بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية

وزارة التربية والتعليم

إدارة الامتحانات والاختبارات

قسم الامتحانات العامة

٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث — مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ (س : د)

الفرع : العلمي والصناعي (النظاميون والدراسة الخاصة الجدد) — اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٧/١/٣

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (٢٢ علامة)

أ) جد كلاً ممّا يأتي :

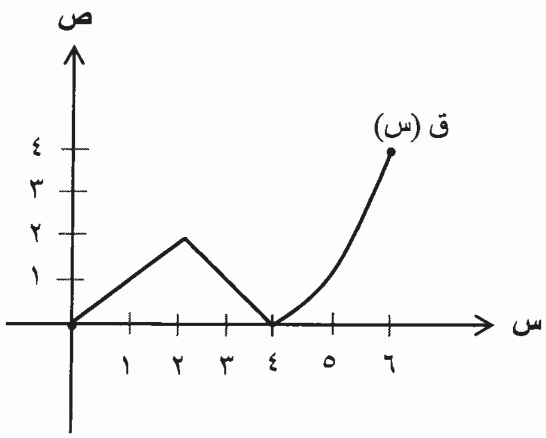
١) $\displaystyle \lim_{\text{س} \to ٢} \frac{\text{س}^٣ + ٣\,\text{س}^٢ - ٤\,\text{س} - ١٢}{\text{س}^٢ - ٤}$ (٧ علامات)

٢) $\displaystyle \lim_{\text{س} \to ٠} \frac{٢\,\text{جا}\,٢\,\text{س} - \text{جا}\,٤\,\text{س}}{\text{س}^٣}$ (٧ علامات)

ب) إذا كان ق (س) = $\begin{cases} (\text{س} - ٣)^٢ &، \text{س} \geq ٤ \\ \dfrac{|\,[\,\text{س}\,] - \text{س}\,| + [\,\text{س} - ٤\,]}{\text{س} - ٤} &، \text{س} < ٤ \end{cases}$ (٨ علامات)

فابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ٤

السؤال الثاني: (٢٤ علامة)



أ) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران ق (س) ، س ∈ [٠ ، ٦] ،

جد ما يأتي :

١) النقط الحرجة للاقتران ق (س)

٢) مجموعة قيم س التي تكون عندها ق َ(س) < ٠

٣) متوسط تغير الاقتران ق (س) في الفترة [٢ ، ٦]

٤) $\displaystyle \frac{د}{د\,\text{س}} \sqrt{٣\,\text{س} + \text{ق}(\text{س})}\ \Big|_{\text{س} = ٣}$ (١٢ علامة)

يتبع الصفحة الثانية ....

الصفحة الثانية

ب) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، (ق ○ هـ) (س) = س ، وكان

ق َ(س) = ١ + (ق (س))^{٢} ، فجد هـ َ(س) . (٥ علامات)

ج) إذا كان $\lim\limits_{س \leftarrow ٢}$ ق (س) = $\frac{١}{٢}$ ، ق َ(٢) = ١ ، فجد $\lim\limits_{س \leftarrow ٢} \frac{س - ٤ \text{ ق (س)}}{(س - ٢) \text{ ق (س)}}$

(٧ علامات)

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) إذا كان ص^{٢} = ٤ + ٢ جا س جتا س فأثبت أن

ص ص ً + (ص َ)^{٢} + ٢ ص^{٢} = ٨ (٧ علامات)

ب) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق (س) = (س + ٣)^{٢} المرسوم من النقطة (٠ ، ٠) (٨ علامات)

ج) إذا كان ٣ ص = $\sqrt{(ع + ١)^{٣}}$ − $\sqrt{(ع - ١)^{٣}}$ ، ع = ٢ س ، س > $\frac{١}{٢}$

بيّـن أن $\left| \frac{د ص}{د س} \right|$ = $\sqrt{٤ س + ٢ \sqrt{٤ س^{٢} - ١}}$ (٧ علامات)

السـؤال الرابع: (١٦ علامة)

