٦ \times جا ٦}{٦} = جا ٦ \quad (\text{نعوض})$$

$$\frac{ده}{دن} = \frac{٦}{٩} \times \frac{١}{٢} \times ٦ = \frac{٦}{٩}$$

(ب) الضلع ب ج = س

$$س = \sqrt{٩ + ٩ - ٢ \times (٤ \times ٣) \times جتاه}$$

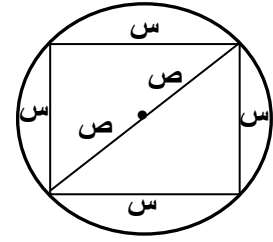
$$س = \sqrt{٢٤ - ٢٤ \times جتاه}$$

$$\frac{ده}{دن} = \frac{٦ \times جا ٦}{\sqrt{٢٤ - ٢٤ \times جتاه} \times ٢} = \frac{٦ \times \frac{٦}{٩}}{\frac{١}{٢} \times \sqrt{٢٤ - ٢٤ \times جتاه} \times ٢} = \frac{٦}{١٣\sqrt{١٥}}$$

$$\frac{\sqrt{٣} \times \pi}{١٣\sqrt{١٥}} = \frac{\frac{\pi}{٩٠} \times \sqrt{٣} \times ٦}{١٣\sqrt{١٥}} =$$

الحل: (١٢)

$$\begin{aligned} \frac{\text{دس}}{\text{دن}} &= ٤ \\ \text{نجد} \frac{\text{دم}}{\text{دن}} &= ??? \\ \text{عندما س} &= ١٠ \end{aligned}$$



المساحة = مساحة - مساحة
المحصورة الدائرة المربع

$$م = \pi \text{ص}^2 - \text{س}^2 \quad (\text{نشتق})$$

$$\frac{\text{دم}}{\text{دن}} = \frac{\pi^2 \text{ص}^2}{\text{دن}} - \frac{\text{دس}^2}{\text{دن}}$$

*** يلاحظ أننا بحاجة إلى $\frac{\text{دص}}{\text{دن}}$ أو $\frac{\text{دص}^2}{\text{دن}}$ وذلك من خلال مبرهنة فيثاغورس ***

$$\text{س}^2 - \text{س}^2 = (\text{ص}^2)$$

$$\text{س}^2 = ٤\text{ص}^2 \iff \frac{\text{س}^2}{٤} = \text{ص}^2 \quad (\text{نشتق})$$

$$\frac{\text{دص}^2}{\text{دن}} = \frac{\text{دس}^2}{٤ \text{دن}}$$

$$\therefore \frac{\text{دص}}{\text{دن}} = \frac{\text{دس}}{٢ \text{دن}}$$

$$\iff ٤٠ = ٤ \times ١٠ = \frac{\text{دص}}{\text{دن}}$$

$$\text{ولكن} \frac{\text{دم}}{\text{دن}} = \pi^2 \left(\frac{\text{دص}}{\text{دن}} \right)^2 - \frac{\text{دس}^2}{\text{دن}}$$

$$= \pi^2 (٤٠)^2 - ٤ \times ١٠ \times ٢$$

$$= ٨٠ - \pi ٤٠ =$$

الحل: (١٣)

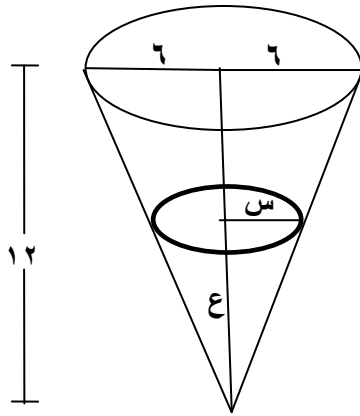
تنخفض بمعدل تعني

$$\frac{\text{دع}}{\text{دن}} = \frac{٢-}{\pi}$$

عندما ع = ٣

يطلب $\frac{\text{دح}}{\text{دن}}$ ؟

ثم نجد $\frac{\text{دم}}{\text{دن}}$ ؟



$$\text{حجم المخروط} = \frac{\pi}{٣} \times \text{نق}^2 \times \text{ع}$$

$$\text{ح} = \frac{\pi}{٣} \times \text{س}^2 \times \text{ع}$$

*** يجب توحيد الرموز قبل الإشتقاق ***

** لدينا تشابه :

$$\frac{\text{س}}{\text{ع}} = \frac{٦}{١٢} \quad (\text{ضرب تبادلي})$$

$$\text{ع} = ١٢ \frac{\text{س}}{٦} \iff \text{ع} = ٢ \text{س}$$

$$\text{إذاً،} \quad \text{ح} = \frac{\pi}{٣} \times \left(\frac{\text{ع}}{٢} \right)^2 \times \text{ع}$$

$$\text{إذاً،} \quad \text{ح} = \frac{\pi}{١٢} \times \text{ع}^3 \quad (\text{نشتق})$$

$$\frac{\text{دح}}{\text{دن}} = \frac{\pi}{١٢} \times ٣ \times \text{ع}^2 \times \frac{\text{دع}}{\text{دن}} \quad (\text{نعوض})$$

$$= \frac{\pi}{٤} \times ٩ \times \frac{٢-}{\pi} = \frac{٩-}{٢} \text{ م}^2 / \text{ساعة}$$

مساحة سطح الماء : م = $\pi \text{س}^2$

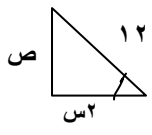
$$\text{م} = \pi \left(\frac{\text{ع}}{٢} \right)^2 \iff \frac{\pi \text{ع}^2}{٤} = \text{م} \quad (\text{نشتق})$$

$$\frac{\text{دم}}{\text{دن}} = \frac{\text{دع}}{\text{دن}} \times \frac{\pi \text{ع}}{٤}$$

$$\frac{\text{دم}}{\text{دن}} = \frac{\pi}{٢} \times ٣ \times \frac{٢-}{\pi} = ٣- \text{ م}^2 / \text{ساعة}$$

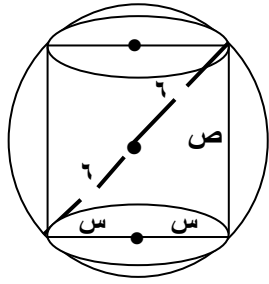
(٢) حل السؤال الثاني :

من مبرهنة فيثاغورس



١٢
ص
٢س

(٢س) + ٢ص = ١٤٤ إذا ،
٤س + ٢ص = ١٤٤
٢س = ١/٤ - ٣٦



الأساسية

ق: حجم الأسطوانة (قيمة عظمى)

$$ق = \pi \text{ نق}^2 ع \iff ق = \pi \text{ س}^2 \text{ ص}$$

$$ق = \pi \left(\frac{1}{4} \text{ ص} - 36 \right)^2 \text{ ص}$$

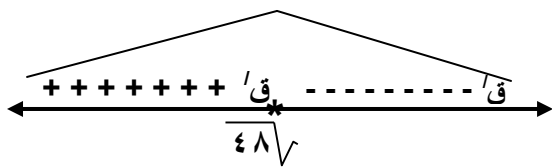
$$ق = \pi^3 6 \text{ ص} - \frac{\pi}{4} \text{ ص}^3 \quad (\text{نشتق})$$

$$ق' = \pi^3 6 - \frac{3\pi}{4} \text{ ص}^2 = 0$$

$$\pi^3 6 = \frac{3\pi}{4} \text{ ص}^2 \iff \text{ص}^2 = \frac{8\pi^2}{\pi} = 8\pi$$

$$\text{ص} = \sqrt{8\pi} \iff \text{ص}^2 = 8\pi$$

إذا ، ارتفاع الإسطوانة $\text{ص} = \sqrt{8\pi}$ عندها قيمة عظمى



$$\text{ص}^2 = 8\pi = 36 - 12 = 24 \iff \text{ص} = \sqrt{24}$$

$$\text{ص} = \sqrt{24} \text{ ، إذا ،}$$

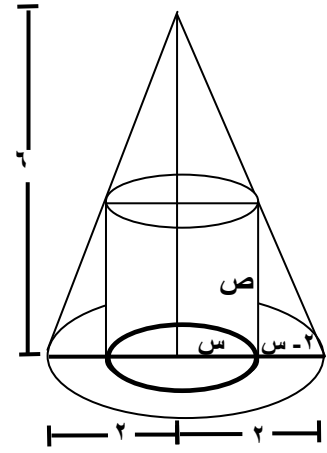
**حلول أسئلة الحصة الحادية عشر*

(١) حل السؤال الأول :

من تشابه المثلثات:

$$\frac{6}{2} = \frac{\text{ص}}{\text{س} - 2}$$

$$2\text{ص} - 12 = \text{ص} 6 \text{ ، إذا ،}$$

$$\text{ص} = 6 - 3 = 3$$


الأساسية

ق: حجم الأسطوانة (قيمة عظمى)

$$ق = \pi \text{ نق}^2 ع$$

$$ق = \pi \text{ س}^2 \text{ ص}$$

$$ق = \pi \text{ س}^2 (6 - \text{س})$$

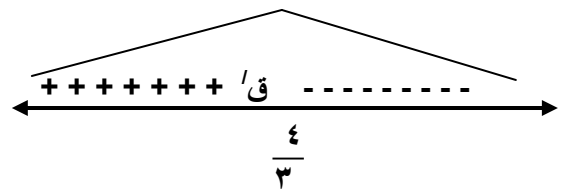
$$ق = \pi^3 \text{ س}^3 - 2\pi^3 \text{ س}^2 \quad (\text{نشتق})$$

$$ق' = \pi^3 3\text{س}^2 - 4\pi^3 \text{ س} = 0$$

$$3\pi^3 \text{ س}^2 = 4\pi^3 \text{ س}$$

$$\text{س} = \frac{4}{3} = (3 - 4) \text{ س}$$

س = 0 ، تهمل ، س = 4/3 = نق الإسطوانة

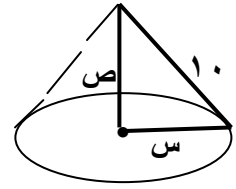


إذا ، عند س = 4/3 قيمة عظمى

إذا ، ص = 6 - 3 = 3 = سم (الارتفاع)

(٣) حل السؤال الثالث :

المساعدة :
نظرية فيثاغورس
 $100 = s^2 + s^2$
 $s^2 = 100 - s^2$



الأساسية

ق : حجم مخروط (قيمة عظمى)

$$ق = \frac{\pi}{3} \times s^2 \times s \quad (\text{الأفضل التخلص من } s^2)$$

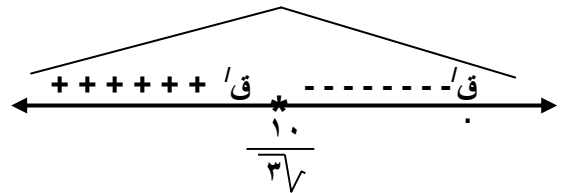
$$ق = \frac{\pi}{3} (100 - s^2) \times s$$

$$ق = \frac{\pi}{3} (100s - s^3) \quad (\text{نشتق})$$

$$ق' = \frac{\pi}{3} (100 - 3s^2) = 0$$

$$100 - 3s^2 = 0 \iff 3s^2 = 100$$

$$\text{إذاً، } s = \sqrt[3]{\frac{100}{3}}$$



إذاً، عند $s = \sqrt[3]{\frac{100}{3}}$ قيمة عظمى

$$\text{إذاً، } s^2 = 100 - s^2 = \frac{100}{3} = \frac{200}{3}$$

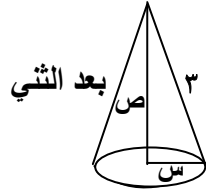
$$\iff s = \frac{\sqrt[3]{100}}{\sqrt[3]{3}}$$

$$\text{إذاً، الحجم} = \frac{\pi}{3} \times \frac{200}{3} \times \frac{\sqrt[3]{100}}{\sqrt[3]{3}}$$

$$= \frac{\pi \times 2000}{\sqrt[3]{9}} \text{ سم}^3$$

(٤) حل السؤال الرابع :

المساعدة :
 $9 = s^2 + s^2$
 $s^2 = 9 - s^2$
 $\therefore s = \sqrt{9 - s^2}$



الأساسية

ق : حجم المخروط (قيمة عظمى)

$$ق = \frac{\pi}{3} \times \text{نق} \times s^2 = \frac{\pi}{3} \times ع \times s^2$$

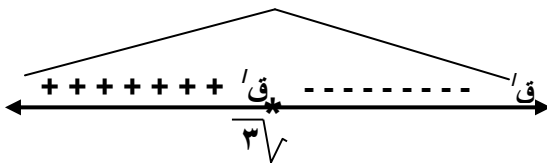
$$ق = \frac{\pi}{3} (9 - s^2) \times s$$

$$ق = \frac{\pi}{3} (9s - s^3) \quad (\text{نشتق})$$

$$ق' = \frac{\pi}{3} (9 - 3s^2) = 0$$

$$9 - 3s^2 = 0 \iff 3s^2 = 9$$

$$s^2 = 3 \iff s = \sqrt[3]{3}$$



إذاً، $s = \sqrt[3]{3}$ قيمة عظمى

$$\text{إذاً، } s^2 = 9 - s^2 = 6 \iff s = \sqrt[3]{6}$$

$$\text{إذاً، حجم المخروط} = \frac{\pi}{3} \times 6 \times \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\pi \times 2}{\sqrt[3]{3}} \text{ سم}^3$$

