

كورس الندي في الرياضيات

الوحدة الرابعة

٤



التكامل

الحج كامل

ملاحظة: هذا الكورس يحتوي على كل اشئ بالدنيا

فهرس الدوسية ولا تنسى تقييم حالك

الموضوع رقم	العنوان	الصفحات	قيم نفسك بنفسك
١	التكامل الغير محدود	ص ٢ - ص ١٧	{ ضعيف ، جيد ، جيد جدا ، ممتاز }
٢	التكامل محدود	ص ١٨ - ص ٣٢	{ ضعيف ، جيد ، جيد جدا ، ممتاز }
٣	خصائص التكامل المحدود	ص ٣٣ - ص ٤٠	{ ضعيف ، جيد ، جيد جدا ، ممتاز }
٤	التكامل بالتعويض	ص ٤١ - ص ٥٢	{ ضعيف ، جيد ، جيد جدا ، ممتاز }
٥	تطبيقات هندسية	ص ٥٣ - ص ٥٤	{ ضعيف ، جيد ، جيد جدا ، ممتاز }
٦	تطبيقات فيزيائية	ص ٥٥ - ص ٥٨	{ ضعيف ، جيد ، جيد جدا ، ممتاز }
٧	المساحات	ص ٥٩ - ص ٦٧	{ ضعيف ، جيد ، جيد جدا ، ممتاز }

الأستاذ شادي النابلسي



لماذا كورس الندي :

شرح شامل للمادة اكثر من ٦٠٠ سؤال واكثر من ٢٠٠

سؤال ضح دائرة جميع افكار الوحدة والعديد من الافكار

اخراجية وجميع الاسئلة الوزاريه

مركز النابلسي - الهاشمي الشمالي

مركز زهرة الثقافي - الجاردنز

المركز العربي الثقافي - الزرقاء

مركز النابلسي والسيلاوي - شفا بدران

مركز زاوية الازكيا - طبربور

مركز درب الكمال - الدوار الثالث

٠٧٨٩٩٩٦٤٦٧

الندي في الرياضيات

الرياضيات لغة الازكيا



الدرس الأول: التكامل الفيزي محدود

أولاً: العلاقة بين التكامل والمشتقة

شو هو التكامل؟ التكامل هو عملية عكس الاشتقاق

خط هاي الملاحظة حلق بدانك (((التكامل والمشتقة بموتو مع بعض))) بلغو بعض بشلو بعض بحرقو بعض

الحماة والكنة

اشكال الاشتقاق: ق أو ق (٥) أو ق (٢) او $\frac{دص}{دس}$

أشكال التكامل: الو شكيلين

الشكل الأول [ق (س) . دس]

الشكل الثاني [ق (س) دس]

النوع الثاني:
خليلي إياه شوي

شو معناه الشكل اللي فوق؟ معناه اعمل للاقتران بدلالة

أستاذ؟ شو اعمل اذا اعطاني تكامل وطلب مني اشتقاق

$$\left[\text{إذا كان ص} = (٤س - ٣س) دس، فجد \frac{دص}{دس} \text{ عندما } س = ٢ \right]$$

خطوات الحل:

دايما في هذا السؤال في طرفين

وزع فتحة للطرفين

التكامل مع المشتقة بموتو سوا

زبط الشكل اذا بدو تزيبط

اذا السؤال بتهدل (يعني بدو تعويض) مثني معو

$$\left[\text{إذا كان ص} = \frac{١-٤س}{١+٢س} دس، فجد \frac{دص}{دس} \text{ عندما } س = ١ - \right]$$

أسئلة للكبار فقط على موضوع علاقة المشتقة بالتكامل ::::

السؤال ٢



السؤال ١ :



السؤال ٤



السؤال ٣



السؤال ٥



قواعد التكامل

خلينا نبليش بالصح و صحصح معي ::: قواعد التكامل :::

هنالك ٣ طرق لاجراء التكامل

- ١- التكامل مباشرة (باستخدام قواعد التكامل)
- ٢- تجهيز (بندور على المحرمات بنزبط بشكلها بعدين بنرجع على قواعد التكامل)
- ٣- تكامل بالتعويض (طريقة نستخدمها عند وجود ضرب بين اقترانين وما بقدر اضر بهم)

بدنا نستخدم خطة مهمة للتكامل هاي الخطة بتتكون من ٦ قواعد تكامل ٤ تجهيزات ٢ تجهيزات عليا

يعني زي خطة برشلونة على البلايستيشن (٦ ٤ ٢)

(تكامل العدد الثابت
نضربه بـ س + ج)

القواعد
قاعدة (١) } العدد الثابت . دس = هنا بنعطي الثابت (س) + ج -

تعال احكيك شغلة انسى اسمك عادي بس لا تنسى + ج

امثلة :

$$٧ . دس = ٧ س + ج$$

$$٣ - . دس = ٣ س - + ج$$

$$دس = س + ج$$

$$أ . دس = أس + ج ، حيث أ ثابت$$

$$ب . دس = بس + ج ، حيث ب ثابت$$

$$٢ك٣ . دس = ٢ك٣ س + ج ، حيث ك ثابت$$

$$\frac{١}{٢} . دس = \frac{١}{٢} س + ج$$

$$٤ . دس =$$

$$٥ . دس =$$

$$٦ - . دس =$$

$$\text{صفر} . دس =$$

$$\pi . دس =$$

$$٧ . دس =$$

$$٣ . دس =$$

$$\frac{٣}{٥} . دس =$$

$$\frac{٧}{٣} . دس =$$

$$\frac{١٠}{٥} . دس =$$

أمثلة
محلولة

$$\frac{س}{١+ن} + ج \quad \text{حيث } ن \neq -١$$

إذا كان موجب

إذا كان سالب

إذا كان كسر

القاعدة (٢) + (٣)

س. ن. دس

إذا + بتزيد 1

إذا - بتنزل 1

إذا كسر على قاعدة المصري

قاعدة المصري بتقول

أين أنت؟



س. ٥. دس =

س ٣. دس =

س. ٩. دس =

س. دس =

س. ٢. دس =

س ٢. دس =

س. ٦. دس =

س ٦. دس =

س. ٦. دس =

س ٦. دس =

س ٥/٤. دس =

س ٥/٦. دس =

س ٢/٣. دس =

س ٦. دس =



مثال: $\left[\frac{1}{\text{جتا}^2 \text{س}} = \text{س} \right]$ تجهيز $\text{قاس}^2 \text{س} = \text{ظاس} + \text{ج}$

مثال: $\left[\frac{4}{\text{جتا}^2 \text{س}} = \text{س} \right]$ تجهيز $4 \text{قاس}^2 \text{س} = 4 \text{ظاس} + \text{ج}$

مثال: $\left[\frac{1}{\text{جتا}^2 \text{س}} = \text{س} \right]$ تجهيز $\text{قاس}^2 \text{س} = \text{ظاس} + \text{ج}$

مثال: $\left[3 \text{ظاس} \text{جتاس} \text{س} = \text{س} \right]$ تجهيز $3 \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} = 3 - \text{جتاس} + \text{س}$

مثال: $\left[\frac{\text{قاس}}{\text{جتاس}} = \text{س} \right]$ تجهيز $\text{قاس}^2 \text{س} = \text{ظاس} + \text{ج}$

ملاحظة: امثله تحتاج تجهيز قبل أن تكامل

معلومة: $\frac{1}{\text{جتا}^2 \text{س}} = \text{قاس}^2 \text{س}$



معلومة: عندما ترى

$\text{قاس}^{-2} \text{س}$ بالمقام ترفع لتصبح موجبة

معلومة: $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} = \text{ظاس}$

معلومة: $\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} = \text{ظاس}$



معلومة: عندما ترى

جتاس وحده بالمقام فتصبح قاس

$\frac{1}{\text{جتاس}} = \text{قاس}$

القاعدة الرابعة (الاقترانات المثلثية)

$\left[\text{جاس} \text{س} = - \text{جتاس} + \text{ج} \right]$

$\left[\text{جتاس} \text{س} = \text{جاس} + \text{ج} \right]$

$\left[\text{قاس} \text{س} = \text{ظاس} + \text{ج} \right]$

القاعدة الخامسة ::::

$\left[\text{جا}(\text{أس} + \text{ب}) \text{س} = \frac{- \text{جتا}(\text{أس} + \text{ب})}{\text{أ}} + \text{ج} \right]$

$\left[\text{جتا}(\text{أس} + \text{ب}) \text{س} = \frac{\text{جا}(\text{أس} + \text{ب})}{\text{أ}} + \text{ج} \right]$

$\left[\text{قا}(\text{أس} + \text{ب}) \text{س} = \frac{\text{ظا}(\text{أس} + \text{ب})}{\text{أ}} + \text{ج} \right]$

مثال ١ :

مثال ٢ :

مثال ٣ :



القاعدة السادسة ::::



$$\left[\text{ج} + \frac{\text{أس}^{\text{ن}+1}}{\text{أ}(\text{ن}+1)} = \text{أس}^{\text{ن}} \right]$$