أ) من قمة برج ارتفاعه (٤٨) قدم قذف جُسيم رأسيًا لأعلى وفق الاقتران ف$_{١}$ (ن) = −١٦ ن^{٢} + ٣٢ ن ، وفي اللحظة نفسها قذف جُسيم ثانٍ من سطح الأرض للأعلى وفق الاقتران ف$_{٢}$ (ن) = −١٦ ن^{٢} + ع. ن ، حيث ف$_{١}$ ، ف$_{٢}$ المسافة بالأقدام ، ن الزمن بالثواني ، جـد السرعة الابتدائية (ع.) للجُسيم الثاني عندما يتساوى أقصى ارتفاع للجُسيمين عن سطح الأرض. (٨ علامات)

ب) ليكن ق (س) = س^{٣} − ١٢ س ، س ∈ [−٤ ، ٤]، جد كلاً مما يأتي : (٨ علامات)

١) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت).

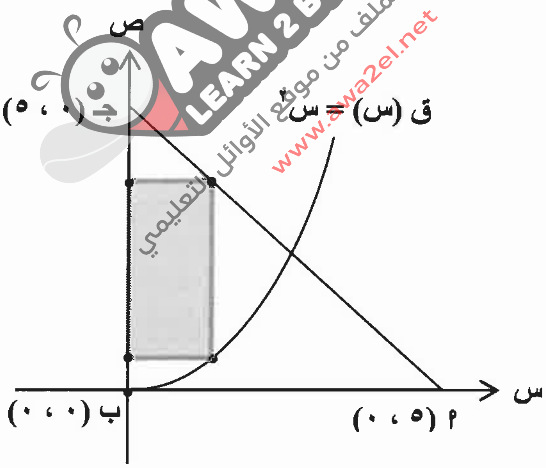
يتبع الصفحة الثالثة ....

السـؤال الخامس: (١٦ علامة)

أ) بدأت النقطتان ب ، جـ الحركة معًا من نقطة الأصل (٩) بحيث تتحرك النقطة ب على محور السينات الموجب مبتعدة عن نقطة الأصل، وتتحرك النقطة جـ في الربع الأول على منحنى الاقتران ق (س) = $س^٢$ بحيث يبقى طول ٩ جـ يساوي طول ب جـ ، وكان معدل تغير الزاوية هـ المحصورة بين محور السينات الموجب والمستقيم ٩ جـ يساوي $\frac{١}{٢}$ راد/ث، فجـد معدل التغير في مساحة المثلث ٩ ب جـ عندما هـ = $\frac{\pi}{٣}$. (٨ علامات)

ب) ٩ ب جـ مثلث قائم الزاوية، إحداثيات رؤوسه ٩ (٥ ، ٠) ، ب (٠ ، ٠) ، جـ (٠ ، ٥)، رُسم داخله مستطيل ينطبق رأسان من رؤوسه على الضلع ب جـ وأحد رأسيه الآخرين على الضلع ٩ جـ والرأس الآخر على منحنى الاقتران ق (س) = $س^٢$ ، كما في الشكل الآتي، جـد أكبر مساحة ممكنة للمستطيل المظلل.

(٨ علامات)



انتهت الأسئلة

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧/الدورة الشتوية

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / م٣ — مدة الامتحان: $\frac{\text{س}}{٢}$

الفرع : العلمي والصناعي — التاريخ : ٣/١/٢٠١٧ م

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	
	السؤال الأول : ٣٢ علامة
٣٢	أ) ١) $\lim\limits_{\text{س}\to ٢} \dfrac{\text{س}^٣ + ٣\text{س}^٢ - ٤\text{س} - ١٢}{\text{س}^٢ - ٤}$
	$= \lim\limits_{\text{س}\to ٢} \dfrac{(\text{س}-٢)(\text{س}^٢+٥\text{س}+٦)}{(\text{س}+٢)(\text{س}-٢)}$ (٢) (١) (١)
	١ ٣ -٤ : -١٢
	$\boxed{٢}$ ٢ ١٠ : ١٢
	١ ٥ ٦ : ٠ (١)
	$= \lim\limits_{\text{س}\to ٢} \dfrac{(\text{س}+٣)\cancel{(\text{س}+٢)}\cancel{(\text{س}-٢)}}{\cancel{(\text{س}+٢)}\cancel{(\text{س}-٢)}}$
	$= \lim\limits_{\text{س}\to ٢} \text{س}+٣$ (١)
	$= ٢ + ٣ = ٥$ (١) (١)
	أو : $\lim\limits_{\text{س}\to ٢} \dfrac{(\text{س}-٢)(\text{س}^٢+٥\text{س}+٦)}{(\text{س}-٢)(\text{س}+٢)}$ (٢) (٢) (١) — القسمة التركيبية (١)
	$= \lim\limits_{\text{س}\to ٢} \dfrac{\text{س}^٢+٥\text{س}+٦}{\text{س}+٢}$ (١)
	$= \dfrac{(٢)^٢+٥(٢)+٦}{٢+٢}$ (١)
	$= \dfrac{٢٠}{٤} = ٥$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب	
٤٤	