** ولكن طول قوس القطاع = محيط قاعدة المخروط

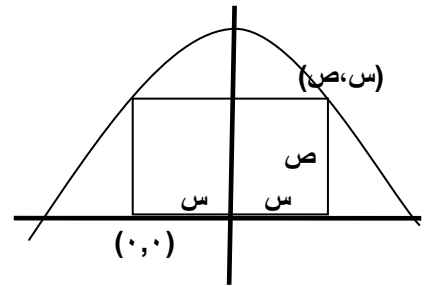
$$\text{نق} \times s = \pi r^2$$

$$ل = \pi r^2 \sqrt{3 - 9}$$

$$\text{إذاً، } ل = \pi r^2 \sqrt{6} \text{ سم}$$

٥) حل السؤال الخامس :

(س،ص) على المنحنى =ص
ق(س) = ٩ - س^٢



لغايات الرسم الدقيق لـ ق(س) :

نرسم منحنى ص = ٩ - س^٢ بدقة تامة اعتماداً على أن

$$ق'(س) = ٢س - ١٨ = ٠$$

إذاً، س = ٩ (محور التماثل)

الأساسية

ق: مساحة المستطيل (قيمة عظمى)

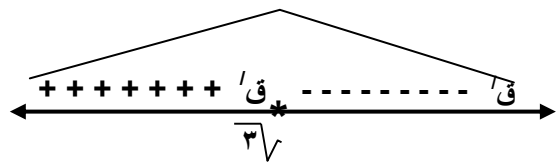
$$ق = الطول \times العرض = ٢س \times ص$$

$$ق = ٢س(٩ - س)$$

$$ق = ١٨س - ٢س^٢ \quad (\text{نشتق})$$

$$ق' = ١٨ - ٤س = ٠ \iff ٤س = ١٨$$

$$س = \frac{١٨}{٤} = \frac{٩}{٢} \iff ٣\sqrt{٣} = س$$



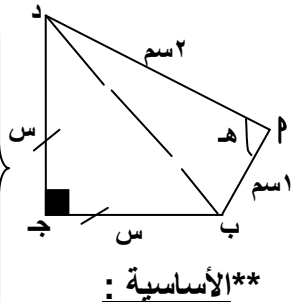
إذاً، عند س = ٣√٣ قيمة عظمى

$$\text{إذاً، ص} = ٩ - ٣ = ٦ \quad (\text{العرض})$$

$$\text{إذاً، طول المستطيل} = ٢س = ٢ \times ٣\sqrt{٣} = ٦\sqrt{٣}$$

٦) حل السؤال السادس :

ب د ضلع مشترك بين المثلثين
في المثلث (ب ج د)
(ب د) = ٢س^٢ = ٢س + ٢س^٢
في المثلث (ب ج د)
(ب د) = ٢(٢) + ٢(١) = ٦
إذاً، ٢س^٢ = ٦ - ٥ = ١ جتاه
إذاً، ٢س^٢ = ٥ - ٢ = ٣ جتاه



ق: مساحة الشكل (ب ج د)

$$ق = \text{مساحة المثلث ب ج د} + \text{مساحة المثلث ب ج د}$$

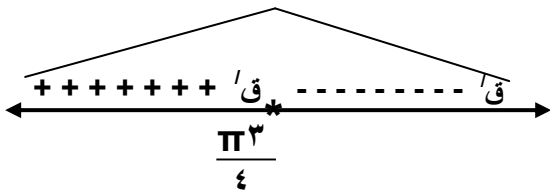
$$ق = \frac{١}{٢}(س \times س) + \frac{١}{٢}(٢ \times ١)$$

$$ق = \frac{٢س^٢}{٢} + ١ \quad (\text{نعوض ب س}^٢)$$

$$ق = ١,٢٥ - ١ + جتاه = ٠,٢٥ \quad (\text{نشتق})$$

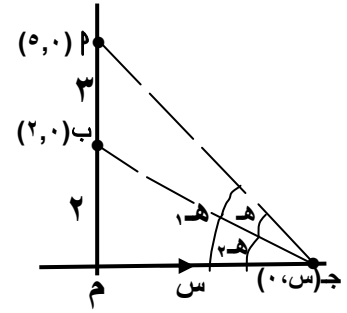
$$ق' = ٠,٢٥ - ٢س = ٠ \iff ٢س = ٠,٢٥$$

$$\therefore ه = ٠,١٢٥ \quad (\text{فقط، لأنها زاوية في مثلث}) = \frac{\pi^٣}{٤}$$



إذاً، عندما ه = $\frac{\pi^3}{4}$ تكون المساحة قيمة عظمى

٧) حل السؤال السابع :



الاقتران : هـ : زاوية تمثل الفرق بين زاويتين

$$هـ = هـ_١ - هـ_٢$$

$$\text{ظاه} = \text{ظاه}_١ - \text{ظاه}_٢ = (هـ_٢ - هـ_١) + ١ = ١ + \text{ظاه}_١ - \text{ظاه}_٢$$

$$\text{ظاه} = \frac{\frac{٢}{س} - \frac{٥}{س}}{\frac{٢}{س} \times \frac{٥}{س} + ١}$$

$$\text{ظاه} = \frac{\frac{٣}{س}}{\frac{١٠}{س} + ١} \quad (\text{توحيد مقامات})$$

$$\text{ظاه} = \frac{٣}{س} \times \frac{س}{١٠ + س} = \frac{٣س}{١٠ + س}$$

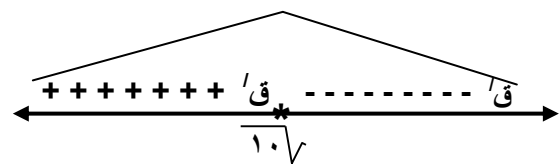
$$\text{إذاً ، ظاه} = \frac{٣س}{١٠ + س} \quad (\text{نشتق})$$

$$٠ = \frac{\text{قأه} \cdot \text{ده} - \text{دس} \cdot \text{ده}}{\text{ده} \cdot \text{دس}} = \frac{(س٢)(س٣) - (٣)(١٠ + س)}{(١٠ + س)٢}$$

$$٠ = ٣س٣ - ٣٠ + س٢ \quad (\text{إذاً البسط فقط})$$

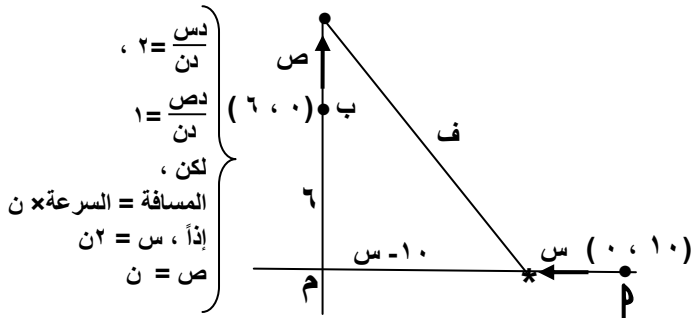
$$٣٠ = ٣س٣ \quad (\text{إذاً البسط فقط})$$

$$١٠ = س \quad (\text{إذاً ، عندما } س = ١٠ \sqrt{١٠})$$



إذاً ، عندما $س = ١٠ \sqrt{١٠}$ تكون هـ قيمة عظمى

٨) حل السؤال الثامن :



ق: البعد بين نقطتين

$$ق = ف = \sqrt{(ص + ٦) + (س - ١٠)٢}$$

(لاحظ أن توحيد الرموز سوف يتم بدلالة ن)

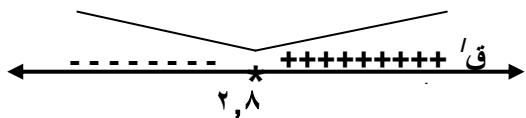
$$ق = ف = \sqrt{(ن + ٦) + (ن٢ - ١٠)٢} \quad (\text{نشتق})$$

$$ق' = ف' = \frac{١ \times (ن + ٦)٢ + ٢ \times (ن٢ - ١٠)٢}{\sqrt{٢} \sqrt{(ن + ٦) + (ن٢ - ١٠)٢}}$$

((ولكن ف' = صفر))

$$٠ = ٤٠ + ٨ن + ١٢ + ن٢ \quad (\text{إذاً البسط فقط})$$

$$٠ = ٢٨ = ن \quad (\text{إذاً ، عندما } ن = ٢,٨ \text{ من الثانية})$$

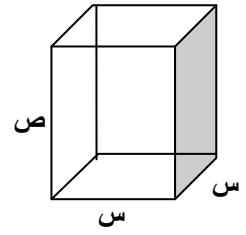


$$\text{إذاً ، عندما } س = ٢,٨ \times ٢ = ٥,٦$$

تكون قيمة عظمى

٩) حل السؤال التاسع :

المساعدة :
الحجم = س × س × ص = ٣٢
٣٢ = س^٢ × ص =
ص = $\frac{٣٢}{س}$



الأساسية :

ق : كمية المادة المصنوع منها الصندوق
(وتعني مساحة أوجه الصندوق الخمسة)

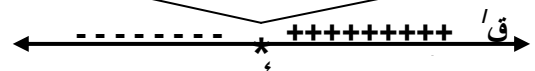
ق = مساحة القاعدة + مساحة (٤) جوانب

$$ق = س \times س + ٤ س \times ص$$

$$ق = س^٢ + ٤ س \times \frac{٣٢}{س} = س^٢ + ١٢٨$$

$$ق' = س^٢ + \frac{١٢٨}{س} = ٠ \iff س^٢ = -\frac{١٢٨}{س}$$

$$س^٣ = ١٢٨ \iff س^٣ = ٦٤ \iff س = ٤$$

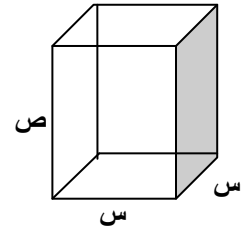


إذا ، عندما س = ٤ قيمة صغرى

$$إذا ، ص = \frac{٣٢}{٤} = ٨ سم$$

١٠) حل السؤال العاشر :

مجموع الأحرف = ٦٠٠
مجموع
الأضلاع (٢ اضلع) = ٦٠٠
٤س + ٤س + ٤ص = ٦٠٠
٤ص = ٦٠٠ - ٤س
ص = ١٥٠ - ٢س



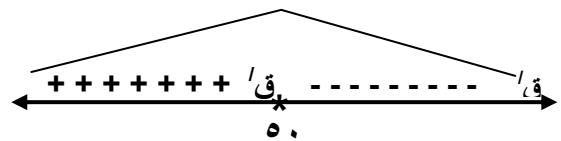
ق : حجم الصندوق = مساحة القاعدة × الارتفاع

$$ق = س^٢ \times ص \iff ق = س^٢ (١٥٠ - ٢س)$$

$$ق = ١٥٠ س^٢ - ٢ س^٣ \iff ق' = ٣٠٠ س - ٦ س^٢ = ٠$$

$$٠ = ٣٠٠ س - ٦ س^٢ \iff ٠ = ٥٠ (٦ - س)$$

$$س = ٥٠ \iff س = ٥٠$$

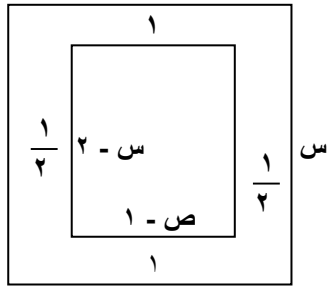


إذا ، عندما س = ٥٠ قيمة عظمى

$$إذا ، ص = ١٥٠ - ٢ \times ٥٠ = ٥٠ سم$$

١١) حل السؤال الحادي عشر :

المساعدة :
المساحة الكلية = ٣٢
٣٢ = ص × س
ص = $\frac{٣٢}{س}$



**الأساسية :

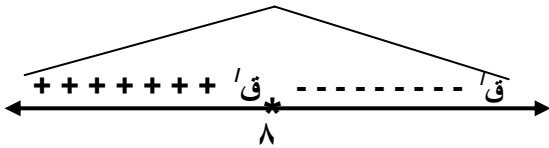
ق : المساحة المطبوعة $\iff ق = (٢ - ص)(١ - ص)$

$$ق = (١ - \frac{٣٢}{س})(٢ - ص)$$

$$ق = ٢ - ٣٢ - س - \frac{٦٤}{س} \iff ق' = ٢ + \frac{٦٤}{س}$$

$$ق' = ٢ + \frac{٦٤}{س} = ٠ \iff ٠ = \frac{٦٤}{س} + ٢$$

$$س^٢ = ٦٤ \iff س = ٨ سم$$



إذا ، عندما س = ٨ قيمة عظمى

$$إذا ، ص = \frac{٣٢}{٨} = ٤ سم$$

١٢) الحل :

ق : مساحة المثلث

$$ق = \frac{١}{٢} \times (٨ \times ٨) \times جا ه$$

ق = ٣٢ جا ه (نشتق فوراً لأن الرموز موحدة)

$$ق' = ٣٢ جا ه = ٠ \iff جا ه = صفر$$

$$\iff ه = ٩٠^\circ = \frac{\pi}{٢}$$

إذا ، عندها ق (مساحة المثلث) قيمة عظمى

(١٣) الحل:

