• 2020

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

الرياضيات

المراجعة المكثفة

الاستاذ سليم الخطيب

الفرع العلمي

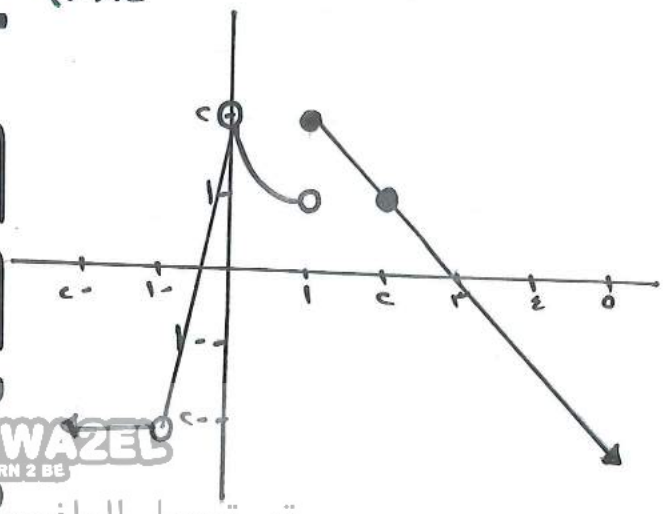
المراكز المتواجد بها الاستاذ

زهرة النظم	الوحدات	0787800852
وسام التميز	الأشرفية	0799988354
المسار الثقافي	ابو علندا	0798376776
أكاديمية الحداثة	الطيبة	0797277735

للتواصل : 0786230407

/al2s6ora.saleem.al5a6eeb

١) الرسم المجاور يمثل منحنى $هـ(س)$، اعتمد على الرسم وأجب عما يليه:



٥) $\lim_{س \to ٣} هـ(س)$:

أ) ٣ ب) صفر

جـ) -١ د) غير موجودة

٦) قيمة $\lim_{س \to -٢} هـ^{٢}(٣-س)$:

أ) ١ ب) صفر

جـ) ٢ د) ٤

---

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س(س-٢)}{س^{٢}+س-١-٣}$:

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{٤}{٣}$

جـ) $\frac{-٤}{٣}$ د) $\frac{٣}{٤}$

---

٣) اذا كانت $\lim_{س \to ٣} \frac{هـ(س)-٣}{س-٣} = ٥$ فإن:

$\lim_{س \to ٣} \frac{هـ(س)-١٣}{س-[\frac{٣}{٢}+٢]}$ =

أ) ٣ ب) ٥

جـ) ٤ د) ١

---

٤) اذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{هـ(س)-٨}{س-٢} = ٤$ فإن:

$\lim_{س \to ٢} \frac{س هـ(س)-١٦}{س-٢}$:

أ) ٤ ب) ١٦

جـ) ٨ د) ٢

---

١) ما قيم س التي عندها هـ غير معرف:

أ) $\{-١، ٤\}$ ب) $\{-١$، صفر، $٤\}$

جـ) $\{١، ٤\}$ د) $\{-١$، صفر$\}$

٢) قيم س التي عندها هـ غير متصل:

أ) $\{-١، ٤\}$ ب) $\{-١$، صفر، $٤\}$

جـ) $\{١، ٤\}$ د) $\{-١$، صفر$\}$

٣) ما قيم أ التي عندها $\lim_{س \to أ} هـ(س) =$ غ.م

أ) $\{-١، ٤\}$ ب) $\{-١$، صفر، $٤\}$

جـ) $\{١، ٤\}$ د) $\{-١$، صفر$\}$

٤) ما قيم أ التي عندها $\lim_{س \to أ} هـ(س) = -٢$

أ) $(-\infty، -١) \cup \{٥\}$

ب) $(-\infty، -١] \cup \{٥\}$

جـ) $(-\infty، -١]$

د) $(-\infty، -١] \cup \{٣، ٤\}$

AWAZEL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٥) $\lim_{س \to ٣} \frac{(٢س-١)^{٢} - (س+٢)^{٢}}{س-٣}$

أ) ٤ ب) ١٠
ج) ٣ د) ٨

٦) $\lim_{س \to ٣} \frac{١}{س-٣} - \frac{٦}{س^{٢}-٩}$

أ) ٦ ب) $\frac{١}{٦}$
ج) $\frac{١}{٣}$ د) $\frac{١}{٢}$

٧) $\lim_{س \to ١} \frac{٢١س - ١٣ - [\frac{س}{٢} + ٢]}{س - ١}$

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{-١}{٣}$
ج) $\frac{٢}{٣}$ د) غير موجودة

٨) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt[٣]{٥ + \sqrt{س+٨}} - ٢}{س - ١}$

أ) $\frac{١}{٨}$ ب) $\frac{١}{٩}$
ج) $\frac{١}{٧٢}$ د) $\frac{١}{٦}$

٩) $\lim_{س \to ١} \frac{|س^{٢} - ٥س + ٤|}{|س - ١١|}$

أ) ٣ ب) $\frac{١}{٣}$
ج) ٢ د) -٣

١٠) $\lim_{س \to ٣+} \frac{\sqrt{س^{٢}-٩}}{\sqrt{س^{٢}-٥س+٦}}$

أ) ٣ ب) $\sqrt{٦}$
ج) $\sqrt{\frac{٦}{٥}}$ د) ٢

١١) اذا كان $\lim_{س \to ١}$ هـ(٢س+١) = ٨ ، هـ(٣) = ٦
فإن $\lim_{س \to ٣}$ (هـ(س)² + ٢س - ٧)

أ) ٣٥ ب) ٦٣
ج) ٣١ د) ٥٩

١٢) اذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{هـ(س) - ٢}{س^{٢} - ٢س} = ٣$
فإن $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} + هـ(س) - ٦}{س - ٢} =$

أ) ٦ ب) ١٠
ج) ٢ د) ٤

١٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{٨^{س} - ٦٤}{٨ - ٣^{س+١}} =$

أ) ٢٤ ب) ٤٨
ج) -٤٨ د) -٢٤

SALEEM ALGATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٤) اذا كانت $\lim_{س \to ١} ((هـ(س) + س^٣) = ٤$ ،

$\lim_{س \to ١} \frac{هـ(س)}{٣} - هـ(س) = -٧$

فإن $\lim_{س \to ١} هـ'(س)$:

أ) ٢ ب) ٤

ج) ٨ د) -٨

---

١٥) $\lim_{س \to ٢} \frac{١}{س^٣ - ٨} ((س+١)^{-١} - \frac{١}{١٣})$

أ) $\frac{١}{١٠٨}$ ب) $\frac{١}{٣٦}$

ج) $\frac{-١}{٣٦}$ د) $\frac{-١}{١٠٨}$

---

١٦) $هـ(س) = \begin{cases} ٢هـ(س) + ٥ & ، س < ٣ \\ س^٢ + ٢ & ، س \geq ٣ \end{cases}$

متصل عند $س = ٣$ فإن $\lim_{س \to ٣} (هـ(س) + س هـ(س))$

أ) ٣ ب) ٦

ج) ٢٠ د) ١١

---

١٧) $هـ(س) = \begin{cases} \frac{\sqrt{س+٢} - ٢}{\sqrt{س+٧} - ٣} & ، س > ٢ \\ [٢س - ٣] & ، س \leq ٢ \end{cases}$

فإن $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) ١ د) غير موجودة

---

١٨) $هـ(س) = \begin{cases} \frac{١ + جا س}{(\pi - س)^٢} & ، س > \pi \\ \frac{جا(س - \pi)}{س^٢ - \pi^٢} & ، س < \pi \\ ٢س - ١ & ، س = \pi \end{cases}$

فإن $\lim_{س \to \pi} هـ(س)$ =

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{\pi ٢}$

ج) $\frac{١}{\pi}$ د) غير موجودة .