س١ (أ)

٢) (أ)

$$\lim_{س \to ٠} \frac{٢جا٢س - جا٤س}{س^٣}$$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢جا٢س - ٢جا٢س جتا٢س}{س^٣}$$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢جا٢س (١ - جتا٢س)}{س^٣}$$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢جا٢س \times ٢جا^٢س}{س^٣}$$

$$= ٤ \lim_{س \to ٠} \frac{جا٢س}{س} \times \lim_{س \to ٠} \frac{جا^٢س}{س^٢} = ٤ \times ٢ \times ١ \times ١ = ٨$$

حل آخر:

$$\lim_{س \to ٠} \frac{٢جا٢س - جا٤س}{س^٣} = \lim_{س \to ٠} \frac{٢جا٢س - جا٤س}{س^٣}$$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢جا٣س جتاس + ٢جتا٣س جاس - جا٤س}{س^٣}$$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢جاس (جتاس - جتا٣س)}{س^٣}$$

$$= \lim_{س \to ٠} \frac{٢جاس \times -٢جا٢س جا-س}{س^٣}$$

$$= ٤ \times \lim_{س \to ٠} \frac{جا^٢س}{س^٢} \times \lim_{س \to ٠} \frac{جا٢س}{س}$$

$$= ٤ (١) (٢)^٢ = ٨$$

رقم الصفحة في الكتاب

٥٥-٦٢

س١) A)

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} (\text{س}-٣)^٢ & ، \text{س} \geq ٤ \\ \dfrac{[\text{س}-٤] + |\text{س}-[\text{س}]|}{\text{س}-٤} & ، \text{س} < ٤ \end{cases}$$

نبحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٤

أولاً: $\text{ق}(٤) = (٤-٣)^٢ = (١)^٢ = ١$ ①

ثانياً: نجد $\lim\limits_{\text{س}\to ٤^+} \text{ق}(\text{س}) = \lim\limits_{\text{س}\to ٤} (\text{س}-٣)^٢ = (٤-٣)^٢ = ١$ ①

نجد $\lim\limits_{\text{س}\to ٤^-} \dfrac{[\text{س}-٤] + |\text{س}-[\text{س}]|}{\text{س}-٤}$

① ①

$$= \lim_{\text{س}\to ٤} \frac{\text{س} - [\text{س}] + [\text{س}] - ٤}{\text{س}-٤}$$