من المعروف أن الزاوية المحيطية
المقابلة لقطر الدائرة دائماً قائمة

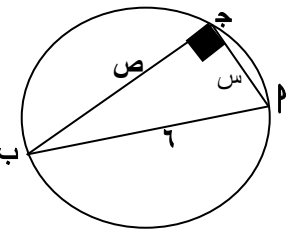
∴ م ب ج مثلث قائم

يحقق فيثاغورس

$$٣٦ = ٢ص + ٢س$$

$$٣٦ - ٢س = ٢ص$$

$$ص = \sqrt{٣٦ - ٢س}$$



الأساسية

ق : مساحة المثلث

$$ق = \frac{1}{٢} \times القاعدة \times الإرتفاع \text{ (لأنه قائم)}$$

$$ق = \frac{1}{٢} س ص$$

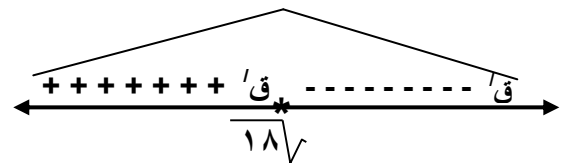
$$ق = \frac{1}{٢} س \sqrt{٣٦ - ٢س}$$

$$ق = \frac{1}{٢} \sqrt{٣٦س - ٢س^٣} \text{ (نشتق)}$$

$$٠ = \frac{٣س^٢ - ٧٢س - ٢س^٣}{٢} \times \frac{1}{٢} = ٠$$

$$٧٢س - ٢س^٣ = ٠ \iff ٣س(٢٤ - ١٨س) = ٠$$

$$\iff ١٨س = ٠ \text{ (تُهمل) ، } ١٨ = ٣س$$



إذا ، عند س = $\sqrt{١٨}$ قيمة عظمى

$$\text{إذا ، } ١٨ = ١٨ - ٣\sqrt{١٨} = ١٨ \text{ (الارتفاع)}$$

$$\therefore \text{مساحة المثلث} = \frac{1}{٢} \times \sqrt{١٨} \times \sqrt{١٨}$$

$$= \frac{1}{٢} \times ١٨ = ٩ \text{ سم}^٢$$

(١٤) الحل:

ق : الربح (قيمة عظمى)

$$ق: الربح = \text{سعر البيع الكلي} - \text{سعر التكلفة الكلي}$$

$$ق = \text{سعر بيع الجهاز} \times \text{عدددهم} - \text{السعر الكلي للتكلفة}$$

$$ق = (٢٠٠ - ٠,٠١س)س - (٢٠ + ٥٠س)$$

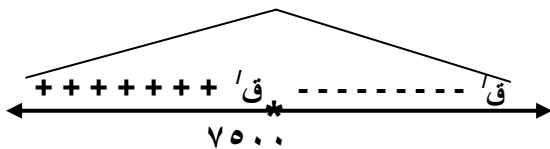
$$ق = ٢٠٠س - ٠,٠١س^٢ - ٥٠س - ٢٠ \text{ (نشتق)}$$

$$٠ = ٢٠٠ - ٠,٠٢س - ٥٠$$

$$٠,٠٢س = ١٥٠$$

$$س = \frac{١٥٠}{٠,٠٢} = ٧٥٠٠ \iff س = ١٥٠ \times \frac{١٠٠}{٢}$$

إذا ، س = ٧٥٠٠ = ١٠٠ × ٧٥ جهاز



إذا ، عندما س = ٧٥٠٠ قيمة عظمى

(الربح أكبر ما يمكن)

٣) حل السؤال الثالث :
*** ندمج التكاملين ***

$$\leftarrow \int_1^9 \left(\frac{م(س) - ه(س)}{\sqrt{س}} \right) دس = ٨$$

$$\leftarrow \int_1^9 \frac{ج}{\sqrt{س}} دس = ٨$$

$$\leftarrow \int_1^9 \frac{ج}{\sqrt{س}} دس = \int_1^9 \frac{ج \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} دس = ٨$$

$$٨ = \sqrt{٩} - \sqrt{١} = ٣ - ١ = ٢$$

$$٢ = ٣ - ١ = ٢ \leftarrow ٨ = ٣ - ١ = ٢$$

$$\therefore م(س) - ه(س) = ٢ \leftarrow ه(س) - م(س) = -٢$$

$$\therefore \int_1^9 (ه(س) - م(س)) دس = \int_1^9 ٢ دس = ١٠$$

٤) حل السؤال الرابع :
نشقق الطرفين للتخلص من التكامل

$$\frac{د}{دس} \int_1^9 ه(س) دس = \frac{د}{دس} \int_1^9 (م(س) + جاس + جاس - م(س)) دس$$

$$ه(س) = م(س) + ٢جاس - م(س)$$

$$ه(س) = م(س) + ٢جاس - م(س)$$

$$ه(س) = ٢جاس \quad (نشقق مرة أخرى)$$

$$ه(س) = ٢جاس$$

$$ه(س) = ٢جاس$$

$$٢ = ١ \times ٢ = ٢$$

**** حلول أسئلة الحصة الثانية عشر ***

١) حل السؤال الأول :

نشقق الطرفين للتخلص من التكامل

$$\frac{د}{دس} \int_1^9 (ق(س) + ه(س) + ه(س)) دس = \frac{د}{دس} \int_1^9 (ه(س) + ه(س) + جاس) دس$$

$$ق(س) + ه(س) = ه(س) + ه(س) + جاس$$

(ثم نشقق مرة أخرى)

$$ق(س) + ه(س) = ه(س) + ه(س) + جاس$$

$$\left. \begin{array}{l} ٥ = ق(٥) + ه(٥) = ه(٥) + ه(٥) + جاس \\ ٠ = ه(٥) \end{array} \right\} ٥ = ٢جاس + ٥$$

$$\left. \begin{array}{l} ٥ = ق(٥) + ه(٥) = ه(٥) + ه(٥) + جاس \\ ٠ = ه(٥) \end{array} \right\} ٥ = ٢جاس + ٥$$

$$٥ = ق(٥) + ه(٥) = ه(٥) + ه(٥) + جاس$$

$$٥ = ق(٥) + ه(٥) = ه(٥) + ه(٥) + جاس$$

٢) حل السؤال الثاني :

نشقق الطرفين للتخلص من التكامل

$$\frac{د}{دس} \int_1^9 (لوم + لوم + ق(س)) دس = \frac{د}{دس} \int_1^9 (لوم + لوم + ق(س)) دس$$

$$لوم + لوم + ق(س) = لوم + لوم + ق(س)$$

$$ق(س) = لوم + لوم + ق(س) - لوم - لوم$$

(ثم نشقق مرة أخرى)

$$ق(س) = لوم + لوم + ق(س) - لوم - لوم$$

$$ق(س) = لوم + لوم + ق(س) - لوم - لوم$$

$$ق(س) = لوم + لوم + ق(س) - لوم - لوم$$

$$\leftarrow ق(س) = لوم + لوم + ق(س) - لوم - لوم$$

$$\therefore ق(س) = لوم + لوم + ق(س) - لوم - لوم$$

٥) حل السؤال الخامس :

$$ق(س) = \frac{پ}{س} + ٤ + ٢\sqrt{س} + \frac{١}{س} + \frac{٣}{س^٢} دس$$

$$ق(س) = \frac{پ}{س} + ٤ + \frac{١}{٢} \sqrt{س} + ٢\sqrt{س} + \text{مقدار ثابت (نشتق)}$$

$$ق'(س) = \frac{پ}{س} - \frac{١}{س^٢} + ٢ + \frac{١}{س} \times ٢ + \text{صفر}$$

$$ق'(١) = \frac{پ}{١} - ١ + ٢ + ٢ + \frac{١}{١} \times ٢ = \text{صفر}$$

$$\frac{پ}{١} = ٢ \quad (\text{لأن } ١ \neq ٢)$$

$$\therefore \frac{پ}{١} = ٢ \quad (\text{نضع لود للطرفين})$$

$$\leftarrow \text{لود ه} = \text{لود ٢} \leftarrow \text{لود ٢} = ٢$$

٦) حل السؤال السادس :

$$\frac{ق''(س)}{ق'(س)} دس = \left[\frac{ق'(س)}{ق(س)} \right]$$

$$= \frac{ق'(٤)}{ق'(١)}$$

$$\text{ولكن } ق'(س) = س \times \frac{١}{\sqrt{س}} + (\sqrt{س}) (١)$$

$$= \frac{١}{\sqrt{س}} + \sqrt{س} = \frac{٣}{٢} \sqrt{س}$$

$$\therefore \frac{ق'(٤)}{ق'(١)} = \left(\frac{٣}{٢} \sqrt{٤} - \frac{٣}{٢} \sqrt{١} \right)$$

$$= \frac{٣}{٢} = \frac{٣}{٢} - ٢ \times \frac{٣}{٢} =$$

٧) حل السؤال السابع :

$$\frac{ق(٢)}{ق(س)} - \frac{ق(٥)}{ق(١)} = \frac{ق(١٠)}{ق(١)}$$

$$\frac{ق(٢)}{ق(س)} = \frac{ق(١٠)}{ق(١)} = ١٤ \leftarrow \frac{ق(١٠)}{ق(١)} دس = ٧$$

$$\text{وكذلك } \frac{ق(٢-س)}{ق(١)} دس \dots (\text{نستبدل})$$

$$\text{نضع } ص = ٢-س \leftarrow ١ = \frac{ق(ص)}{ق(١)} \leftarrow \frac{ق(ص)}{ق(١)} دس = \frac{ق(ص)}{٢}$$

$$\text{عندما } ص = ٣ \leftarrow \text{عندما } ص = ١ \leftarrow \text{عندما } ص = ١$$

$$\frac{ق(١٢)}{ق(١)} = \frac{ق(ص)}{ق(١)} \leftarrow \frac{ق(ص)}{ق(١)} دس = ٢٤$$

*** لكن المطلوب

$$\frac{ق(٣)}{ق(١)} = \frac{ق(٢+ص)}{ق(١)} دس$$

$$\frac{ق(٣)}{ق(١)} = \frac{ق(٢+ص)}{ق(١)} دس \quad \text{*** نجد أولاً : } \frac{ق(٢+ص)}{ق(١)} دس = ٢$$

$$\frac{ق(٣)}{ق(١)} دس = ٢ + \frac{ق(ص)}{ق(١)} دس$$

$$\frac{ق(٣)}{ق(١)} دس = ٢ + \frac{ق(ص)}{ق(١)} دس$$

$$\frac{ق(٣)}{ق(١)} دس = ٨ + \frac{ق(ص)}{ق(١)} دس$$

$$\frac{ق(٣)}{ق(١)} دس = ٨ + ١٧ \times ٣ = ٨ + (٢٤ + ٧) \times ٣ = ٥٩$$

٨) حل السؤال الثامن :

$$(٢) \quad ٥ \geq \frac{ق(س)}{ق(١)} \geq ٢ \quad (٢ \times) \quad \text{نكامل}$$

$$١٠ \geq \frac{ق(٢)}{ق(١)} \geq ٤$$

$$\frac{ق(١٠)}{ق(١)} دس \geq \frac{ق(٢)}{ق(١)} دس \geq \frac{ق(٤)}{ق(١)} دس$$

$$٨ \geq \frac{ق(٢)}{ق(١)} دس \geq ٢٠$$

$$\text{إذا : } م = ٢٠, \quad ن = ٨$$

٨ حل السؤال الثامن :

$$\text{ب) } ٥ \geq \text{ق(س)} \geq ٢ \\ ١٥ \geq ٣\text{ق(س)} \geq ٦$$

** عندما نضع حدود التكامل في خاصية المقارنة
نأخذ الفترة كما هي ثم نتعامل مع الحدود **

$$\begin{aligned} ١٥ \geq \text{دس} \geq ٣\text{ق(س)} \geq ٦ \text{ دس} \\ ٣٠ \geq ٣\text{ق(س)} \geq ١٢ \\ ٣٠ \leq ٣\text{ق(س)} \leq ١٢ \\ \text{إذا: م} = ١٢, \text{ ن} = ٣٠ \end{aligned}$$

٨ حل السؤال الثامن :

هـ) $٥ \geq \text{ق(س)} \geq ٢$
*** انتبه عزيزي : نعامل القيمة المطلقة
في حالة السالب والموجب مثل التربيع ***

$$\begin{aligned} \text{صفر} \geq |\text{ق(س)}| \geq ٥ \\ ٣\text{ق(س)} \geq \text{دس} \geq ٣ \\ ١٠ \geq |\text{ق(س)}| \geq ١ \\ \text{إذا: م} = ١٠, \text{ ن} = ١ \end{aligned}$$

٩ حل السؤال التاسع :

جاس = هـ^ص (نشتق ضمناً)

$$\text{جاس} \times ١ = \text{هـ}^{\frac{\text{ص}}{\text{دس}}}$$

← جاس = ص^١ / هـ^ص (نشتق مرة أخرى)

$$\text{جاس} = (\text{ص}^{\frac{١}{\text{دس}}}) + (\text{هـ}^{\frac{\text{ص}}{\text{دس}}}) = \text{جاس}$$

*** تذكر أن جاس = هـ^ص من المصدر ***

$$\text{ص}^{\frac{١}{\text{دس}}} + (\text{ص}^{\frac{١}{\text{دس}}})^{\text{ص}} = \text{هـ}^{\frac{\text{ص}}{\text{دس}}}$$