---

١٩) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\sqrt{١ - جا ٢س}}{|جا س - جتا س|}$

أ) -١ ب) ١

ج) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ د) غير موجودة

---

٢٠) $\lim_{س \to ٢} \frac{-جا \pi س}{س^٢ - ٤س + ٤}$ =

أ) $-\pi$ ب) $\pi^٢$

ج) $-\pi^٢$ د) π

---

٢١) $\lim_{س \to ٢} \frac{-جا^٢ \pi س}{س^٢ - ٤س + ٤}$

أ) $-\pi$ ب) $\pi^٢$

ج) $-\pi^٢$ د) π

---

٢٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا(٣س)}{٢س}$

أ) ٠ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) ١ د) غير موجودة

---

٢٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا(٣س)}{٢س}$

أ) ٠ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) ١ د) غير موجودة

---

٢٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا(٣س)}{٢س}$

أ) ٠ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) ١ د) غير موجودة

---

٢٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا(٣س)}{٢س}$

أ) ٠ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) ١ د) غير موجودة

---

٢٦) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا(٣س)}{٢س}$

أ) ٠ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) ١ د) غير موجودة

---

٢٧) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا(٣س)}{٢س}$

أ) ٠ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) ١ د) غير موجودة

---

٢٨) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا(٣س)}{٢س}$

أ) ٠ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) ١ د) غير موجودة

---

٢٩) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا(٣س)}{٢س}$

أ) ٠ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) ١ د) غير موجودة

---

٣٠) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا(٣س)}{٢س}$

أ) ٠ ب) $\frac{٣}{٢}$

ج) ١ د) غير موجودة

SALEEM SALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٢١) $\lim_{س \to ٢} \frac{ظا \frac{\pi}{٤} س}{س - ٢}$

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $-\frac{\pi}{٤}$

ج) ١ د) صفر

---

٢٢) $\lim_{س \to ٠} ٤س^{٥}$ ظا^{٣} س قتا^{٥} س :

أ) $\frac{٤}{١١٢٥}$ ب) $\frac{٤}{١٥}$

ج) $\frac{٤}{٧٥}$ د) $\frac{٤}{٤٥}$

---

٢٣) $\lim_{س \to \pi} \frac{س \text{ جتا } س + \pi}{\pi - س}$

أ) ١ ب) -١

ج) π د) $\frac{\pi}{٢}$

---

٢٤) $\lim_{س \to ٥} \frac{\text{ظا}(\frac{\pi}{٣} - ٣س)}{س} =$

أ) ٣ ب) -٣

ج) ١ د) -١

---

٢٥) $\lim_{س \to ١} (١ - س)$ ظا $(\frac{\pi}{٢} س)$

أ) $\frac{\pi}{٢}$ ب) $-\frac{\pi}{٢}$

ج) $\frac{٢}{\pi}$ د) $-\frac{٢}{\pi}$

---

٢٦) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٣}} \frac{٢ \text{ جتا } س - \sqrt{٣}}{٢ \text{ جا } س - ١}$

أ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ب) $\sqrt{٣}$ ج) $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ د) $-\sqrt{٣}$

---

٢٧) $\lim_{س \to \pi} \frac{\text{جتا}٢ س + \text{جا } س}{(س - \pi)^{٢}}$

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) ٢

ج) $\frac{-٣}{٢}$ د) $\frac{-٥}{٢}$

---

٢٨) اذا كانت $\lim_{س \to ٣+} \sqrt{س^{٢} + ٥س - ٦}$ موجودة

فان قيمة ٣ تنتمي :

أ) $[٣، ٣)$ ب) $(٣، ٣)$

ج) $[٣، \infty)$ د) $(٣، ٣]$

---

٢٩) $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ٣}{س - ٣} = \frac{١}{٩}$ فان $\lim_{س \to ٣} ق(س)$

أ) ٢ ب) ٣

ج) ٩ د) ٤

---

٣٠) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^{٢} + ٣س + ب}}{س - ٢} = ٥$ فان

قيمة (أ، ب) على الترتيب :

أ) $(\frac{١٩}{٤}، \frac{٢٣}{٣})$ ب) $(\frac{-١٩}{٤}، \frac{-٢٣}{٣})$

ج) $(\frac{-٢٣}{٣}، \frac{١٩}{٤})$ د) $(\frac{١٩}{٤}، \frac{-٢٣}{٣})$

---

٣١) اذا كانت $\lim_{س \to ٤} [\frac{س}{٣} + ٥] = \lim_{س \to ٣} \frac{س^{٤} - ٣^{٤}}{س - ٣}$

فان قيمة ٣ = ؟

أ) ٥ ب) $\frac{٥}{٢}$

ج) ٢ د) ١٠

SALEEM SATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣٢ اذا كان

$$\text{ه}(س) = \begin{cases} \frac{س^3 + ٢س^2 + ٣س}{س - ١} & ، س < ١ \\ ٦س & ، س \geq ١ \end{cases}$$

وكانت $\lim_{س \to ١} \text{ه}(س)$ موجودة فان قيمه (أ،٢) على الترتيب

(أ) (-٣،٣) (ب) (٣،٢)

(ج) (-٣،-٢) (د) (٣،-٢)

---

٣٣ اذا كان

$$\text{ه}(س) = \begin{cases} \frac{أ}{س} + ٥س & ، س = ١ \\ س + [س] & ، ١ < س < ٢ \\ ب س + ٤ & ، س = ٢ \end{cases}$$

وكان ه(س) متصل على مجاله فان قيمه (أ،ب) على الترتيب

(أ) (٦،٢) (ب) (-٦،-٢)

(ج) (-٦،٣) (د) (٦،٣)

---

٣٤ اذا كان

$$\text{ه}(س) = \begin{cases} \frac{جا ٢س + ب س}{س} & ، س < ٠ \\ \frac{|س| + ب}{س} & ، س > ٠ \end{cases}$$

فان قيم (أ،ب) على الترتيب التي تجعل

$\lim_{س \to ٠} \text{ه}(س) = ٤$ هي

(أ) (١،٥) (ب) (-١،٥)

(ج) (-١،-٥) (د) (١،-٥)

---

٣٥ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^2 - ٤}{س - ٢}$ ، $\lim_{س \to ١} \frac{|س - ١٣| + س^2 - ٣}{[س + ٨] - س}$

فإن صحيح أ = صحيح ب ؟

(أ) ك = ٤١/٣ (ب) ك = -٤٤,١١

(ج) ك = -٤١٠,٤ (د) ك = ٤٧,٣

---

٣٦ اذا كان $\text{ه}(س) = \begin{cases} |س - ١٢| & ، س < ٣ \\ س^2 - ٣ & ، س \geq ٣ \end{cases}$

