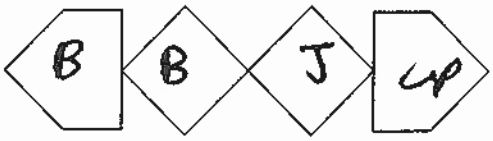
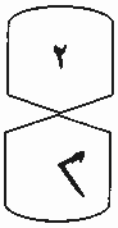
بسم الله الرحمن الرحيم





المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

(وثيقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفرع : العلمي + الصناعي

مدة الامتحان : ٠٠ : ٢
اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٧/٧/٤

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

السؤال الأول: (١٩ علامة)

أ) إذا كان $\int_{هـ}^{٢} ٢ \, ق'(س) \, د س = لو_{هـ} | ٢ - ٤ س | - \int_{هـ}^{٢} ٢ \, هـ^{س} \, ق'(س) \, د س$ ، وكان $ق'(٠) = ٢$

فجد قيمة الثابت ٢ (٦ علامات)

ب) جد التكاملات الآتية:

١) $\int_{}^{} \frac{س^{٢}}{س^{٦} + س^{٣}} \, د س$ ، $س > ٠$ (٦ علامات)

٢) $\int_{١}^{٣} \frac{(س^{٢} - ٦ س + ٩)^{\frac{٧}{٢}}}{س^{٩}} \, د س$ (٧ علامات)

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

السؤال الثاني: (١٩ علامة)

أ) يسير جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة : $ت = ع + ١$ ، $ع > ٠$ ، حيث ت: تسارع الجُسيم، ع: سرعة الجُسيم، إذا تحرك الجُسيم من السكون فقطع مسافة مقدارها (٦) م بعد (٣) ثوانٍ من حركته، فجد المسافة التي قطعها بعد (٩) ثوانٍ من حركته. (٧ علامات)

ب) جد قيمة التكاملات الآتية:

١) $\int_{١}^{٢} | هـ^{٢س - ١} - هـ | \, د س$ (٦ علامات)

٢) $\int_{٢}^{٦} ([\frac{١}{٣} س] - ٢) \, د س$ (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثانية/ ،،،،

الصفحة الثانية

السـؤال الثالث: (٢٢ علامة)

أ) إذا كان $\int_{0}^{\pi} \frac{\text{جتا س}}{(\text{س} + ٢)^{٢}}$ د س = أ ، أ : ثابت ،

فجد بدلالة أ قيمة $\int_{\frac{\pi}{٢}}^{\pi} \frac{\text{جا ٢س}}{\text{س} + ١}$ د س (٧ علامات)

ب) إذا كان ص = $\sqrt{\text{أهـ}^{\text{أ س}}}$ وكان ص'' + ٤ ص' + ٤ ص = ٠ ، فجد قيمة الثابت أ (٦ علامات)

ج) استخدم التكامل في إيجاد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات :

ق (س) = ٤ – س^{٢} ، هـ (س) = س + ٢ ، ل (س) = ٣ (٩ علامات)

السـؤال الرابع: (٢٣ علامة)

أ) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته:

٩ س^{٢} + ٤ ص^{٢} + ١٦ ص = ١٨ س + ٢١ (١٠علامات)

ب) جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه النقطة (٢ ، –٢) وإحدى بؤرتيه هي النقطة (٢ ، ٣)

وطول محوره القاطع يساوي (٨) وحدات. (٦ علامات)

ج) تتحرك النقطة و(س ، ص) في المستوى بحيث يتحدّد موقعها بالمعادلتين:

س = ظا هـ + ظتا هـ ، ص = ظتا ٢ هـ ، حيث هـ زاوية متغيّرة.

جد معادلة مسار النقطة (و)، ثم بيّن نوع هذا المسار. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

الصفحة الثالثة

السـؤال الخامس: (١٧ علامة)

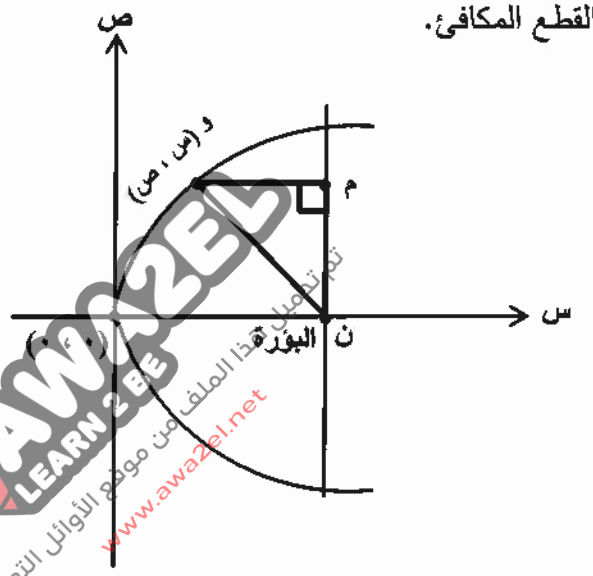
أ) جد معادلة الدائرة التي طول نصف قطرها يساوي (٢ $\sqrt{٢}$) سم ، وتمر بالنقطة (٢ ، ٤) ،

وتمس المستقيم الذي معادلته س – ص – ٢ = ٠ (١٠علامات)

ب) يُمثِّـل الشكل الآتي قطعًا مكافئًا، والنقطة و(س ، ص) تتحرك على منحنى القطع بحيث

يبقى المثلث و م ن قائم الزاوية في م ، وكان م و + و ن = ٣ وحدات،

فجد معادلة القطع المكافئ. (٧ علامات)



AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٧ / الدورة الصيفية

الإجابة النموذجية

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : الرياضيات / ع
الفرع : العلمي والصناعي

مدة الامتحان : د = ٣ س
التاريخ : ٤/٦/٢٠١٧

الإجابة النموذجية :	رقم الصفحة في الكتاب
سؤال ١ أ) إذا كان ق(س) = $\int \frac{٢-٤س}{هـ^{٢س}}$ دس = $\frac{م}{هـ^{٢س}}$ + ق(س) هـ^{-٢س} + جـ وكان ق(٠) = ٢ ، فجد قيمة الثابت م	
الحل:	٢٨٤
ق(س) = $\frac{م}{هـ^{٢س}}$ + ق(س) هـ^{-٢س}	٢٨٩
$\frac{٢-٤س}{هـ^{٢س}}$ = $\frac{م}{هـ^{٢س}}$ + ق(س) هـ^{-٢س} (١)	
ق(٠) = $\frac{م}{هـ^{٠}}$ + ق(٠) هـ^{٠} (١)	
ق(٠) = م + ٢ (١)	
ق(٠) = -٢ + ٢ (١)	
م = ٠ (١)	

OMRAEL LEARN BE
www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

(١) أوجد $\int \frac{س^{٢}}{س^{٣}+س^{٦}}\,دس$ ، $س>٠$.