مثال :

مثال

مثال :

ملاحظة ١ : عند وجود عدد ثابت مضروب باقتران (سينات) العدد ينزل زي الاهبل ونعمل تكامل 

ملاحظة : التكامل يوزع بس على الجمع والطرح ولا يوزع على الضرب والقسمة يعني اذا في بالمسئلة + او - بين المقادير هنا نقوم بعمل تكامل لكل مسئلة لحالها كل مقدار حسب قاعدته 

$$\left[\text{مثال:} = \text{س} \frac{\text{س}^2 + \text{س}^6 + 8}{\text{س} + 2} \right]$$

$$\left[\text{مثال:} = \text{س} \frac{\text{س}^2 + \text{س}^4 + 3}{\text{س}^2 + 2} \right]$$



امتحان قصير

.....: لا نؤخذ عشيرة أسئلة.....:

الصيغة الوزارية جد التكاملات التالية:

$$\int 4 \, dx$$

$$\int 8 \, dx$$

$$\int 9 \, dx$$

$$\int 3x^2 + 4x \, dx$$

$$\int 5x^2 + 5x + 5 \, dx$$

$$\int b \, dx \text{ حيث } b \text{ عدد ثابت}$$

$$\int 2x \, dx$$

$$\int 6x \, dx$$

$$\int 3x^2 \, dx$$

$$\int -9x \, dx$$

$$\int (3x + 5) \, dx$$

$$\int (5 - 3x) \, dx$$

$$\int (1 - x) \, dx$$

$$\int (6 + 8x) \, dx$$

$$\int (7 - 4x) \, dx$$

$$(1) \int 5x \, dx \quad (2) \int -2x \, dx$$

$$\int (5 + 6x) \, dx$$



محرمات التكامل

حالات لا يجوز التكامل فيها

كان هذا فممتعاً
فلنعدده مرة أخرى



عند وجود السين تحت الجذر

عند وجود ضرب بين السينات

عند وجود قسمة ولها حالتين

إذا كان في المقام سين وحدة (وزع شكولاته وطعمينا)

إذا فوق شلة سينات وتحت شلة سينات (بنعمل حفلة) حل بعدين اختصر بعدين كامل

مثال: $\int \sqrt{s} \, ds =$ لاحظ انو في جذر وهو من المحرمات بدو تجهيز

$$\sqrt{s} = s^{\frac{1}{2}}$$

$$s^{\frac{1}{2}} = \sqrt{s}$$

الحل

$$\int \sqrt{s} \, ds = \int s^{\frac{1}{2}} \, ds = \frac{2}{3} s^{\frac{3}{2}} + C$$

المحرم الثاني: عند وجود ضرب بين السينات (بنخليه حلال) نووووووزع الضرب ((تذكر بالضرب وزع شكولاته وطعمينا))

الأول بالاول
الأول بالثاني

$$\int s(s-1) \, ds$$

المحرم الثالث: فوق في سينات وتحت سنسونة لحالها مسكينة

$$\int \frac{s^2 - 5s}{s} \, ds$$

المحرم الرابع: طوشة سينات داقة بسينات

$$\int \frac{s^2 + 2s - 15}{s - 3} \, ds \quad (3) \quad \int \frac{s^2 + 3s - 64}{s + 4} \, ds \quad (4) \quad s \neq -4, s \neq 3$$

تجهيز خاص نستخدمه فقط اذا كان عندي معادلة ليست خطية داخل قوس تربيع : في الها (تجهيزين) خذ

الحل (افرض بعدين وزع بعدين كامل)

$$(3s^2 + 4)^2 \text{ دس}$$

السهل



التجهيزات العليا:.....مهم جدا جدا جدا:.....

ظاس ما الها تكامل صح (الها تجهيز) تجهيزها جاس
جتاس

ظاس + جتاس دس

$$\frac{1}{\text{جتاس}} = \text{قاس}$$

باختصار * عند وجود قاس في المقام بنشدها للبسط بتصير جتاس
* عند وجود جتا في المقام بنشدها لفرق بتصير قاس

• عند وجود قاس في البسط بنزلها لتحت بتصير جتاس

جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(1) \int \frac{1}{\text{جتاس}} \text{ دس} \quad (2) \int \frac{1}{\text{جتاس}^2} \text{ دس} \quad (3) \int \frac{1}{\text{جتاس}^3} \text{ دس} \quad (4) \int \frac{1}{\text{جتاس}^4} \text{ دس}$$

جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(1) \int \text{دس} \quad (2) \int \text{دس}^3 \text{ دس} \quad (3) \int \text{دس}^5 \text{ دس} \quad (4) \int \sqrt{\text{دس}} \text{ دس} \quad (5) \int \sqrt[3]{\text{دس}} \text{ دس}$$

جد قيمة التكامل الآتي:

$$\int (3s^3 - 5s^2 + 9) \text{ دس}$$



ورقة عمل

جد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$(1) \int (3s^2 - \frac{6}{s}) ds \quad (2) \int (4s - 3 \text{ جاس}) ds$$

جد كلاً مما يأتي:

$$(1) \int s(2s - 1) ds \quad (2) \int \frac{s^2 - 5s}{s} ds$$

جد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(1) \int (2s^2 + 3) ds \quad (2) \int \frac{s^2 - 5s}{s^2} ds, s < 0$$

$$(3) \int \frac{s^2 + 2s - 15}{s - 3} ds, s \neq 3 \quad (4) \int \frac{s^2 + 64}{s + 4} ds, s \neq -4$$

جد كلاً مما يأتي:

$$(أ) \int \frac{1}{s} ds \quad (ب) \int \frac{ks}{s^2} ds$$

$$(ج) \int (2s - 2) ds \quad (د) \int 3s^2 ds$$

$$(هـ) \int \frac{2}{s-5} ds$$

جد كلاً مما يأتي:

$$(أ) \int (10s^2 - \sqrt{s} + 3 \text{ قاس}) ds$$

$$(ب) \int (2 - s)(s + 4) ds$$

$$(ج) \int 3 \text{ ظاس جتاس} ds$$

$$(د) \int \frac{s^2 + 6s + 8}{s + 2} ds, s \neq -2$$

لا تسهر في الليل!



$$\left[\text{جاس} \frac{دس}{3} - = \frac{\text{جاس}}{3} + \text{ج} \right] \text{✋}$$

$$\left[(1-3) دس^0 = \right] \text{✋}$$

$$\left[\text{جاهس} \frac{دس}{3} - = \text{ج} + \frac{\text{جاهس}}{5 \times 3} - = \frac{\text{جاهس}}{15} + \text{ج} \right] \text{✋}$$

$$\left[(2-7) دس^1 = \right] \text{✋}$$

$$\left[\text{جاس} \frac{دس}{1} = \text{جاس} (ب + أ) + \text{ج} \right] \text{✋}$$

$$\left[(3+2) دس^2 = \right] \text{✋}$$

$$\left[(5+7) دس^4 = \right] \text{✋}$$

$$\left[(جاس + جاس - 3س^2) دس = \right] \text{✋}$$

لا تجزء ان تهت

فكل مكايات

السندباد الجميلة

حصلت لانه تاه

$$= \frac{\text{جاهس}}{5} + \frac{\text{جاس}^2}{2} - \frac{3س^3}{3} + \text{ج}$$

$$= \frac{\text{جاهس}}{5} - \frac{\text{جاس}^2}{2} - س^3 + \text{ج}$$

$$\left[3جاس. دس = \frac{3جاس}{2} + \text{ج} \right] \text{✋}$$

$$\left[(جاس - 5س^6 + 2) . دس = \right] \text{✋}$$

$$= \frac{\text{جاس}}{1} - \frac{5س^7}{7} + 2س + \text{ج}$$

الفكرة الأخيرة في الدرس الأول : جد قاعدة الاقتران

صيغ السؤال :: جد قاعدة الاقتران بس هيك

جد ق (1) علما ان ق (3) = 6

جد قاعدة الاقتران المار بالنقطتين (3، 7)

خطوات الحل : كامل زخرف

عوض ساوي

رجع ج للزخرف

يعطيك العافية اذا متزانخ معاش مشي معو خذوع قد عقلو عوض



إذا كان ق اقتراننا قابلا للاشتقاق وكانت ق (س) = $6س - 2$ فجد قاعدة الاقتران ق علما ان منحني الاقتران يمر بالنقطة (3, -1)

إذا كان ميل المماس لمنحني الاقتران ق عند النقطة (س، ص) يساوي ($3س + 2$) ($4س$) فجد قاعدة الاقتران ق علما بأن منحني الاقتران يمر بالنقطة (5, 1)

إذا كان ق اقتراننا قابلا للاشتقاق وكان ق (س) = $3س^2 - 6س + 4$ وكان ق (2) = 5 فجد (1)

إذا كان ق (س) = $3س^3 + 2س + 10$ فجد قاعدة الاقتران ق علما بأن النقطة (2, 1) تقع على منحني الاقتران

إذا كان ل اقتراننا قابلا للاشتقاق وكان ل (س) = $6س^2 - 2س + 1$ فجد قيمة ل (2) - ل (1)



إذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق، وكان ق(س) = $6s - 8s^2 + 5$ ، وكان ق(1) = 2،
فجد قاعدة الاقتران ق.

