مخطط الوحدة الأولى النهايات

١) مفهوم النهاية :

نهـا ق (س)
س ← p

نهـا ق(س) ≠ نهـا ق(س)
س ← p+ ، س ← p

= تعني أن النهاية موجودة

≠ تعني أن النهاية غير موجودة

ق(س) ← تعني صورة العدد وتكون

- دائرة مغلقة ● : الدائرة المفتوحة تكون الصورة للعدد غير معرفة وعدم وجود دائرة فالله
- خط متصل —

إيجاد المجاهيل من الرسم في النهايات

نهـا ق(س) = الجواب المعطى
س ← p

المجهول ← p

- عدد:
  ١) نحدد العدد على محور الصادات ونرسم خط أفقي
  ٢) نأخذ سينات نقاط التقاطع مع المنحنى
- غير موجودة: نأخذ سينات القفزات

٢) نظريات النهايات :

الأصل في النهاية التعويض إلا عند وجود اسماء اقترانات ق(س) ، هـ(س) ، ل(س) --- الخ

يكون الحل بطريقة التوزيع للنهاية

سؤال النظريات يقسم إلى قسمين

معطيات ← مفتاح السؤال

إذا علمت معطيات
إذا كان معطيات
يتم تجهيز المعطيات
إذا لم تكن جاهزة

١) نهـا ج ق(س) = ب/ج
س ← p

٢) نهـا ق(س)/ج ≠ ب/١
س ← p

بالضرب التبادلي

٣) نهـا ق(س) ± ج = ب
س ← p

± ج ← ∓ ج

مطلوب ← مفتاح السؤال

فجد مطلوب
فإن مطلوب
يتم تجهيز المطلوب إذا لم يكن جاهز

١) الثابت خارج النهاية
نهـا ج ق(س) = ج نهـا ق(س)
س ← p ، س ← p

٢) النهاية تحت الجذر
نهـا √ق(س) = √(نهـا ق(س))
س ← p ، س ← p

٣) النهاية داخل القوس والقوة
نهـا ق^ج(س) = (نهـا ق(س))^ج
س ← p ، س ← p

متشعب النهايات :
الأعداد و الاقترانات
١) العدد مش على خط الأعداد نأخذ الاقتران المناسب ويكون هو (الصورة ، نهـا)

نرسم خط أعداد ونضع عليه
١) العدد على خط الأعداد
٢) صورة العدد عند المساواة =
٣) النهاية نجدها من > ⊕ ، < ⊖

٣) نهاية خارج قسمة اقترانين

الأصل في النهاية التعويض وجميع الاجابات مقبوله بعد التعويض

١) عدد موجب
٢) عدد سالب
٣) √جذر تحته عدد
٤) كسر

- عدد/عدد
- صفر/عدد = صفر
- عدد/صفر ← نهاية الصورة غير موجودة غير معرفه
- صفر/صفر ← لاتقبل

نكمل الحل

تحليل ← بإحد الخمس طرق

توحيد المقامات

أشكالها

- (م/ب ± ج/د) / اقتران
- اقتران / (م/ب ± ج/د)
- (١/اقتران)(م/ب ± ج/د)

الضرب بالمرافق

أشكالها

١) (√عدد − ٧) / (اقتران √ − ٧ عدد)
٢) اقتران / (√اقتران − ٧ عدد)
٣) (عدد − ٧√اقتران) / اقتران
٤) اقتران / (عدد − ٧√اقتران)

٤) الاتصال

أ) الاتصال بالرسم

قاعدة : لايكون الاقتران متصل عند

١) القفزات

٢) الفجوات

قاعدة : يكون الاقتران متصل عند الخطوط التي لا تحتوي على فجوات أو قفزات

ب) نقاط عدم الاتصال للاقتران

١) اقتران ليس له مقام

ق(س) = ٤س^{٢} + ٨

نقاط عدم الاتصال

∅ أو { }

٢) اقتران نسبي $\frac{\text{ا}}{\text{ب}}$

نقاط عدم الاتصال

اصفار المقام

ج) الاتصال عند نقطة لاقتران

مفتاح السؤال :