فان صقيه أ التي تجعل $\lim_{س \to ٣}$ ه(س) موجوده هي

(أ) ك = ٤٣,٢ (ب) ك = ٤٧,٥

(ج) ك = -٤١٠,٤ (د) ك = -٤٤,١٠

---

٣٧ اذا كانت

$$\text{ه}(س) = \begin{cases} [س + ٢] & ، س \neq جـ \\ ٣ - [س] & ، س = جـ \end{cases}$$

فان صقيه جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ}$ ه(س) موجوده هي

حيث جـ تنتمي للأعداد الصحيحة :-

(أ) -١ (ب) ٣

(ج) صفر (د) ١

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

الإجابات

١)

① د ← س = ع - ١، صفر ع

② ب ← س = ع - ١، ٠، ١ ع

③ ﻫ ← م = ١

④ ب ← (-∞، -١] ∪ ع٥ ع

⑤ ب ← صفر

⑥ د ← ع

الحل :

نفرض ص = ٣ - س ⟹ س = ٣ - ص

نهـ ﻫ٢(ص) = (ج)٢ = ٤
ص ← ٠

س٤ الجواب فرع ⑤ ← ٤/٣

الحل لضع دائرة على قاعدة لوبيتال

نهـ (س٢ - ج س) / (س + √(س - ١) - ٣) = نهـ (٢ س - ج) / (١ + ١/(٢√(س - ١)))
س ← ج ، ج ← ٣

= نهـ ج (س - ج) / (١ + ١/ج) = ج٢ / ٤/٣ = ٤/٣
ج ← ٣

حل آخر :-

نهـ س(س - ج) / (س + √(س - ١) - ٣) = ٠/٠ لا تقبل
س ← ج ، ج ← ٣

نهـ (س(س - ج) / (س + √(س - ١) - ٣))^-١ =

نهـ (س + √(س - ١) - ٣) / س(س - ج) = نهـ (١ + ١/(٢√(س - ١))) / (٢ س - ج)
س ← ج ، ج ← ٣

= ٤/٣ ^-١ = ٣/٤

س٣ الجواب فرع ④ ← ٣

الحل:

نهـ (ﻫ(س) - ٣) / (س - ٣) = ٥
س ← ٣

نهـ (ﻫ(س) - ٣ - ٢ س + ٣) / (س - ٣) =
س ← ٣

نهـ (ﻫ(س) - ٣ - ٢ س + ٦) / (س - ٣) =
س ← ٣

نهـ (ﻫ(س) - ٣) / (س - ٣) + نهـ (-٢ س + ٦) / (س - ٣)
س ← ٣ ، س ← ٣

٥ + -ج (س - ٣) / (س - ٣) = ٣
(س ← ٣)

س٤ الجواب فرع ⑥ ← ١٦

الحل :

نهـ (ﻫ(س) - ٨) / (س - ج) = ٤
س ← ج

نهـ (س ﻫ(س) - ١٦) / (س - ٢)
س ← ٢

نهـ (س/٣ + ١/(س - ٢)) x (√(س - ١) + ١)/(√(س - ١) + ١)
س ← ج

نهـ (س - ٢) / (س(س - ٣)) + نهـ (√(س - ١) - ١) / (س(س - ٢))
س ← ج ، ج ← ٣

نهـ ١/س + نهـ (س - ج) / (س(س - ٣)) x ١/٢
س ← ج ، ج ← ٢

١/ج + ١/ج x ١/ج = (٣/ج)^-١ = ج/٣

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

SALEM SALSATEEB

س٥ الجواب فرع ⓑ ← $\frac{1}{3}$

الحل:

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{2س - 3 - (س-3)}{س^2 - 9} = \text{نها}_{س \to 3} \frac{2س - 6}{س^2 - 9}$$

س٦ الجواب فرع ⓐ ← $\frac{1}{6}$

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{1}{س-3} - \frac{6}{س^2-9} =$$

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{س+3}{س^2-9} - \frac{6}{س^2-9} =$$

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{س+3-6}{س^2-9} =$$

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{1}{س+3} = \boxed{\frac{1}{6}}$$

س٧ الجواب فرع ⓐ ← ٣

$$\text{نها}_{س \to 1} \left| \frac{(س-1)(س-4)}{(س-1)} \right| =$$

$$\text{نها}_{س \to 1} |س - 4| = |-3| = \boxed{3}$$

س٨ الجواب فرع ⓑ ← $\frac{1}{12}$

الحل:

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{|2س - 3| - [\frac{س}{2} + 2]}{س^2 - 9} = \div$$

$$\boxed{16} = 8 + 4 \times 2$$

س٩ الجواب فرع ⓐ ← $\frac{1}{3}$

$$\text{نها}_{س \to 2} \frac{س \cdot \text{قا}(\pi س) - 8س}{س - 2} + \text{نها}_{س \to 2} \frac{8(س-2)}{(س-2)}$$

س١٠ الجواب فرع ⓐ ← $\boxed{10}$

الحل: نضع دائرة مع قاعدة لوبيتال.

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{2(3س-1) \times 2 - 2(س+2)}{1} = \boxed{10}$$

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{2(س-3)}{(س-3)(س+3)} = \frac{2}{6} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

حل آخر:

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{(2س-1)^2 - (س+2)^2}{س-3}$$

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{(3س-1-س+2)(2س-1+س+2)}{س-3}$$

$$\text{نها}_{س \to 3} \frac{(2س+1)(3س+1)}{س-3} = \boxed{10}$$

س١١ الجواب فرع ⓐ ← $\frac{1}{72}$

الحل:

$$\text{نها}_{س \to 1} \frac{\sqrt{5 + \sqrt{8+س}} - 2}{س - 1}$$

$$\times \frac{\left(\sqrt{5 + \sqrt{8+س}}\right)^3 + 2\sqrt{5 + \sqrt{8+س}} + 4}{\left(\sqrt{5 + \sqrt{8+س}}\right)^3 + 2\sqrt{5 + \sqrt{8+س}} + 4}$$

$$\text{نها}_{س \to 1} \frac{5 + \sqrt{8+س} - 8}{(س-1)(\text{المقام})} \times \frac{1}{12}$$

$$\text{نها}_{س \to 1} \frac{\sqrt{8+س} - 3}{س-1} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{8+س} + 3}{\sqrt{8+س} + 3}$$

$$\text{نها}_{س \to 1} \frac{س - 1}{(س-1)(\text{المقام})} \times \frac{1}{12} = \boxed{\frac{1}{72}}$$

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

س١٠ الجواب فرع (ب) ← ٦٧

الحل:

نهـ $\frac{\sqrt{س^٢-٩}}{\sqrt{س^٢-٥س+٦}}$ = $\frac{٠}{٠}$ لا يجوز
س←٣+

$(س^٢-٩)$ = $(س-٣)(س+٣)$ = بسط

$س=٣ \quad / \quad س=-٣$

$س^٢-٥س+٦$ = $(س-٣)(س-٢)$ = مقام

$س=٣ \quad / \quad س=٢$

نهـ $\frac{س^٢-٩}{س^٢-٥س+٦}$ = نهـ $\frac{(س-٣)(س+٣)}{(س-٣)(س-٢)}$ = ٦
س←٣+ س←٣+

س١١ الجواب فرع (ب) ← ٦٣

نهـ هـ(س+١) = ٨ ، هـ(٣) = ٦
س←٣

نهـ هـ٢(س) = س٢ + ٢س - ٧
س←٣

الحل:

نفرض ص = س+١ ، س = ١ ، ص = ٣

نهـ هـ(ص) = ٨
ص←٣

نهـ هـ٢(س) = -٧ + ٦ + ٣٤ = ٦٣
س←٣

س١٢ الجواب فرع (ب) ← ١٠

نهـ $\frac{س^٢-٤}{س-٢}$ + $\frac{هـ(س)-٢}{س-٣}$
س←٢

٤ + ٦ = ١٠

هـ(س)-٢ / (س-٣)س ← هـ(س)-٢ / س-٣ = ٣ = ٦

س١٣ الجواب فرع (د) ← -٣٤

الحل:

نهـ $\frac{س^٣-٦٤}{س^٣-٢س+١}$ = $\frac{٠}{٠}$
س←٢

نهـ $\frac{(س)^٣-٦٤}{٢س^٣-٨}$ =
س←٢

نفرض أن ص = $س^٣$ ، س = ٢ ، ص = ٤

نهـ $\frac{ص^٣-٦٤}{٢ص-٨}$ =
ص←٤

نهـ $\frac{(ص-٤)(ص^٢+٤ص+١٦)}{٢(ص-٤)}$
ص←٤

نهـ $\frac{-١(ص^٢+٤ص+١٦)}{٢}$
ص←٤

= $\frac{-٤٨}{٢}$ = -٣٤

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

س١٤ الجواب خطأ (ب) ← ٤

الحل:

$\lim_{س \to 1} (هـ(س) + س^3) = ٤$

$\lim_{س \to 1} \frac{هـ(س)}{٣} - هـ(٣) = -٧$

$\lim_{س \to 1} هـ(س) + ١ = ٤$

$\lim_{س \to 1} هـ(س) = ٣$

$\lim_{س \to 1} \frac{هـ(س)}{٣} - هـ^3(س) = -٧$

$\lim_{س \to 1} \frac{٣}{٣} - \lim_{س \to 1} هـ^3(س) = -٧$

$١ - \lim_{س \to 1} هـ^3(س) = -٧$

-١

$\lim_{س \to 1} هـ^3(س) = ٨$

$\lim_{س \to 1} هـ(س) = ٢$

$\therefore \lim_{س \to 1} هـ^2(س) = (٢)^2 = ٤$

س١٥ الجواب خطأ (ج) ← $\frac{١}{١٠٨}$

الحل:

$\lim_{س \to ٢} \frac{١}{س^3 - ٨} \left(\frac{١}{س+١} - \frac{١}{٣} \right) = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$\lim_{س \to ٢} \frac{١}{س^3 - ٨} \left(\frac{٣ - (س+١)}{٣(س+١)} \right) =$

$\lim_{س \to ٢} \frac{١}{س^3 - ٨} \frac{(٣ - س - ١)}{٣(س+١)} =$

$\lim_{س \to ٢} \frac{١}{س^3 - ٨} \times \frac{(٢ - س)}{٣(س+١)} =$

$\lim_{س \to ٢} \frac{١}{(س-٢)(س^2 + ٢س + ٤) \times ٣(س+١)} =$ (-١)

$\lim_{س \to ٢} \frac{-١}{(٩)(١٢)} = \frac{-١}{١٠٨}$

س١٦ الجواب خطأ (ج) ← ٢٠

هـ(س) متصل ن

هـ(٣) = $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س)

هـ(٣) = $(٣)^2 + ٢ = ١١$

$\lim_{س \to ٣} ٢هـ(س) + ٥ = ١١$

$\lim_{س \to ٣} هـ(س) = ٣$

ن $\lim_{س \to ٣}$ هـ(س) + س × هـ(س) =

$٣ \times ٣ + ١١ = ٢٠$

SALEEM SALSATEBI
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

س١٧ الجواب فرع ⑤ غير موجودة

الحل:

$$\text{نهـا}_{س\to ٣^+} \frac{\sqrt{س+٧}-٤}{\sqrt{س+٣}-٢} \times \frac{\sqrt{س+٣}+٢}{\sqrt{س+٧}+٤} \times \frac{\sqrt{س+٧}+٤}{\sqrt{س+٣}+٢}$$

$$\text{نهـا}_{س\to ٣^+} \frac{س+٣-١٦}{س+٧-٩} \times \frac{\sqrt{س+٣}+٢}{\sqrt{س+٧}+٤}$$

$$\text{نهـا}_{س\to ٣^+} \frac{س-١٣}{س-٢} \times \frac{١}{٤} \times \frac{٦}{١}$$

$$\text{نهـا}_{س\to ٣^+} \frac{س-١٣}{س-٢} \times \frac{٦}{٤} = \boxed{\frac{٣}{٢}}$$

$$\text{نهـا}_{س\to ٢^-} [٢س-٣] = [١] = ١$$

$$\text{نهـا}_{س\to ٢^+} هـ(س) \neq \text{نهـا}_{س\to ٢^-} هـ(س)$$

∴ $\text{نهـا}_{س\to ٢} هـ(س)$ غير موجودة.

س١٨ الجواب فرع ⑤ ← غير موجودة

الحل:

$$\text{نهـا}_{س\to \pi^+} \frac{١+جتاس}{(\pi-س)^٢} \times \frac{١-جتاس}{١-جتاس} =$$

$$\text{نهـا}_{س\to \pi^+} \frac{١-جتا^٢س}{(\pi-س)^٢} \times \frac{١}{٢} =$$

$$\text{نهـا}_{س\to \pi} \frac{جا^٢س}{(\pi-س)^٢} \times \frac{١}{٢} =$$

$$\frac{١}{٢} \text{نهـا}_{س\to \pi^+} \left(\frac{جاس}{\pi-س}\right)^٢ =$$

$$\frac{١}{٢} \times \text{نهـا}_{س\to \pi^+} \frac{جا(\pi-س)}{\pi-س}$$

لنفرض ص = π - س

س = π
ص = ٠

$$\frac{١}{٢} \times \text{نهـا}_{ص\to ٠} \frac{جاص}{ص} = \boxed{\frac{١}{٢}}$$

$$\text{نهـا}_{س\to -\pi} \frac{حا(س-\pi)}{(\pi+س)(\pi-س)}$$

لنفرض ص = س - π

س = π
ص = ٠

$$\text{نهـا}_{ص\to ٠} \frac{جاص}{ص} \times \text{نهـا}_{س\to -\pi} \frac{١}{\pi+س}$$

$$١ \times \frac{١}{٢\pi} = \boxed{\frac{١}{٢\pi}}$$

∴ $\text{نهـا}_{س\to \pi^+} هـ(س)$ غير موجودة

$$\text{نهـا}_{س\to \pi^+} هـ(س) = \text{نهـا}_{س\to \pi^-} هـ(س)$$

∴ $\text{نهـا}_{س\to \pi} هـ(س)$ غير موجودة

س١٩ الجواب فرع ⑤ ← ١

الحل ← طريقة الضغ دائرة

$$\text{نهـا}_{س\to \frac{\pi}{٤}} \frac{\sqrt{١-جتا٢س}}{|جاس-جتاس|} =$$

$$\text{نهـا}_{س\to \frac{\pi}{٤}} \frac{\sqrt{جا^٢س+جتا^٢س-٢جاسجتاس}}{|جاس-جتاس|}$$

$$\text{نهـا}_{س\to \frac{\pi}{٤}} \frac{\sqrt{(جاس-جتاس)^٢}}{|جاس-جتاس|} = \frac{|جاس-جتاس|}{|جاس-جتاس|}$$

$$= \boxed{١}$$

SALEEM SATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
لتحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