$$= \lim_{\text{س}\to ٤} \frac{\text{س}-٤}{\text{س}-٤}$$

$$= \lim_{\text{س}\to ٤} ١ = ١$$ ①

∴ $\lim\limits_{\text{س}\to ٤} \text{ق}(\text{س})$ موجودة وتساوي ١ ①

بما أن $\lim\limits_{\text{س}\to ٤} \text{ق}(\text{س}) = \text{ق}(٤)$ ①

∴ ق(س) متصل عند س = ٤ ①

رقم الصفحة في الكتاب	
	* إذا ذكر قيم س الحرجة جميعها يأخذ علامتان وأي خطأ يخسر علامة .
أي خطأ يخسر علامة	١) النقط الحرجة هي : (٠،١) ، (٢،٢) ، (٤،٠) ، (٦،٤) (٣)
١٧٧	٢) مجموعة قيم س التي يكون عندها ق (س) د. هـ
إذا أخطأ بالفترة يأخذ علامة واحدة فقط	الفترة هي : (٢ ، ٤) (٢)
٨٣	٣) متوسط تغير الاقتران ق في الفترة [٢، ٦]
	$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(٦) - ق(٢)}{٦ - ٢}$ (١) $= \frac{٤ - ٢}{٤}$ (٢) $= \frac{١}{٢}$ (١)
١٤٣	٤) $\frac{د}{دس} \sqrt{٣س + ق(س)} \Big|_{س=٣}$
	$= \frac{٣ + قَ(س)}{٢\sqrt{٣س + ق(س)}}$ (١) $\Big|_{س=٣}$
	$= \frac{٣ + قَ(٣)}{٢\sqrt{٣ \times ٣ + ق(٣)}}$ (١)
	قَ(٣) = ميل المستقيم المار بالنقطتين (٤،٠)، (٢،٢)
	$= \frac{٢ - ٠}{٢ - ٤} = -١$ (١)
	$= \frac{٣ + -١}{٢\sqrt{٩ + ١}}$
	$= \frac{٢}{٢\sqrt{١٠}}$ (١)
	$= \frac{١}{\sqrt{١٠}}$

رقم الصفحة في الكتاب	
	س٢
١٣٠-١٣٦	ب) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق في مجاليهما
	٥ وكان (ق ∘ هـ)(س) = س ، قَ(س) = ١ + (ق(س))^٢ ،
	جد هَ(س)
	الحل:
	قَ(هـ(س)) × هَ(س) = ١
	(١ + (ق(هـ(س)))^٢) × هَ(س) = ١
	(١ + س^٢) × هَ(س) = ١
	هَ(س) = ١ / (١ + س^٢)

رقم الصفحة في الكتاب

٨٩ س٢: إذا كانت $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س) = \frac{١}{٢}$ ، $ق'(٢) = ١$ ، فجد

د) ⟨٧⟩

$$\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{س - ٤\,ق(س)}{(س-٢)\,ق(س)}$$

الحل: ق متصل عند س = ٢ $\Longleftarrow$ $ق(٢) = \frac{١}{٢}$

$$\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{س - ٤\,ق(س)}{(س-٢)\,ق(س)} = \underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{\frac{س}{ق(س)} - ٤}{س-٢}$$

$$= \underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \frac{\frac{س}{ق(س)} - \frac{٢}{ق(٢)}}{س-٢}$$

$$= \left(\frac{س}{ق(س)}\right)'\Bigg|_{س=٢} = \frac{ق(س) \times ١ - س\,ق'(س)}{(ق(س))^٢}\Bigg|_{س=٢}$$

$$= \frac{ق(٢) - ٢\,ق'(٢)}{(ق(٢))^٢} = \frac{\frac{١}{٢} - ٢ \times ١}{\left(\frac{١}{٢}\right)^٢} = \frac{-\frac{٣}{٢}}{\frac{١}{٤}} = -٦$$

صفحة رقم (٧٠)

رقم الصفحة في الكتاب	
	حل آخر
٨٩	س٣

ح) اذا كانت $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \text{ق(س)} = \frac{١}{٢}$ ، $\text{ق}(٢) = ١$

٧

جد $\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \dfrac{\text{س} - ٤\,\text{ق(س)}}{(\text{س}-٢)\,\text{ق(س)}}$

الحل

$\text{ق}(٢) = \frac{١}{١}$ ① لأن ق متصل عند س = ٢

$$\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س} - ٤\,\text{ق(س)}}{(\text{س}-٢)\,\text{ق(س)}} = \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س} - ٤\,\text{ق(س)}}{\text{س}-٢} \times \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \frac{١}{\text{ق(س)}}$$

$$= \frac{١}{\text{ق}(٢)} \times \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س} - ٤\,\text{ق(س)}}{\text{س}-٢}$$

$$= \frac{١}{\text{ق}(٢)} \times \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س} - ٢ + ٢ - ٤\,\text{ق(س)}}{\text{س}-٢} \quad ①$$

$$= \frac{١}{\text{ق}(٢)} \times \left[\underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س}-٢}{\text{س}-٢} + \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \frac{٢ - ٤\,\text{ق(س)}}{\text{س}-٢} \right] \quad ①$$