جد قاعدة الاقتران ق الذي تعطى مشتقته بالقاعدة ق(س) = $3s^2 - 6s + 5$ ،
علمًا بأن ق(0) = 7



امتحان قصير

ثابت فإن $|$ ل s يساوي:



$|$ s^2 s ، $s < 0$ ، يساوي:

$|$ (جتاس - ٢) s يساوي:

$|$ (١-جتاس) s هو:

$|$ -جتاس s يساوي:

$|$ s^3 s يساوي:

$|$ s^4 s يساوي:

$|$ $\frac{s^3}{s-2}$ s يساوي:

$|$ $\frac{1-s}{s}$ s ، يساوي:

$|$ $\sqrt{s-1}$ s ، يساوي:

كوبل



إذا علمت أن s^2 ثابت فإن $|$ ل s^2 يساوي:



امتحان ضع دائرة

إذا كان $v = (3s^2 + 5s) \cdot s$ ، فإن $\frac{v}{s}$ عند $s = 1$ تساوي :

أ- ٨ ب- ١ ج- ٣ د- ٥

إذا كان $v = (3جاس - ٥) \cdot س$ ، فإن $\frac{v}{س}$ عند تساوي :

أ- ٣جئاس ب- ٣جاس ج- ٣جاس - ٥ د- ٣جئاس

إذا كان $v (س) = (٢س^٣ - ٥) \cdot س$ ، فإن $v(١)$ عند تساوي :

أ- ١ ب- ٣ ج- ١ د- ٣

إذا كان $v (س) = ٤س^٢ + ٥س - ١$ ، فإن $v(٢)$ عند تساوي :

أ- ٢٥ ب- ٤ ج- ١٢ د- ٢١

قيمة $(٢س - ٥) \cdot س^٣ =$

أ- $\frac{(٥ - ٢س)^٤}{٢٠} + ج$ ب- $\frac{(٥ - ٢س)^٤}{٨} + ج$

ج- $\frac{(٥ - ٢س)^٤}{٤} + ج$ د- $\frac{(٥ - ٢س)^٤}{٢} + ج$

قيمة $(س^٢ + جئاس) \cdot س =$

أ- $\frac{س^٣}{٣} + جاس + ج$ ب- $\frac{س^٣}{٣} - جاس + ج$

ج- $\frac{س^٣}{٣} + جئاس + ج$ د- $\frac{س^٣}{٣} - جئاس + ج$

روعة!



قيمة $(1 - جاس) س =$

أ- س - جتاس + ج

ب- س + جتاس

ج- جتاس + ج

د- س + جتاس + ج

قيمة $(\frac{3}{جتاس^2}) س =$

أ- 3 جاس + ج

ب- 3 ظاس + ج

ج- 3 جتاس + ج

د- 3 قاس + ج

قيمة $(2ك) س ، حيث ك ثابت :$

أ- ك + 2ج

ب- 2كس + ج

ج- 2ك + ج

د- ك + ج

إذا كان ميل المماس يعطى بالعلاقة $ق(س) = 3س^2 + 5$ ، وكان الاقتران يمر بالنقطة $(9, 0)$ فإن $ق(1) =$

أ- 5

ب- 15

ج- 51

د- 15

إذا كان $ق(س) = (2س^2 - 3) دس$ ، فإن $ق'(2)$ تساوي :

أ- $\frac{2}{3}$

ب- 5

ج- 5

د- 8

جهز دفترك لانوع نحل جميع الأسئلة الوزارية

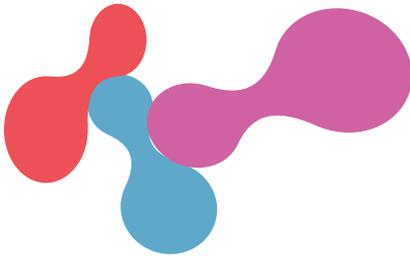


الدرس الثاني: التكامل المحدود

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

نفس قواعد التكامل اللي اخذناها قبل

بس خطوة زيادة بدنا نعوض



مثال

$$\int_1^2 (3x^2 - 2) dx$$

$$\int_1^2 \frac{3x^2 - 2}{x} dx =$$

$$= (\text{التعويض العلوي}) - (\text{التعويض السفلي}) =$$

$$7 = 1 - 8 = (3 \cdot 1) - (3 \cdot 2) =$$

مثال

$$\int_0^1 (5 + 12x - 3x^2) dx$$



مثال

$$\int_0^2 (5 + 12x - 3x^2) dx =$$

$$\int_0^2 \frac{5 + 12x - 3x^2}{x} dx =$$

$$21 = 4 - 20 = (2 \cdot 2) - (2 \cdot 0) =$$

$$\left[\begin{array}{c} 2 \\ (3س^2 - 4) \cdot دس \\ 1 \end{array} \right]$$

مثال

$$\left[\begin{array}{c} 3 \\ (2س + 5) \cdot دس \\ 1 \end{array} \right]$$

مثال

$$\left[\begin{array}{c} 6 \\ 2 \cdot دس \\ 1 \end{array} \right]$$

مثال

$$\left[\begin{array}{c} 2 \\ (3س^2 + 2س + 2) \cdot دس \\ 1 \end{array} \right]$$

مثال

$$\left[\begin{array}{c} 2 \\ (3س^2 + 8س^3 - 5س^4 + 7) \cdot دس \\ 1 \end{array} \right]$$

مثال

$$\left[\begin{array}{c} 1 \\ (3س + 6) \cdot دس \\ 2 \end{array} \right]$$

مثال



المحرمات مع التكامل المحدود (اخذناها قبل صح) (الجذور، الضرب، القسمة)

$$\int \frac{s^2 (s^3 + 2)}{s} ds$$



$$\int \frac{1}{s^2} ds$$



$$\int \frac{s^2 (s^3 + 2)(s + 4)}{s} ds$$



$$\int \frac{1}{s^2 + 2} ds$$



$$\int \frac{s^2 + 6s - 7}{s - 1} ds$$



$$\int \frac{1}{s^4} ds$$



$$أ) \frac{2}{(1+s)^2} \cdot دس$$



$$أ) \frac{3}{2-s} \cdot دس$$

الحل:

$$أ) \frac{31}{1+s} \cdot دس$$



$$أ) \frac{6}{1+s} \cdot دس$$

الحل:

$$أ) \frac{1}{1+2s^3} \cdot دس$$



$$أ) 4(1+s)^{\frac{4}{3}} \cdot دس$$

الحل:



أبو الشلن

إذا كان ص = $(4s^3 - 3s^2 + 3)$ دس ، فجد قيمة $\frac{ص}{دس}$



$(6 + \frac{1}{2s} + s^2)$ دس



$(4s + 1)$ دس

من عيوني



$(4s - 1)$ دس



$(2s - 1)$ دس

$(5s^2)$ دس



تذكروا تنسى مشتقة مع تكامل شو بصير ::::: ☺ الحماية والكنة



إذا كان $\int_2^5 \frac{1}{x} dx$ (س) . دس = ١٣ ، وكان
 $\int_3^5 \frac{1}{x} dx$ (٢) = ٣ ، جد $\int_2^5 \frac{1}{x} dx$ (٥) ؟

إذا كان $\int_1^3 \frac{1}{x} dx$ (س) . دس = ٢٠ ، وكان
 $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ (١) = ٢ ، جد $\int_1^3 \frac{1}{x} dx$ (٣) ؟

إذا كان $\int_2^4 \frac{1}{x} dx$ (س) . دس = ٢٥ ، وكانت
 $\int_2^3 \frac{1}{x} dx$ (٢) = ٣ ، جد قيمة الثابت أ ؟

إذا كان $\int b^x (س) . دس = ١٨ ، وكانت$

$\int (٧) = ٦ ، وكانت \int (١) = ٢ ، جد قيمة الثابت ب؟$

الأسئلة المقالية في التكامل المحدود

المعطيات	المطلوب	الحل
$\int (س) مع$ فترة $[أ ، ب]$	$\int (ب) - \int (أ)$	(١) وزع التكامل المحدود على الطرفين (٢) كامل الطرفين (٣) عوض حدود التكامل

إذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة $[١ ، ٥]$ وكان

$\int (س) = ٢س + ١ ، جد قيمة \int (٥) - \int (١) ؟$

إذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة

$[2, 3]$ وكان $Q(s) = 2s - 1$ ، جد قيمة

$Q(3) - Q(2)$ ؟

إذا كان الاقتران ق معرفاً على الفترة $[1, 2]$

وكان $Q(s) = 3s^2 + 2$ ، جد قيمة $Q(2) - Q(1)$ ؟

امتحان
قصير

احسب قيمة كل مما يأتي:

(أ) $\int_1^2 2 - s \, ds$

(ب) $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt[3]{s}} \, ds$

(ج) $\int_1^2 (2s^2 + 8s^3 - 5s^4 + 7) \, ds$

(هـ) $\int_{-2}^2 (3s - 2)(s + 1) \, ds$

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية:

(أ) $\int_1^2 (3 - 2s) ds$ (ب) $\int_1^3 (2s^2 - 4) ds$

(ج) $\int_0^1 \frac{s^2 + 6s - 7}{1 - s} ds$





إيجاد الثوابت والمجاهيل في التكامل المحدود

الحالة الأولى: مجاهيل بدون ق (س)

خطوات الحل:

كامل عادي قوي قلبك

عوض حدود التكامل

إذا طلع معاك معادلة تربيعية طويلة: انقل كل اشي على الطرف اليمين بعدين يا عامل مشترك يا عبارة تربيعية

إذا كان $\int 4s = 20$ ، جد قيمة الثابت م ؟

في حلين علسريع وعلقواعد



إذا كان $\int 2s = 16$ ، جد قيمة الثابت ن ؟

إذا كان $\int 2s = 9$ ، جد قيمة الثابت ب ؟



إذا كان $\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} s^2$ ، جد قيمة الثابت

فريق الرائعين



إذا كان $\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} s$ ، جد قيمة الثابت ب ؟

إذا كان $\begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix} s^2$ ، جد قيمة الثابت أ ؟

إذا كان $\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} (2 + s^2)$ ، جد قيمة

إذا كان $\left[\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right] (2s + 5) = 0$ ، جد قيمة

إذا كان $\left[\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right] (2s - 1) = 6$ ، جد قيمة

دموع الفرح



إذا كان $\left[\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right] (2s - 1) = 0$ ، جد قيمة

الحالة الثانية : مجاهيل او ثوابت مع ق (س)

الحل يكون الحد العلوي = الحد السفلي

إذا طلعت معادلة تربيعية طويلة؟؟ انقل كل اشئ عليمين بعدين يا عامل مشترك يا عبارة تربيعية

$$\text{إذا كان } \int_{12}^{0+5} u(s) \cdot s = 0, \text{ جد قيمة الثابت أ؟}$$

قدها وقدود



$$\text{إذا كان } \int_{4}^{121-31} u(s) \cdot s = 0, \text{ جد قيمة}$$

$$\text{إذا كان } \int_{1+2}^{7-} u(s) \cdot s = 0, \text{ جد قيمة الثابت م}$$

$$\text{إذا كان } \int_{1-أ}^{7+0} u(s) \cdot s = 0, \text{ جد قيمة الثابت}$$

إذا كان $\int_{8+2}^{2-4} u(s) \cdot ds = 0$ ، جد قيمة الثابت أ؟

إذا كان $\int_{3}^{12+2} u(s) \cdot ds = 0$ ، جد قيمة

إذا كان $\int_{7+16}^{2} u(s) \cdot ds = 0$ ، جد قيمة

إذا كان $\int_{1+2}^{4-2} u(s) \cdot ds = 0$ ، جد قيمة



كان $\left[\begin{array}{l} 6 \\ 6 \end{array} \right] \text{س} = 9$ ، فجد قيمة الثابت ب .

كان $\left[\begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array} \right] \text{س} = 124$ ، جد الثابت م ؟

كان $\left[\begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right] \text{ب} = 11$ ، جد الثابت ب ؟

إذا كان $\left[\begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right] \text{س} = 15$ ، $0 < ل$ ، جد قيمة الثابت ل ؟

أ) 6 ب) 1 ج) 2 د) 3

إذا كان $\left[\begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array} \right] \text{أ} = 10$ ، فإن قيمة الثابت أ :

أ- 5 ب- 10 ج- 3 د- 1

إذا كان $\left[\begin{array}{l} 8 \\ 2 \end{array} \right] \text{س} = 32$

أ- 4 ب- 4 ج- 3 د- 3

إذا كان $\frac{\left[\begin{array}{l} 3 \\ 2 \end{array} \right] \text{س} + 8}{\left[\begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right] \text{س} + 2} = 19$ ، دس يساوي :

أ) 12 ب) 19 ج) 27 د) 30



امتحان الدرس الثاني : عزيزي الطالب اجب عن الأسئلة جميعها وعددها ١٣

إذا كان $\left[\begin{matrix} ٥ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{س} = ١٥$ ، جد قيمة الثابت ل ؟

إذا كان $\left[\begin{matrix} ٨-١ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{س} = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ؟

إذا كان $\left[\begin{matrix} ١-٣ \\ ٧ \end{matrix} \right]_{س} = ٠$ ، جد قيمة أ؟

إذا كان $\left[\begin{matrix} ٢-٤ \\ ١٠+١٢ \end{matrix} \right]_{س} = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ؟

إذا كان $\left[\begin{matrix} ١٥-٢ \\ ٦- \end{matrix} \right]_{س} = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ؟

إذا كان $\left[\begin{matrix} ٧+٥ \\ ١- \end{matrix} \right]_{س} = ٠$ ، جد قيمة الثابت أ ؟

$\left[\begin{matrix} ٢ \\ ١ \end{matrix} \right]_{س} = (٥ + ٤س + ٣س^٢) . دس$

$\left[\begin{matrix} ٢ \\ ١ \end{matrix} \right]_{س} = (٢ - ٣س) . دس$

$\left[\begin{matrix} ٤ \\ ٠ \end{matrix} \right]_{س} = دس$

$\left[\begin{matrix} ٢ \\ ١ \end{matrix} \right]_{س} = (٢ + ٣س) . دس$

$\left[\begin{matrix} ٣ \\ ١ \end{matrix} \right]_{س} = دس$

$\left[\begin{matrix} ٢ \\ ٠ \end{matrix} \right]_{س} = \frac{٣س^٣ + ٢س^٢ + ٥س}{س} . دس$

إذا كان $٥ = (٢)_{س}$ ، $١١ = (٤)_{س}$ جد

$\left[\begin{matrix} ٤ \\ ٢ \end{matrix} \right]_{س} = دس ؟$

الدرس الثالث : خصائص التكامل المحدود



الخاصية الأولى خاصية القلب

عينك على حدود وبس تقلب قلب الإثارة بس

تعال نشوف كيف

$$\text{إذا كان } \int_1^0 (x) dx = 3 \text{ ، جد } \int_0^1 (x) dx \text{ . س. ؟}$$

$$\text{إذا كان } \int_2^6 (x) dx = -5 \text{ ، جد } \int_6^2 (x) dx \text{ . س. ؟}$$

ملاحظة قد البلد : في التكامل اتأكد انو المعطيات نظيفة ؟ طيب أستاذ اذا مش نظيفة كيف بنظفها ؟ الضرب بتصير قسمة والقسمة بتصير ضرب طيب أستاذ اذا معها جمع او طرح اااه هون دير بالك هاي خبيثة هون وزع التكامل وكامل ع جنب

$$\text{إذا كان } \int_1^2 (x) dx = 10 \text{ ، } \int_1^3 (x) dx = 12 \text{ ، جد } \int_2^3 ((x) + (x)) dx$$

إذا كان $\begin{matrix} ٧ \\ ١ \\ ٢ \\ ٢ \\ ٢ \end{matrix}$ (س) = ٥ ، $\begin{matrix} ٧ \\ ١ \\ ٢ \\ ٢ \\ ٢ \end{matrix}$ (س) = ٦



جد $\begin{matrix} ٧ \\ ١ \\ ٢ \\ ٢ \\ ٢ \end{matrix}$ (س) - (س) هـ . (س) = ٥



إذا كان $\begin{matrix} ٣ \\ ١ \\ ٢ \\ ٢ \\ ٢ \end{matrix}$ (س) = ٢٠ ،



جد $\begin{matrix} ٣ \\ ١ \\ ٢ \\ ٢ \\ ٢ \end{matrix}$ (س) + (س) هـ + (س) ٢ = ؟

إذا كان $\begin{matrix} ٤ \\ ١ \\ ٢ \\ ٢ \\ ٢ \end{matrix}$ (س) = ١٥ ،



جد $\begin{matrix} ٤ \\ ١ \\ ٢ \\ ٢ \\ ٢ \end{matrix}$ (س) + (س) ٣ + (س) ٥ = ؟



إذا كان $\begin{matrix} ٤ \\ ١ \\ \hline \end{matrix}$ ل (س) س.س = ٣، $\begin{matrix} ١ \\ ٢ \\ \hline \end{matrix}$ هـ (س) س.س = ٥، جد



$\begin{matrix} ٤ \\ ١ \\ \hline \end{matrix}$ ل (س) س.س + ٢ س + هـ (س) س.س = ؟

أكتب!