الحل: $ص = س^{٣}$ ①

$\frac{دص}{دس} = ٣س^{٢} \Leftarrow دس = \frac{دص}{٣س^{٢}}$ ①

$\int \frac{س^{٢}}{س^{٣}+س^{٦}}\,دس = \int \frac{\frac{دص}{٣}}{ص+ص^{٢}}$ ①

$\frac{١}{ص(ص+١)} = \frac{أ}{ص} + \frac{ب}{ص+١} = \frac{أ(ص+١)+ب ص}{ص(ص+١)}$

$\frac{١}{٣} = أص + أ + ب ص$

$ص = ٠ \Leftarrow أ = \frac{١}{٣}$ ، $ص = -١ \Leftarrow ب = \frac{-١}{٣}$ ①

$\int \frac{\frac{دص}{٣}}{ص+ص^{٢}} = \frac{١}{٣}\ln|ص| - \frac{١}{٣}\ln|ص+١| + جـ$ ①

$= \frac{١}{٣}\ln|س^{٣}| - \frac{١}{٣}\ln|س^{٣}+١| + جـ$ ①

إذا لم يكتب حد يحسب كما يلي

رقم الصفحة في الكتاب

المسألة ١

ب) ق ع ، جـ $\int_{1}^{3} \frac{(س^2 - ٦س + ٩)^{\frac{7}{2}}}{س^9} \, د س$

الحل: $\frac{(س^2 - ٦س + ٩)^{\frac{7}{2}}}{س^9} = \frac{|(س-٣)^2|^{\frac{7}{2}}}{س^9} = \frac{|س-٣|^7}{س^9}$ ①

$= \frac{|س-٣|(س-٣)^6}{س^9}$ ٢٦٣

لذلك $\int_{1}^{3} \frac{|س-٣|(س-٣)^6}{س^9} \, د س$

$= -\int_{1}^{3} (س-٣)^7 \, د س$ ①

$= -\int_{1}^{3} (١ - \frac{٣}{س})^7 (\frac{١}{س^2}) \, د س$ ①

لكن $ص = ١ - \frac{٣}{س}$ ⟵ $د ص = \frac{٣}{س^2} \, د س$ ①

عندما $س = ١$ ⟵ $ص = -٢$

عندما $س = ٣$ ⟵ $ص = صفر$

$\Leftarrow = -\int_{-٢}^{0} ص^7 \frac{د ص}{٣}$ ①

$= -\frac{ص^8}{٢٤}\Big|_{-٢}^{0} = \frac{(-٢)^8}{٢٤} = \frac{٣٢}{٣}$ ①

* إذا لم يستخدم القيمة المطلقة في كل خطوة مع كل س فاقد درجة واحدة فقط وفي هذه الحالة يكون الناتج $= \frac{٣٢}{٣}$

AWA2EL LEARN 2 BE
www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

٢٥٢

سلة ٤

(٧) (أ) يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة: ت = ع + ١ ، ع ≥ ٠.
حيث ت : تسارع الجسيم ، ع : سرعة الجسيم . إذا تحرك الجسيم من السكون فقطع مسافة مقدارها ٦ م بعد ٣ ثوانٍ من حركته ، فجد المسافة التي قطعها بعد ٩ ثوانٍ من حركته

الحل:

ت = ع + ١ ⟸ $\frac{د ع}{د ن}$ = ع + ١ ⟸ $\frac{د ع}{ع + ١}$ = د ن

لو ع + ١ = ن + ﻫ ①

عندما ن = ٠ ⟸ ع(٠) = ٠ ⟸ ﻫ = ١ ①

لو ع + ١ = ن ⟸ ﻫ = ع + ١ ⟸ ع = ﻫ − ١ ①

$\frac{د ف}{د ن}$ = ﻫ − ١ ⟸ د ف = (ﻫ − ١)(ﻫ − ١) د ن

ف = $\frac{ﻫ^٣}{٣}$ − ﻫ + ن + ﻫ ①

ف(٣) = $\frac{ﻫ^٣}{٣}$ − ٣ + ﻫ = ٦ ⟸ ﻫ = ٩ − ﻫ ①

ف = $\frac{ﻫ^٣}{٣}$ − ن − ﻫ + ٩

ف(٩) = $\frac{ﻫ^٣}{٣}$ − ٩ − ﻫ + ٩ = ٢(ﻫ − ٩) ①

awa2el LEARN 2 BE لتوصيل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال ٢ ب) ١

جـ) $\int_{-1}^{2} |e^{3x-1} - e| \, dx$

$e^{3x-1} = e \Leftarrow 3x-1 = 1$

$3x = 2$

$x = 1$ ①

الحل

$$\int_{-1}^{2} |e^{3x-1} - e| \, dx = \int_{-1}^{1} -(e^{3x-1} - e) \, dx + \int_{1}^{2} (e^{3x-1} - e) \, dx$$

$$= -\left[\frac{e^{3x-1}}{3} - ex\right]_{-1}^{1} + \left[\frac{e^{3x-1}}{3} - ex\right]_{1}^{2}$$

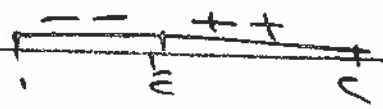
$$= -\frac{e}{3} + e + \frac{e^{-4}}{3} + e + \frac{e^{5}}{3} - 2e + e$$

$$= \frac{e^{5} + e^{-4} + 3e}{3}$$

* إذا طلب المقام يساوي صفر

$3x - 1 = 0$

$x = \frac{1}{3}$



ج) من الحالة يحسب كلا منهم ويصبح ص (٤)

AWA2EL LEARN 2 BE
أم تحميل هذا الملف من موقع الوائل التعليمي
www.awa2el.net

تمرين (٦)

رقم الصفحة في الكتاب

(٦) $\int_{-2}^{6} \left(\left[\frac{1}{2}س\right] - 2\right) د س$

$= \int_{-2}^{6} \left[\frac{1}{2}س\right] د س - \int_{-2}^{6} 2 \, د س$

$= \int_{-2}^{6} \left[\frac{1}{2}س\right] د س - 2(6 - (-2))$

$= \int_{-2}^{6} \left[\frac{1}{2}س\right] د س - 16$

$= \int_{-2}^{-1} (-2) د س + \int_{-1}^{0} (-1) د س + \int_{0}^{1} 0 \, د س + \int_{1}^{2} 1 \, د س + \int_{2}^{3} 2 \, د س + \int_{3}^{4} 3 \, د س + \int_{4}^{5} 4 \, د س + \int_{5}^{6} 5 \, د س - 16$