س٤١ الجواب خرج (ب) ← $-\pi^2$

الحل لطريقة أولى قاعدة لوبيتال

$$\text{نهـا}_{س\to 2} \frac{-\text{جا}^2 \pi س}{س^2 - 4س + 4} = \frac{-\pi \times 1}{4} = \frac{-\pi}{4}$$

$$\text{نهـا}_{س\to 2} \frac{-\pi^2 \text{جا}\pi س \times \text{جتا}\pi س \times \pi}{2س - 4} = \boxed{\frac{\pi}{4}}$$

حل آخر :-

$$\text{نهـا}_{س\to 2} \frac{-\text{جا}^2 \pi س}{(س-2)^2} = -\text{نهـا}_{س\to 2} \left(\frac{\text{جا}\pi س}{س-2}\right)^2$$

$$\text{نهـا}_{س\to 2} \left(\frac{\text{جا}\pi س - 2\pi}{س-2}\right)^2$$

نفرض ص = س - 2 ، س = 2 ، ص = 0

$$\text{نهـا}_{ص\to 0} \left(\frac{\text{جا}\pi ص}{ص}\right)^2 = -\boxed{\pi^2}$$

الحل لطريقة أولى قاعدة لوبيتال

س٤١ الجواب خرج (ب) ← $\frac{\pi}{4}$

$$\text{نهـا}_{س\to 1} \frac{-\text{ظا}^2(\frac{\pi}{4} س)}{س - 1} = \frac{-\pi}{4} \times 1 = \frac{-\pi}{4}$$

$$\text{نهـا}_{س\to 1} \frac{-\text{ظا}(\frac{\pi}{4} س) \times \text{قا}^2(\frac{\pi}{4} س) \times \frac{\pi}{4}}{1} = \boxed{\frac{\pi}{4}}$$

حل آخر :-

$$\text{نهـا}_{س\to 1} \frac{\text{ظا}(\frac{\pi}{4} س) - 1}{س - 1} = \frac{0}{0}$$ لا تقبل

$$\text{نهـا}_{س\to 1} \frac{\text{ظا}(\frac{\pi}{4} س) - \text{ظا}\frac{\pi}{4}}{س - 1} \times \frac{\frac{\pi}{4} س - \frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4} س - \frac{\pi}{4}}$$

$$\text{نهـا}_{س\to 1} \frac{\text{ظا}\frac{\pi}{4} س - \text{ظا}\frac{\pi}{4}}{\frac{\pi}{4} س - \frac{\pi}{4}} \times \frac{\frac{\pi}{4} س - \frac{\pi}{4}}{س - 1}$$

نفرض ص = $\frac{\pi}{4} س - \frac{\pi}{4}$ ، س = 1 ، ص = 0

$$\text{نهـا}_{ص\to 0} \frac{\text{ظا}ص}{ص} \times \text{نهـا}_{س\to 1} \frac{\frac{\pi}{4}}{س - 1}$$

$$1 \times \frac{\pi}{4} = \boxed{\frac{\pi}{4}}$$

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

س٢٢ الجواب فرع (أ) $\frac{ج}{١١ج^{٥}}$

الحل:

$$\text{نهـ}_{س \to ٠} \; ٢س^{٥} \times ظتا^{٢}٣س \times قتا^{٣}٥س$$

$$\text{نهـ}_{س \to ٠} \; ٢ \times \frac{س^{ج}}{ظا^{٢}٣س} \times \frac{س^{٣}}{جا^{٣}٥س}$$

$$٢ \times ج \times \frac{١}{٩} \times \frac{١}{١ج^{٥}} = \boxed{\frac{ج}{١١ج^{٥}}}$$

س٢٣ الجواب فرع (ج) ← -١

الحل على قاعدة لوبيتال

$$\text{نهـ}_{س \to ٣} \frac{س ص س + ٣}{س - ٣} \quad \text{نهـ}_{س \to ١} \frac{(١-س)}{ظا \frac{\pi}{٢} س} =$$

$$\text{نهـ}_{س \to ٣} \frac{س \times ٠ + ص س + ٣}{١} = ٣ \times ٠ - ١ = (-١)$$

$$\text{نهـ}_{س \to ١} \frac{(١-س)}{ظا(\frac{\pi}{٢} - \frac{\pi}{٢} س)} =$$

$$\text{نهـ}_{س \to ١} \frac{١-س}{ظا \frac{\pi}{٢} (١-س)} =$$

نفرض ص = ١ - س لما س = ١

ص = ٠

$$\text{نهـ}_{ص \to ٠} \frac{ص}{ظا \frac{\pi}{٢} ص} = \boxed{\frac{ج}{\pi}}$$

س٢٤ الجواب فرع (أ) ← -٣

$$\text{نهـ}_{س \to ٠} \frac{جتا(\frac{\pi}{٢} ٣ - ٣س)}{س}$$

الحل على قاعدة لوبيتال

$$\text{نهـ}_{س \to ٠} \frac{-جا(\frac{\pi}{٢} ٣ - ٣س) \times -٣}{١} = -١ \times -١ \times -٣ = \boxed{-٣}$$

حل آخر :-

$$\text{نهـ}_{س \to ٠} \frac{جتا \frac{\pi}{٢} ٣ \; جتا ٣س + جا \frac{\pi}{٢} ٣ \; جا ٣س}{س}$$

$$= \text{نهـ}_{س \to ٠} \frac{-جا ٣س}{س} = \boxed{-٣}$$

س٢٥ الجواب فرع (ب) ← $\frac{٢}{\pi}$

الحل: على قاعدة لوبيتال

$$\text{نهـ}_{س \to ١} \frac{١-س}{ظا(\frac{\pi}{٢} س)} =$$

$$\text{نهـ}_{س \to ١} \frac{-١}{-قتا^{٢}(\frac{\pi}{٢} س) \times \frac{\pi}{٢}} = \frac{-١}{-١ \times \frac{\pi}{٢}} = \boxed{\frac{٢}{\pi}}$$

حل آخر :-

$$\text{نهـ}_{س \to ١} (١-س) ظا(\frac{\pi}{٢} س)$$

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net
SALEEM ALKHATEEB

س٤٦ الجواب خطأ (هـ) ← $\frac{-1}{3\sqrt{2}}$

الحل مع قاعدة لوبيتال

$$\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{3}} \frac{2\,\text{جا}\,s}{-2\,\text{جا}\,s} = \frac{2\times\frac{1}{2}}{-2\times\frac{3\sqrt{2}}{2}} = \boxed{\frac{-1}{3}}$$

حل آخر :-

$$\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{3}} \frac{\text{جتا}2s-1}{(s-\frac{\pi}{3})^2} + \text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{3}} \frac{\text{جتا}(s+1)}{(s-\frac{\pi}{3})^2}$$

① $\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{3}} \frac{\text{جا}2s-1}{(s-\frac{\pi}{3})^2} \times \frac{\text{جا}2s+1}{\text{جا}2s+1}$