(إخراج هـ^ص عامل مشترك)

$$\text{ص}^{\frac{١}{\text{دس}}} (\text{ص}^{\frac{١}{\text{دس}}} + \text{ص}^{\frac{\text{ص}}{\text{دس}}}) = \text{هـ}^{\frac{\text{ص}}{\text{دس}}} \quad (\div \text{هـ}^{\frac{\text{ص}}{\text{دس}}})$$

$$\text{ص}^{\frac{١}{\text{دس}}} + \text{ص}^{\frac{\text{ص}}{\text{دس}}} = ١$$

$$\text{ص}^{\frac{١}{\text{دس}}} + \text{ص}^{\frac{\text{ص}}{\text{دس}}} = ١$$

$$\text{د) } ٥ \geq \text{ق(س)} \geq ٢ \\ \text{صفر} \geq \text{ق}^٢ \geq ٢٥$$

*** انتبه عزيزي : عند تربيع الرقمين فإننا نأخذ
المربع الأكبر ، أما المربع الأصغر فهو صفر **

$$\text{صفر} \geq \text{دس} \geq \text{ق}^٢ \geq ٢٥ \text{ دس}$$

$$٥٠ \geq \text{ق}^٢ \geq ٠$$

$$\text{إذا: م} = \text{صفر}, \text{ ن} = ٥٠$$

١٠ حل السؤال العاشر :

لوحص = p س ← تذكر أن $v = h^p$ (نشتق)

$$p = \frac{dv}{ds} \quad v' = p$$

$$\leftarrow v'' = p' \cdot v' = p \cdot p = v^2$$

ولكن لدينا معادلة $v'' = v^2 + v' + v = 0$
(نعوض فيها)

$$\leftarrow 0 = v^2 + (v')^2 + v^2$$

$$\leftarrow 0 = v^2 + (v')^2 + v^2$$

$$\leftarrow 0 = v^2 + (v')^2 + v^2 \quad \text{ولكن } v' \neq 0$$

$$\leftarrow 0 = 2 + p^2 + p^2 \quad \text{(تحليل عبارة تربيعية)}$$

$$\leftarrow 0 = (2 + p)(1 + p^2) \quad p = -\frac{1}{2}, -2$$

١١ حل السؤال الحادي عشر :

$$p = \frac{dv}{ds} = \frac{4}{\sqrt{4s^2 - 4s + 4}} \quad \text{دس (مربع كامل)}$$

$$p = \frac{dv}{ds} = \frac{4}{\sqrt{(s-2)^2 + 0}} = \frac{4}{|s-2|} \quad \text{دس}$$

نعيد تعريف $s-2$ ضمن فترتها $[3, 5]$



$$\leftarrow p = \frac{dv}{ds} = \frac{4}{s-2} = 4 - 2 \cdot \frac{2}{s-2}$$

$$= 4 - 2 \cdot \frac{2}{s-2} = 4 - 2 \cdot \frac{2}{s-2}$$

$$= 4 - 2 \cdot \frac{2}{3} = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

١٢ حل السؤال الثاني عشر :

$$p = \frac{dv}{ds} = \frac{2s^2 - 2s}{\sqrt{9 + 6s - s^2}} \quad \text{دس (مربع كامل)}$$

$$p = \frac{2s^2 - 2s}{\sqrt{(3-s)^2}} = \frac{2s^2 - 2s}{3-s} \quad \text{دس}$$

$$p = \frac{1}{\sqrt{(3-s)^2}} = \frac{1}{3-s} \quad \text{دس}$$

$$p = \frac{1}{3-s} = \frac{1}{3-s} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{3-s}$$

$$p = \frac{1}{3-s} = \frac{1}{3-s}$$

$$p = \frac{1}{3-s} = \frac{1}{3-s}$$

حل السؤال الثالث :

تذكر المتطابقة جاس + جاس = 1
جاس = 2 جاس جاس

$$\text{دس. } \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس}}{\text{جاس} + \text{جاس}} =$$

$$\text{دس. } \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس}}{\text{جاس} + \text{جاس}} =$$

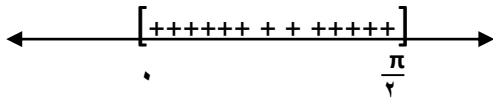
$$\text{دس. } \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} (\text{جاس} + \text{جاس})}{\text{جاس} + \text{جاس}} =$$

$$\text{دس. } \frac{|\text{جاس} + \text{جاس}|}{\text{جاس} + \text{جاس}} =$$

*** نعيد تعريف القيمة المطلقة ونضع الفترة ***

نجد الجذور : جاس = - جاس

س = 135° ، 315° (مرفوضة لأنها خارج الفترة)



$$\text{دس. } \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ جاس}} = \text{دس. } \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ ق (س)}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ ق (س)}}$$

$$\left[\frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ ق (س)}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ ق (س)}} = \text{دس. } 1 \right]$$

$$\frac{\pi}{2} = \text{صفر} - \frac{\pi}{2} =$$

$$\text{دس. } \frac{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ ق (س)}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \text{ ق (س)}} = 1 \text{ أو } \frac{\pi}{2} = \left(0 - \frac{\pi}{2}\right)$$

**حلول أسئلة الحصة الثالثة عشر*

1) حل السؤال الأول :

$$\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} (\text{س} + \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} + \frac{1}{2}) \text{ دس.}$$

$$\text{دس. } \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} (\text{س} + \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} + \frac{1}{2}) \text{ دس. عند الضرب تجمع الأسس}$$

$$\left[\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} (\text{س} + \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} + \frac{1}{2}) \right] \text{ دس.}$$

$$\left[\frac{\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}^2}{\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}^2}{\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}}{\frac{1}{2}} \right] =$$

$$\left[\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}^2 \cdot \frac{2}{1} + \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}^2 \cdot \frac{2}{1} + \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} \cdot \frac{2}{1} \right] =$$

$$= \left(\frac{2}{1} \text{ س}^2 + \frac{2}{1} \text{ س}^2 + \frac{2}{1} \text{ س} \right) \text{ صفر (توحيد مقامات)}$$

$$= \left(\frac{2}{15} + \frac{2}{15} + \frac{2}{15} \right) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

2) حل السؤال الثاني :

$$\left[\frac{\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} - \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}} \right] \text{ دس.} \leftarrow$$

$$\left[\frac{\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} (1 - \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س})}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}} \right] \text{ دس.}$$

$$\left[\frac{\sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}^2 - \frac{1}{2}}{1 - \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س}} \right] \text{ دس.} = \frac{1}{2} \text{ س}^2 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ س} + \frac{1}{2}$$

(٤) حل السؤال الرابع :

**** (نوجد المقامات فوراً) ****

$$\leftarrow \text{دس } \sqrt[3]{\frac{5}{س} - \frac{1}{س} \times \frac{س}{س}}$$

$$\text{دس } \sqrt[3]{\frac{س-5}{س}} \text{ نوزع الجذر}$$

$$\text{دس } \sqrt[3]{\frac{س-5}{س}} = \text{دس } \frac{1}{\sqrt[3]{س(س-5)}}$$

$$\rightarrow \frac{3}{4} \times \sqrt[3]{(س-5)} = \rightarrow \frac{(س-5)^{\frac{3}{4}}}{1 - \times \frac{3}{4}}$$

(٧) حل السؤال السابع :

$$\leftarrow \text{دس } (جئأس - جأس) \text{ دس}$$

$$= \text{دس } (جئأس - جأس)(جئأس + جأس)$$

تذكر أن: جئأس - جأس = جئأس^٢س
جئأس + جأس = ١

$$= \text{دس } (جئأس)(١) = \text{دس } (جئأس)$$

$$= \frac{جأس}{٢} + \rightarrow$$

(٨) حل السؤال الثامن :

$$\leftarrow \text{دس } \frac{ظأس + جئأس}{دس}$$

$$= \text{دس } \times \frac{\frac{١}{جئأس} + \frac{١}{جئأس}}{\frac{١}{جئأس} + \frac{١}{جئأس}}$$

$$\text{دس } \frac{١}{جئأس} = \text{دس } \frac{١}{جئأس + جئأس}$$

$$= \text{دس } (جئأس) = \text{دس } \frac{١}{٢} \text{ جئأس}$$

$$= \frac{١}{٢} \text{ جئأس} + \rightarrow = \frac{١}{٤} \text{ جئأس} + \rightarrow$$

(٥) حل السؤال الخامس :

$$\leftarrow \text{دس } (جأ٣س + ظأ٥س)$$

$$\leftarrow \text{دس } \left(\frac{١}{٢} (١ - جئأس) + (قا٥س - ١) \right)$$

$$= \frac{١}{٢} (س - \frac{جأ٦س}{٢}) + (ظأس - س)$$

(٦) حل السؤال السادس :

$$\leftarrow \text{دس } (جأس - جئأس)$$

$$\leftarrow \text{دس } ((جأس - جئأس)^٢)$$

$$\leftarrow \text{دس } (جأ٢س - ٢جأسجئأس + جئأس٢)$$

$$= (١ - جأ٢س) \text{ دس } (ثم نربح)$$

$$= (١ - ٢جأ٢س + جأ٢س) \text{ دس}$$

$$= (١ - ٢جأ٢س + (١ - جئأس)) \text{ دس}$$

$$= س + \frac{٢جئأس}{٢} + \frac{١}{٢} (س - \frac{جأ٤س}{٤}) + \rightarrow$$

$$= \frac{٣}{٢} س + جئأس - \frac{١}{٨} جأ٤س + \rightarrow$$

(٩) حل السؤال التاسع :

$$\leftarrow \text{دس } \frac{س٥ - ٢}{س٣ - ٤}$$

$$= \text{دس } \frac{س - ٢}{(س - ٢)(س + ٢)} \text{ (نحلل المقام ثم نختصر)}$$

(هنا البسط مشتقة كاملة للمقام فنكامل مباشرة)

$$= \text{دس } \frac{١}{س + ٢}$$

$$= \frac{١}{س + ٢} = \frac{١}{س} - \frac{٢}{س + ٢} = \frac{١}{س} - \frac{٢}{س + ٢}$$

١٠ حل السؤال العاشر :

$$\leftarrow \text{دس (ضرب، تعويض)} \frac{10 - 5}{\sqrt[3]{(10 - 5) + 1}} = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

نضع :

$$\begin{aligned} 10 - 5 &= \text{ص} \\ 10 - 5 &= \text{دس} \\ \text{إذاً: } \frac{\text{دس}}{10 - 5} &= \text{دس} \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

١١ حل السؤال الحادي عشر :

$$\leftarrow \text{دس (ضرب، تعويض)} \sqrt[3]{(10 - 5) + 1} = \sqrt[3]{11}$$

$$\begin{aligned} 10 - 5 &= \text{ص} \\ 10 - 5 &= \text{دس} \\ \text{إذاً: } \frac{\text{دس}}{10 - 5} &= \text{دس} \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$*** \text{ ولكن سن } = \text{ص} + 3 \dots \text{ (استبدال عكسي)}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

١٢ حل السؤال الثاني عشر :

(مركب غير خطي ← مرفوض ← إذا نبسطه)

$$= \sqrt[3]{(10 - 5) + 1} = \sqrt[3]{11}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$\begin{aligned} \text{ق} = \text{س} &\leftarrow \text{دق} = 1 \text{ دس} \\ \text{ده} = (10 - 5) &= \text{دس} \\ \text{ه} &= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

١٣ حل السؤال الثالث عشر :

$$\leftarrow \text{دس (تعويض)} \sqrt[3]{(10 - 5) + 1} = \sqrt[3]{11}$$

$$\begin{aligned} 10 - 5 &= \text{ص} \\ 10 - 5 &= \text{دس} \\ \text{إذاً: } \frac{\text{دس}}{10 - 5} &= \text{دس} \end{aligned}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$** \text{ ولكن سن } = \text{ص} + 5 \dots \text{ (استبدال عكسي)}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt[3]{11}} (10 - 5) = \frac{5}{\sqrt[3]{11}}$$