إذا كان $\begin{matrix} ٣ \\ ٢ \\ \hline ١ \end{matrix}$ ل (س) س.س = ١٠،



جد $\begin{matrix} ٣ \\ ١ \\ \hline \end{matrix}$ هـ (س) س.س + ٢ س = ٢٠،

$\begin{matrix} ٣ \\ ٢ \\ \hline ١ \end{matrix}$ ل (س) س.س + هـ (س) س.س = ؟



إذا كان $\frac{2}{1} (ن (س) + ٥) س = ١٥$ ،

إذا $\frac{2}{1} (س) س = ٢٠$ ، جد $\frac{2}{1} (٢ن (س) - ه (س) + ٣) س = ؟$

أبهرهم!



اعتبار ضع دائرة

إذا كان $\frac{4}{1} (٢ن (س) س = ١٠$ ، فإن

$\frac{1}{4} (ن (س) س = ؟$

أ) ٥ ب) ٥- ج) ١٠ د) ١٠-

إذا كان $\frac{3}{1} (ن (س) س = ٥$ ، فإن

$\frac{3}{1} (٢ن (س) س = ؟$

أ) ١٠- ب) ٥ ج) ٥- د) ١٠

إذا كان $\frac{4}{1} (٢ن (س) س = ١٢$ ، فإن

$\frac{1}{4} (٣ن (س) س = ؟$

أ) ١٨ ب) ١٢ ج) ١٢- د) ١٨-

إذا كان $\frac{2}{1} (٤ (س) س = ٢$ ، فإن

$\frac{2}{1} (٥ (س) س = ؟$

أ) ٥ ب) ٥- ج) ٢ د) ٢-



الخاصية الأولى خاصة الإضافة

بكون عنا ٣ تكاملات { واناكد انو المعطيات نظيفة زي ما حكينا قبل }

إذا كان $\int_1^2 q(s) ds = 2$ ، $\int_1^4 q(s) ds = 4$ ، فجد كلاً مما يأتي:

(١) $\int_1^2 q(s) ds$ (٢) $\int_1^3 q(s) ds$ (٣) $\int_1^4 q(s) ds$

--	--	--

إذا كان $\int_1^2 \frac{q(s)}{3} ds = 5$ ، $\int_1^4 q(s) ds = 4$ ، فجد قيمة كل مما يأتي:

(١) $\int_1^2 q(s) ds$ (٢) $\int_1^3 q(s) ds$

--	--

إذا كان $\frac{3}{2} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = 4$ ، $\frac{6}{3} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = 6$

جد $\frac{6}{2} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = ?$

إذا كان $\frac{3}{1} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = 10$ ،

$\frac{3}{1} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = 12$ ، جد $\frac{6}{1} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = ?$

إذا كان $\frac{2}{1} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = 10$ ،

$\frac{2}{1} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = 3$ ، جد $\frac{7}{1} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = ?$

إذا كان $\frac{3}{2} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = 1$ ، $\frac{7}{2} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = 6$ ،

جد $\frac{7}{2} \text{ أن (س) } \cdot \text{س} = ?$

إذا كان $\begin{matrix} 2 \\ \text{أ} \\ 1 \end{matrix}$ (س) + (س) = ٢٠،



جد $\begin{matrix} 0 \\ \text{أ} \\ 1 \end{matrix}$ (س) = ١٠

إذا كان $\begin{matrix} 4 \\ \text{أ} \\ 2 \end{matrix}$ (س) = ٥، $\begin{matrix} 2 \\ \text{أ} \\ 1 \end{matrix}$ (س) = ٢



جد $\begin{matrix} 4 \\ \text{أ} \\ 1 \end{matrix}$ (س) = ؟

إذا كان $\begin{matrix} 2 \\ \text{أ} \\ 1 \end{matrix}$ (س) = ١٠، $\begin{matrix} 0 \\ \text{أ} \\ 3 \end{matrix}$ (س) = ١



جد $\begin{matrix} 0 \\ \text{أ} \\ 1 \end{matrix}$ (س) + (٤) = ؟



إذا كان $\left[\frac{(n+5) \cdot 20}{1} \right]^2 = 20$ ،



$\left[\frac{(n) \cdot 2}{1} \right]^4 = 2$ ، جد $\left[\frac{(n) \cdot 3}{1} \right]^4$ ؟



إذا كانت $\left[\frac{(n)}{2} \right]^2 = 3$ ،



$\left[\frac{(n) \cdot 2}{1} \right]^4 = 10$ ، جد $\left[\frac{(n) \cdot 2}{1} \right]^4$ ؟



.....امتحان في الدرس الثالث:.....

إذا كان $\left[\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) = 10$ ، فإن قيمة $\left[\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) + (s) =$

أ- ١٣ ب- ١٤ ج- ٨ د- ١٨

إذا كان $\left[\begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right] (s) = 2$ ، فإن قيمة $\left[\begin{matrix} 2 \\ 5 \end{matrix} \right] (s) =$

أ- ٣٠ ب- ٣٠- ج- ٦ د- ٦-

إذا كان $\left[\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) = 8$ ، $\left[\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) = 6$ ، فإن قيمة $\left[\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) =$

أ- ١٠ ب- ١٤ ج- ٦ د- ٢

إذا كان $\left[\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) = 3$ ، $\left[\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) = 10$ ، فإن قيمة $\left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) + 6 =$

أ- ٣١ ب- ٣٨ ج- ٢٤ د- ٢٦

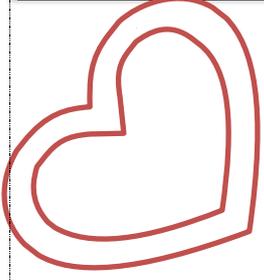
إذا كان $\left[\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) = 6$ ، $\left[\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) = 2$ ، فما قيمة $\left[\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) =$ ؟

أ- ٤ ب- ٤ ج- ١ د- ١

إذا كان $\left[\begin{matrix} 2 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) = 16$ ، $\left[\begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) = 3$ ، فإن قيمة $\left[\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right] (s) =$ تساوي:

أ) ١١ ب) ١٩ ج) ٥ د) ١٣





جد $(1 - 6s)(3s^2 - s + 5) \cdot s^0$

إطلالة



رائعة!

جد $21(3s^2 + 4s)(s^3 + 2s^2) \cdot s^2$

جد $6s^2(s^3 + 2) \cdot s^1$

جد $\left[(1 + 2s) \sqrt[3]{s^2 + s + 5} \right]$ س. ٥

جد $\left[(2 - 3s) \sqrt[3]{s^3 - 2s^2 + 1} \right]$ س. ٥

جد $\frac{2 - 6s}{(5 + 2s - 3s^2)^3}$ س. ٣

جد $\frac{2 + 3s}{(1 - 2s + s^2)^6}$ س. ٦

أنت غيرت حياتي



الحالة الثانية إذا كان:] سينات جا (مش خطي) د.س
تكامل بالتعويض

جد] ٦س جا (٣س^٢ + ٥) د.س

جد] (٤س^٣ + ٢) جا (س^٢ + ٤) د.س

جد] ٨س جا (س^٢ - ١) د.س



سأبدل قصاري



الحالة الثالثة إذا كان: \int سينات جتا (مش خطي) s . s .

تكامل بالتعويض

جد \int s^2 جتا $(s^2 - 1)$ s .

جد \int $(s^2 + 5)$ جتا $(s^2 + 5)$ s .

جد \int s^3 جتا $(s^3 + 5)$ s .

الحالة الرابعة

إذا كان: \int سينات قا² (مش خطي) دس.

تكامل بالتعويض



#شغل كبار

جد \int 2س قا² (س + 5) دس.



#شغل كبار

جد \int 4س قا² (5 - 2س) دس.



#شغل كبار

جد \int (6س - 2) قا² (3س² - 2س) دس.



الحالة الخامسة إذا كان: $\int \frac{\text{سِينات}}{\text{جتا}^2 (\text{مش خطي})} \text{د.س.}$
 تكامل بالتعويض



جد $\int \frac{\text{س}^2 - 3}{(\text{س}^2 - 3\text{س})^2} \text{د.س.}$



جد $\int \frac{\text{س}^6}{(\text{س}^3 + 5)^2} \text{د.س.}$



جد $\int \frac{\text{س}^4 - 1}{(\text{س}^2 - 2\text{س})^2} \text{د.س.}$



الحالة السادسة : إذا ما طلع في المسألة اختصار يكون في عامل مشترك

أفف!



$$\text{جد } [(٤س + ١٠)] \text{ جتا } (س^٢ + ٥س) \cdot س$$

$$\text{جد } [(٨س + ١٥)] \text{ قبا } (٣س^٢ + ٥س) \cdot س$$

$$\text{جد } [(١٠س + ١٠)] (س^٢ + ٢س + ١) \cdot س^٤$$



الحالة السابعة التكامل بالتعويض في حالة التكامل المحدود

جد قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$(1) \int (2s + 1) \sqrt{s^2 + s + 5} \, ds \quad (2) \int 6 \tan(2s - 1) \, ds$$

$$(3) \int \frac{s^6}{\sqrt[3]{s^2 + 1}} \, ds \quad (4) \int \frac{1}{\sqrt[5]{s + 1}} \, ds$$

الحالة الثامنة
سينات $\begin{matrix} \text{ب} \\ \text{أ} \\ \text{أ} \end{matrix}$ \bar{c} (مش خطي) .س

مثال ١: إذا كانت $c(8) = 10$ ، $c(27) = 10$ جد

$$\begin{matrix} \text{أ} \\ \text{ب} \\ \text{ج} \end{matrix} \text{س}^3 \bar{c}^2 \text{س}^3 \text{س}^3 .$$



تنهيدة...