حل آخر :

$$\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{3}} \frac{2\,\text{جا}s-3\sqrt{2}}{2\,\text{جا}s-1} \times \frac{2\,\text{جا}s+3\sqrt{2}}{2\,\text{جا}s+3\sqrt{2}} = \text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{3}} \frac{\text{جتا}^2 2s-1}{(s-\frac{\pi}{3})^2} \times \frac{1}{2} =$$

$$\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{4}} \frac{4\,\text{جا}^2 s-3}{2\,\text{جا}s-1} \times \frac{1}{3\sqrt{2}} = \text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{4}} \frac{-\text{جا}^2 2s}{(s-\frac{\pi}{4})^2} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}\times\left(\frac{\text{جا}2s}{s-\frac{\pi}{4}}\right)^2}$$

② $\frac{1}{3\sqrt{2}} \times$ لأن $\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{3}} \frac{\text{جتا}s+1}{(s-\frac{\pi}{3})^2} \times \frac{\text{جتا}s-1}{\text{جا}s-1}$

$$\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{4}} \frac{4(1-\text{جا}^2 s)-3}{2\,\text{جا}s-1} \times \frac{1}{3\sqrt{2}} \quad \text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{4}} \frac{4-4\,\text{جا}^2 s-3}{2\,\text{جا}s-1} \times \frac{1}{3\sqrt{2}} \quad \text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{4}} \frac{\text{جا}^2 s-1}{(s-\frac{\pi}{4})^2} = \boxed{\left(\frac{\text{جا}s}{s-\frac{\pi}{4}}\right)^2}$$

$$\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{4}} \frac{1-4\,\text{جا}^2 s}{2\,\text{جا}s-1} \times \frac{1}{3\sqrt{2}} \quad \frac{1}{2}\,\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{4}} \frac{(\text{جا}(2s-2\times\frac{\pi}{4}))^2}{s-\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2}\,\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\text{جا}s-\frac{\pi}{4}}{s-\frac{\pi}{4}}\right)^2$$

$$\text{نهـ}_{s\to\frac{\pi}{4}} \frac{(1-2\,\text{جا}s)(1+2\,\text{جا}s)}{(2\,\text{جا}s-1)\times 3\sqrt{2}} \quad \frac{-1}{2}\,\text{نهـ}_{\text{ص}\to 0} \frac{(2\,\text{جا}\text{ص})^2}{\text{ص}} + \frac{1}{2}\,\text{نهـ}_{\text{ص}\to 0} \left(\frac{\text{جا}-\text{ص}}{\text{ص}}\right)^2$$

$$\frac{-1\times(1+2\times\frac{1}{2})}{3\sqrt{2}} = \boxed{\frac{-1}{3\sqrt{2}}} \quad \frac{-2}{2} + \frac{1}{2} = \boxed{\frac{-3}{2}}$$

لفرض ص = س - π

س = π

ص = ٠

س٤٧ الجواب خطأ (ب) ← $\frac{-3}{2}$

حل مع قاعدة لوبيتال

$$\text{نهـ}_{s\to\pi} \frac{-2\,\text{جا}^2 s-\text{جا}s}{3(s-\pi)} = \text{نهـ}_{s\to\pi} \frac{-4\,\text{جا}s\,\text{جتا}s-\text{جا}s}{2} = \frac{-4\times 1\times -1+1}{2} = \boxed{\frac{-3}{2}}$$

SALEEM ALKHATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

س٢٨ الجواب فرع ④ ← ∉ [٢، ٣]

الحل:

$\lim_{س \to ٣^+} \sqrt{-س^٢ + ٥س - ٦}$ موجبة

$= \sqrt{-٩ + ١٥ - ٦}$

$-س^٢ + ٥س - ٦ = ص$

$س^٢ - ٥س + ٦ = -ص$

$(س - ٢)(س - ٣)$

$س = ٣ ، س = ٢$

+	−	+
١	٢	٣

$م \notin [٢، ٣]$

س٢٩ الجواب فرع ④ $= ٢$

$\lim_{س \to ٣} \frac{هـ(س) - ٢}{س - ٣} = \frac{١}{٩}$

$\Leftarrow \lim_{س \to ٣} هـ(٣) = \boxed{٢}$

س٣٠ الجواب فرع ⑤ $\left(\frac{١٩}{٤} ، \frac{-٤٣}{٢}\right)$

الحل:

$\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+٤} + ٢س + ب}{س - ٣} = ٥$

$\sqrt{٤ + ٩} + ٦ + ب = ٠$

$٣ + ٦ + ب = ٠$

$\boxed{ب = -٩}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+٤} + ٢س - ٩}{س - ٣} * ⑤$

$\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+٤} - ٣ + ٢س - ٦}{س - ٣}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س+٤} - ٣}{س - ٣} \times \frac{\sqrt{س+٤} + ٣}{\sqrt{س+٤} + ٣} \times \frac{٢س - ٦}{س - ٣}$

$\lim_{س \to ٣} \frac{س + ٤ - ٩}{س - ٣} \times \frac{١}{٤} \times \frac{٢(س - ٣)}{(س - ٣)}$

$\frac{١}{٤} \times ٢ = ٥$

$أ = \frac{١}{٤} - ٥ = \boxed{\frac{١٩}{٤}}$

$ب = -٩ - ٥ \times ٤ = \boxed{\frac{-٤٣}{٢}}$

س٣١ الجواب فرع ⑤ ← $\frac{٥}{٢}$

$\lim_{س \to ٢} [\frac{٥}{٢} + ٥] = \lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢}$

$\lim_{س \to ٢} \frac{(س + ٢)(س - ٢)}{س - ٢} = ٥$

$٢ + ٢ = ٥$

$\boxed{٢ = \frac{٥}{٢}}$

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

س٣ الجواب فرع ⑤ (٣، -٢)

$\lim_{س \to -١} = ٦س = ٦$

$\lim_{س \to +١} \frac{س^٣ + أس + ب}{س - ١} = ٦$

$س^٣ + أس + ب = ٠$

$١ + أ + ب = ٠$

$\boxed{أ = -ب - ١}$

$\lim_{س \to +١} \frac{س^٣ - س - ٣ب س + ٢ب}{س - ١}$

$\lim_{س \to +١} \frac{س(س^٢ - ١)}{(س - ١)} + \lim_{س \to +١} \frac{٣ب(س + ١)}{س - ١}$

$س(س + ١) + -٣ب = ٦$

$٢ - ب = ٦$

$-ب = ٤$

$\boxed{ب = -٣}$

$أ = -٣ب - ١$

$= -٣ \times -٣ - ١$

$= ٩ - ١$

$= ٨$ ③

(٣، -٣)

س٣ الجواب فرع ⑤ (-٦، -٣)

متصل عند س = ٣ ، س = ١

$هـ(١) = \lim_{س \to +١} هـ(س)$

$أ + ٥ = ١ - ٢$

$\boxed{أ = -٦}$

$هـ(ب) = \lim_{س \to -١} هـ(س)$

$٣ب + ٤ = ٢ + ٢$

$٣ب = -٤$ $\boxed{ب = -٣}$

(-٦، -٣)

س٤ الجواب فرع ⑤ (-١، ٥)

$\lim_{س \to ٠} \frac{|س|}{س} + ب = ٤$

$\frac{-س}{س} + ب = ٤$

$-١ + ب = ٤$

$\boxed{ب = ٥}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{ح(أس^٢ + ٥س)}{س} = ٤$

