

ق(س) = أس^٢ + ب س + ج

الصورة العامة لقاعدة الاقتران التربيعي

أ = معامل س^٢ ، ب = معامل س ، ج = الحد المطلق (الثابت)



عندما $أ > ٠$	عندما $أ < ٠$
معامل س سالبة	معامل س موجبة
مفتوح لاسفل	مفتوح لاعلى
معادلة محور تماثل س = $\frac{-ب}{٢أ}$	معادلة محور تماثل س = $\frac{-ب}{٢أ}$
قيمة الاقتران قيمة صغرى عند ص = ق(س) = $\frac{٤أج - ب^٢}{٤أ}$	قيمة الاقتران قيمة صغرى عند ص = ق(س) = $\frac{٤أج - ب^٢}{٤أ}$
المدى = {ص:ص} = $\left[\frac{-ب}{٢أ}, \infty \right)$	المدى = {ص:ص} = $\left(-\infty, \frac{-ب}{٢أ} \right]$
احداثيات راس القطع = $\left(\frac{-ب}{٢أ}, \frac{٤أج - ب^٢}{٤أ} \right)$	احداثيات راس القطع = $\left(\frac{-ب}{٢أ}, \frac{٤أج - ب^٢}{٤أ} \right)$
المجال = ح	المجال = ح
مثال (١)	مثال (١)
ق(س) = $١٦س^٢ - ٨س + ١٦$	ق(س) = $٧س^٢ - ٦س + ٧$
الترتيب اولاً : $١٦س^٢ - ٨س + ١٦$	الترتيب اولاً : $٧س^٢ - ٦س + ٧$
أ = ١٦ ، ب = -٨ ، ج = ١٦	أ = ٧ ، ب = -٦ ، ج = ٧
$٢- > ٠$ سالبة ومفتوح لاسفل	$١ < ٠$ موجبة ومفتوح لاعلى
س = $\frac{-٨}{٢ \times ١٦} = \frac{-٨}{٣٢} = -\frac{١}{٤}$	س = $\frac{-٦}{٢ \times ٧} = \frac{-٦}{١٤} = -\frac{٣}{٧}$
ص = ق(٢) = $١٦ \times ٢^٢ - ٨ \times ٢ + ١٦ = ١٦ - ١٦ + ١٦ = ١٦$	ص = ق(٣) = $٧ \times ٣^٢ - ٦ \times ٣ + ٧ = ٦٣ - ١٨ + ٧ = ٥٢$
قيمة الاقتران عظمى عند ص = ١٦	قيمة الاقتران صغرى عند ص = ٥٢
مدى الاقتران = {ص:ص} = $[-٨, \infty)$	مدى الاقتران = {ص:ص} = $(-\infty, ٥٢]$
احداثيات راس القطع ($-٨, ١٦$)	احداثيات راس القطع ($-٣, ٥٢$)

للرسم البياني :

×× منحنى الاقتران التربيعي يطلق عليه اسم القطع المكافئ.

ا.. الخطوات السابقة وتحديد احداثيات راس القطع ووضعها في العمود الثالث

$$ق(س) = ٢س - ٦س + ٧$$

٥	٤	٣	٢	١	س
٢	١-	٢-	١-	٢	ص
					(س،ص)

نجد قيمة ص بتعويض س في الاقتران مثل ق(٥) = $٢(٥) - ٦(٥) + ٧ = ١٠ - ٣٠ + ٧ = -١٣$

$$ق(س) = ٢س - ٨س + ١٦$$

٤	٣	٢	١	٠	س
١٦-	١٠-	٨-	١٠-	١٦-	ص
					(س،ص)

نجد قيمة ص بتعويض س في الاقتران مثل ق(٤) = $٢(٤) - ٨(٤) + ١٦ = ٨ - ٣٢ + ١٦ = -١٠$

حل

المعادلة التربيعية بيانياً :

الصورة العامة للمعادلة التربيعية في متغير واحد هي $أس^٢ + ب س + ج = ٠$
 حيث $أ \neq ٠$ ، يسمى $س$ حل (جذر للمعادلة) اذا كان $أس + ب س + ج = ٠$
******خطوات حل المعادلة التربيعية بيانياً :**

- (١) كتابة المعادلة المرافقة للاقتران التربيعي (قاعدة الاقتران التربيعي)
- (٢) رسم القطع المكافئ
- (٣) تحديد نقاط تقاطع محور السينات وتكون (اصفار للاقتران) وهي ايضا جذور للمعادلة التربيعية .