$= -2(-1 - (-2)) - 1(0 - (-1)) + 0 + 1(2 - 1) + 2(3 - 2) + 3(4 - 3) + 4(5 - 4) + 5(6 - 5) - 16$

$= -2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 - 16$

$= 16 - 16 = 0$

أوائل LEARN 2 BE www.awa2el.net لم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي

رقم الصفحة في الكتاب

مسألة ٣

إذا كانت B حـ $\left\{ \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \frac{\text{جتا}\, س}{(س+2)^2}\, د س = م ،\ \text{فجد} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \frac{\text{جا}\, 2س}{س+1}\, د س \right.$ بدلالة $م$ ثابت

الحل : لنفرض $ص = 2س \Rightarrow د ص = 2 د س$

عندما $س = 0 \Rightarrow ص = 0$

عندما $س = \frac{\pi}{4} \Rightarrow ص = \frac{\pi}{2}$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \frac{\text{جا}\, 2س}{س+1}\, د س = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}\, ص}{\frac{ص}{2}+1} \times \frac{1}{2}\, د ص = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}\, ص}{ص+2}\, د ص$$

لنفرض $ه = \frac{1}{ص+2}$ ، $د ه = \frac{-1}{(ص+2)^2}\, د ص$ ، $د ع = \text{جا}\, ص\, د ص$ ، $ع = -\text{جتا}\, ص$

$$= \left[\frac{-\text{جتا}\, ص}{ص+2} \right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\, ص}{(ص+2)^2}\, د ص$$

$$= \frac{1}{\pi+2} - \frac{1}{2} - م$$

$$\Leftarrow \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \frac{\text{جا}\, 2س}{س+1}\, د س = \frac{1}{\pi+2} + \frac{1}{2} - م$$

AWA2EL LEARN 2 EARN
لم تحمل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي
www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

سلم ٣ ب ١

إذا كان $ص = \sqrt{هـ^{س}}$ وكان $ص'' + ع ص' + ع ص = ٠$ فما قيمة الثابت م

الحل:

$$ص = \sqrt{هـ^{س}} = هـ^{\frac{١}{٢}م س}$$

سلم ٦ ص ٩٥

$$ص' = \frac{١}{٢} م هـ^{\frac{١}{٢}م س} \quad ①$$

$$ص'' = \frac{١}{٤} م^{٢} هـ^{\frac{١}{٢}م س} \quad ①$$

$$ص'' + ع ص' + ع ص = ٠$$

$$\frac{١}{٤} م^{٢} هـ^{\frac{١}{٢}م س} + \frac{١}{٢} م هـ^{\frac{١}{٢}م س} + هـ^{\frac{١}{٢}م س} = ٠ \quad ①$$

$$هـ^{\frac{١}{٢}م س}\left(\frac{١}{٤} م^{٢} + \frac{١}{٢} م + ١\right) = ٠ \quad ①$$

$$م^{٢} + ٢م + ٤ = ٠$$

$$(م + ٢)^{٢} = ٠ \quad ①$$

$$م = -٢ \quad ①$$

AWA2EL LEARN 2 BE
لم تحمل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

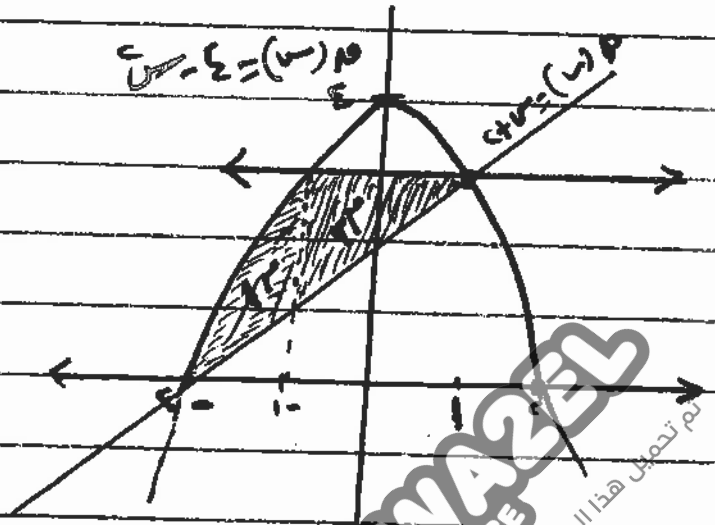
رقم الصفحة في الكتاب

٩

س٣) ب) باستخدام التكامل

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات المعادلات

ق(س) = ٤ - س² ، ه(س) = س + ٢ ، ل(س) = ٢



ق(س) = ه(س)

٤ - س² = س + ٢ ⇒ س² + س - ٢ = ٠ ⇒ س = ١ ، س = -٢

(س + ٢)(س - ١) = ٠ ⇒ س = -٢ ، س = ١

ق(س) = ل(س)

٤ - س² = ٢ ⇒ س² = ٢ ⇒ س = ±√٢

ه(س) = ل(س) ⇒ س + ٢ = ٢ ⇒ س = ٠

علامات الحدود
علامتها واحد
خطأ الحدود
غير صحيحة

(١) ∫ من -٢ إلى ١ (٤ - س² - س - ٢) دس = [٤س - س³/٣ - س²/٢] من -٢ إلى ١

= (٤ - ١/٣ - ١/٢) - (-٨ + ٨/٣ - ٢) = ٢٢/٦ = ١١/٣

(١) ∫ من ٠ إلى ١ (ه(س) - ل(س)) دس = ∫ من ٠ إلى ١ (س + ٢ - ٢) دس = [س²/٢] من ٠ إلى ١ = ١/٢

(١) ∫ من ١ إلى ٢ (ق(س) - ل(س)) دس = ∫ من ١ إلى ٢ (٤ - س² - ٢) دس = [٤س - س³/٣] من ١ إلى ٢

= (٨ - ٨/٣) - (٤ - ١/٣) = ٧/٣

(١) ١١/٣ + ١/٢ + ٧/٣ = ١٩/٦

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال ٤

(أ)

جـ إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين للقطع الناقص الذي معادلته: $٩س^٢ + ٤ص^٢ + ١٦ص = ١٨س + ١١$

الحل:

$٩س^٢ - ١٨س + ٤ص^٢ + ١٦ص = ١١$

$٩(س^٢ - ٢س) + ٤(ص^٢ + ٤ص) = ١١$

$٩(س^٢ - ٢س + ١) + ٤(ص^٢ + ٤ص + ٤) = ١١ + ٩ + ١٦$ ①

$٩(س-١)^٢ + ٤(ص+٢)^٢ = ٣٦$ ①

$\frac{(س-١)^٢}{٤} + \frac{(ص+٢)^٢}{٩} = ١$ ① قطع ناقص رأسي

$أ^٢ = ٩ \Leftarrow أ = ٣$ ①

$ب^٢ = ٤ \Leftarrow ب = ٢$

لكن $جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ = ٥$

$جـ = \sqrt{٥}$ ①

المركز $(١، -٢)$ ①

الرأسان $(١، -٢ \pm ٣)$ وهما $(١، ١)$ ، $(١، -٥)$

البؤرتان $(١، -٢ \pm \sqrt{٥})$ وهما $(١، -٢ - \sqrt{٥})$ ، $(١، -٢ + \sqrt{٥})$ ①

* إذا تم الإضافة والطرح في الإحداثيات يسمى المركز بالحل البديل

الرأسان $(١ \pm ٣، -٢)$ ①

البؤرتان $(١ \pm \sqrt{٥}، -٢)$ ①

٢٥٠

رقم الصفحة في الكتاب

سلة ٤

ب)

(١) جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه النقطة (٢،-٢) وإحدى بؤرتيه هي النقطة (٢،٣) وطول محوره القاطع يساوي ٨ وحدات

مثال ٣ صـ٢٣

(٢،٣)

(٢،-٢)

الحل: قطع زائد رأسي

$2أ = 8 \Rightarrow أ = 4$ ①

$ج = 3 + 2 = 5$ ①

$ج^2 = أ^2 + ب^2 \Rightarrow 25 = 16 + ب^2 \Rightarrow ب^2 = 9$ ①

المعادلة: $\frac{(ص-ك)^2}{أ^2} - \frac{(س-ه)^2}{ب^2} = 1$ ①

$\frac{(ص-2)^2}{16} - \frac{(س-2)^2}{9} = 1$ ①

* إذا كان المقطع مكافئ

$\frac{(س-ه)^2}{9} - \frac{(ص+ك)^2}{16} = 1$ غير صالحة

رقم الصفحة في الكتاب

٢٦٨

٤ سم

ج

٧

الحل: ص = ظتا٢هـ

ص = ظاهـ + ظتاهـ

ظاهـ + ظتاهـ = حاهـ/جاهـ + جاهـ/حاهـ = (حا٢هـ + جتا٢هـ)/(حاهـ جاهـ)

١/(حاهـ جتاهـ) = ٢/(حا٢هـ) = ٢ ÷ ١ = ٢ حتا٢هـ ←

س/٤ = حتا٢هـ ①

لكنه ١ + ظتا٢هـ = قتا٢هـ ①

١ + ص٢ = (س/٤)٢

١ + ص٢ = س٢/١٦ ①

١٦ + ١٦ ص٢ = س٢ ←

س٢ − ١٦ ص٢ = ١٦ ←

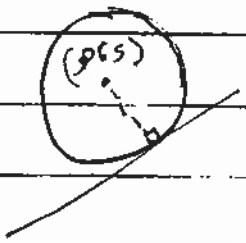
س٢/١٦ − ص٢ = ١ معادلة قطع زائد ①

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي
www.awa2el.net

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال ٩

نفرض ان مركز الدائرة (د، هـ)



بعد النقطة (د، هـ) عن المستقيم س - ص - ٢ = ٠ يساوي

$$\frac{|د - هـ - ٢|}{\sqrt{٢}} = \sqrt{٢} \Leftarrow |د - هـ - ٢| = ٢ \quad ①$$

$$\frac{-٣\sqrt{٢}}{٢\sqrt{٢}}$$

إما $د - هـ - ٢ = ٢$ أو $د - هـ - ٢ = -٢$

$د - هـ = ٤$ أو $د - هـ = ٠$

$د = هـ + ٤$ ①

$هـ = د$ ①

لذلك: $\sqrt{(د-٢)^٢ + (هـ-٤)^٢} = ٢\sqrt{٢}$

$(د-٢)^٢ + (هـ-٤)^٢ = ٨$ ②

① $(هـ-٤)^٢ + (هـ-٤)^٢ = ٨ \Leftarrow ٢(هـ-٤)^٢ = ٨$

$(هـ-٤)^٢ = ٤$

$هـ - ٤ = ٢ \Leftarrow هـ = ٦$ ①

$هـ - ٤ = -٢ \Leftarrow هـ = ٢$

$د = ٢ + هـ \Leftarrow د = ٤$ أو $د = ٠$

المركز (٠، ٢) ①، (٦، ٤) ①

معادلة الدائرة $(س - ٤)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٨$ أو ①