$$= \frac{١}{\text{ق}(٢)} \left[١ + \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \frac{-٤\left(\text{ق(س)} - \frac{١}{٢}\right)}{\text{س}-٢} \right] \quad ①$$

$$= \frac{١}{\text{ق}(٢)} \left[١ + \underset{\text{س}\to ٢}{\text{نهـا}}\ \frac{-٤\left(\text{ق(س)} - \text{ق}(٢)\right)}{\text{س}-٢} \right] \quad ①$$

$$- \frac{١}{\frac{١}{٢}} \left[١ + -٤ \times \text{ق}(٢) \right] \quad ① \quad - \ ٢ \left[١ - ٤ \times ١ \right]$$

$$= ٢ \times -٣ = -٦ \quad ①$$

رقم الصفحة في الكتاب

س٢

٨٩

7

د) حل آخر ①

$\text{ق}(٢) = \frac{١}{٢}$ لأن ق متصل عند س = ٢

$$\lim_{\text{س} \to ٢} \frac{\text{س} - ٤\,\text{ق}(\text{س})}{(\text{س} - ٢)\,\text{ق}(\text{س})} =$$

①

$$\lim_{\text{س} \to ٢} \frac{\text{س} - ٤\,\text{ق}(\text{س}) + ٤\,\text{ق}(٢) - ٤\,\text{ق}(٢)}{(\text{س} - ٢)\,\text{ق}(\text{س})}$$

$$= \lim_{\text{س} \to ٢} \frac{-٤(\text{ق}(\text{س}) - \text{ق}(٢))}{(\text{س} - ٢)\,\text{ق}(\text{س})} + \lim_{\text{س} \to ٢} \frac{\text{س} - ٤\,\text{ق}(٢)}{(\text{س} - ٢)\,\text{ق}(\text{س})} \quad ①$$

$$= \lim_{\text{س} \to ٢} \frac{-٤}{\text{ق}(\text{س})} \times \lim_{\text{س} \to ٢} \frac{\text{ق}(\text{س}) - \text{ق}(٢)}{\text{س} - ٢} + \lim_{\text{س} \to ٢} \frac{\text{س} - ٢}{(\text{س} - ٢)\,\text{ق}(\text{س})} \quad ①$$

$$= \frac{-٤}{\text{ق}(٢)} \times \text{ق}'(٢) + \frac{١}{\text{ق}(٢)} \quad ①$$

$$= \frac{-٤}{\frac{١}{٢}} \times ١ + \frac{١}{\frac{١}{٢}} = -٨ + ٢ = -٦ \quad ① \quad ①$$

رياضيات ٣م العلمي

رقم الصفحة في الكتاب	
س٤ ب موحد	س٣ [٣٢ علامة]
	٧) أ) إذا كان ص^2 = ٤ + ٢جاس جتاس فأثبت أن
	ص ص$''$ + (ص$'$)^2 + ٢ص^2 = ٨
	الحل:
	ص^2 = ٤ + ٢جاس جتاس
	ص^2 = ٤ + جا٢س (١)
	٢ص ص$'$ = ٢جتا٢س (١) (١)
	٢ص ص$''$ + ٢(ص$'$)^2 = -٤جا٢س (١) (١)
	٢ص ص$''$ + ٢(ص$'$)^2 = -٤(ص^2 - ٤) (١)
	٢ص ص$''$ + ٢(ص$'$)^2 = -٤ص^2 + ١٦
	٢ص ص$''$ + ٢(ص$'$)^2 + ٤ص^2 = ١٦
	ص ص$''$ + (ص$'$)^2 + ٢ص^2 = ٨ (١)
	حل آخر
	٢ص ص$'$ = ٢جاس × -جاس + جتاس × ٢جتاس (١) (١)
	= ٢(جتا^{2}س - جا^{2}س)
	= ٢جتا٢س (١) (١)
	٢ص ص$''$ + ٢(ص$'$)^2 = -٤جا٢س (١)
	= -٤(ص^2 - ٤) (١)
	٢ص ص$''$ + ٢(ص$'$)^2 + ٤ص^2 = ١٦
	ص ص$''$ + (ص$'$)^2 + ص^2 = ٨ (١)