فابحث اتصال الاقتران عند س = أ

*خطوات الحل

١) نجد الصورة للعدد ق (أ)

٢) نجد النهاية للعدد من ⊕ ⊖

٣) المقارنة بين الصورة والنهاية

ناتج المقارنة

الصورة = النهاية
∴ ق(أ) متصل عند س = أ

الصورة ≠ النهاية
∴ ق(أ) غير متصل عند س = أ

د) نظريات الاتصال

الاتصال عند نقطة لاقترانين بينهما عملية حسابية

مفتاح السؤال :

فابحث اتصال اسم اقتران ← (ق ± هـ)(س)
م(س) = ← (ق + هـ)(س)
ل(س) = ← (ق × هـ)(س)
ع(س) = ← $\left(\frac{ق}{هـ}\right)$(س)
عند س = أ

*خطوات الحل

١) ندمج الاقترانين

٢) نجد الصورة للاقتران المدموج

٣) نجد النهاية للاقتران المدموج ⊕ ⊖

٤) المقارنة بين الصورة والنهاية

ناتج المقارنة

الصورة = النهاية
∴ الاقتران متصل
عند س = أ

الصورة ≠ النهاية
∴ الاقتران غير متصل
عند س = أ

مفاتيح أسئلة المجاهيل في الاتصال

١) الاقتران اسم اقتران متصلا عند س = أ فجد قيمة الثابت

الصورة = النهاية

٢) إذا كان كلاً من الاقترانين ق ، هـ متصلين وكان ق(أ) = عدد فجد هـ(أ)

ق(أ) = نهـا ق(س) = عدد
س ← أ

هـ(أ) = نهـا هـ(س) =
س ← أ

مكثف الرياضيات

مخطط الوحدة الثانية (التفاضل)

١) معدل التغير :

مفاتيح الأسئلة

- نجد معدل التغير في الاقتران
- نجد متوسط التغير في ق(س)
- نجد ميل القاطع
- نجد السرعة المتوسطة ← م/ع
- نجد التسارع المتوسط ← م/ع؟

القانون

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$$

أو

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

$$\frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(ن_2) - ف(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$$

مفاتيح أسئلة

- نجد مقدار التغير في / نجد قيمة التغير في ← الاقتران: ق(س)، Δص، ص ← القانون: $\Delta ص = ق(س_2) - ق(س_1)$ أو $\Delta ص = ص_2 - ص_1$
- نجد مقدار التغير في ← Δس، س ← $\Delta س = س_2 - س_1$

* أشكال السينات

- إذا تغيرت س من $س_1$ إلى $س_2$
- الفترة $[س_1 ، س_2]$
- $(س_1 ، ص_1)$ ، $(س_2 ، ص_2)$

٢) المشتقة الأولى

رموز المشتقة: $\frac{د ص}{د س}$ ، قَ(س) ، صَ ، $نها_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

مفتاح السؤال

- نجد قَ(س) باستخدام التعريف العام
- نجد المشتقة الأولى باستخدام التعريف العام

القانون

قَ(س) = $نها_{هـ \to 0} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

- الجزء الأول تستبدل مكان كل س في الاقتران (س + هـ)
- الجزء الثاني بنزل الاقتران كما هو

قَ(س) = $نها_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

- الجزء الأول نستبدل مكان كل س في الاقتران (ع)
- الجزء الثاني بنزل الاقتران كما هو

* خطوات الحل :

١) كتابة القانون
٢) التعويض بالقانون
٣) فك الأقواس (الاهتمام بتوزيع السالب)
٤) الإختصار
٥) إخراج العامل المشترك

* أشكال الاقترانات :