$٤ + (ص - ٣)^٢ = ٨$ ①

لذلك عندما $د = هـ + ٤ \Leftarrow$

$(هـ + ٤)^٢ + (هـ - ٤)^٢ = ٨$

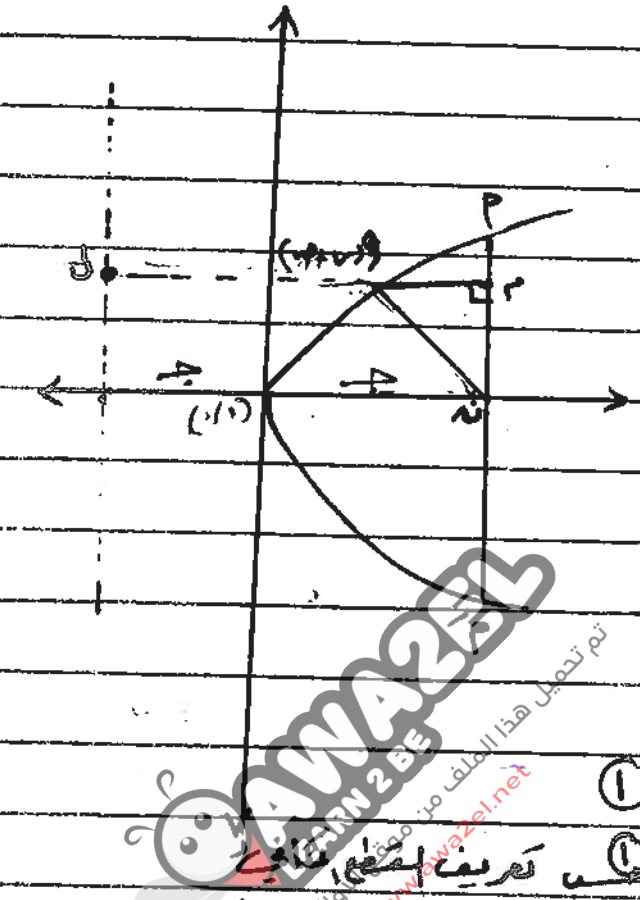
$هـ^٢ + ٨هـ + ١٦ + هـ^٢ - ٨هـ + ١٦ = ٨$

$٢هـ^٢ + ٣٢ = ٨$ غير محققة

* إذا لم يكتب الحالة الرجوع لحالة خاطئة

* إذا تقاطعت مع الحالة الصحيحة فقط يصحح من (٥) علامات

رقم الصفحة في الكتاب



تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي
www.awa2el.net

$ص^2 = 4جـ س$ ①

$م و + و ن = م ن$

$م و + و ل = ٢ جـ$ ①

لكن $و ل = و ن$ ① تعريف المقطع المكافئ

$م و + و ن = ٢ جـ$ ①

$جـ = \frac{م ن}{٢}$ ① $\Leftarrow$ $م ن = ٢ جـ$ ①

$ص^2 = 4جـ س$ $\Leftarrow$ $ص^2 = 4 \times \frac{٢}{٤} س$

$ص^2 = ٢ س$ ①

س ١

ب)

١) حل آخر

$$\int \frac{س^{٢}}{س^{٦}+س^{٣}}\,د س = \int \frac{س^{٢}}{س^{٦}(١+س^{-٣})}\,د س \quad ①$$

$$= \int \frac{١}{س^{٤}(١+س^{-٣})}\,د س = ① \int \frac{س^{-٤}}{١+س^{-٣}}\,د س \quad ①$$

$$= -\frac{١}{٣} \int \frac{-٣س^{-٤}}{١+س^{-٣}}\,د س \quad ① + ①$$

$$= -\frac{١}{٣} \text{لو}_{هـ}|١+س^{-٣}| + ج \quad ①$$

إذا لم يكتب $ج$ = صفر علامة.

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي
www.awa2el.net

ب)

ا) حل آخر.

٦) $\int \frac{س^{٤}}{س^{٦}+٣س^{٣}} ds = \int \frac{س^{٤}}{س^{٣}(س^{٣}+٣)} ds$ ①

$= \int \frac{١}{س(س^{٣}+٣)} ds$ ①

نفرض ص $= س^{٣}+١ \Leftarrow ds = \frac{dص}{٣س^{٢}}$

$= \int \frac{١}{س \cdot ص} \times \frac{١}{٣س^{٢}} dص = \int \frac{١}{٣س^{٣} ص} dص$

$= \int \frac{١}{ص(ص-١)٣} dص = \int \frac{١}{٣ص(ص-١)} dص$ ①

$\frac{١}{٣ص(ص-١)} = \frac{ب}{ص-١} + \frac{ا}{٣ص}$.

$١ = ا(ص-١) + ٣ب ص$

عندما ص $= ١ \Leftarrow ٣ب = ١ \Leftarrow ب = \frac{١}{٣}$

عندما ص $= ٠ \Leftarrow ا = -١$ ①

$= \int \frac{-١}{٣ص} dص + \int \frac{\frac{١}{٣}}{ص-١} dص$

$= -\frac{١}{٣} لو|ص| + \frac{١}{٣} لو|ص-١| + ج$ ①

$= -\frac{١}{٣} لو|س^{٣}+١| + \frac{١}{٣} لو|س^{٣}| + ج$ ①

AWA2EL LEARN 2 BE www.awa2el.net تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي

ل ١ ى ب

٧ ⑤ $\int_{١}^{٣} \frac{(س^{٣} - ٦س + ٩)^{\frac{٧}{٤}}}{س^{٩}}$ د س

① $= \int_{١}^{٣} \frac{(س - ٣)^{\frac{٧}{٤}}}{س^{٩}}$ د ك $= \int_{١}^{٣} \frac{(١٣ - ٧ ا)^{٧}}{س^{٩}}$ د س

$= \int_{١}^{٣} \frac{(٣ - س)^{٧}}{س^{٩}}$ د س ① $= \int_{١}^{٣} \frac{(١ - \frac{٣}{ك})^{٧}}{ك^{٩}}$ د ك ①

$= \int_{١}^{٣} س^{-٢} (٣ - س)$ د س ①

$= \int_{١}^{٣}$

① $ص = ١ - \frac{٣}{ك}$

$د س = \frac{-٣ د ص}{ك^{٢}}$

$= \int_{٢}^{٠} \frac{ص^{٧} \times ٣ د ص}{ك^{٢}}$ ① $س = ١ \Rightarrow ص = ٢$

$س = ٣ \Rightarrow ص = ٠$

$= \int_{٢}^{٠} -ص^{٧}$ د ص

$= \frac{ص^{٨}}{٨}$

① $= \frac{٣٢}{٣}$

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

سؤال (٥) حل آخر

$$\int \frac{س^{٤}}{س^{٦}+س^{٣}}\,د س = \int \frac{س^{٤}}{س^{٣}(س^{٣}+١)}\,د س$$

$$= \int \frac{١}{س(س+١)(س^{٢}-س+١)}\,د س$$

$$= \int \left(\frac{أ}{س} + \frac{ب}{س+١} + \frac{جـ س + د}{س^{٢}-س+١} \right) د س$$

$$\frac{١}{س(س+١)(س^{٢}-س+١)} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س+١} + \frac{جـ س + د}{س^{٢}-س+١} \quad \cdots (١)$$

$$١ = أ(س+١)(س^{٢}-س+١) + ب س (س^{٢}-س+١) + (جـ س + د) س (س+١)$$

عند $س = -١$ ⇐ $١ = -٣ب$ ⇐ $ب = -\frac{١}{٣}$

عند $س = ٠$ ⇐ $١ = أ$

عند $س = ١$ ⇐ $١ = ٢ + \frac{٢}{٣} + (جـ + د)(٢)$

$$١ = \frac{٨}{٣} + ٢جـ + ٢د$$

$$-\frac{٥}{٣} = ٢جـ + ٢د$$

$$-\frac{١}{٣} = جـ + د \quad \Leftarrow \quad -١ = ٣جـ + ٣د \quad \cdots (١)$$

عند $س = ٢$ ⇐ $١ = ٣ \times ٢ + \frac{٦}{٣} \times ٣ + (٢جـ + د)(٦)$

$$١ = ٧ + ١٢جـ + ٦د$$

$$-٦ = ١٢جـ + ٦د$$

$$-١ = ٢جـ + د \quad \cdots (٢)$$

(٢) − (١)