حل السؤال السادس عشر: (١٦)

$$\leftarrow ٩س^٢ جتا^٣ (س^٢ + ٥) . دس (تعويض)$$

نضع: $ص = س^٢ + ٥$

$$\frac{دص}{دس} = س^٢$$

$$\text{إذاً: } \frac{دص}{س^٢} = دس$$

$$= ٩س^٢ جتا^٣ . \frac{دص}{س^٢}$$

$$= ٩س^٢ جتا^٣ . دص$$

$$= ٣ (ص - ٥) جتا^٣ . دص (ضرب ، أجزاء)$$

$$ق = (ص - ٥) \leftarrow دق = دص$$

$$ده = جتا^٣ . دص \leftarrow هه = جاص$$

*** نطبق قانون الأجزاء ***

$$= ٣ (ص - ٥) جاص - جاص . دص$$

$$= ٣ (ص - ٥) جاص + ٣ جتا^٣ + ج$$

$$= ٣س^٢ جا (س^٢ + ٥) + ٣جتا^٣ (س^٢ + ٥) + ج$$

حل السؤال السابع عشر: (١٧)

$$٩س (جاس + جتاس) . دس (نفك الترتيب أولاً)$$

$$= [س (جاس + جتاس + ٢جاس جتاس) . دس]$$

$$= [س (١ + ٢جاس جتاس) . دس]$$

$$= [س (١ + جا^٢س) . دس (ضرب ، أجزاء)]$$

$$ق = س \leftarrow دق = دس$$

$$ده = (١ + جا^٢س) . دس \leftarrow هه = س - \frac{جتا^٢س}{٢}$$

$$= س (س - \frac{جتا^٢س}{٢}) - (س - \frac{جتا^٢س}{٢}) . دس$$

$$= س^٢ - س \frac{جتا^٢س}{٢} - س + \frac{جتا^٢س}{٢} + \frac{جتا^٢س}{٢ \times ٢} + ج$$

$$= \frac{١}{٢} س^٢ - \frac{١}{٢} س جتا^٢س + \frac{١}{٤} جا^٢س + ج$$

حل السؤال الرابع عشر: (١٤)

$$٩(س + ٣) قتا^٢ (س^٢ + ٦س - ٤) . دس (تعويض)$$

$$= ٩(س + ٣) قتا^٢ . \frac{دص}{(٣ + س)^٢}$$

$$= \frac{١}{٢} ٩ قتا^٢ . دص$$

$$= \frac{١}{٢} (- ظتا^٣) + ج$$

$$= \frac{١}{٢} ظتا^٣ (س^٢ + ٦س - ٤) + ج$$

حل السؤال الخامس عشر: (١٥)

$$\leftarrow ٩ قتا^٢ (س^٢ + ٦س - ٤) . دس$$

$$= ٩(س + ٣) جا^٢ . \frac{دص}{(٣ + س)^٢}$$

$$= \frac{١}{٢} ٩ جا^٢ . دص$$

$$= \frac{١}{٢} ٩ (١ - جتا^٢ص) . دص$$

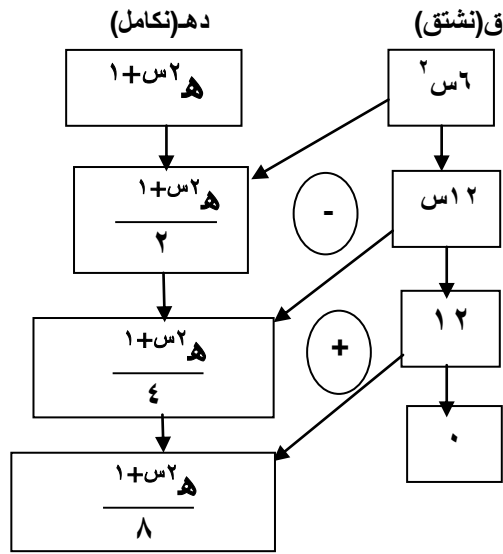
$$= \frac{١}{٤} (ص - \frac{جا^٢ص}{٢}) + ج$$

$$= \frac{١}{٤} (س^٢ + ٦س - ٤) - \frac{١}{٨} جا^٢ (س^٢ + ٦س - ٤) + ج$$

٢٠ حل السؤال العشرون :

← ٩ س^٢ هـ س^١ + س^٢ دس (ضرب ، أجزاء مرتين)

*** يفضل حل السؤال باستخدام طريقة الجدول ***



الناتج =

$$٢ س٢ هـ - \frac{١ + س٢ هـ}{٢} ١٢ + \frac{١ + س٢ هـ}{٤} ١٢ + \frac{١ + س٢ هـ}{٨} ١٢ =$$

$$= ٣ س٢ هـ - ١ + س٢ هـ - ٣ س٢ هـ + ٣ س٢ هـ - ٣ س٢ هـ + ٣ س٢ هـ =$$

٢٢ الحل :

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

١٨ حل السؤال الثامن عشر :

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\text{نضع: ص} = ١ + س٢$$

$$\frac{\text{دص}}{٢ س٢} = \frac{\text{دص}}{٢ س٢}$$

$$\text{إذا: } \frac{\text{دص}}{٢ س٢} = \text{دس}$$

$$\frac{\text{دص}}{٢ س٢} = \frac{\text{دص}}{٢ س٢}$$

$$٢ = ٢ س٢ هـ - ٢ س٢ هـ$$

$$٢ = ٢ س٢ هـ - ٢ س٢ هـ = \left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right]$$

١٩ الحل :

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\text{ق} = ٢ س٢ هـ \leftarrow \text{دق} = ٦ دس$$

$$\text{ده} = ٢ س٢ هـ دس \leftarrow \text{ه} = \frac{١ + س٢ هـ}{٢}$$

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$٣ س٢ هـ - ١ + س٢ هـ = ٣ \left(\frac{١ + س٢ هـ}{٢} \right) + ج$$

$$٣ س٢ هـ - ١ + س٢ هـ = ٣ \left(\frac{١ + س٢ هـ}{٢} \right) + ج$$

٢١ حل السؤال العشرون :

$$\left[\frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ \right] = \frac{١}{٢} س٢ هـ - \frac{١}{٢} س٢ هـ$$

$$\frac{١}{٣} س٢ هـ - \frac{١}{٣} س٢ هـ = \frac{١}{٣} س٢ هـ - \frac{١}{٣} س٢ هـ$$

$$\frac{١}{٣} س٢ هـ - \frac{١}{٣} س٢ هـ = \left[\frac{١}{٣} س٢ هـ - \frac{١}{٣} س٢ هـ \right]$$

تذكر أن $١^٢$ (ق) (س) دس = ٣ ، ق (١) = ٥
 ق (٢) = ٨ ، لكل مما يلي :

٢٣) الحد ل:

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (س) دس (أجزاء)

ق = ٨ س ← دق = ٨ دس

ده = ق (س) دس ← هـ = ق (س)

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (س) دس - $\leftarrow ١^٢$ ٨ ق (س) دس

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (س) دس = $\leftarrow ١^٢$ ٨ ق (١) - ((١) ق (٢) - (٢) ق (١) س) دس

$٣ \times ٨ - (٥ \times ٨ - ٨ \times ١٦) =$

$٦٤ = ٢٤ - ٨٨ = ٢٤ - (٤٠ - ١٢٨) =$

٢٤) الحد ل:

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (س) دس (تعويض)

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (ص) دص = $\frac{\text{دص}}{\text{س}^٢}$

نضع: ص = س + ١

دص = $\frac{\text{دص}}{\text{س}^٢}$

إذاً: $\frac{\text{دص}}{\text{س}^٢} = \text{دس}$

نبدل حدود التكامل

عندما س = ٠ ← ص = ١

عندما س = ١ ← ص = ٢

$\leftarrow ١^٢$ ٤ ق (ص) دص = $١٢ = ٣ \times ٤ =$

تذكر أن $١^٢$ (ق) (س) دس = ٣ ، ق (١) = ٥
 ق (٢) = ٨ ، لكل مما يلي :

٢٥) الحد ل:

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (س) دس (تعويض)

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (ص) دص = $\frac{\text{دص}}{\text{س}^٣}$

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (ص) دص = $\frac{\text{دص}}{\text{س}^٣}$

(استبدال عكسي)

بما أن ص = س + ١ فإن س = ص - ١

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (ص) دص (ضرب، أجزاء)

ق = ص - ١ ← دق = دص

ده = ق (ص) دص ← هـ = ق (ص)

نبدل حدود التكامل

عندما س = ١ ← ص = ٢

عندما س = ٠ ← ص = ١

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (ص) دص = $\frac{١}{٣} ((١-٢) ق (١) دص) - \frac{١}{٣} ((١-١) ق (١) دص)$

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (ص) دص = $\frac{١}{٣} ((١) ق (٢) - ((١) ق (١) \times ٠ - (٢) ق (١) \times ١))$

$\leftarrow ١^٢$ ٨ س ق (ص) دص = $\frac{١}{٣} ((١) ق (٢) - ((١) ق (١) \times ٠ - (٢) ق (١) \times ١)) = \frac{٥}{٣} = ٥ \times \frac{١}{٣} = (٣ - ٠ - ٨) \frac{١}{٣} =$

****حلول أسئلة الحصة الرابعة عشر***

(١) حل السؤال الأول :

$$\left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس (كسر)}$$

***لاحظ عزيزي الطالب أن البسط مشتقة كاملة للمقام**

$$= \text{لوم} | ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س + ١ | + ج$$

(٢) حل السؤال الثاني :

$$\left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس (كسر)}$$

(هنا نخرج (٢) عاملاً مشتركاً من البسط حتى

يصبح مشتقة كاملة للمقام)

$$= \left\langle \frac{(٢س + ٣)٢}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس}$$

$$= \left\langle \frac{٢س + ٣}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle ٢ \text{ دس}$$

$$= ٢ \text{ لوم} | ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س + ١ | + ج$$

(٤) حل السؤال الرابع :

$$\left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس (حالة خاصة)}$$

(هنا لا يمكن جعل البسط مشتقة كاملة للمقام ، فنقوم

بالضرب بالمرافق)

$$= \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \times \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس}$$

$$= \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس} = \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس}$$

$$= \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس} - \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس}$$

$$= \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس} - \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس}$$

$$= \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس} - \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس}$$

$$= \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} - \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} + ج$$

$$= ٢ \text{ ظا} ٢س - ٢ \text{ قا} ٣س + ج$$

(٣) حل السؤال الثالث :

$$\left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس}$$

(هنا نخرج (٢) عاملاً مشتركاً من البسط حتى

يصبح مشتقة كاملة للمقام)

$$= \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس} = ٢ \text{ لوم} | ١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س | + ج$$

***** حل آخر :** يمكن اعتبار هذا الشكل علاقات (جتا٣س) في البسط بحيث نستبدل كما يلي :

$$\left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس} = \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \cdot \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \text{ دس}$$

$$= \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \text{ دس}$$

$$= ٢ \text{ لوم} | ١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س | + ج$$

(٥) حل السؤال الخامس :

$$\left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس (تبديل فوراً)}$$

$$= \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس (هنا يحتاج البسط إلى (٣) حتى$$

يصبح مشتقة كاملة للمقام فنضرب التكامل بـ (٣)

$$= \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس} = \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \times \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \text{ دس}$$

$$= \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \text{ لوم} | ١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س | + ج$$

***** حل آخر :** (علاقات)

$$= \left\langle \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \right\rangle \text{ دس} = \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \cdot \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \text{ دس}$$

$$= \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \text{ دس}$$

$$= \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \text{ لوم} | ١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س | + ج$$

$$= \frac{١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س}{١ + ٢س + ٣س} \text{ لوم} | ١ + ٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س | + ج$$

$$\begin{aligned} \text{ضع ص} &= \text{جا} ٣س \\ \frac{\text{دس}}{\text{دس}} &= \frac{\text{دس}}{\text{دس}} \\ \text{دس} &= \frac{\text{دس}}{\text{جتا} ٣س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ضع ص} &= \text{جا} ٣س \\ \frac{\text{دس}}{\text{دس}} &= \frac{\text{دس}}{\text{جتا} ٣س} \\ \text{دس} &= \frac{\text{دس}}{\text{جتا} ٣س} \end{aligned}$$

٦) حل السؤال السادس :

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{٦}{٣ + ٤س} \text{ (كسر)} \\ & \text{دس} \cdot \frac{٦}{٣ + ٤س} \end{aligned} \right\rangle$$

****المقام تربيعي يحلل ... فوراً كسور جزئية****

$$\frac{٦}{(١ - س) + (٣ - س)} = \frac{٦}{(١ - س) + (٣ - س)}$$

$$٦ = (٣ - س) + (١ - س) + ٣$$

$$\therefore \begin{aligned} & ١ = س \quad \& \quad ٣ = س \\ & ٣ = ٣ \end{aligned}$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \left(\frac{٣-}{(١-س)} + \frac{٣}{(٣-س)} \right) \\ & \text{دس} \cdot \left(\frac{٣-}{(١-س)} + \frac{٣}{(٣-س)} \right) \end{aligned} \right\rangle$$

$$\begin{aligned} & ٣ = ٣ - ٣ + ١ + ٣ \\ & = \text{لوم} \left(\frac{٣-}{١-س} \right) + ٣ \end{aligned}$$

٧) حل السؤال السابع :

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{٦}{٤ + ٤س} \text{ (المقام مربع كامل)} \\ & \text{دس} \cdot \frac{٦}{٤ + ٤س} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{٦}{(٢ - س)^2} \text{ (فوراً يرفع أس سالب)} \\ & \text{دس} \cdot \frac{٦}{(٢ - س)^2} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{٦(٢ - س)^{-١}}{١ \times ١} \\ & \text{دس} \cdot \frac{٦(٢ - س)^{-١}}{١ \times ١} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \frac{٦-}{٢ - س} \\ & \frac{٦-}{٢ - س} \end{aligned} \right\rangle$$

٨) حل السؤال الثامن :

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{٦}{٢س} \text{ (علاقات)} \\ & \text{دس} \cdot \frac{٦}{٢س} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{٦}{٢س} \\ & \text{دس} \cdot \frac{٦}{٢س} \\ & \text{دس} \cdot \frac{٦}{٢س} \end{aligned}$$

$$\frac{١}{٢} \left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \\ & \text{دس} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\frac{١}{٢} \left\langle \begin{aligned} & \frac{١}{٨} \text{ص} \\ & \frac{١}{١٦} \text{جا}^٢ \text{س} \end{aligned} \right\rangle$$

٩) حل السؤال التاسع :

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{١٠} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{١٠} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{١٠} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{١٠} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{١٠} \text{ص} \end{aligned}$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٨} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

١٠) حل السؤال العاشر :