مثال ٢: إذا كانت $c(2) = 6$ ، $c(5) = 10$ جد

$$\begin{matrix} \text{أ} \\ \text{ب} \\ \text{ج} \end{matrix} \text{س}^2 \bar{c} \text{س}^2 (1 + \text{س}^2) .$$

الحالة التاسعة والأخيرة
 سينات $\begin{matrix} \text{ب} \\ \text{أ} \\ \text{أ} \end{matrix}$ (مش خطي) .س

مثال ١: إذا كان $\begin{matrix} \text{ب} \\ \text{أ} \\ \text{أ} \end{matrix}$ (س) .س = ٣ ، جد

$$\begin{matrix} \text{ب} \\ \text{أ} \\ \text{أ} \end{matrix} \text{س}^2 \text{و} \text{س} (1 + \text{س}^2) . \text{س}$$

عفوًا؟



مثال ٢: إذا كان $\begin{matrix} \text{ب} \\ \text{أ} \\ \text{أ} \end{matrix}$ (س) .س = ٣ ، جد

$$\begin{matrix} \text{ب} \\ \text{أ} \\ \text{أ} \end{matrix} \text{س}^2 \text{و} \text{س} (1 + \text{س}^2) . \text{س}$$

امتحان خفيف لطيف

جد قيمة التكامل الآتي: $\int 3s^2(s^3 + 5) ds$

جد قيمة التكامل الآتي: $\int 21(s^3 + 2s^4)(s^2 + 3) ds$

جد قيمة كل من التكاملات الآتية:

(ب) $\int (s - 1)(s^2 - 2s^4 + 1) ds$

(أ) $\int \sqrt[3]{(2 - s^3)^2} ds$

(د) $\int 2s^3 \ln(s + 1) ds$

(ج) $\int 2 \ln(s - 2) ds$

احسب قيمة كل من التكاملات الآتية:

(ب) $\int_1^{-1} 3s^2(s^3 - 1) ds$

(أ) $\int \sqrt{s^4 + 1} ds$

(د) $\int \frac{s^2 - 3}{(s^3 - 2)^2} ds$

(ج) $\int 2s^2 \sqrt[3]{s^2 - 1} ds$



← قيمة $\left[6s \text{ جتا } (s + 2) \right]$

- أ- $3 \text{ جتا } (s + 2) + \text{ج}$
 ب- $3 - \text{جتا } (s + 2) + \text{ج}$
 ج- $3 \text{ جتا } (s + 2) + \text{ج}$
 د- $3 - \text{جتا } (s + 2) + \text{ج}$

← قيمة $\left[(1 + 2s)(s + 2) s^2 \right]$

- أ- $\frac{8}{3}$ ب- $\frac{8}{3}$ ج- $\frac{4}{3}$ د- 2

← إذا كانت قيمة $u(2) = 7$ ، $u(-1) = 4$ ، فإن $\left[6s \text{ جتا } (s - 2) \right]$

- أ- 3 ب- 9 ج- 9 د- 3

الدرس الخامس : التفسير المنديسي للتكامل

خطوات الحل :: ١ - كامل الاقتران ٢ - عوض ٣ - ساوي

اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س، ص) يساوي $٣س^٢ + ٢س + ٣$ علما ان منحناه يمر بالنقطة (٢،٠) جد قاعدة الاقتران

المعطيات	المطلوب	الحل
ميل المماس	ق (س) قاعدة الاقتران	(١) ميل المماس = ق (س)
		(٢) وزع التكامل على الطرفين
		(٣) كامل
	ق (عدد)	• قواعد التكامل
		• المحرمات
		(٤) نجد جـ من النقطة
		ق (عدد) = رقم
		(٥) عوض جـ
		(٦ Vip) عوض قيمة س
		إذا طلب ق (عدد)

اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س، ص) يساوي $٦س^٢ + ٢س + ٢$ علما ان منحناه يمر بالنقطة (٢٠،٠) جد قاعدة الاقتران

قدها وقدود



اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س، ص) يساوي $٤س^٣ + ٢س$ علما ان منحناه يمر بالنقطة (١، -١٥) جد قاعدة الاقتران ثم جد ق (١)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س، ص) يساوي ٢٥ (٥س+٢)٤ علما ان منحناه يمر بالنقطة (١٠،٠) جد قاعدة الاقتران



إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س، ص) يساوي ٦ (٢س-١) علما ان منحناه يمر بالنقطة (٢٠،١) جد قاعدة الاقتران ثم جد ق (٢)

لا تعليق.



إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س، ص) يساوي س (٣س+٢) علما ان منحناه يمر بالنقطة (٢٥،٢) جد قاعدة الاقتران

الامتحان الخاص بدرس تطبيقات هندسية للتكامل

السؤال الأول: اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق (س) عند النقطة (س، ص) يعطى بالعلاقة
ق (س) = ٤س + ٣س + ١٢ جد قاعدة الاقتران علما بان منحناه يمر بالنقطتين (٢، ٥)؟

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (س، ص) يساوي $\frac{4س^2 - س}{س}$ ، $س \neq ٠$ ، وكان منحناه يمر بالنقطة (١، ٤) ، فما قيمة ق(٢) ؟

(أ) ١٠ (ب) ٩ (ج) ٧ (د) ٦

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (س، ص) يساوي $(٣س^2 - ١)$ فجد قاعدة الاقتران ق ، علماً بأن منحني الاقتران ق يمر بالنقطة (٢، ٤) .

الدرس السادس : التفسير الفيزيائي

تعال فرجيك

المعطيات	المطلوب	الحل
ت (ن) تسارع	سرعة ع (ن)	(١) وزع التكامل على الطرفين (٢) كامل الطرفين • قواعد التكامل • المحرمات (٣) نجد جـ من ع (٠) = رقم (٤) عوض جـ (٥) عوض الزمن (إن وجد) بعد ثانيتين بعد ٣ ثواني بعد ثانية واحدة ...

ت (ن) تسارع م / ث^٢

ع (ن) السرعة اللحظية م / ث

ف (ن) المسافة م

يتحرك جسيم على خط مستقيم وتعطى سرعته بالعلاقة $v = 2n - 5$ جـ موقعا الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة علما ان موقعه الابتدائي $v = 3$ ؟



يتحرك جسيم على خط مستقيم وتعطى سرعته بالعلاقة $v = 2n + 6$ جـ موقعا الجسيم بعد ثلاث ثواني من بدء الحركة علما ان موقعه الابتدائي $v = 4$ ؟



يتحرك جسيم على خط مستقيم وتعطى سرعته بالعلاقة $v = (n-1) \cdot 6$ (ن) جد موقع الجسيم بعد ثانية من بدء الحركة علما ان موقعه الابتدائي $f(0) = 5$ ؟

يتحرك جسيم على خط مستقيم، وبتسارع ثابت مقداره $v = -12$ م/ث². إذا كانت سرعته الابتدائية $v(0) = 5$ م/ث، وموقعه الابتدائي $f(0) = 3$ م، فجد:

- (١) سرعة الجسيم بعد مرور أربع ثوانٍ من بدء الحركة.
- (٢) موقع الجسيم بعد مرور ثلاث ثوانٍ من بدء الحركة.

(١) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث إن سرعته بعد مرور n ثانية من بدء حركته تعطى بالعلاقة: $v(n) = (12 - 2n)$ م/ث. جد القاعدة التي تمثل موقع الجسم بعد مرور n ثانية من بدء الحركة.

(٢) تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم بحيث إن سرعتها بعد مرور n ثانية من بدء حركتها تعطى بالعلاقة: $v(n) = (4n + 8)$ م/ث. جد موقع النقطة المادية بعد مرور أربع ثوانٍ من بدء حركتها، علمًا بأن موقعها الابتدائي $v(0) = 2$ م.

(٣) إذا كان تسارع جسم يسير على خط مستقيم بعد مرور n ثانية من بدء الحركة يعطى بالعلاقة: $a(n) = 48 - (2n)^3$ م/ث^٢، وكان موقعه الابتدائي $v(0) = 3$ م، وسرعته الابتدائية $v(0) = 2$ م/ث، فجد:
 أ) سرعة الجسم بعد مرور ثانية واحدة من بدء الحركة.
 ب) موقع الجسم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة.

(٤) يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث إن سرعته بعد مرور n ثانية من بدء الحركة تعطى بالقاعدة: $v(n) = (3n - 1)(4n + 1)$ م/ث. جد:
 أ) القاعدة التي تمثل موقع الجسم بعد مرور n ثانية من بدء الحركة.