$$-١ = جـ + د$$

$$٢ = -٣جـ \quad \Leftarrow \quad جـ = -\frac{٢}{٣}$$

$$-١ = -\frac{٢}{٣} + د \quad \Leftarrow \quad د = -\frac{١}{٣}$$

بالتعويض في (١)

$$\frac{١}{س(س+١)(س^{٢}-س+١)} = \frac{١}{س} - \frac{١}{٣(س+١)} + \frac{-\frac{٢}{٣}س - \frac{١}{٣}}{س^{٢}-س+١}$$

$$= \frac{١}{س} - \frac{١}{٣(س+١)} - \frac{٢س+١}{٣(س^{٢}-س+١)}$$

$$\int \frac{س^{٤}}{س^{٦}+س^{٣}}\,د س = \int \left(\frac{١}{س} - \frac{١}{٣(س+١)} - \frac{٢س+١}{٣(س^{٢}-س+١)} \right) د س$$

$$= ل|س| - \frac{١}{٣} ل|س+١| - \frac{١}{٣} ل|س^{٢}-س+١| + جـ$$

$$= ل\left| \frac{س}{\sqrt[٣]{(س+١)(س^{٢}-س+١)}} \right| + جـ$$

$$= ل\left| \frac{س}{\sqrt[٣]{س^{٣}+١}} \right| + جـ$$

العلاقة علي درجة

تابع حل فرع (ب)

$$= \left(\int \frac{1}{س} \, ds + \int \frac{-\frac{1}{٣}}{١+س} \, ds + \int \frac{\frac{١}{٣}+س\frac{٢}{٣}}{١+س-س^{٢}} \right) ds$$

$$= \text{ص}\left[\ln|س| - \frac{١}{٣}\ln|١+س| + \int \frac{\frac{١}{٣}-س\frac{٢}{٣}}{١+س-س^{٢}} \, ds \right] \quad \text{①}$$

$$\therefore \text{ص}\left[\ln|س| - \frac{١}{٣}\ln|١+س| - \frac{١}{٣}\ln|١+س-س^{٢}| \right] + \text{جـ}$$

تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

ثانياً:

① أ) أهداف

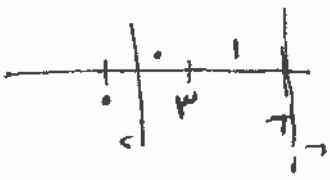
إذا اجاز الطالب التكامل عدد مرة دون استخدام
إعادة تعريف الثقة الطلقة يأخذ الطالب علامة
علامة تكامل وعلامة تصريف إذا قام بها بشكل صحيح

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

س٤ فرع ب (٤) حل آخر ،

(٦)

(١) أو



$$\text{ق}(س) = \begin{cases} -٢ & ٣ > س \geq ٢ \\ -١ & ٦ > س \geq ٣ \end{cases}$$

(١) (١)

$$\int_{٢}^{٦} \text{ق}(س)\,د س = \int_{٢}^{٣} -٢\,د س + \int_{٣}^{٦} -١\,د س$$

(١) (١)

$$= -٢(٣-٢) + -١(٦-٣)$$

$$= -٢ + -٣$$

$$= -٥$$ (١)

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

٢٤

س ٢)

ت = ع + ١

ع = ٠ ⇒ ت = ١

ع = ٥ ⇒ ت = ٦

اخطأ الطالب هنا حيث عبر عن ت بدلالة ع

ثم تكمل مع الطالب

س ٣) ① ∫ |هـ^(١-س) - هـ| دس

هـ^(١-س) = هـ ⇒ ١ - س = ١ ⇒ س = ٠

∫ |هـ^(١-س) - هـ| دس = ∫ (هـ - هـ^(١-س)) دس + ∫ (هـ^(١-س) - هـ) دس

هنا الخطأ في عبر عن التكامل فقط

وتكمل مع الطالب.

② إذا أنت الطالب ∫ [½ س] دس = ∫ (ج - [½ س]) دس

وأكمل بشكل صحيح غير عبارته، أعد فقط

(تصحيح ص ٥٤ سطر ١٥)

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

مثال/ ١٠١ اذا كان $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}^{2}\theta}{(1+\tan\theta)^{2}}\, d\theta = p$ ، فجد $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}^{2}\theta}{1+\tan\theta}\, d\theta$

الحل:

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}^{2}\theta}{1+\tan\theta}\, d\theta = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}^{2}\theta \cdot \text{جتا}\theta}{1+\tan\theta}\, d\theta$$

$$\text{ف} = \frac{1}{1+\tan\theta} \qquad \text{ف}\,d = \frac{-1}{(1+\tan\theta)^{2}}\, d\theta$$

$$\text{ه} = \text{جا}\theta \qquad d\text{ه} = 2\,\text{جا}\theta\,\text{جتا}\theta\, d\theta$$

$$= \left[\frac{-\text{جتا}^{2}\theta}{1+\tan\theta} \right]_{0}^{\frac{\pi}{2}} + \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\theta}{(1+\tan\theta)^{2}}\, d\theta$$

$$= 0 + 1 - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\theta}{(1+\tan\theta)^{2}}\, d\theta$$

$$= 1 - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\theta}{(1+\tan\theta)^{2}}\, d\theta$$

$$= 1 - \left(\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\theta}{(1+\tan\theta)^{2}}\, d\theta \right)$$

$$= 1 - \left(\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3+\pi} \right) - \rho \right)$$

$$= 1 - \rho + \frac{1}{2} - \frac{1}{3+\pi}$$

$$\rho = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}\theta}{(1+\tan\theta)^{2}}\, d\theta$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \Leftarrow \theta = \frac{\pi}{2} \Leftarrow \theta = \theta$$

$$\theta = 0 \Leftarrow \theta = 0 \Leftarrow \theta = \theta$$

$$\theta = \theta \Leftarrow \theta = \theta \Leftarrow \theta = \theta$$

AWA2EL LEARN 2 BE
لم تكتمل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

حل آخر

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{(2+\sin x)^2}\,dx$$

$$\sin x = t \Leftarrow \cos x\,dx = dt$$

$$x = 0 \Leftarrow t = 0 \qquad x = \frac{\pi}{3} \Leftarrow t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dt}{(2+t)^2} = \left[-\frac{1}{2+t} \right]_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= -\frac{1}{2+\frac{\sqrt{3}}{2}} + \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{2}{4+\sqrt{3}} + \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{2}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} + \frac{1}{2}$$

$$= -\frac{8-2\sqrt{3}}{13} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{-16+4\sqrt{3}+13}{26}$$

$$= \frac{4\sqrt{3}-3}{26}$$

AWA2EL LEARN 2 BE
www.awa2el.net
تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي

س٣ د)

٩/ * إذا أخطأ الطالب في صياغة المساحة النهائية

وكتب م = $\int_{-1}^{1}$ (ص١ - ص٢) دس ، فإن

يأخذ علامة واحدة فقط على المساحة النهائية (م)

* إذا أدرج الطالب الحدود بشكل صحيح ولكنه

م = $\int_{-1}^{1}$ (ص١ - ص٢) دس

يصحح من (٤) علامات

- علامتان على الرسم
- علامة على التكامل
- علامة على التعويض

س٥ ب) إذا كتب الطالب الحل بالشكل التالي

٢ص = ٣ص = ٤ = ب

∴

ص١ = ٤ - س

ص٢ = ٦ - س

* لا يبرر ليعطيه إياه ٢ص = ٣ص

(يصحح من ٥ علامات)

س٣ حل آخر

ب) $ص = \sqrt{ه^{-٢س}}$

$ص = ه^{-\frac{١}{٢}س}$

$ص' = -\frac{١}{٢} ه^{-\frac{١}{٢}س}$

$-\frac{١}{٢} ص = ص'$ ⟸ $ص' = ص \times -\frac{١}{٢}$ ⟸ $\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د س} \times \frac{د س}{د س}$

$ص'' = -\frac{١}{٢} ص'$

$ص'' = -\frac{١}{٢} \times -\frac{١}{٢} ص$

$ص'' = \frac{١}{٤} ص$ ①

$ص'' + ٣ص' + ٤ص = \frac{١}{٤} ص + ٣ \times -\frac{١}{٢} ص + ٤ص$

$= \frac{١}{٤} ص - \frac{٣}{٢} ص + ٤ص$

$= \frac{١}{٤} ص - \frac{٦}{٤} ص + \frac{١٦}{٤} ص$

$= \frac{١}{٤} ص - ٦ص + ١٦ص = ٠$ ①

$ص (\frac{١}{٤} د^٢ - ٦د + ١٦) = ٠$ ①

$\frac{١}{٤} د^٢ - ٦د + ١٦ = ٠$ ، أو $ص = ٠$

$د^٢ - ٢٤د + ٦٤ = ٠$ ①

$(د - ٨)(د - ٨) = ٠$ ①

$د = ٨$ ①

$د \neq ٠$

* عكس اسم أخذ الطالب اللوغاريتم للطرفين التفاضل الاجراءات).

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الوائل التعليمي
www.awa2el.net

ج) حل غير مكتمل.

$$9س^2 - 18س + 3ص^2 + 6ص + 6 = 11$$

$$9(س^2 - 2س) - 3(ص^2 - 2ص) = 11$$

$$9(س^2 - 2س + 1) - 3(ص^2 + 2ص + 1) = 11 + 9 - 3$$

$$9(س-1)^2 - 3(ص+1)^2 = 17$$

$$\frac{(س-1)^2}{\frac{17}{9}} - \frac{(ص+1)^2}{\frac{17}{3}} = 1$$

مركز القطع الزائد نحوه القاطع يوازي المحور السيني

$$ج^2 = \frac{17}{9} + \frac{17}{3} \Rightarrow ج = \frac{17}{3}$$

$$ب^2 = 1 \Rightarrow ب = 1$$

$$د^2 = ج^2 + ب^2$$

$$د^2 = \frac{17}{9} + 1 \Rightarrow د = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

والحل على أساس قطع زائد. (بحسب علاقة $أ^2 = ب^2 + ج^2$ وهي علاقة أكمال المربع.)

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

سؤال نهائي ضمن النهايات العامة

ب) حل آخر .

$س = ظا هـ + ظتا هـ$ ، $ص = ظتا ٢هـ$

$ص = \frac{ظتا ٢هـ}{ظا هـ ظتا هـ} \Leftarrow ص = \frac{ظتا^٢ هـ - ١}{٢ ظا هـ ظتا هـ}$ ①

$ص = \frac{١}{٢} ظتا^٢ هـ - \frac{١}{٢} ظا^٢ هـ$ ①

$\therefore ص = ظتا^٢ هـ - ظا^٢ هـ$.

$٤ ص^٣ = ظتا^٦ هـ - ٣ ظتا^٤ هـ ظا^٢ هـ + ٣ ظتا^٢ هـ ظا^٤ هـ - ظا^٦ هـ$ ①

$- س^٣ = ظتا^٦ هـ + ٣ ظتا^٤ هـ ظا^٢ هـ + ٣ ظتا^٢ هـ ظا^٤ هـ + ظا^٦ هـ$ ① على الترتيب لكل صوابا

$٤ ص^٣ - س^٣ = - ٤$

$\frac{س^٣}{٤} - ص^٣ = ١$ ①

$\frac{(س - ٤)^٢}{٩} - \frac{(ص - هـ)^٢}{١٥} = ١$ ①

$\therefore$ كل الشكل السيني يمثل قطع زائد محوره المقاطع يوازي الصادات

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

حل آخر

(ج) $س = ظا هـ + ظتا هـ$ ، $ص = ظتا هـ$

$$ص = \frac{جتا هـ}{جا هـ}$$

$$س = ظا هـ + ظتا هـ \quad \cdots (*)$$

$$ص = -ظا هـ + ظتا هـ \quad \cdots (**)$$

$$= \frac{جتا^٢ هـ - جا^٢ هـ}{جا هـ جتا هـ} \quad (١)$$

$$ص = \frac{جتا هـ}{جا هـ} \quad (١) \quad \frac{جا هـ}{جتا^٢ هـ}$$

$$ص = \frac{١}{٢} ظتا هـ - \frac{١}{٢} ظا هـ$$

بالضرب في ٢

$$٢ص = ظتا هـ - ظا هـ \quad (١)$$

بالجمع $\Leftarrow س + ٢ص = ٢ ظتا هـ$

$$\therefore ظتا هـ = \frac{س + ٢ص}{٢} \quad (١)$$

بالطرح $\Leftarrow$

$$س - ٢ص = ٢ ظا هـ$$

$$\Leftarrow ظا هـ = \frac{س - ٢ص}{٢} \quad (١)$$

$$ظا هـ ظتا هـ = ١$$

$$\frac{س - ٢ص}{٢} \times \frac{س + ٢ص}{٢} = ١$$

$$\frac{س^٢ - ٤ص^٢}{٤} = ١$$

$$\Leftarrow \frac{س^٢}{٤} - ص^٢ = ١ \quad (١)$$

قطع زائد (١)