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned}$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

١١) حل السؤال الحادي عشر :

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned}$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

١٢) حل السؤال الثاني عشر :

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned}$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\left\langle \begin{aligned} & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \\ & \text{دس} \cdot \frac{١}{٣} \text{ص} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\text{لوم} \left| \frac{١}{٨} \text{ص} \right| + \text{دس} = \text{لوم} \left| \frac{١}{١٦} \text{جا}^٢ \text{س} \right| + \text{دس}$$

(١٣) حل السؤال الثالث عشر:

$$\leftarrow [قأس \text{ دس}] = [قأس قأس \text{ دس}]$$

$$= [قأس (١ + ظأس)] \text{ دس} \quad (\text{صنعنا علاقة})$$

$$= [قأس (١ + ص) \cdot \frac{\text{دص}}{\text{قأس}}]$$

$$= [(١ + ص) \cdot \text{دص}]$$

$$= ص + \frac{\text{ص}^2}{٣} + ج$$

$$= ظأس + \frac{١}{٣} ظأس + ج$$

(١٤) حل السؤال الرابع عشر:

$$\leftarrow [قأس \text{ دس}] = [قأس - ظأس \text{ دس}] \quad (\text{علاقات})$$

$$= [قأس - ظأس \cdot \frac{\text{دص}}{\text{قأس}}]$$

$$= [قأس - \frac{\text{دص}}{\text{قأس}}]$$

$$= [قأس - \frac{١}{٢} \text{ دص}] \quad (\text{كسور جزئية})$$

$$\frac{ب}{(ص - ٢)} + \frac{٢}{ص} = \frac{١}{(ص - ٢)ص}$$

$$١ = (ص - ٢)ب + ٢ص$$

$$\therefore \text{إما } ص = ٠ \text{ \& } ص = ٢$$

$$\frac{١}{٢} = ب \quad \frac{١}{٢} = ٢$$

$$\leftarrow [قأس \text{ دس}] = [قأس \cdot \frac{١}{ص} + \frac{١}{٢} \cdot \frac{١}{ص - ٢}] \text{ دس}$$

$$= \frac{١}{٢} |لوم| ص + \frac{١}{٢} |لوم| \frac{١}{ص - ٢} + ج$$

$$= \frac{١}{٢} |لوم| ظأس - \frac{١}{٢} |لوم| ٢ - ظأس + ج$$

(١٥) حل السؤال الخامس عشر:

$$\leftarrow [س \text{ دس}] = [س + ١ \text{ لومس}]$$

$$= [س + ١ \cdot \frac{\text{دص}}{\text{س}}]$$

نضع: ص = لومس
نشتق

$$\frac{١}{س} = \frac{\text{دص}}{\text{س}}$$

إذاً: س.دص = دس

$$= [س + \frac{١-}{ص} \cdot \frac{١}{س}]$$

$$= \frac{١}{٢} (ص + ١) = ج + \sqrt{٢} + ص + ج$$

$$= \sqrt{٢} + ١ + لومس$$

$$= \sqrt{٢} + ١ + لومس - \sqrt{٢} + ١ + لومس$$

$$= ٢ = ٢ - ٤ = \sqrt{٢} - ٤$$

(١٦) حل السؤال السادس عشر:

$$\leftarrow [س \text{ لومس} \text{ دس}] = [س \text{ لومس} \text{ دس}] \quad (\text{أجزاء})$$

$$ق = لومس \quad \leftarrow \text{دق} = \frac{١}{س} \cdot \text{دس}$$

$$ده = س.دس \quad \leftarrow \text{ه} = \frac{١}{٢} س = \frac{١}{٢} س$$

$$= [س \text{ لومس} \text{ دس}] - [س \text{ لومس} \text{ دس}] = [س \text{ لومس} \text{ دس}]$$

$$= [س \text{ لومس} \text{ دس}] - [س \text{ لومس} \text{ دس}]$$

$$= [س \text{ لومس} \text{ دس}] - [س \text{ لومس} \text{ دس}]$$

$$= (٢ - ٢) - (١ - ١) = ٢ - ٢ = ٠$$

$$= ٢ - ٢ = ٢ - ٢ = ٠$$

١٧ حل السؤال السابع عشر :

$$\leftarrow [\text{ه}^2 \text{ جتا} (\text{ه}^{\text{س}}) \cdot \text{دس}] \text{ (نستبدل الزاوية)}$$

$$[\text{ص}^2 \text{ جتا} \text{ص} \cdot \frac{\text{دص}}{\text{ه}^{\text{س}}}] =$$

$$[\text{ص}^2 \text{ جتا} \text{ص} \cdot \frac{\text{دص}}{\text{ه}^{\text{س}}}] =$$

$$[\text{ص} \text{ جتا} \text{ص} \cdot \text{دص}] \dots \text{(أجزاء)}$$

$$\text{ق} = \text{ص} \quad \leftarrow \quad \text{دق} = \text{دص}$$

$$\text{ده} = \text{جتا} \text{ص} \cdot \text{دص} \quad \leftarrow \quad \text{ه} = \text{جتا} \text{ص}$$

$$= \text{ص} \text{ جتا} \text{ص} - [\text{جتا} \text{ص} \cdot \text{دص}]$$

$$= \text{ص} \text{ جتا} \text{ص} + \text{جتا} \text{ص} + \text{ج}$$

$$= \text{ه}^{\text{س}} \text{ جا} (\text{ه}^{\text{س}}) + \text{جتا} (\text{ه}^{\text{س}}) + \text{ج}$$

١٨ حل السؤال الثامن عشر :

$$\leftarrow [١ - \text{جا}^{\text{س}} \text{ظاس} \cdot \text{دس}] = [\text{جتا}^{\text{س}} \text{ظاس} \cdot \text{دس}]$$

$$[\text{قا}^{\text{س}} \text{ظاس} \cdot \text{دس}] \text{ (نستبدل القوة فوراً)}$$

$$[\text{قا}^{\text{س}} \text{ظاس} \cdot \text{دص}] = [\text{قا}^{\text{س}} \text{ظاس} \cdot \frac{\text{دص}}{\text{دس}}]$$

$$[\text{ه}^{\text{ص}} \cdot \text{دص}] =$$

$$= \text{ه}^{\text{ص}} + \text{ج} = \text{ه}^{\text{ظاس}} + \text{ج}$$

١٩ حل السؤال التاسع عشر :

$$\leftarrow [\text{ه}^{\sqrt{\text{س}+١}} \cdot \text{دس}] \text{ (نستبدل القوة فوراً)}$$

$$[\text{ص}^2 \text{ ه}^{\text{ص}} \cdot \text{دص}] \text{ (أجزاء)}$$

$$\text{ق} = \text{ص}^2 \quad \leftarrow \quad \text{دق} = ٢ \cdot \text{دص}$$

$$\text{ده} = \text{ه}^{\text{ص}} \cdot \text{دص} \quad \leftarrow \quad \text{ه} = \text{ه}^{\text{ص}}$$

$$= \text{ص}^2 \text{ ه}^{\text{ص}} - [\text{ص}^2 \text{ ه}^{\text{ص}} \cdot \text{دص}]$$

$$= ٢ \text{ص}^2 \text{ ه}^{\text{ص}} - ٢ \text{ص}^2 \text{ ه}^{\text{ص}} + \text{ج}$$

$$= ٢ \sqrt{\text{س}+١} \text{ ه}^{\sqrt{\text{س}+١}} - ٢ \sqrt{\text{س}+١} \text{ ه}^{\sqrt{\text{س}+١}} + \text{ج}$$

٢٠ حل السؤال العشرون :

$$\leftarrow [\text{ص}^2 \text{ ص} - \text{ص}^2 \text{ ص} + \text{دس}] \text{ (كسور جزئية)}$$

** انتبأاه : يمكن أن نبدل حدود التكامل

$$\text{عندما س} = ١٦ \quad \leftarrow \quad \text{ص} = ٤$$

$$\text{عندما س} = ٩ \quad \leftarrow \quad \text{ص} = ٣$$

$$\frac{\text{ص}^2}{(١ - \text{ص})(٢ - \text{ص})} = \frac{\text{م}}{(٢ - \text{ص})} + \frac{\text{ب}}{(١ - \text{ص})}$$

$$\text{ص}^2 = \text{م}(١ - \text{ص}) + \text{ب}(٢ - \text{ص})$$

$$\therefore \text{إما ص} = ١ \quad \& \quad \text{ص} = ٢$$

$$\text{ب} = ٢ \quad \text{م} = ٤$$

$$\leftarrow [\text{دس} \cdot \left(\frac{\text{ب}}{(١ - \text{ص})} + \frac{\text{م}}{(٢ - \text{ص})} \right)]$$

$$= [\text{دس} \cdot \left(\frac{٢}{(١ - \text{ص})} + \frac{٤}{(٢ - \text{ص})} \right)]$$

$$= \int_3^4 \left[\frac{٢}{١ - \text{ص}} - \frac{٢}{٢ - \text{ص}} \right] \text{دس}$$

$$= (٤ \text{ لو} ٢ - ٢ \text{ لو} ٢) - (٤ \text{ لو} ١ - ٢ \text{ لو} ١)$$

$$= (٤ \text{ لو} ٢ - ٢ \text{ لو} ٢) - (٤ \text{ لو} ١ - ٢ \text{ لو} ١)$$

$$= ٦ \text{ لو} ٢ - ٢ \text{ لو} ٢ = ٣ \text{ لو} ٢ = \left(\frac{٦}{٣} \right) \text{ لو} ٢ = \left(\frac{٦}{٩} \right) \text{ لو} ٢$$

حلول أسئلة الحصة الخامسة عشر

(١) حل السؤال الأول :

$$\frac{ص}{دس} = \frac{ص^2}{دس} \quad (\text{يجب أولاً فصل المتغيرات})$$

$$\frac{ص}{دس} = \frac{ص^2}{دس} \quad (\text{نكامل الطرفين})$$

$$\frac{1}{ص} = \frac{ص^2}{دس} \cdot دس$$

$$لوم|ص| = \frac{ص^2}{2} + ج = س^2 + ج$$

$$|ص| = س^2 + ج = س^2 + ج \quad \text{ثابت}$$

$$\text{إذا} \leftarrow ص = س^2 + ج$$

(٢) حل السؤال الثاني :

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ص^2}{دس} \leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{ص^2}{دس}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ص^2}{دس} \quad \text{جصاص} \quad \frac{دص}{دس} = \frac{ص^2}{دس}$$

$$جصاص = س^2 + ج$$

(٣) حل السؤال الثالث :

$$ص-هـ \quad جصاص = \frac{دص}{دس} = \frac{ص^2}{دس}$$

$$ص-هـ \quad جصاص = دس = جصاص$$

$$\frac{جصاص}{جصاص} = \frac{دص}{ص-هـ} \quad (\text{نكامل الطرفين})$$

$$\frac{جصاص}{جصاص} = \frac{دص}{ص-هـ} \quad \text{جصاص} = دص$$

$$جصاص + ج = ص$$

$$ص = لوم|قصاص + ج|$$

(٤) حل السؤال الرابع :

$$\frac{ص^2 - 16}{دس} = \frac{ص^2 - ص - 8}{دص}$$

$$(ص^2 - 16) دص = (ص^2 - ص - 8) دس$$

$$(ص^2 - 16) دص = (ص^2 - ص - 8) دس$$

$$\frac{ص^2 - 16}{ص - 4} = \frac{ص^2 - ص - 8}{دص}$$

$$\frac{ص^2 - 16}{ص - 4} = \frac{ص^2 - ص - 8}{دص} \quad \text{جصاص} \quad \frac{ص^2 - 16}{ص - 4} = \frac{ص^2 - ص - 8}{دص}$$

$$\frac{ص^2 - 16}{ص - 4} = \frac{ص^2 - ص - 8}{دص} \quad \text{جصاص} \quad \frac{ص^2 - 16}{ص - 4} = \frac{ص^2 - ص - 8}{دص}$$

