

ق(س) = أس^٢ + ب س + ج

الصورة العامة لقاعدة الاقتران التربيعي

أ = معامل س^٢ ، ب = معامل س ، ج = الحد المطلق (الثابت)



عندما $أ > ٠$	عندما $أ < ٠$
معامل س سالبة	معامل س موجبة
مفتوح لاسفل	مفتوح لاعلى
معادلة محور تماثل س = $\frac{-ب}{٢أ}$	معادلة محور تماثل س = $\frac{-ب}{٢أ}$
قيمة الاقتران قيمة صغرى عند ص = ق(س) = $\frac{٤أج - ب^٢}{٤أ}$	قيمة الاقتران قيمة صغرى عند ص = ق(س) = $\frac{٤أج - ب^٢}{٤أ}$
المدى = {ص:ص} = $\left[\frac{-ب}{٢أ}, \infty \right)$	المدى = {ص:ص} = $\left(-\infty, \frac{-ب}{٢أ} \right]$
احداثيات راس القطع = $\left(\frac{-ب}{٢أ}, \frac{٤أج - ب^٢}{٤أ} \right)$	احداثيات راس القطع = $\left(\frac{-ب}{٢أ}, \frac{٤أج - ب^٢}{٤أ} \right)$
المجال = ح	المجال = ح
مثال (١)	مثال (١)
ق(س) = $١٦س^٢ - ٨س + ١٦$	ق(س) = $٧س^٢ - ٦س + ٧$
الترتيب اولاً : $١٦س^٢ - ٨س + ١٦$	الترتيب اولاً : $٧س^٢ - ٦س + ٧$
أ = ١٦ ، ب = -٨ ، ج = ١٦	أ = ٧ ، ب = -٦ ، ج = ٧
$٢- > ٠$ سالبة ومفتوح لاسفل	$١ < ٠$ موجبة ومفتوح لاعلى
س = $\frac{-٨}{٢ \times ١٦} = \frac{-١}{٤}$	س = $\frac{-٦}{٢ \times ٧} = \frac{-١}{٧}$
ص = ق(٢) = $١٦ \times ٢ - ٨ \times ٢ + ١٦ = -١٦ + ١٦ + ١٦ = ١٦$	ص = ق(٣) = $٧ \times ٣ - ٦ \times ٣ + ٧ = ٢١ - ١٨ + ٧ = ١٠$
قيمة الاقتران عظمى عند ص = ١٦	قيمة الاقتران صغرى عند ص = ١٠
مدى الاقتران = {ص:ص} = $[-١٦, \infty)$	مدى الاقتران = {ص:ص} = $(-\infty, ١٠]$
احداثيات راس القطع ($-١, ١٦$)	احداثيات راس القطع ($٣, ١٠$)

للرسم البياني :

×× منحنى الاقتران التربيعي يطلق عليه اسم القطع المكافئ.

ا.. الخطوات السابقة وتحديد احداثيات راس القطع ووضعها في العمود الثالث

$$ق(س) = ٢س - ٦س + ٧$$

٥	٤	٣	٢	١	س
٢	١-	٢-	١-	٢	ص
					(س،ص)

نجد قيمة ص بتعويض س في الاقتران مثل ق(٥) = $٢(٥) - ٦(٥) + ٧ = ١٠ - ٣٠ + ٧ = -١٣$

$$ق(س) = ٢س - ٨س + ١٦$$

٤	٣	٢	١	٠	س
١٦-	١٠-	٨-	١٠-	١٦-	ص
					(س،ص)

نجد قيمة ص بتعويض س في الاقتران مثل ق(٤) = $٢(٤) - ٨(٤) + ١٦ = ٨ - ٣٢ + ١٦ = -١٠$

حل

المعادلة التربيعية بيانياً :

الصورة العامة للمعادلة التربيعية في متغير واحد هي $أس^٢ + ب س + ج = ٠$
 حيث $أ \neq ٠$ ، يسمى $س$ حل (جذر للمعادلة) إذا كان $أس + ب س + ج = ٠$
******خطوات حل المعادلة التربيعية بيانياً :**

- (١) كتابة المعادلة المرافقة للاقتران التربيعي (قاعدة الاقتران التربيعي)
- (٢) رسم القطع المكافئ
- (٣) تحديد نقاط تقاطع محور السينات وتكون (اصفار للاقتران) وهي ايضا جذور للمعادلة التربيعية .