١) الاقتران الثابت
٢) الاقتران الخطي
٣) الاقتران التربيعي $(س + هـ)^2 = س^2 + 2س هـ + هـ^2$
٤) الاقتران التكعيبي $(س + هـ)^3 = س^3 + 3س^2 هـ + 3س هـ^2 + هـ^3$
٥) الاقتران النسبي $\frac{أ}{ب}$

مفتاح السؤال

إذا كان ص = ق(س) وكان

مقدار التغير Δص	معدل التغير $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$
نجد قَ(س)	نجد قَ(س)
القانون	القانون
قَ(س) = $نها_{هـ \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$	قَ(س) = $نها_{هـ \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

٣) قواعد الاشتقاق :

١) مشتقة الثابت = صفر
ق (س) = ٢ ← قـ (س) = صفر

٢) مشتقة س بدون قوة = معامل س
ق (س) = ٢ س ← قـ (س) = ٢

٣) مشتقة س لها قوة
ق (س) = ٢ س^{ن} ← قـ (س) = ٢ × ن س$^{ن-١}$ (+)
← قـ (س) = ٢ × -ن س$^{-ن-١}$ (-)
← قـ (س) = ٢ × $\frac{ن}{جـ}$ س$^{\frac{ن}{جـ}-جـ}$ (جذر)

٤) مشتقة مجموع اقترانين والفرق بين اقترانين
مشتقة كل حد لوحدة
ق (س) = ل (س) + هـ (س) ← قـ (س) = لَ (س) + هَ (س)
ق (س) = ل (س) − هـ (س) ← قـ (س) = لَ (س) − هَ (س)

٥) مشتقة حاصل ضرب اقترانين
ق (س) = ل (س) × هـ (س) ، ق (س) = (ل × هـ) (س)
قـ (س) = ل (س) × هَ (س) + هـ (س) × لَ (س)
(الاقتران الأول) (مشتقة الاقتران الثاني) + (الاقتران الثاني) (مشتقة الاقتران الأول)

٦) مشتقة الجذر
أ) مشتقة الجذر التربيعي √
$\frac{\text{مشتقة ما تحت الجذر}}{٢ \times \text{الجذر كما هو}}$
ق (س) = √هـ (س) ، هـ > ٠
قـ (س) = $\frac{\text{هَ (س)}}{٢ \times \sqrt{\text{هـ (س)}}}$

ب) مشتقة الجذر غير التربيعي √^{ن}
١) بزبط $\frac{\text{الداخل}}{\text{الخارج}}$
٢) نشتقة قوة كسرية
٣) نرجعة جذر

٧) مشتقة القسمة
أ) مشتقة $\frac{\text{اقتران}}{\text{عدد}}$ = $\frac{\text{مشتقة الاقتران}}{\text{العدد كما هو}}$ ، ق (س) = $\frac{\text{هـ (س)}}{\text{٢}}$ ← قـ (س) = $\frac{\text{هَ (س)}}{\text{٢}}$

ب) مشتقة $\frac{\text{عدد}}{\text{اقتران}}$ = $\frac{\text{سالب العدد} \times \text{مشتقة الاقتران}}{(\text{الاقتران})^{٢}}$ ، ق (س) = $\frac{\text{٢}}{\text{هـ (س)}}$ ← قـ (س) = $\frac{-٢ \times \text{هَ (س)}}{(\text{هـ (س)})^{٢}}$

ج) مشتقة $\frac{\text{اقتران}}{\text{اقتران}}$ = $\frac{(\text{اقتران المقام})(\text{مشتقة اقتران البسط}) - (\text{اقتران البسط})(\text{مشتقة اقتران المقام})}{(\text{اقتران المقام})^{٢}}$

ق (س) = $\frac{\text{ل (س)}}{\text{هـ (س)}}$ ← قـ (س) = $\frac{(\text{هـ (س)} \times \text{لَ (س)}) - (\text{ل (س)} \times \text{هَ (س)})}{(\text{هـ (س)})^{٢}}$