تتحرك نقطة مادية على خط مستقيم بحيث أن تسارعها $t(ن) = (٢٠ - ٥١٢) / ٢ ت^٢$ ، حيث ن الزمن بالثواني ، جد سرعتها بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علماً بأن $٣ = (٠) / ٢ ت$.

أنت
الأفضل



مثال

إذا كانت سرعة الجسم تعطى بالعلاقة $t(ن) = (٢ + ٥٣) / ٢ ت$ جد موقع الجسم بعد مرور ثانيتين من بدء الحركة علماً بأن موقعه الابتدائي $٢٧ = (٠)$.

مثال

يتحرك جسم بتسارع : $t(ن) = (٢ + ٥٢) / ٢ ت^٢$ ، حيث ن الزمن بالثواني ، جد موقع الجسم بعد ٣ ثواني ، علماً بأن سرعته الابتدائية $٢١ = (٠) / ٢ ت$ ، وموقعه الابتدائي $٢٢ = (٠)$.



الدرس السابع : المساحة

في هذا الدرس رح نجد المساحة باستخدام التكامل المحدود

أستاذ؟ شو صيغة السؤال؟؟؟ جد مساحت المنطقت المغلقت المحصورة بين

وهون عنا حالتين

الحالة الأولى: اقتران واحد ومعه حدود

يعني بيجي بحكيك ق (س) = ومحور السينات او المستقيمين س = ؟ س = ؟ او ممكن يعطيك فترة { }
طيب شو اعمل بهاي الحالة :

(١) خذ الاقتران وساوي بالصفير عشان تطلع قيم س

(٢) افحص اذا اه او لا

اذا اه * بكون عندي مساحتين م١ + م٢ وبنرتب الاعداد اللي طلعت معي

اذا لا * خلص تهمل وبكون عنا هون مساحة وحدة



الحالة الثانية: اقتران واحد بدون حدود بكون حاكيلك ومحور السينات بس

طيب شو اعمل بهاي الحالة :

(١) خذ الاقتران وساوي بالصفير عشان تطلع قيم س وخلص هي بتكون الحدود

ملاحظة قد البلد : المساحة حرام وكفر انها تكون سالبة (فنش مساحة سالبة) طيب أستاذ شو اعملك اذا

طلعت سالبة بحكيك طلقها يعني اعطيها قيمة مطلقة

$$\text{المساحة الكلية} = م١ + م٢$$

سؤال ١: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = $٢س + ٤$ ومحور السينات
س = ١ ، س = ٤

سؤال ٢: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = $٢س - ٤$ ومحور السينات
س = ١ ، س = ٣

قدها وقدود



سؤال ٣: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٤ ومحور السينات
س = ٣ ، س = ٥

سؤال ٤: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = $s^2 - 2s$ ومحور السينات
س = ١ ، س = ٤

سؤال ٥: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = $s^2 - ٤$ ومحور السينات
س = ١ ، س = ١

سؤال ٦: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = $s^2 - ١$ ومحور السينات



سؤال ٧: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = س^2 + س^3$ ومحور السينات

سؤال ٨: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = س - س^3$ ومحور السينات

سؤال ٩: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = س^2 + س^3 - س$ ومحور السينات



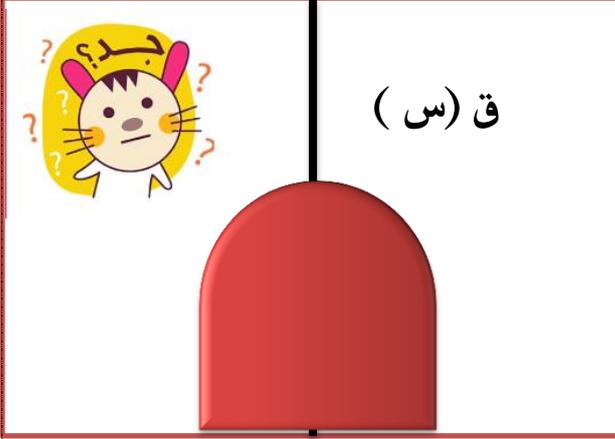
سؤال ١٠: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $q(s) = s^2 - 2s$ ومحور السينات

سؤال ١١: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $q(s) = s^2 + 1$ ومحور السينات
في الفترة $\{-3, 3\}$

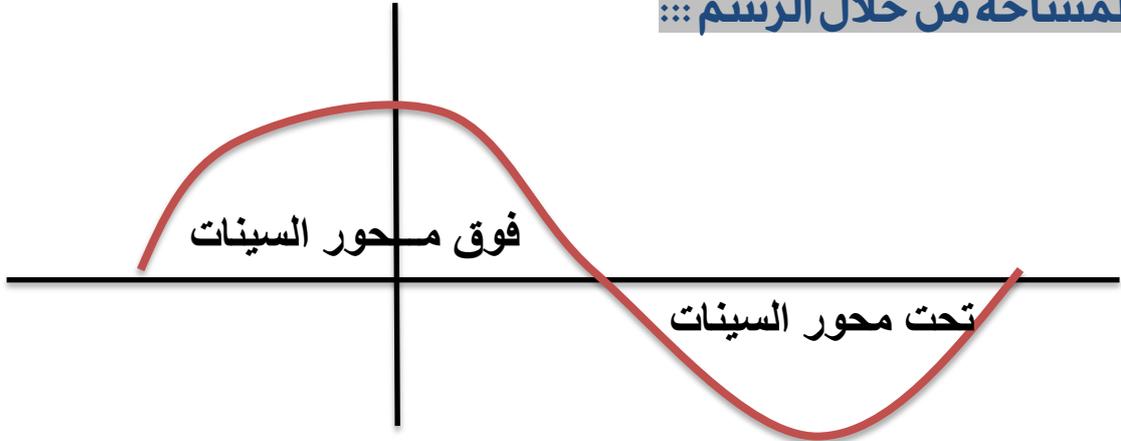
سؤال ١٢: جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $q(s) = s^2 + s - 2$ ومحور السينات



سؤال ١٣: يمثل الشكل المجاور الواجهة الامامية لمدرسة النابلسي مدخل هذه المدرسة يمثل منحنى الاقتران $Q = 4 - S^2$ ما تكلفة انشاء باب للمدخل اذا كان سعر الوحدة المربعة (٣٠) دينار



إيجاد المساحة من خلال الرسم :::



اهم شي اعرف شو المطلوب من السؤال :::

يارح يطلب منك مساحة يارح يطلب تكامل

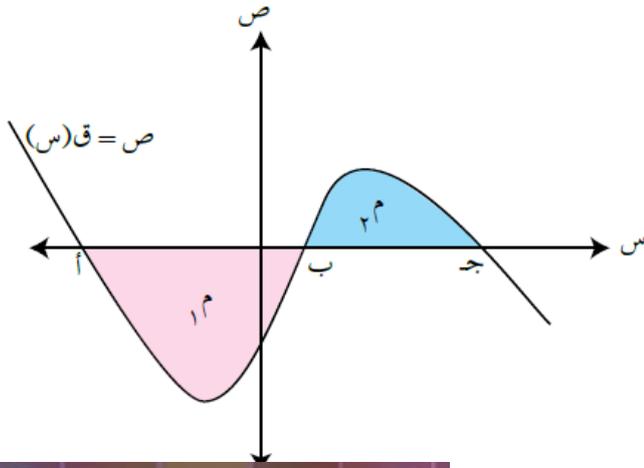
اذا طلب مساحة دائما ++++ ما بتفرق فوق او تحت محمور السينات

اذا طلب تكامل اللي فوق ++++ واللي تحت ----

هالقانونين دير بالك عليهم (مساحة المستطيل = الطول * العرض)

مساحة المثلث = $\frac{1}{2} * القاعدة * الارتفاع$

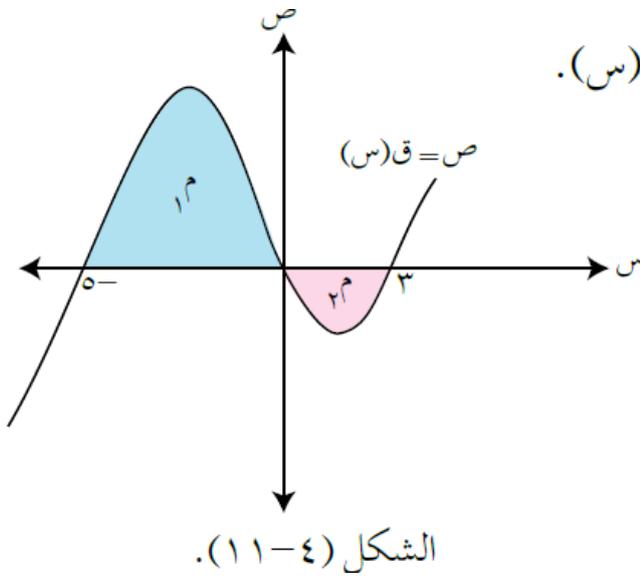
يمثل الشكل (٤ - ١٠) منحنى الاقتران $v = c(s)$. فإذا كانت المساحة $m = 8$ وحدات مربعة، والمساحة $m = 5$ وحدات مربعة، فجد قيمة كل مما يأتي، مبررًا إجابتك:



$$(1) \int_a^b c(s) ds$$

$$(2) \int_b^c c(s) ds$$

$$(3) \int_a^c c(s) ds$$



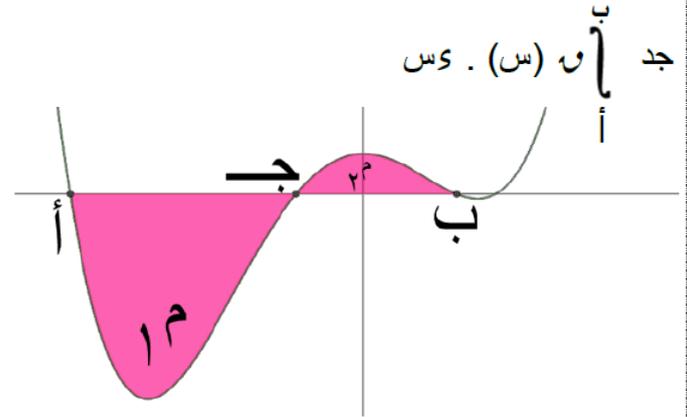
يمثل الشكل (٤ - ١١) منحنى الاقتران $v = c(s)$.