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع أوائل التعليمي
www.awa2el.net

(٢٩) سطح مساحته ص ع الحاصل والمتغير هما

س = ظا هـ + ظتا هـ ، ص = ظتا هـ

س = جا / جتا + جتا / جا

س = جا² + جتا² / جا جتا

س = ١ / جا جتا

س = ٢ / جا ٢هـ

ص = ظتا هـ

ص' = ظتا هـ × قا² هـ

ص' = جتا هـ / جا هـ × ١ / جتا² هـ

ص' = ١ / جا هـ جتا هـ

ص' = ٢ / جا ٢هـ

ص' = ٢ / س

ص' = ٢ / ٤ جا² هـ جتا² هـ

ص' = ٢ / ٤ جا² هـ (١ - جا² هـ)

ص' = ٢ / ٤ (س/٢ - س²/٤)

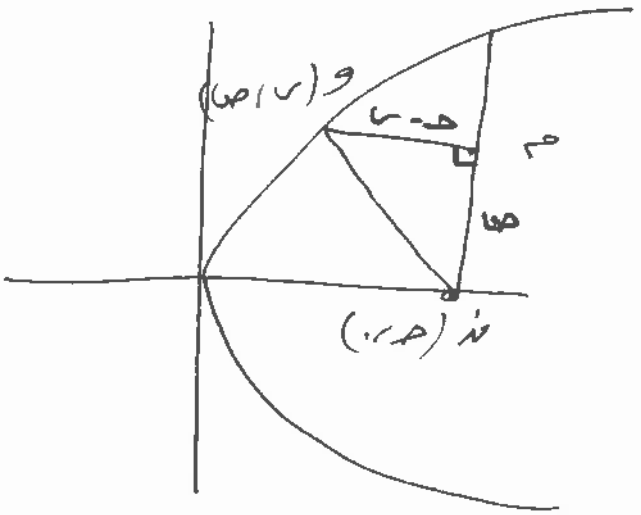
ص' = ٢ / (٢س - س²)

ص' = ٢ / (س - ١)² - ١

∴ أكمل الجسم سطح مستوى معادلته المحدودة بالمحاور الإحداثية هي

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

س٥ فرع ب حل آخر



(١) $ص^2 = 4حـ س$

(١) $د_ن = \sqrt{(س - حـ)^2 + ص^2}$

(١) $= \sqrt{س^2 - 2حـ س + حـ^2 + 4حـ س}$

$= \sqrt{س^2 + 2حـ س + حـ^2}$

(١) $= \sqrt{(س + حـ)^2} = س + حـ$

(١) $د_ن = م + س$

$\because$ المماس $\perp$ نصف القطر

(١) $م = \frac{-1}{\frac{ص}{2}} = \frac{-2}{ص}$

(١) $3 = \frac{-2}{ص} + س + 6$

(١) $ص = -2$ $\quad$ $-6 = -حـ$

$\therefore ص^2 = 4 \times \frac{3}{2} س$

(١) $ص^2 = 6س$

(٢١)

س٥ | فرع (ب) حل آخر

حـ ∈ نظرية فيثاغورس

① $(\text{وحـ})^2 = (\text{م ن})^2 + (\text{م و})^2$

① $(\text{وحـ})^2 - (\text{م و})^2 = (\text{م ن})^2$.

① $(\text{وحـ} - \text{م و})(\text{وحـ} + \text{م و}) = (\text{م ن})^2$

① $\text{ص}^2 = 3 \times (\text{و ن} - \text{م و})$

① $\text{ص}^2 = 3 \times [(\text{ن} - \text{د}) - (\text{د} + \text{ن})]$

$= 3 \times \text{ن}^2$

$\text{ص}^2 = \text{ن}^2$

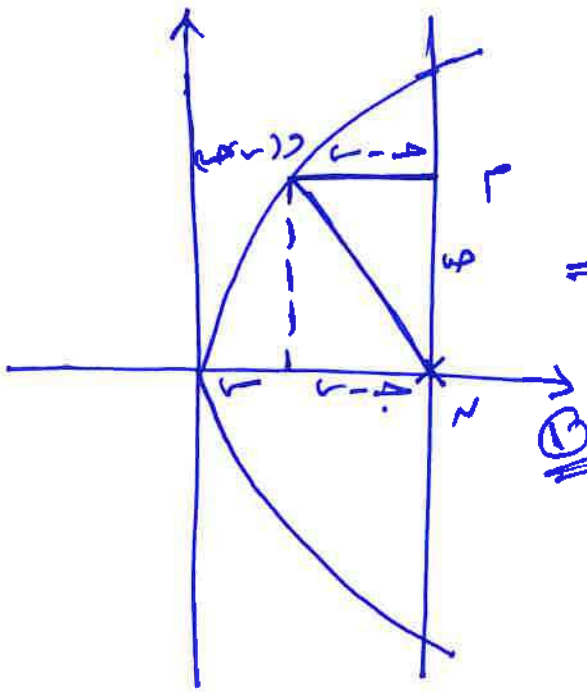
① + ① ∴ ص = ن

∴ طول ضلع المربع يساوي نصف طول القطر

AWA2EL LEARN 2 BE
لم تحمل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net

(٢٤)

٧) ب) حل آخر.



ص' = ٤ - س

م و = ٤ - س - س ... ①

لكن م و + (م و)^٢ = (ن و)^٢ ... ②

لكن م و + ن و = ٣

ن و = ٣ - م و ... ③

من ② و ③ ⇐ ص'^٢ + (م و)^٢ = (٣ - م و)^٢

ص'^٢ + (م و)^٢ = ٩ - ٦(م و) + (م و)^٢

ص'^٢ = ٩ - ٦(٤ - س - س)

ص'^٢ = ٩ - ٦(٤ - ٢س)

ص'^٢ = ٩ - ٢٤ + ١٢س

لكن ص' = ٤ - س

∴ ٤ - س = ٩ - ٢٤ + ١٢س

٤ - ١٢س + ٢٤ = ٩ + ١٢س

٤(٣س + ٦) = ٩ + ١٢س

ص = (٩ + ١٢س) / (٣س + ٦)

ص' = ٤ - س × (٩ + ١٢س) / (٣س + ٦)

ص' = (٣٦س + ٢٤ - ٩س - ١٢س^٢) / (٣س + ٦)

ص' = (٦ + ٢٤س - ١٢س^٢) / (٣س + ٦) ⇐ ص' = ٦ - ٩س

ANWA2EL LEARN 2 BE
تم تنزيل هذا الملف من موقع الأوائل التعليمي
www.awa2el.net