٨) مشتقة الاقترانات المثلثية
أ) جا زاوية = مشتقة الزاوية جتا نسخ الزاوية ، جاقـ (س) = قـ (س) جتاق (س)
ب) جتا زاوية = مشتقة الزاوية (- جا نسخ الزاوية ، جتاقـ (س) = - قـ (س) جاق (س)
ج) ظا زاوية = مشتقة الزاوية قا^{٢} نسخ الزاوية ، ظاقـ (س) = قـ (س) قا^{٢}ق (س)

٩) مشتقة المركب (قوس)$^{\text{قوة}}$ = القوة × (القوس كما هو)$^{\text{قوة}-١}$ × (مشتقة ما داخل القوس)
ق (س) = (هـ (س))^{ن} ← قـ (س) = ن × (هـ (س))$^{ن-١}$ × (هَ (س)
ق (س) = جا^{ن}هـ (س) ← (جا هـ (س))^{ن} ← قـ (س) = ن × (جا هـ (س))$^{ن-١}$ × (هَ (س) جتاهـ (س)
ق (س) = جتا^{ن}هـ (س) ← (جتا هـ (س))^{ن} ← قـ (س) = ن × (جتا هـ (س))$^{ن-١}$ × (-هَ (س) جا هـ (س))
ق (س) = ظا^{ن}هـ (س) ← (ظا هـ (س))^{ن} ← قـ (س) = ن × (ظا هـ (س))$^{ن-١}$ × (هَ (س) قا^{٢}هـ (س))

١٠) قاعدة السلسلة
ص = ق (ع) ، ع = هـ (س)
$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$
$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = قـ (ع) × هَ (س)
$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = (نرجع مكان الحرف الغريب قيمتة) × (هَ (س))

مخطط الوحدة الثالثة (تطبيقات التفاضل)

١) التفسير الهندسي :

أ) مفتاح السؤال

- نجد ميل المماس
- نجد ميل المنحنى

* خطوات الحل :

١) نشتق ق(س)
٢) نعوض قيمة س في قَ(س)

ب) مفتاح السؤال

جد معادلة المماس

ص - ص١ = م (س - س١)

- ص١ ← ١) نجد قيمة ص١ من تعويض قيمة س في ق(س)
- م ← ٢) نجد ميل المماس نشتق ق(س) ثم نعوض قيمة س في قَ(س)
- س١ ← ٣) معطى في السؤال

ملاحظة ← إذا كان المطلوب معادلة المماس

وذكر في السؤال	وذكر في السؤال
بأن المنحنى يقطع محور الصادات	بأن المنحنى يقطع محور السينات
تعني أن س = ٠	تعني أن ص = ٠

٢) التفسير الفيزيائي :

مفتاح السؤال

- جد السرعة
- جد التسارع

← بدون كلمة متوسطة ← قاعدة الحل ← فعت

- ف ← المسافة ← الرموز مع الجواب م
- ع ← السرعة ← م/ث
- ت ← التسارع ← م/ث٢

* خطوات الحل :

١) بفرط كلمة فعت
- ف(ن) =
- ع(ن) =
- ت(ن) =

٢) ننسخ الاقتران المعطى
٣) نشتق و بعد ت لايوجد إشتقاق
٤) بسكر على المطلوب نجد ☐
٥) نعوض الزمن (ن) في المطلوب

- أ) ن ← معطى تعوض مباشرة في المطلوب
- ب) ن ← غير معطى نجدها من المساعدة ونعوضها في المطلوب

* أشكال المساعدة

١) عندما يكون تسارعة ☐ م/ث٢
٢) عندما تكون سرعتة ☐ م/ث
٣) عندما تنعدم السرعة نساوي اقتران السرعة بالصفر ع(ن) = ٠
٤) عندما ينعدم التسارع نساوي اقتران التسارع بالصفر ت(ن) = ٠

٣) تطبيقات الاشتقاق :

مفتاح السؤال

فجد فترات التزايد والتناقص

من جهة الأعداد مغلقة [ ]

من جهة صـ ، صـ مفتوحة ( )