***** مثال (١) *****

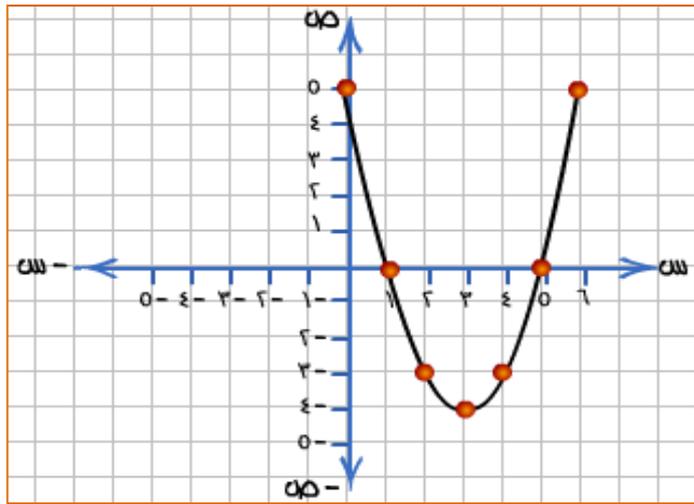
حل المعادلة التربيعية الآتية بيانياً:

رسم منحنى الاقتران (القطع المكافئ) ق (س) = $س^٢ - ٦ س + ٥$

س	١	٢	٣	٤	٥
ص	٠	٣-	٤-	٣-	٠
(س،ص)					

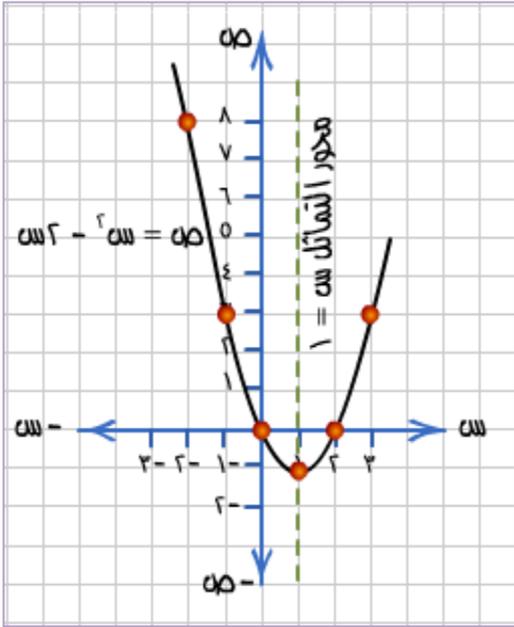
$$س = \frac{٦ - (-٥)}{١ \times ٢} = \frac{٦ + ٥}{٢} = \frac{١١}{٢} = ٥.٥$$

راس القطع (٣، -٤) معادلة حور التماثل = ٣ ، قيمة صغرى عند $ص = -٤$ مدى = {ص:ص ≤ -٤}



نلاحظ من الرسم ان القطع قطع محور السينات في نقطتين عند $س = ٥$ و $س = ١$ (اصفار الاقتران)

تدريب ٢:

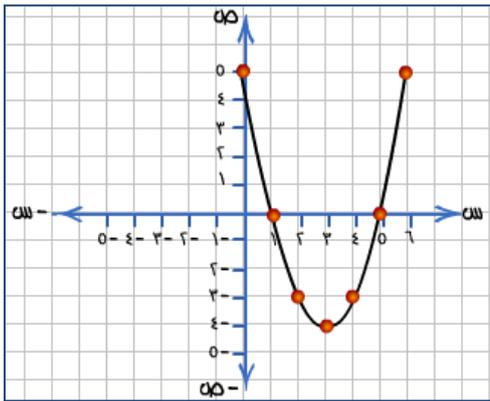


اعتمد على الشكل التالي و اجب عن الاسئلة التالية

- أ- إحداثيات رأس القطع المكافئ (.....،.....)
- ب_ اتجاه الفتحه ، اشارة معامل a س.....
- ج- قيمة الاقتران عند $x =$
- د- معادلة محور التماثل.....
- و- المدى
- ي_ نقاط تقاطع محور السينات (.....) (.....)
- م- اصفار الاقتران $x =$ ، $x =$
- ن- جذور المعادلة =

أصفار الاقتران التربيعي

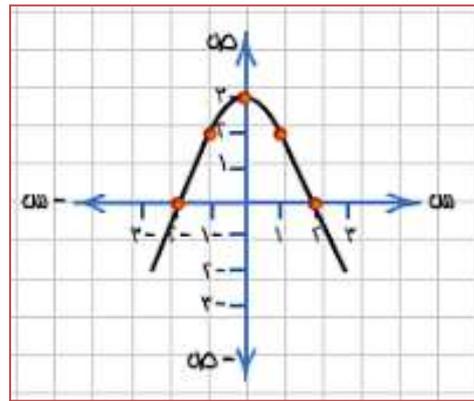
أصفار الاقتران التربيعي هي نقط التقاطع مع محور السينات من خلال الأمثلة التالية:



الازواج المرتبة التي تقطع محور السينات هي :

$$(0, 0) (4, 0)$$

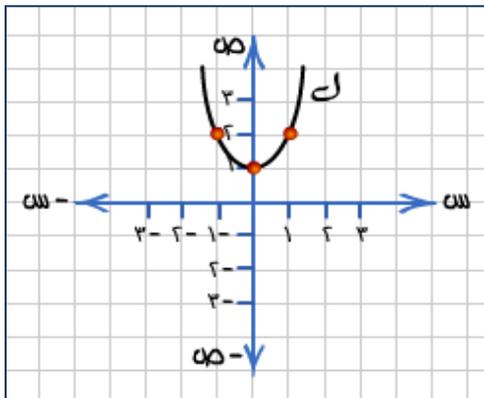
اصفار الاقتران : $x = 0$ ، $x = 4$



الازواج المرتبة التي تقطع محور السينات هي :

$$(0, 3) (-1, 0)$$

اصفار الاقتران :



الازواج المرتبة التي تقطع محور السينات هي :

اصفار الاقتران :

حل المعادلة التربيعية بالتحليل الى العوامل :

الخطوات :

- (١) كتابة المعادلة بالصورة العامة أس^٢ + ب س + ج = ٠
- (٢) تحليل الطرف الايمن للمعادلة للعوامل الاولية بكتابتها على شكل حاصل ضرب قوسين (عبارة خطية)
- (٣) مساواة كل قوس بالصفر كل مرة على حدا
- (٤) حل المعادلة الخطية كل واحدة على حدا وكتابة مجموعة الحل.

مثال (٣):

حل المعادلة : س^٢ - ٥ س + ٥ = ٠

(١) س^٢ - ٥ س + ٥ = ٠ على الصورة العامة

(٢) عدنان حاصل ضربهما ٥ وجمعهما -٥ هما -١، -٥

$$٠ = (س - ٥) (س - ١)$$

(٣) س - ١ = ٠ ، س - ٥ = ٠

(٤) حل المعادلة الخطية ينتج س = ١ ، س = ٥

(٥) مجموعة الحل { ١ ، ٥ }

تدريب *****

حل المعادلة : س^٢ - ٧ س - ١٨ = صفر بالتحليل الى العوامل

حل المعادلة التربيعية بطريقة اكمال المربع :

خطوات اكمال المربع :

(١) ترتيب المعادلة التربيعية المرافقة للاقتران التربيعي على الصورة العامة $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

(٢) نقل الحد المطلق ج الى طرف المعادلة الثاني (لا تتسى تغير الاشارة)

(٣) جعل معامل س٢ يساوي ١ موجب

$$\frac{ب}{٢}$$

(٥) اضافة الناتج الى طرفي المعادلة

(٦) كتابة الطرف الاول من المعادلة على صيغة مربع كامل وتجميع الطرف الثاني من المعادلة

(٧) $(س + د)^2 = ل$ حيث $ل < ٠$ ثم اخذ الجذر التربيعي للطرفين

(٨) $س - د = ل$ او $س + د = ل$

×× مثال (٤) :