***** مثال (١) *****

حل المعادلة التربيعية الاتية بيانياً:

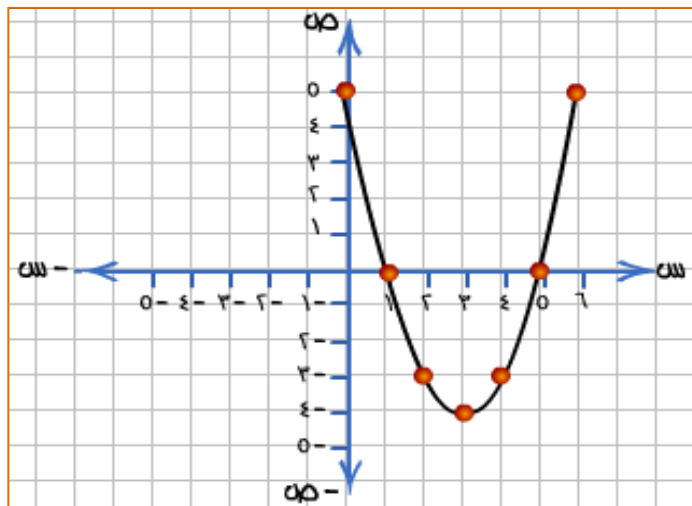
رسم منحنى الاقتران (القطع المكافئ) ق (س) = $س^٢ - ٦ س + ٥$

٥	٤	٣	٢	١	س
٠	٣-	٤-	٣-	٠	ص
					(س،ص)

$$س = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

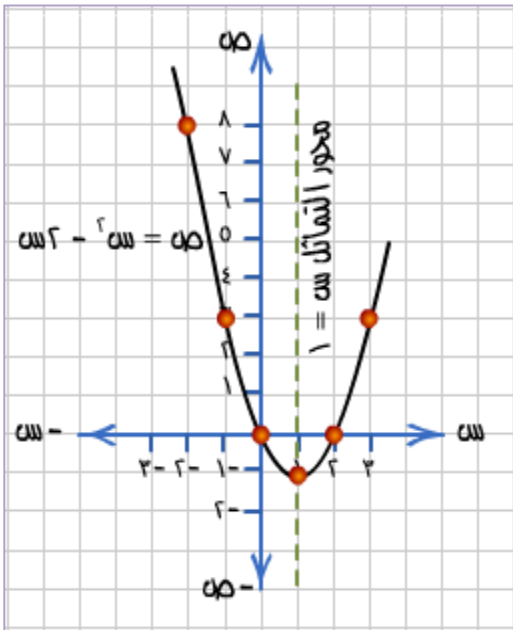
ق (٣) ، $٣ = \frac{6 - 4}{2} = ١$ ، $٤ = \frac{6 + 4}{2} = ٥$

راس القطع (٣ ، ٤-) معادلة حور التماثل = ٣ ، قيمة صغرى عند $ص = ٤-$ مدى = {ص:ص ≤ ٤-}



نلاحظ من الرسم ان القطع قطع محور السينات في نقطتين عند $س = ٥$ و $س = ١$ (اصفار الاقتران)

تدريب ٢:

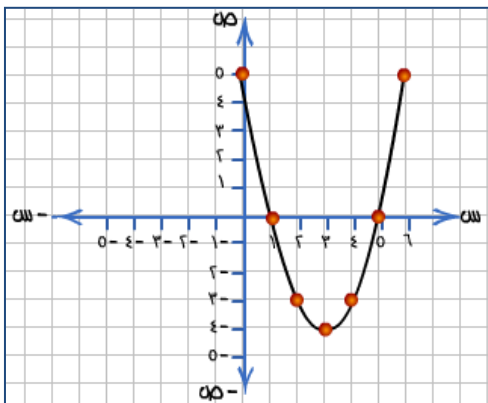


اعتمد على الشكل التالي و اجب عن الاسئلة التالية

- أ- إحداثيات رأس القطع المكافئ (.....،.....)
 ب- اتجاه الفتحه ، اشارة معامل a
 ج- قيمة الاقتران عند $x =$
 د- معادلة محور التماثل.....
 و- المدى
 ي- نقاط تقاطع محور السينات (.....) (.....)
 م- اصفار الاقتران $x =$ ، $x =$
 ن- جذور المعادلة =

أصفار الاقتران التربيعي

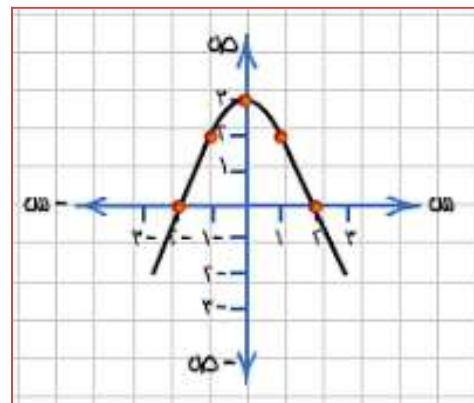
أصفار الاقتران التربيعي هي نقط التقاطع مع محور السينات من خلال الأمثلة التالية:



الازواج المرتبة التي تقطع محور السينات هي :

$$(0, 0) (4, 0)$$

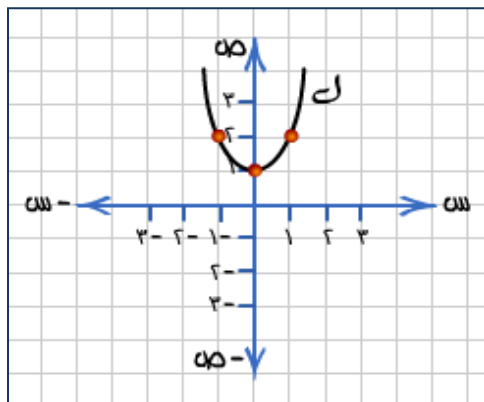
اصفار الاقتران : $x = 0$ ، $x = 4$



الازواج المرتبة التي تقطع محور السينات هي :

$$(-1, 0) (3, 0)$$

اصفار الاقتران :



الازواج المرتبة التي تقطع محور السينات هي :

اصفار الاقتران :

حل المعادلة التربيعية بالتحليل الى العوامل :

الخطوات :

- (١) كتابة المعادلة بالصورة العامة أس^٢ + ب س + ج = ٠
- (٢) تحليل الطرف الايمن للمعادلة للعوامل الاولية بكتابتها على شكل حاصل ضرب قوسين (عبارة خطية)
- (٣) مساواة كل قوس بالصفر كل مرة على حدا
- (٤) حل المعادلة الخطية كل واحدة على حدا وكتابة مجموعة الحل.

مثال (٣):

حل المعادلة : س^٢ - ٥ س + ٥ = ٠

(١) س^٢ - ٥ س + ٥ = ٠ على الصورة العامة

(٢) عدنان حاصل ضربهما ٥ وجمعهما -٥ هما -١، -٥

$$٠ = (س - ٥) (س - ١)$$

(٣) س - ٥ = ٠ ، س - ١ = ٠

(٤) حل المعادلة الخطية ينتج س = ٥ ، س = ١

(٥) مجموعة الحل { ١ ، ٥ }

تدريب *****

حل المعادلة : س^٢ - ٧ س - ١٨ = صفر بالتحليل الى العوامل

حل المعادلة التربيعية بطريقة اكمال المربع :

خطوات اكمال المربع :

(١) ترتيب المعادلة التربيعية المرافقة للاقتران التربيعي على الصورة العامة $أس^٢ + ب س + ج = ٠$

(٢) نقل الحد المطلق ج الى طرف المعادلة الثاني (لا تتسى تغيير الاشارة)

(٣) جعل معامل س٢ يساوي ١ موجب

$$\frac{ب}{٢}$$

(٥) اضافة الناتج الى طرفي المعادلة

(٦) كتابة الطرف الاول من المعادلة على صيغة مربع كامل وتجميع الطرف الثاني من المعادلة

(٧) $(س + د)^2 = ل$ حيث $ل < ٠$ ثم اخذ الجذر التربيعي للطرفين

(٨) $س - د = ل$ او $س + د = ل$

×× مثال (٤) :