$\lim_{س \to ٠} \frac{ح س (أ + ٥)}{س} = ٤$

$أ + ٥ = ٤$ $\boxed{أ = -١}$

(-١، ٥)

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

س٣٥ الجواب فرع (أ) ← $\frac{1}{2}$

$$\text{نهـ}_{س\to 4} \frac{(س-2)(س+2)}{(س-2)} = \text{نهـ}_{س\to 4} \frac{س^2-س-3+3}{1-س}$$

$$أ2 = \text{نهـ}_{س\to 1} \frac{س^2-س}{1-س}$$

$$أ2 = \text{نهـ}_{س\to 1} \frac{س(س-1)}{(1-س)}$$

$$أ2 = -1$$

$$\boxed{أ = \frac{-1}{2}}$$

س٣٦ الجواب فرع (د) $\overline{ح-4, 4[}$

$$\text{نهـ}_{س\to -3} \frac{د(س)-د(-3)}{س+3} = \text{نهـ}_{س\to +3} ا س - |أ-3|$$

$$9-2 = |أ-3|$$

$$7 = |أ-3|$$

$$أ-3 = 7 \quad أو \quad أ-3 = -7$$

$$\boxed{أ = 10} \qquad \boxed{أ = -4}$$

س٣٧ الجواب فرع (ج) ← 1

نفرض $د(س) = $ نهـ$_{س\to +ج}$ نهـ$_{س\to -ج}$

$ح \in ص$

نهـ$_{س\to +ج}$ $[س+ج] - 3 [س]$ = نهـ$_{س\to 0^-}$ $3 - [س]$

$ج + ج = 3 - (ح-1)$

$ج + ج = 3 - ح + 1$

$ج + ج = 4 - ج$

$ج = ح$ $\qquad \boxed{ح = 1}$

$ح \notin ص$

نهـ$_{س\to +ج}$ $[س+ج] - 3 [س]$ = نهـ$_{س\to -ج}$ $3 - [س]$

$[ح] + ج = 3 - [ح]$

$2[ج] = 1$

$[ح] = \frac{1}{2}$

← لا يجوز

س٣٨ اثبت ان

$$\text{نهـ}_{ع\to س} \frac{ع جاس - س جاع}{ع - س} = جاس - س جتاس$$

الحل:

$$\text{نهـ}_{ع\to س} \frac{ع جاس - س جاس + س جاس - س جاع}{ع - س}$$

$$\text{نهـ}_{ع\to س} \frac{جاس(ع-س)}{ع-س} + \text{نهـ}_{ع\to س} \frac{س(جاس - جاع)}{ع-س}$$

$$جاس + \text{نهـ}_{ع\to س} \frac{س(2 جا\frac{ع-س}{2} * جتا\frac{س+ع}{2})}{ع-س}$$

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣٨ $\lim_{س \to ٠} \frac{جا س + ٢ س}{س}$ جا $\left(\frac{س - ٤}{٢}\right)$ × جتا $\left(\frac{س + ٤}{٢}\right)$

$\lim_{ع \to س} \frac{}{ع - س}$

$\lim_{ص \to ٠} \frac{جا س + ص}{ص}$ جا $(س - ع)$ × جتا س

$\lim_{ع \to س}$

$\lim_{ص \to ٠} \frac{جا س + ص}{ص}$ جا ص × جتا س

$ص = س - ع$

$ع \to س \Leftrightarrow ص \to ٠$

جا س − جتا س ≠

٣٩ أي من الاقترانات التالية غير متصل عندما س = ٢

أ) $ه(س) = [س + ٣]$

ب) $ك(س) = |س^٢ + س - ٦|$

ج) $ل(س) = \begin{cases} \frac{جا(س^٢ - ٦)}{س - ٢} & ، س > ٢ \\ \frac{هـ^{س-٢} - ٣}{س - ٢} & ، س < ٢ \\ ٣ & ، س = ٢ \end{cases}$

د) $م(س) = \begin{cases} \frac{س + ٧ - \sqrt{س^٢ + ٣ س + ٤}}{س - ٢} & ، س \neq ٢ \\ س + ٣ & ، س = ٢ \end{cases}$

الحل: الجواب د

٤٠ إذا كان $ه(س) = \begin{cases} س^٢ + ٤ & ، س = ١ \\ ٢ س + ٥ & ، ١ < س < ٣ \\ ٤ س - ١ & ، س = ٣ \end{cases}$

فإن ه متصل على الفترة:

أ) [٣،١] ب) [٣،١] ج) (٣،١) د) [٣،٢]

الحل:

الجواب: أ

٤١ إذا كان $ه(س) = \begin{cases} [٢ س + ٣] & ، س = -١ \\ \frac{س}{٢ + س} & ، -١ < س < ٣ \\ ٥ س & ، س = ٣ \end{cases}$

فإن ه(س) متصل على الفترة

أ) [٣،١-] ب) [٢،٠]

ج) (٣،١-) د) [٣،١١-]

الحل: أجوا ب د

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١) إذا كانت ق(س) = س × [٢ - $\frac{س}{٣}$] جد قَ(٣).

أ) ٣ ب) ٦ ج) صفر د) غير موجودة

---

٢) إذا كانت ص = جا (س ص) جد: $\left|\frac{ع ص}{ع س}\right|_{(١، \frac{\pi}{٢})}$

أ) ١ ب) ٢ ج) صفر د) ٤

---

٣) إذا كانت ص د=جان،س=جتا ن، جد: $\frac{د^٢ص}{دس^٢}$ عندما س = $\frac{\pi}{٣}$

أ) $\frac{٥}{٤}$ ب) $\frac{-٥}{٤}$ ج) $\frac{-١٢٥}{٦٤}$ د) $\frac{-٢٥}{١٦}$

---

٤) هـ(س)= $\frac{[٢س+١]}{ل(س)}$ ، هـ($\frac{١}{٣}$)=٢، هـَ($\frac{١}{٣}$) =-١ ، جد لَ($\frac{١}{٣}$)

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{-١}{٢}$ ج) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{-١}{٤}$

---

٥) إذا كان س + ص = جا س ، فأنّ (صَ)^٢ تساوي

أ) صً ب) صً (ظتا س – قتا س)

ج) صً (ظا س – قا س) د) صً (ظا س + قا س)

---

٦) إذا كان ق(س) = ٢ ظتاس ، هـ(س) = أس (س^٢-٣)^٣، وكان (هـ o ق)($\frac{\pi}{٤}$) = -٥٠ ، جد قيمة الثّابت أ.

أ) ١ ب) ٢ ج) -٢ د) $\frac{١}{٢}$

---

٧) إذا كان: ص – س ص = جا س ، فإنّ صً + ص =

أ) ٢صَ ب) $\frac{صَ}{١+س}$ ج) $\frac{٢صَ}{١-س}$ د) $\frac{صَ}{١-س}$

---

٨) إذا كان ق(س) =$\sqrt{٣ + جاس + جتاس}$ ، هـَ(٠) = -١، هـ(٠) = ٢ ، وكان دس = هـ(س) × ق(س)، فجد دَ(٠)

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{-٣}{٢}$ ج) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{-١}{٤}$

---

٩) ق(س) = [س+٧] – [س] + |٢س| ،
حيث س ∈ (-٥،-١)، جد قَ(٣).