فإذا كانت المساحة $m = 13$ وحدة مربعة،

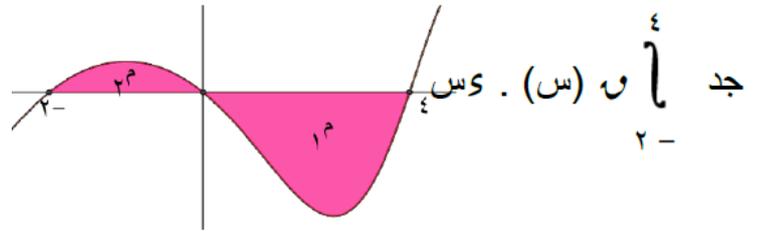
والمساحة $m = 3$ وحدات مربعة،

فجد قيمة $\int_{-5}^3 c(s) ds$ ، مبررًا إجابتك.

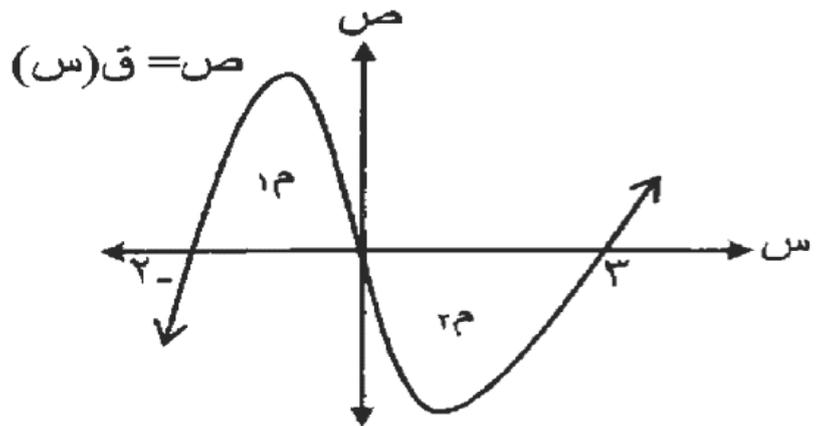
سؤال ١: إذا علمت أن $٧ = ١م$ ، $٤ = ٢م$



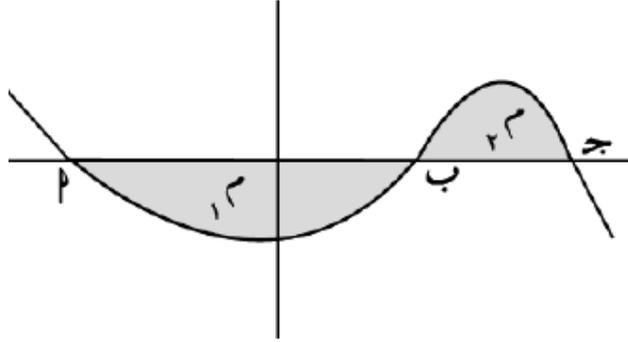
سؤال ٢: إذا علمت أن $١١ = ١م$ ، $٦ = ٢م$



معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران
 ص = ق (س) ، إذا علمت أن مساحة المنطقة م
 تساوي (٣) وحدات مربعة ، مساحة المنطقة م تساوي
 (٤) وحدات مربعة ، فأجب عن الفقرتين ١ ، ٢
 الآتيتين:



في الشكل المجاور اذا كانت $٢ = ٨$ ، $٢ = ٥$ ،
اوجد ما يلي :



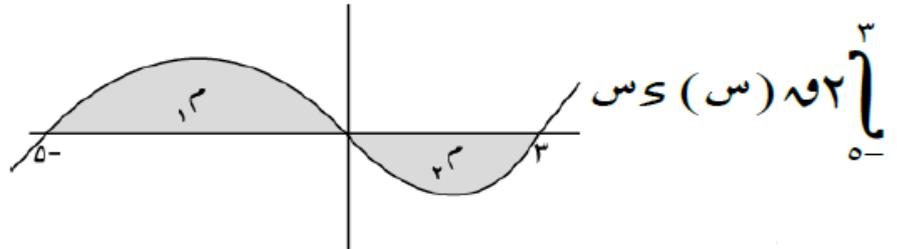
(١) $\int_a^b f(x) dx$

(٢) $\int_b^c f(x) dx$

(٣) $\int_a^c f(x) dx$

(٤) المساحة المحصورة على [٢، ج]

اذا كانت $٢ = ١٣$ ، $٢ = ٣$ ، احسب قيمة



(٢) $\int_{-٥}^٣ f(x) dx$



التامل

الأستاذ شادي النابلسي
NADA IN MATH



٠٧٨٩٩٩٦٤٦٧

الرياضيات لغة الازكاء...
التكهن في الرياضيات

امتحان مساحات

١١٥- جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $v = u(س) = 2س + 4$ ومحور السينات في الفترة $[1, 3]$

أ- ٨ ب- ١٦ ج- ٣٢ د- ٢

١١٦- جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $v = u(س) = 12$ ومحور السينات في الفترة $[2, 4]$

أ- ٢٤ ب- ١٢ ج- ٦ د- ٤٨

١١٧- جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $v = u(س) = 2س - 4$ ومحور السينات في الفترة $[0, 3]$

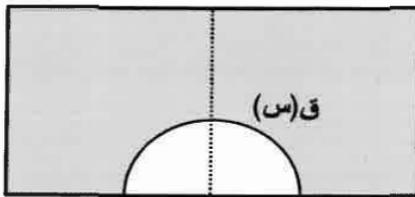
أ- ٥ ب- ٨ ج- ١١ د- ١٠

١١٨- إذا علمت أن المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران ومحور السينات في الفترة $[0, 2]$ تساوي ٥ وحدات ، $u(س) \leq 0$ ، ما قيمة $\int_0^2 (u(س) - س) ds$

أ- ١٢ ب- ١٢- ج- ٨- د- ٨

١٢٣- جد مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران $v = u(س) = 3س^2 - 6س$ ومحور السينات

أ- ٤- ب- ١٢ ج- ٢٠ د- ٤



السؤال الثاني: (١٤ علامة)

أ) يمثّل الشكل المجاور الواجهة الأمامية لأحد المباني،

مدخل المبنى يمثله منحنى الاقتران $ق(س) = 2 - \frac{1}{4}س^2$

ما تكلفة إنشاء باب زجاجي للمدخل إذا علمت أن سعر

الوحدة المربعة منه يساوي (٦٠) دينارًا؟

(٦ علامات)

تم بحمد الله

مع تمنياتي لكم جميعا بالنجاح

محببتكم شادي النابلسي

اي سؤال يواجهك في معربة لا تتردد بالتواصل معي

اح يكون في حلقات بث مباشر على صفحة الفيس بوك



الأستاذ شادي النابلسي

كن فوجيا لأجلك

انتقال إلى الوضع المجاني

وضع بيانات الاتصال ?

بحث



الاستاذ شادي النابلسي (معلم

مادة الرياضيات)

👍 الأستاذ شادي النابلسي 👍

معلم مادة الرياضيات

❤ بسببكم انتم نجحت أنا ❤

ت: 0789996467



محبكم الأستاذ شادي النابلسي تعديل

مجموعة من توجيهي نحو النجاح

شرح مادة الرياضيات الادبي

الاستاذ شادي النابلسي >

مجموعة خاصة 2740 عضواً

+ دعوة



حفلة مشاهدة جماعية

الإعلامات

الغرف

اكتب شيئاً...



+ غرفة

صورة

بث مباشر

الإعلامات



تمت مشاركة رابط بواسطة الاستاذ



٧٦
789996467

الرياضيات لغة الازكيااء... البث في الرياضيات