بطريقة اكمال المربع حل المعادلة التربيعية $س^٢ - ٢س + ٦ = ٠$

(١) نقل ٦ الى الطرف الاخر $س^٢ - ٢س = -٦$

(١) القسمة على لجميع اطراف المعادلة لجعل معامل س٢ = موجب ١ $س^٢ - ٢س = -٦$

$$\frac{س^٢ - ٢س}{٢} = \frac{-٦}{٢}$$

(٢) اضافة ١ الى الطرفين $س^٢ - ٢س + ١ = -٦ + ١$

(٤) $(س - ٢)^2 = ١$ نأخذ الجذر التربيعي

$$(س - ٢)^2 = ١$$

$$س - ٢ = ١$$

$$س = ٣$$

$$س = ١$$

$$س - ٢ = -١$$

$$س = ١$$

$$س = ٣$$

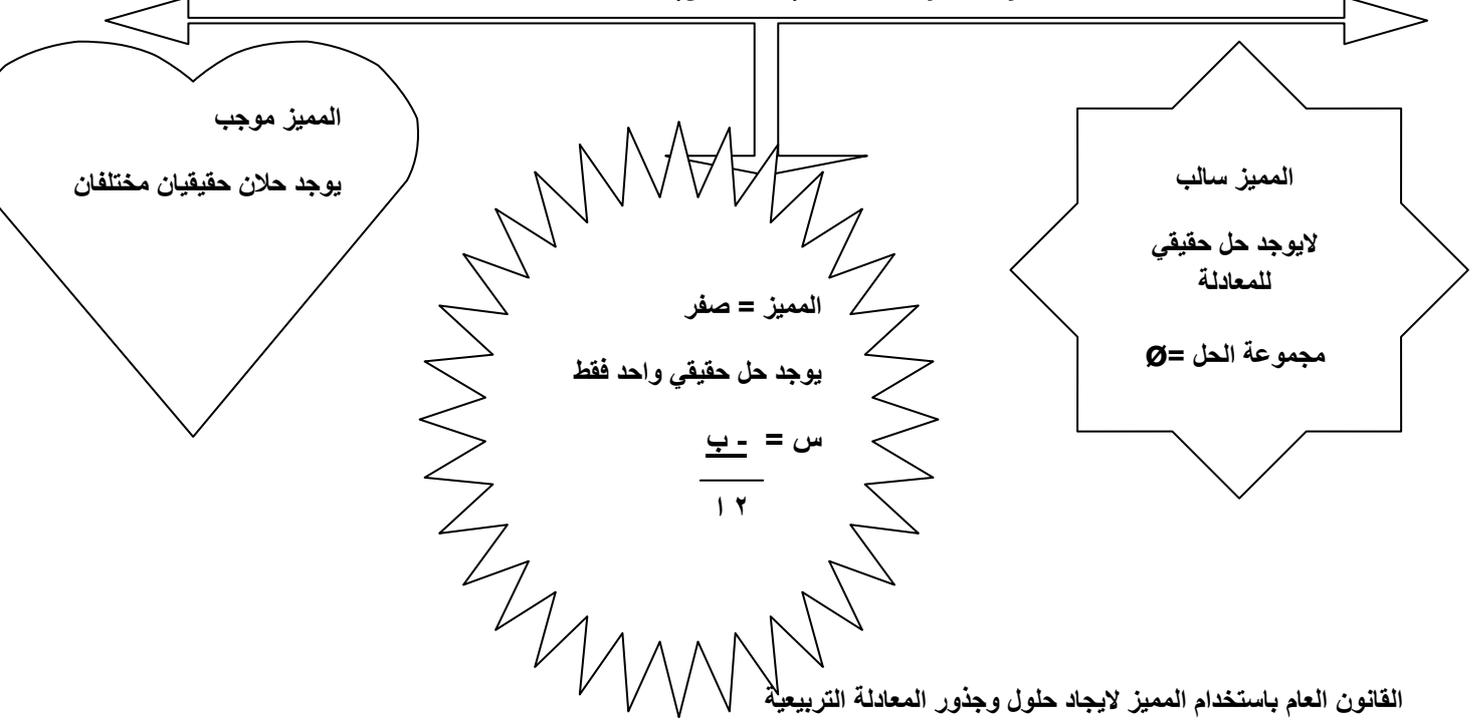
***** تدريب

بطريقة اكمال المربع حل المعادلة التربيعية $س^٢ - ٦س + ٩ = ٠$

حل المعادلة التربيعية بطريقة المميز والقانون العام :

المعادلة بالصورة العامة أس^٢ + ب س + ج = ٠

نجد اولاً المميز Δ = ب^٢ - ٤ أ ج



$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢أ}$$

$$س = \frac{-ب - \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢أ} ، س = \frac{-ب + \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢أ}$$

×× مثال (٥) :

المطلوب حل المعادلة $س^2 - ٦س + ٥ = ٠$ باستخدام القانون العام

حسب القانون

حيث أ = ١ ، ب = -٦ ، ج = ٥ .

$$س = \frac{٦ \pm \sqrt{(-٦)^2 - ٤ \times ١ \times ٥}}{١ \times ٢} = \frac{٦ \pm \sqrt{٣٦ - ٢٠}}{٢}$$

$$س = \frac{٦ \pm \sqrt{١٦}}{٢}$$



$$س = \frac{\sqrt{16} \pm 6}{2} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$= \frac{4-6}{2} \text{ و } \frac{4+6}{2} =$$

$$= \frac{2}{2} \text{ و } \frac{10}{2} =$$

أي أن $س = 5$ و 1 وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها بالطرق التي طبقناها سابقاً.
×× مثال (٦):

أوجد جذراً للمعادلة
 $٣س^٣ + ٣س^٢ - ٤ = ٠$
 $٣ = أ ، ٣ = ب ، ٤ = ح$
 المميز = $\sqrt{٣^٢ - ٤ \times ٣} = \sqrt{٩ - ١٢} = \sqrt{-٣}$
 المميز = $\sqrt{٩ + ١٢} = \sqrt{٢١}$
 المعادلة لها جذران حقيقيان مختلفان
 $س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٢١}}{٣}$
 جذراً للمعادلة
 $\frac{-٣ + \sqrt{٢١}}{٣}$ ، $\frac{-٣ - \sqrt{٢١}}{٣}$

تدريب *****

س $٧س^٢ - ٦٠ = صفر$ حل المعادلة التربيعية باستخدام القانون العام؟

انتهت الاسئلة