(٥) حل السؤال الخامس :

$$\frac{دص}{ص} = \frac{دص}{دس} = \text{ميل المماس}$$

$$\sqrt{ص} = \sqrt{دص} \quad (\text{نكامل الطرفين})$$

$$\frac{1}{ص} = \frac{1}{دص} \quad \text{جصاص} \quad \frac{1}{ص} = \frac{1}{دص}$$

$$\frac{ص}{2} + \frac{ص}{2} = \frac{ص}{2}$$

** لإيجاد ج ***

النقطة (١، ٤) تحقق معادلته

$$\frac{ص}{2} + \frac{ص}{2} = \frac{ص}{2}$$

$$\frac{ص}{2} + \frac{ص}{2} = 8 \times \frac{ص}{2}$$

$$\frac{14}{3} = ج$$

إذا :

$$\frac{14}{3} + \sqrt[3]{\frac{ص}{2}} = \sqrt[3]{\frac{ص}{2}}$$

$$7 + \sqrt[3]{\frac{ص}{2}} = \sqrt[3]{\frac{ص}{2}}$$

٦) حل السؤال السادس :

$$\frac{1-}{دس} = \frac{دص}{میل العمودي}$$

$$\frac{1-}{لوص} = \frac{دص}{دس} \leftarrow$$

$$لوص . دص = 1- . دس$$

(أجزاء)

$$ق = لوص \leftarrow دق = \frac{1}{ص} . دص$$

$$ده = دص \leftarrow ه = ص$$

$$ص لوص - 1- = \frac{1}{ص} \times ص . دص = 1- . دس$$

$$ص لوص - ص = - . س + ج$$

٧) حل السؤال السابع :

$$ت = \frac{دع}{دن} = 6 \leftarrow دع = 6 . دن$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{** لايجاد ج،} \\ ع = 2 \text{ عندما } ن = 0 \\ \text{(نعوضها)} \\ 2 + 0 = ج \\ \text{إذا: ج = 2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1- د = 6 . دن \\ ع = 6 + 2ن \\ \text{إذا: } \frac{دع}{دن} = 2 + 6ن \end{array}$$

$$1- د = 6 . دن$$

$$ف = 2 + \frac{6ن}{2} + 2ن + ج$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{** لايجاد ج،} \\ ف = 21 \text{ عندما } ن = 2 \\ 21 = 2 + 4 + 8 + ج \\ \text{إذا: ج = 5} \end{array} \right\} \begin{array}{l} ف = 5 + 2ن + 3ن \\ \text{إذا:} \end{array}$$

$$ف(5) = 5 + 10 + 75 = 90 \text{ متر}$$

٨) حل السؤال الثامن :

$$ت = \frac{دع}{دن} = 4 \leftarrow دع = 4 . دن$$

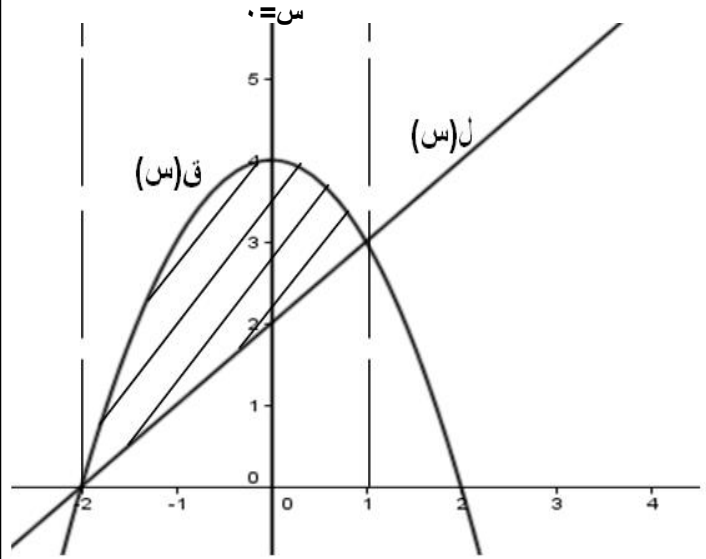
$$1- د = 4 . دن$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{** لايجاد ج،} \\ ع = 2 \text{ عندما } ن = 2 \\ \text{(نعوضها)} \\ لوص = 4 + 2ن \\ لوص = 8 + 2ن \\ \text{إذا: ج = 8 + 2 = 10} \end{array} \right\} \begin{array}{l} لوص = 4 + 2ن \\ لوص = 4 + 2ن \\ \therefore ع = 4 + 2ن \\ \text{إذا:} \end{array}$$

$$ع(3) = 4 + 2(3) = 10 = 2 + 8 = \frac{1}{3} م$$

٩) حل السؤال التاسع :
أولاً نساوي الاقترانيين بعضهما البعض

$$\begin{aligned} ٠ &= ٢ - س + س^٢ \iff س + ٢ = س^٢ \\ ٠ &= (س - ١)(س + ٢) \iff \\ \iff س &= ١, ٢- \quad (\text{تسمى أعمدة}) \end{aligned}$$



إذاً : $م = \int_{-٢}^٢ (٢ - س + س^٢) - (س + ٢) دس$

$$م = \int_{-٢}^٢ (٢ - س - س^٢) دس$$

$$م = \int_{-٢}^٢ \left[٢س - \frac{س^٢}{٢} - \frac{س^٣}{٣} \right] دس$$

$$= \left(٢ - \frac{٨}{٣} - ٤ \right) - \left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} - ٢ \right) =$$

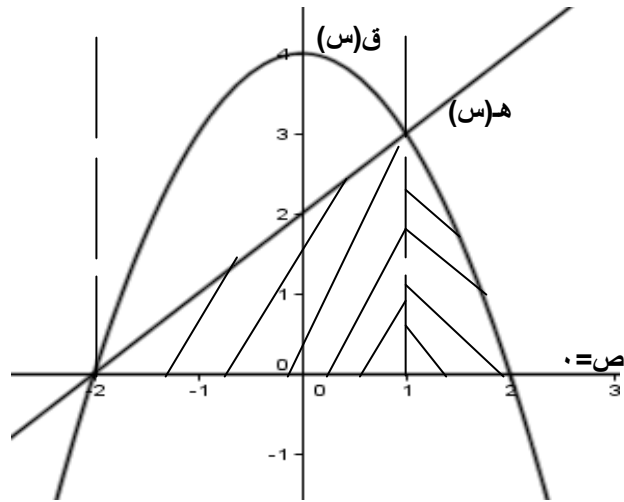
$$= \frac{٧}{٦} - \frac{١٠}{٣} = \frac{٢٧}{٦} - \frac{٢٠}{٦} = \frac{٧}{٦}$$

١٠) حل السؤال العاشر :
أولاً نساوي كل اقترانين معاً

$$\begin{aligned} ٠ &= ٢ - س + س^٢ \iff س + ٢ = س^٢ \\ ٠ &= (س - ١)(س + ٢) \iff \\ \iff س &= ١, ٢- \quad (\text{تسمى أعمدة}) \end{aligned}$$

٢) $٠ = ٢ - س + س^٢ \iff س = ٢, ٢-$ (أعمدة)

٣) $٠ = س + ٢ \iff س = ٢-$ (عمود)



إذاً : $م = \int_{-٢}^٢ (٢ - س + س^٢) - (س + ٢) دس$

$$= \int_{-٢}^٢ \left[٢س - \frac{س^٢}{٢} + \frac{س^٣}{٣} \right] دس$$

$$= \left(٢ - \frac{٨}{٣} + ٤ \right) - \left(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} + ٢ \right) =$$

$$= \frac{١٠}{٣} - \frac{١٧}{٦} = \frac{٢٠}{٦} - \frac{١٧}{٦} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$$

$$= \left(\frac{١}{٣} - ٤ \right) - \left(\frac{٨}{٣} - ٨ \right) =$$

إذاً : $م = م + م = \frac{١}{٢} + \frac{٥}{٣} = \frac{٣٧}{٦}$

١٢) حل السؤال الثاني عشر :

أولاً نساوي كل اقترانين معاً

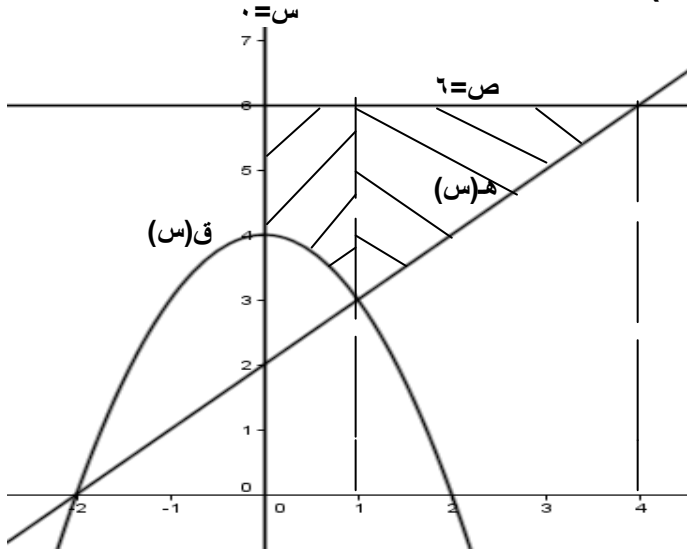
$$(١) \quad ٠ = ٢ - س + س^٢ \iff س + ٢ = س^٢ \iff س = ٢ - س^٢$$

$$\iff (س + ٢)(١ - س) = ٠$$

$$\iff س = ٢, ١ \quad (\text{تسمى أعمدة})$$

$$(٢) \quad ٠ = ٤ - س^٢ + ٦ = س^٢ - ٢ \iff س = \pm \sqrt{٢} \quad (\text{مستحيل})$$

$$(٣) \quad ٠ = س + ٢ + ٦ = س + ٨ \iff س = -٨ \quad (\text{عمود})$$



$$\text{إذاً : } م_١ = \int_0^2 (٤ - س^٢ - (س + ٢)) \, دس$$

$$= \int_0^2 (٢ - س^٢) \, دس = \left[٢س - \frac{س^٣}{٣} \right]_0^2 = \frac{٧}{٣}$$

$$م_٢ = \int_2^4 (س + ٢ - (٤ - س^٢)) \, دس$$

$$= \int_2^4 (س^٢ - ٢ + س) \, دس = \left[\frac{س^٣}{٣} - ٢س + \frac{س^٢}{٢} \right]_2^4 = \frac{٩}{٢}$$

$$\text{إذاً : } م = م_١ + م_٢ = \frac{٧}{٣} + \frac{٩}{٢} = \frac{٤١}{٦}$$

١١) حل السؤال الحادي عشر :

أولاً نساوي كل اقترانين معاً

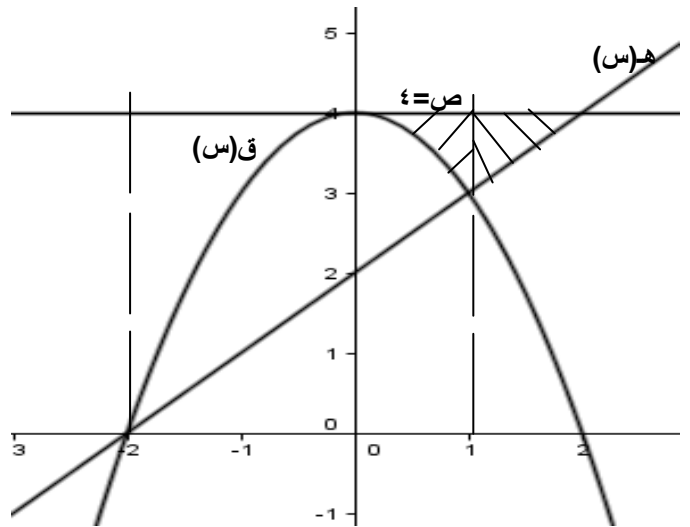
$$(١) \quad ٠ = ٢ - س + س^٢ \iff س + ٢ = س^٢ \iff س = ٢ - س^٢$$

$$\iff (س + ٢)(١ - س) = ٠$$

$$\iff س = ٢, ١ \quad (\text{تسمى أعمدة})$$

$$(٢) \quad ٠ = ٤ - س^٢ + ٤ = س^٢ - ٤ \iff س = \pm ٢ \quad (\text{عمود})$$

$$(٣) \quad ٠ = س + ٢ + ٤ = س + ٦ \iff س = -٦ \quad (\text{عمود})$$



$$\text{إذاً : } م_١ = \int_0^2 (٤ - س^٢ - (س + ٢)) \, دس$$

$$= \int_0^2 (٢ - س^٢) \, دس = \left[٢س - \frac{س^٣}{٣} \right]_0^2 = \frac{١}{٣}$$

$$م_٢ = \int_2^4 (س + ٢ - (٤ - س^٢)) \, دس$$

$$= \int_2^4 (س^٢ - ٢ + س) \, دس = \left[\frac{س^٣}{٣} - ٢س + \frac{س^٢}{٢} \right]_2^4 = \frac{١}{٢}$$

$$\text{إذاً : } م = م_١ + م_٢ = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} = \frac{٥}{٦}$$

حل السؤال الرابع عشر : (١٤)

أولاً نساوي كل اقترانين معاً

$$ق(س) = (س + ١) = \frac{٤}{٣} ، ص = \frac{س^٢}{٣} ، ص = ٢ ، س = ٠$$

$$(١) \frac{س^٢}{٣} = \frac{٤}{٣} = س + ١ \leftarrow ١٢ = ٢س^٢ + ٣س$$

$$\leftarrow ٠ = ٦ - س + ٢س$$

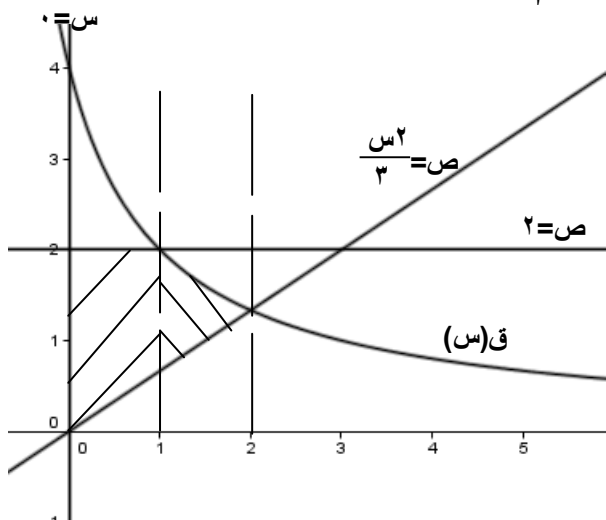
$$\leftarrow ٠ = (٣ + س)(٢ - س)$$

$$\leftarrow ٢ ، ٣ = س \text{ (تسمى أعمدة)}$$

$$(٢) \frac{٤}{٣} = ٢ = س + ٢ \leftarrow ٤ = ٢ + ٢س$$

$$\leftarrow ١ = س \text{ (عمود)}$$

$$(٣) \frac{س^٢}{٣} = ٢ = ٢س^٢ = ٦ = س \leftarrow ٣ = س \text{ (عمود)}$$



$$\text{إذا : } م_١ = \int_1^2 \left(\frac{س^٢}{٣} - (٢) \right) دس$$

$$= \int_1^2 \left(\frac{س^٢}{٣} - ٢ \right) دس = \frac{١}{٣} - ٢ = \frac{٥}{٣}$$

$$\text{إذا : } م_٢ = \int_1^3 \left(\frac{س^٢}{٣} - \left(\frac{٤}{١ + س} \right) \right) دس$$

$$= \int_1^3 \left(\frac{س^٢}{٣} - \frac{٤}{١ + س} \right) دس = ١ - ٢م_٢ - ٣م_٣ - ٤م_٤ = ١ - ٢م_٢$$

$$\text{إذا : } م = م_١ + م_٢$$

$$= \frac{٥}{٣} + ٢م_٢ - ٢م_٢ = ١ - ٢م_٢ = ١ - ٢ \left(\frac{٨١}{١٦} \right)$$

حل السؤال الثالث عشر : (١٣)