حل ٢ : جـ

رياضيات ٢ م العلمي ص ٩ /

$ص^2 = ٤ + ٢\ جاس\ جتاس$ (١)

$٢\ ص\ ص' = -٢\ جاس \times جاس + جتاس \times ٢\ جتاس$ (١)

$= ٢\left(جتا^2 س - جا^2 س\right)$ (١)

$٢\ ص\ ص'' + ٢(ص')^2 = ٢\left(٢\ جتاس \times -جاس - ٢\ جاس \times جتاس\right)$ (١) (١)

$= ٢\left(-٤\ جاس\ جتاس\right)$

$= -٤\left(٢\ جاس\ جتاس\right)$

$= -٤\left(ص^2 - ٤\right)$ (١)

$= -٤\ ص^2 + ١٦$

$\Leftarrow ٢\ ص\ ص'' + ٢(ص')^2 = -٤\ ص^2 + ١٦$

$ص\ ص'' + (ص')^2 = -٢\ ص^2 + ٨$ (١)

$ص\ ص'' + (ص')^2 + ٢\ ص^2 = ٨$

ص ٤ /

حل ٣ : جـ

$$\text{ص}^2 = 4 + 2\,\text{جا س}\,\text{جتا س}$$

$$2\,\text{ص}\,\text{ص}' = -2\,\text{جا س} \times \text{جا س} + \text{جتا س} \times 2\,\text{جتا س}$$

$$= 2\left(\text{جتا}^2\text{س} - \text{جا}^2\text{س}\right)$$

$$2\,\text{ص}\,\text{ص}'' + 2(\text{ص}')^2 = 2\left(-2\,\text{جتا س} \times \text{جا س} - 2\,\text{جا س} \times \text{جتا س}\right)$$

$$= 2\left(-4\,\text{جا س}\,\text{جتا س}\right)$$

$$= -4\left(2\,\text{جا س}\,\text{جتا س}\right)$$

$$= -4\left(\text{ص}^2 - 4\right)$$

$$= -4\,\text{ص}^2 + 16$$

$$\Leftarrow\quad 2\,\text{ص}\,\text{ص}'' + 2(\text{ص}')^2 = -4\,\text{ص}^2 + 16$$

$$\text{ص}\,\text{ص}'' + (\text{ص}')^2 = -2\,\text{ص}^2 + 8$$

$$\text{ص}\,\text{ص}'' + (\text{ص}')^2 + 2\,\text{ص}^2 = 8$$

رقم الصفحة في الكتاب

س٢ م

ص ١٧٢

س٣ : جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = (س+٣)^٢ المرسوم من النقطة (٠،٠)

Δ (٢

الحل:

نفرض ان (س١، ص١) نقطة تماس

ميل المماس = (ص١ − ٠) / (س١ − ٠) ①

ق'(س) = ٢(س+٣) ①

ق'(س١) = ٢(س١+٣) = ميل المماس

(س١، ص١)

٢(س١+٣) = ص١ / س١ = (س١+٣)^٢ / س١ ①

٢س١(س١+٣) = (س١+٣)^٢

٢س١^٢ + ٦س١ = س١^٢ + ٦س١ + ٩

س١^٢ = ٩ ⟸ س١ = ±٣ ①

ق(٣) = ٣٦

ق(−٣) = ٠

نقاط التماس (٣، ٣٦) ، (−٣، ٠) ①

عند النقطة (٣، ٣٦) ⟸ ميل المماس = ٢(٣+٣) = ١٢ ①

معادلة المماس : ص − ٣٦ = ١٢(س − ٣) ① ⟸

ص = ١٢س

عند النقطة (−٣، ٠) ⟸ ميل المماس = صفر

معادلة المماس : ص = صفر ①

* إذا أوجد نقطة تماس واحدة يخسر علامة واحدة علامة النقطة وعلامة المعادلة

رقم الصفحة في الكتاب

س٣

١٣٧ — ٧) جـ) إذا كان $٣ص = -\sqrt{(ع+١)^٣} - \sqrt{(ع-١)^٣}$ ،

$ع = ٢س$ ، $س > \frac{١}{٢}$

بيّن أن $\left|\frac{دص}{دس}\right| = \sqrt{٤س + ٢\sqrt{٤س^٢ - ١}}$

الحل:

$ص = \frac{-١}{٣}\left[(ع+١)^{\frac{٣}{٢}} + (ع-١)^{\frac{٣}{٢}}\right] \Leftarrow$

$\frac{دص}{دع} = \frac{-١}{٣}\left[\frac{٣}{٢}(ع+١)^{\frac{١}{٢}} + \frac{٣}{٢}(ع-١)^{\frac{١}{٢}}\right]$ ①

$\Leftarrow \frac{دص}{دع} = \frac{-١}{٢}\left[\sqrt{ع+١} + \sqrt{ع-١}\right]$

$\frac{دع}{دس} = ٢$ ①

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس} = \frac{-١}{٢}\left(\sqrt{ع+١} + \sqrt{ع-١}\right) \times ٢$ ①

$= -\left(\sqrt{ع+١} + \sqrt{ع-١}\right)$

$\frac{دص}{دس} = -\left(\sqrt{٢س+١} + \sqrt{٢س-١}\right)$ ①

$\left|\frac{دص}{دس}\right| = \sqrt{\left(\frac{دص}{دس}\right)^٢}$ ①

$= \sqrt{\left(\sqrt{٢س+١} + \sqrt{٢س-١}\right)^٢}$

$= \sqrt{٢س+١+١ + ٢\sqrt{(٢س+١)}\sqrt{(٢س-١)} + ٢س-١}$ ①

$= \sqrt{٤س + ٢\sqrt{(٢س+١)(٢س-١)}}$

$= \sqrt{٤س + ٢\sqrt{٤س^٢ - ١}}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب	
١٢٧	

س٢ — حل آخر

٧) إذا كان $\text{٣ص} = -\sqrt{(\text{ع}+١)^٣} - \sqrt{(\text{ع}-١)^٣}$ ، $\text{ع} = \text{٢س}$ ، $\text{س} > \frac{١}{٢}$

بيّن أن $\left|\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right| = \sqrt{\text{٤س} + ٢\sqrt{\text{٤س}^٢ - ١}}$

لكن : $\text{٣ص} = -\sqrt{(\text{٢س}+١)^٣} - \sqrt{(\text{٢س}-١)^٣}$ ①

$= -(\text{٢س}+١)^{\frac{٣}{٢}} - (\text{٢س}-١)^{\frac{٣}{٢}}$

$\text{٣ص}' = -٢\left(\frac{٣}{٢}\right)(\text{٢س}+١)^{\frac{١}{٢}} - ٢\left(\frac{٣}{٢}\right)(\text{٢س}-١)^{\frac{١}{٢}}$ ① ①

$\text{ص}' = -\sqrt{\text{٢س}+١} - \sqrt{\text{٢س}-١}$ ①

لكن $|\text{ص}'| = \sqrt{(\text{ص}')^٢}$

$|\text{ص}'| = \sqrt{\left(\sqrt{\text{٢س}+١}\right)^٢ + ٢\sqrt{\text{٢س}+١}\sqrt{\text{٢س}-١} + \left(\sqrt{\text{٢س}-١}\right)^٢}$ ①

$= \sqrt{\text{٢س}+١ + ٢\sqrt{\text{٤س}^٢-١} + \text{٢س}-١}$ ①

$= \sqrt{\text{٤س} + ٢\sqrt{\text{٤س}^٢-١}}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

س٤ ١٦ علامة

١٦٤

٨) أ) الحل

ع١ = -٣٢ن + ٣٢ (١)

-٣٢ن + ٣٢ = ٠

ن = ١ ثانية (زمن الصعود للجسم الأول) (١)

ف١(١) = -١٦(١)² + ٣٢(١)

= ١٦ قدم عن قمة البرج

ارتفاع الجسم الأول عن سطح الأرض = ١٦ + ٤٨ = ٦٤ قدم (١)

لكن ع٢ = -٣٢ن + ع. (١)

-٣٢ن + ع. = ٠

ع. = ٣٢ن (١)