مفتاح السؤال

فجد القيم القصوى المحلية

الحرجة	صغرى	عظمى
قيم س	عند المنخفضات	عند المرتفعات

* خطوات الحل :

١) نشتق ق(س) ونساويها بالصفر لنجد قيم (س) ← (الحرجة)

٢) نرسم خط أعداد ونضع عليه القيم الحرجة ويسمى فَ(س)

٣) نضع إشارات التزايد (+) والتناقص (−) على خط الأعداد ابتداء بإشارة معامل أكبر قوة لـ س ثم نعكس وللتأكد نعوض عدد أكبر من قيمة س الحرجة وعدد أقل من قيمة س الحرجة في المشتقة

٤) نرسم الخط ← الصاعد + + +
الهابط − − − −

٥) نجد المطلوب

قاعدة : إذا كانت مشتقة الاقتران ← لجميع قيم س

أ) فَ(س) > صفر + + + + + +

ب) فَ(س) < صفر − − − − − −

ج) فَ(س) = صفر ثابت

↓ يجاد خواص التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية

الحرجة ، عظمى ، صغرى من الرسم

شرط ← أن نجد نوع الرسمة

أ) رسمة ق(س)

١) الحرجة قيم س عند ← المرتفعات / المنخفضات

٢) التزايد الخط الصاعد + + + +

التناقص الخط الهابط − − − −

٣) القيم القصوى المحلية

أ) عظمى عند ← المرتفعات ونجد ق(س)

ب) صغرى عند ← المنخفضات ونجد ق(س)

ب) رسمة فَ(س)

١) نحول الرسمة لخط أعداد ونضع عليه نقاط تقاطع المنحنى مع السينات

٢) الحرجة س نقاط التقاطع

٣) التزايد ← فوق خط السينات +

التناقص ← تحت خط السينات −

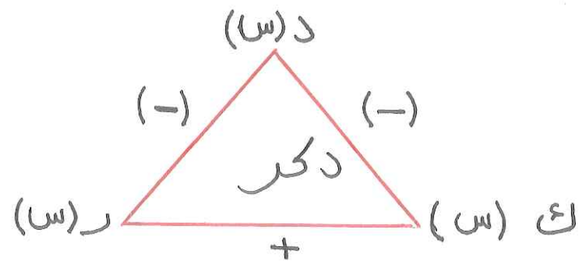
٤) القيم القصوى المحلية

أ) عظمى
ب) صغرى ← بعد التحويل

٤) تطبيقات اقتصادية

مفتاح السؤال

- الربح الكلي ← ر(س)
- التكلفة الكلية ← ك(س)
- الايراد الكلي ← د(س)



القوانين

ر(س) = د(س) − (ك(س))

ك(س) = د(س) − (ر(س))

د(س) = ← معطى ← جاهز في السؤال
← غير معطى ← د(س) = ك(س) + ر(س)
← معطى سعر ← د = س × ع

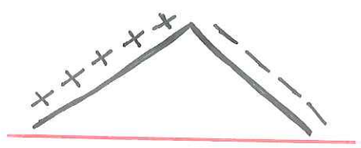
مفتاح سؤال

← كلمة حدي ← تعني إشتق فقط

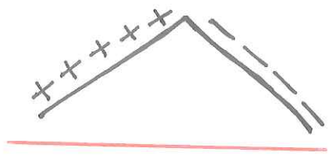
- الربح الحدي ← ر(س)
- التكلفه الحدية ← كَ(س)
- الإيراد الحدي ← دَ(س)

مفاتيح سؤال

الربح أكبر ما يمكن
- نشتق ر(س)
- نساوي بالصفر لنجد س
- نرسم خط أعداد ونضع قيمة س



الايراد أكبر ما يمكن
- نشتق د(س)
- نساوي بالصفر لنجد س
- نرسم خط أعداد ونضع قيمة س



التكلفة أقل ما يمكن
- نشتق ك(س)
- نساوي بالصفر لنجد س
- نرسم خط أعداد ونضع قيمة س