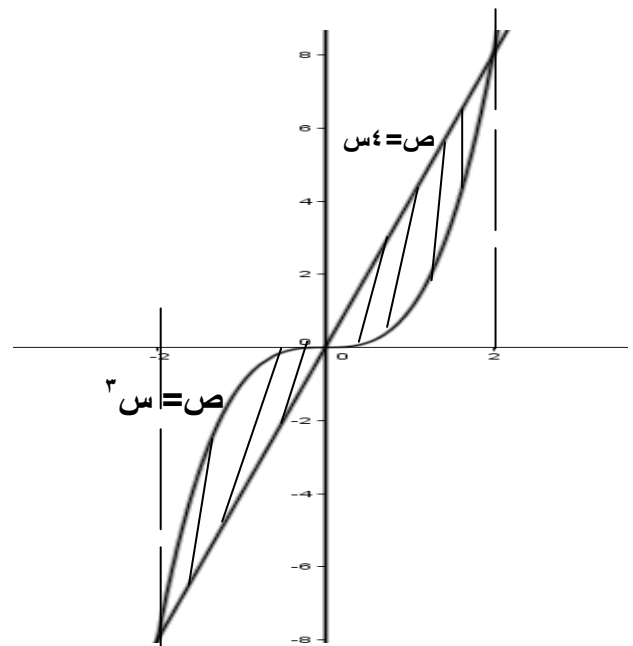
أولاً نساوي الاقترانين بعضهما البعض

$$ص - س^٣ = ٠ ، \frac{ص}{س} = ٤$$

$$(١) س^٣ = ٤س \leftarrow س^٢ - ٤ = ٠$$

$$\leftarrow ٠ = (س - ٢)(س + ٢)$$

$$\leftarrow ٢ ، -٢ = س \text{ (تسمى أعمدة)}$$



$$\text{إذا : } م_١ = \int_{-2}^2 (س^٣ - ٤س) دس$$

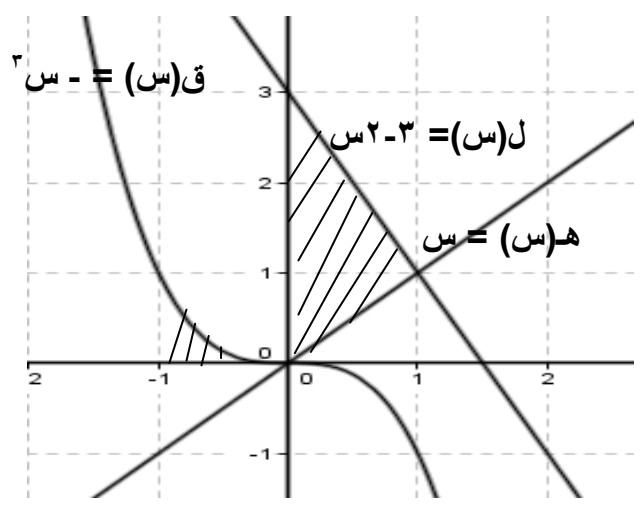
$$= \int_{-2}^2 \left(\frac{س^٤}{٤} - ٢س^٢ \right) دس =$$

$$\text{إذا : } م_٢ = \int_{-2}^2 (٤س - س^٣) دس$$

$$= \int_{-2}^2 \left(٤س - \frac{س^٤}{٤} \right) دس =$$

$$\text{إذا : } م = م_١ + م_٢ = ٤ + ٤ = ٨$$

١٥) حل السؤال الخامس عشر:



**** المنطقة الأولى مساحة مباشرة بحيث:**

$$م_١ = \int_0^1 (-س^٢) - (٠) دس$$

$$= \int_0^1 \left[\frac{س^٤}{٤} - ٠ \right] = \frac{١}{٤} - (٠) = \frac{١}{٤}$$

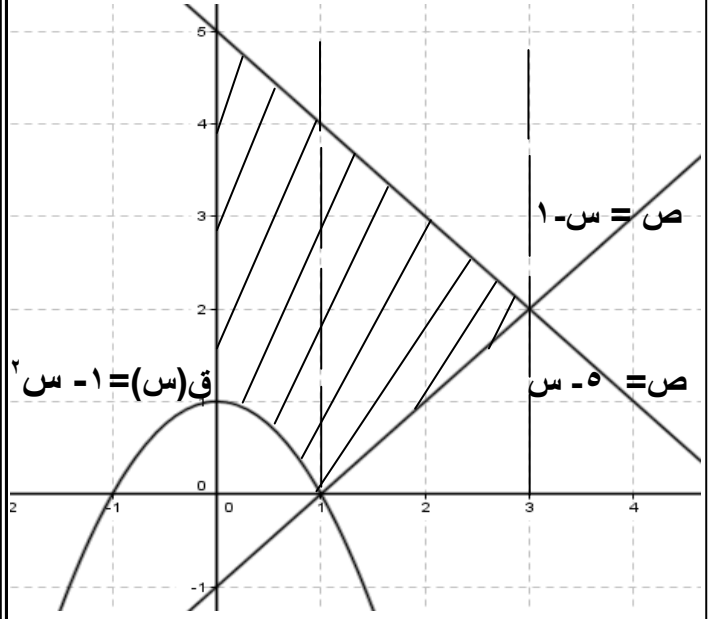
**** المنطقة الثانية مساحة مباشرة بحيث:**

$$م_٢ = \int_1^3 (س^٢ - ٣) - (س) دس$$

$$= \int_1^3 \left[\frac{س^٣}{٣} - ٣س - س \right] = \frac{٣}{٣} - ٣ - ٣ = \frac{٣}{٣} - ٦ = -٣$$

$$إذاً : م = م_١ + م_٢ = \frac{١}{٤} + (-٣) = -\frac{١١}{٤}$$

١٦) حل السؤال السادس عشر:



**** بعد إقامة الأعمدة عند نقاط التقاطع كما في الشكل أعلاه ، نلاحظ أنه تم تجزئة المنطقة إلى جزئين**

*** المنطقة الأولى:**

$$م_١ = \int_0^1 (-س^٢ - ١) - (س - ١) دس$$

$$= \int_0^1 (-س^٢ - ١ - س + ١) دس$$

$$= \int_0^1 (-س^٢ - س) دس = -\frac{س^٣}{٣} - \frac{س^٢}{٢} \Big|_0^1 = -\frac{١}{٣} - \frac{١}{٢} = -\frac{٥}{٦}$$

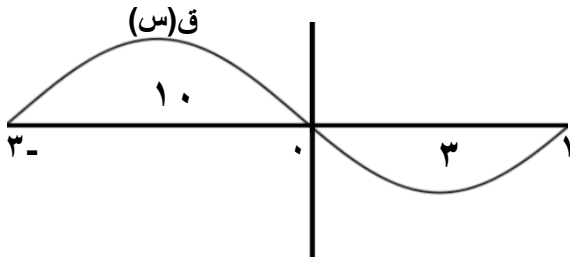
**** المنطقة الثانية:**

$$م_٢ = \int_1^3 (س - ١) - (٥ - س) دس$$

$$= \int_1^3 (س - ١ - ٥ + س) دس = \int_1^3 (٢س - ٦) دس = س^٢ - ٦س \Big|_1^3 = (٩ - ١٨) - (١ - ٦) = -٩ + ٥ = -٤$$

$$إذاً : م = م_١ + م_٢ = -\frac{٥}{٦} + (-٤) = -\frac{٢٩}{٦}$$

١٩) حل السؤال التاسع عشر :



$$10 = f(-1) = f(0) - f(0) = 10 - 0 = 10$$

$$-3 = f(1) = f(0) - f(0) = 0 - 3 = -3$$

لكن المطلوب هو : $f(1) = 10 - 3 = 7$ (تعويض)

نضع : $1 - x = v \Rightarrow 2 - x = dv$

إذاً : $dv = \frac{dx}{2}$ (مع تبديل الحدود من قيم x إلى v)

عندما $x = 2 \Rightarrow v = 0$ ، عندما $x = 1 \Rightarrow v = 1$

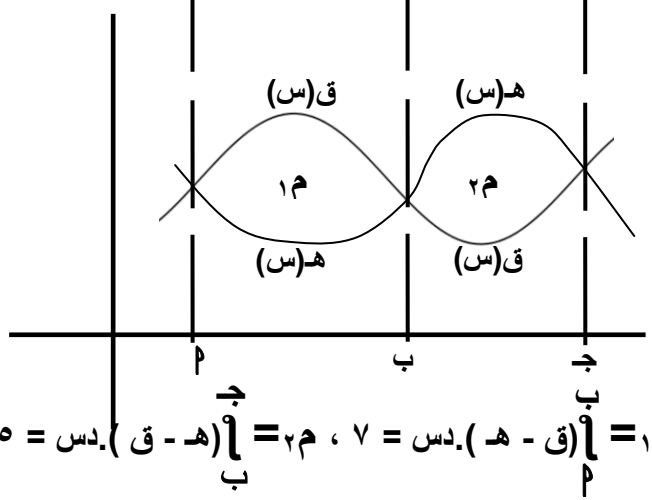
$$\int_{-3}^{-1} f(x) dx = \int_{1}^{0} f(2-v) \cdot \frac{dv}{2} = \frac{1}{2} \int_{1}^{0} f(2-v) dv$$

$$= -\frac{1}{2} \int_{0}^{1} f(2-v) dv$$

$$= -\frac{1}{2} (\int_{0}^{1} f(2-v) dv + \int_{1}^{0} f(2-v) dv)$$

$$= -\frac{1}{2} (7 + (-10)) = \frac{3}{2}$$

١٧) حل السؤال السابع عشر :



$$10 = f(b) = f(q) - f(q) = 10 - 0 = 10$$

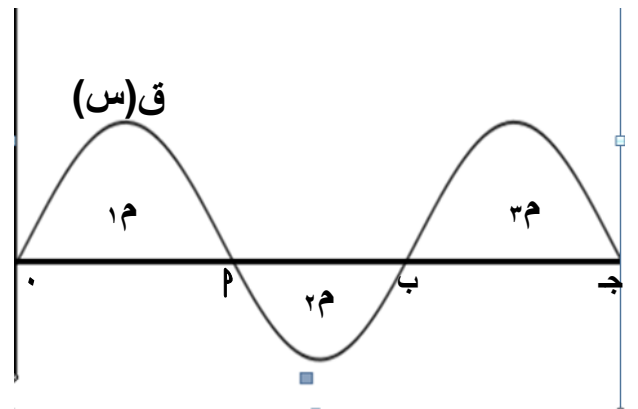
$$-3 = f(q) = f(q) - f(q) = 0 - 3 = -3$$

** ولكن $\int_p^q f(x) dx = 10 - 3 = 7$

$$\int_p^q f(x) dx = \int_p^b f(x) dx + \int_b^q f(x) dx = 10 - 3 = 7$$

$$7 = (10 - 3) = 7$$

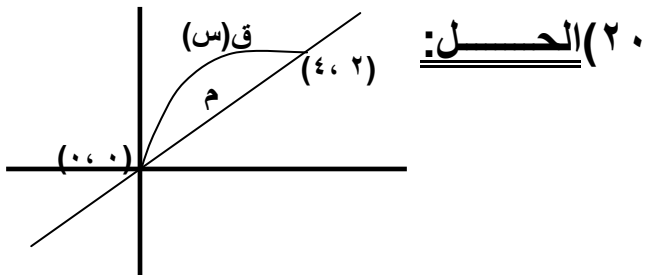
١٨) حل السؤال الثامن عشر :



$$\int_0^3 f(x) dx =$$

$$\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx =$$

$$= 10 - 3 + 7 = 14$$



نجد معادلة الخط المستقيم بحيث : $v = 0 \Rightarrow x = 0$

$$\text{ولكن } m = \frac{4 - 0}{2 - 0} = 2 \Rightarrow \therefore v = 2x$$

$$\therefore m = \int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx = 10 - 3 = 7$$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx = 7$$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx = 7$$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx = 7$$

$$\Rightarrow \int_0^2 f(x) dx = 10$$