عندما يكون للجسمين أقصى ارتفاع متساوي لكل منهما

-١٦ن² + ع.ن = ٦٤ (١)

-١٦ن² + (٣٢ن)(ن) = ٦٤

-١٦ن² + ٣٢ن² = ٦٤

١٦ن² = ٦٤

ن² = ٤

ن = ٢ ثانية (١)

(زمن أقصى ارتفاع للجسم الثاني)

السرعة الابتدائية للجسم الثاني ع. = ٣٢ × ٢ = ٦٤ قدم/ث

(١)

* إذا أخطأ في أقصى ارتفاع واعتبره ٤٨ أو ١٦
يأخذ أول (٥) علامات وغيرها (٣) علامات.

رقم الصفحة في الكتاب

١٧٧ — $س^{٤}$

١٨٢ — ب) $ق(س) = س^{٣} - ١٢س$ ، $س \in [-٤ ، ٤]$

Δ

$ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢$ (١)

$٣س^{٢} - ١٢ = ٠$

$س^{٢} = ٤$

$س = \pm ٢$ (١)

(١)

$$\begin{array}{ccccccc} & +++++ & & ---- & & ++++ & \\ -٤ & & -٢ & & ٢ & & ٤ \end{array}$$

الاقتران ق متزايد على الفترة $[-٤ ، -٢]$ ، $[٢ ، ٤]$ (١) (١)

الاقتران ق متناقص على الفترة $[-٢ ، ٢]$ (١)

للاقتران ق قيمة عظمى محلية عند $س = -٢$

وهي $ق(-٢) = ١٦$ (١)

للاقتران ق قيمة صغرى محلية عند $س = ٢$

وهي $ق(٢) = -١٦$ (١)

* إذا غير الطالب قاعدة الاقتران $ق(س) = س^{٣} - ١٢س$ أو $ق(س) = س^{٤} - ١٢س$ يصحح من (٤) علامات.

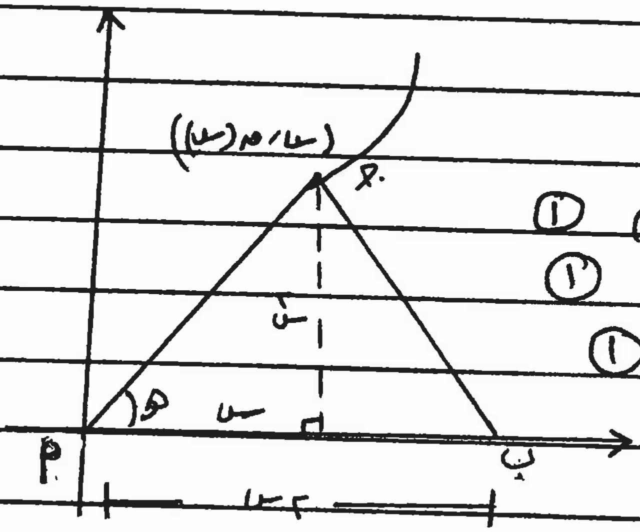
* الفترات سواء مفتوحة أو مغلقة لا تؤثر في العلامة.

رقم الصفحة في الكتاب

٧ / ص ١٧٥

٥ / س

٢ / أ)



م = ½ (٢س) × (س^٢) ①

م = س × س^٢ = س^٣ ①

$\frac{دم}{دن}$ = ٣س^٢ . $\frac{دس}{دن}$ ①

ظاهـ = $\frac{س^٢}{س}$ = س ①

قا^{٢}هـ $\frac{دهـ}{دن}$ = $\frac{دس}{دن}$ ①

٤ × ½ = $\frac{دس}{دن}$

$\frac{دس}{دن}$ = ٢ وحدة / ث ①

عندما هـ = $\frac{\pi}{٣}$ ⟸ ظاهـ = $\sqrt{٣}$ = س

١ + ظا^{٢}هـ = قا^{٢}هـ

١ + ($\sqrt{٣}$)^٢ = قا^{٢}هـ

٤ = قا^{٢}هـ ①

$\frac{دم}{دن}\Big|_{هـ = \frac{\pi}{٣}}$ = ٣($\sqrt{٣}$)^٢ × ٢ = ١٨ وحدة مربعة / ث ①