بطريقة اكمال المربع حل المعادلة التربيعية $س^٢ - ٢س + ٦ = ٠$

(١) نقل ٦ الى الطرف الاخر $س^٢ - ٢س = -٦$

(١) القسمة على لجميع اطراف المعادلة لجعل معامل س٢ = موجب ١ $س^٢ - ٢س = -٦$

$$\frac{س^٢ - ٢س}{٢} = \frac{-٦}{٢}$$

(٢) اضافة ١ الى الطرفين $س^٢ - ٢س + ١ = -٦ + ١$

(٤) $(س - ٢)^2 = ١$ نأخذ الجذر التربيعي

$$(س - ٢)^2 = ١$$

$$س - ٢ = ١$$

$$س = ٣$$

$$س = ١$$

$$س - ٢ = -١$$

$$س = ١$$

$$س = ٣$$

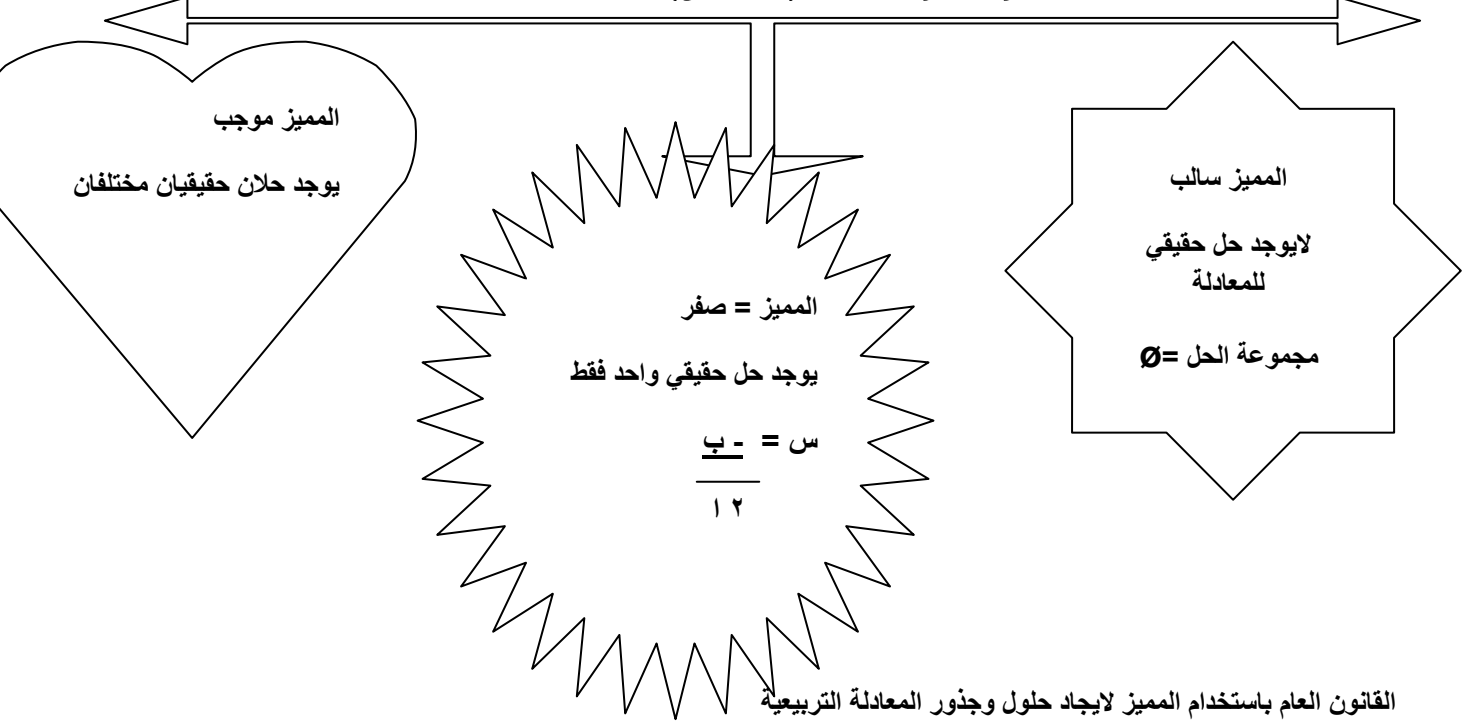
***** تدريب

بطريقة اكمال المربع حل المعادلة التربيعية $س^٢ - ٦س + ٩ = ٠$

حل المعادلة التربيعية بطريقة المميز والقانون العام :

المعادلة بالصورة العامة أس^٢ + ب س + ج = ٠

نجد اولاً المميز Δ = ب^٢ - ٤ أ ج



القانون العام باستخدام المميز لإيجاد حلول وجذور المعادلة التربيعية

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$s = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} , s = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

×× مثال (٥):

المطلوب حل المعادلة $s^2 - 6s + 5 = 0$ باستخدام القانون العام

حسب القانون

حيث أ = ١ ، ب = -٦ ، ج = ٥ .

$$s = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2}$$

$$s = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$s = \frac{6 \pm 4}{2}$$



$$س = \frac{\sqrt{16} \pm 6}{2} = \frac{4 \pm 6}{2}$$

$$= \frac{4-6}{2} \text{ و } \frac{4+6}{2} =$$

$$= \frac{2}{2} \text{ و } \frac{10}{2} =$$

أي أن $س = 5$ و 1 وهي ذات النتيجة التي حصلنا عليها بالطرق التي طبقناها سابقاً.
×× مثال (٦):

أوجد جذراً للمعادلة
 $٠ = ٤س^٢ + ٣س - ٤$
 $٣ = أ ، ٣ = ب ، ٤ = ح$
المميز = $\sqrt{٣^٢ - ٤ \times ٤ \times (-١)}$
المميز = $\sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥}$
المعادلة لها جذران حقيقيان مختلفان
 $س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٢٥}}{٢}$
جذرا المعادلة
 $\frac{-٣ + \sqrt{٢٥}}{٢}$ ، $\frac{-٣ - \sqrt{٢٥}}{٢}$

تدريب *****

س $٧س^٢ - ٦٠ = صفر$ حل المعادلة التربيعية باستخدام القانون العام؟

انتهت الاسئلة