أ) ٢ ب) -٢ ج) ٣ د) غير موجودة

---

١٠) إذا كان س = ظتا٢ص، فإنّ صً =

أ) - ص جا٤ص ب) ص جا٤ص

ج) ص جا٢س د) ص جتا٢س

---

١١) إذا كان قَ(س) = س^٢ + $\frac{٤}{س}$

هـ(١) = ٢ ، هـَ(١) =٣

وكان (ق o هـ)(س^٣)= $\frac{أ س}{س+١}$ جد الثابت (أ)

أ) ٦ ب) ١٢ ج) ١٨ د) ٣٦

---

١٢) إذا كان متوسط التّغير في ق على الفترة [١ ، ٤] يساوي (٣)، وكان ق(١) + ق(٤) = ٣ ، احسب متوسّط التّغيّر في هـ(س) = (ق(س) – س)^٢ + ٣س +١ على الفترة [١ ، ٤].

أ) ١ ب) -١ ج) ٢٠ د) ١٧

---

١٣) إذا كان

ق(س) = { ١ – س^٢ ، س ≤ ٣
-١ -٦س ، س > ٣ }

جد قَ(٣).

أ) -٨ ب) -١٩ ج) ٤ د) غير موجودة

---

١٤) إذا كان ق(س) = ٣س$^{ن-١}$ ، وكان قً(س) = أ، جد قيمة الثابتان {أ ، ن}.

أ) {٦ ، ٣} ب) {٢ ، ٠} ج) {٤ ، ١٨} د) {٥ ، ٦}

---

١٥) إذا كان:

ق(س) = { أس^٣ – ٢ب س ، س ≤ ١
أس^٢ – ٦ب س – ٨ ، س > ١ }

اقتران قابلاً للاشتقاق عند س = ١، جد قيمة كل من الثابتين {أ ، ب}.

أ) {-٨ ، ٢} ب) {٨ ، -٢} ج) {٣ ، ٤} د) {-٨ ، ٣}

SALEM ALSATEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٦) إذا كان ص = ق(ظا٢س)، وكان قَ(١) = ٥ ، جد $\frac{ع ص}{ع س}$ عندما س = $\frac{\pi}{٨}$

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٢ د) ٢٠

---

١٧) إذا كان $\frac{س}{ص} - \frac{٣ص}{س} = ٢$

فجد $\frac{ع ص}{ع س}$ عند النقطة (٣ ، ١)

أ) ٣ ب) $\frac{١}{٣}$ ج) -٣ د) $\frac{-١}{٣}$

---

١٨) إذا كان ق($\frac{١}{٢}$س) = (|س|)^{٣}، جد قَ(-١)

أ) ١٢ ب) ٢٤ ج) ٣٦ د) ٤٨

---

١٩) إذا كان ق(س) = $\frac{م(س)}{ل(س)(س^{٢}+١)}$

وكان م(١) = -٢ ، مَ(١) = ل(١) = -١ ، قَ(١) = ٣ ، جد لَ(١).

أ) $\frac{-٧}{٢}$ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) $\frac{٧}{٤}$ د) $\frac{٧}{٢}$

---

٢٠) إذا كان: ق(٣س -١)= $\frac{١}{س^{٢}} - \frac{٢}{س}$ ، س ≠ ٠

فإن قَ(٥) =

أ) $\frac{-١}{١٢}$ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) $\frac{-١}{٤}$ د) $\frac{١}{١٢}$

---

٢١) إذا كان س = $\sqrt{ص^{٢}+٣ص}$ ، فجد $\frac{ع ص}{ع س}$ عندما س=٢

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{٢}{٥}$ ج) $\frac{٢}{٧}$ د) $\frac{-٤}{٧}$

---

٢٢) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابيلان للاشتقاق، وكان:

(ق o هـ)(س)= $\frac{س^{٣}+أ}{س+أ} + \frac{١}{٢}$ س ≠ -١

وكان ق(س) = $س^{٣}$ + ٧ ، هـ(١) = ٤ ، هـ(١) = ١

جد قيمة الثّابت {أ}.

أ) ٢٧ ب) -٢٧ ج) ٩ د) ٣٢

---

٢٣) إذا كان جا^{٢} (٣س) = (١ – ص^{٢})^{٦} ، فإنّ ٢ص صَ =

أ) ظا ٣س (ص^{٢} – ١) ب) ظتا ٣س (ص^{٢} – ١)

ج) ظا ٣س (ص^{٢} + ١) د) ظتا ٣س (ص^{٢} + ١)

---

٢٤) إذا كان ق(س) = (٤ - $\sqrt{س}$)^{٣}، هـ(س) = ٢س $\sqrt{س}$، جد (ق o هـ)َ(٩).

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $\frac{-١}{٤}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-١}{٢}$

---

٢٥) إذا كان:

ق(س)= $\begin{cases} \pi - جتا ٢س & ، س \geq \frac{\pi}{٤} \\ أ س + ب & ، س < \frac{\pi}{٤} \end{cases}$

جد الثّوابت أ ، ب علماً بأنّ ق(س) قابل للاشتقاق على ح.

أ) {٢ ، $\frac{\pi}{٢}$} ب) {٣ ، π} ج) {٠ ، π} د) {٢ ، π}

---

٢٦) إذا كان ق(١) = ١ ، وكان التّغيّر في الاقتران ق على الفترة [١ ، ١ + ٢هـ] يساوي ٤هـ + ٤هـ^{٢} ، وكان هـ(١) = هَ(١) = ٣.

أوجد (٢ق + ٣هـ)َ (١)

أ) ١٠ ب) ١١ ج) ١٣ د) ١٢

---

٢٧) إذاكان ل(س) = س . ق(س) ، وكان متوسّط التّغيّر للاقتران ل(س) في الفترة [-٢ ، ٤] يساوي (١٢)، ل(٤) = ٦، جد ق(-٢).

أ) ٧٢ ب) ٣٣ ج) ٣٦ د) ٣٠

---

٢٨) ق(س) = $\frac{[٢س + ٠,٨]}{هـ(س)} - |س^{٢} - ٤|$

وكان ق(١) = ١ ، قَ(١) = -٦ ، جد هَ(١).

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ ج) ٨ د) -٨

---

٢٩) إذا كان مقدار التّغير في الاقتران ق(س) في الفترة [-١،٣] يساوي (٤) ما متوسّط التّغيّر في الاقتران ل(س) = ٢ق(س) + ٣ هـ(س) في الفترة [-١ ، ٣]؟

أ) ١٢ ب) ١٤ ج) $\frac{٢٥}{٢}$ د) $\frac{٢٩}{٢}$

---

٣٠) إذا كان ص = ق(س)، وكان مقدار التّغيّر في قيمة الاقتران ق(س) عندما تتغيّر س من (س) إلى (س+هـ) هو:

Δص=٤س^{٢}هـ + ٣هـ^{٢} ، فجد قَ(س).

أ) ٤س ب) ٢س^{٢}+٣ ج) ٤س^{٢} د) ٤س^{٢}+٣

---

٣١) إذا كانت ص = $\sqrt{س^{٣}-٣س}$ - $\frac{س}{١-س}$ جد $\frac{ع ص}{ع س}$

SALEM ALSATEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣٢) إذا كانت ص = قا^{٣}(ظاس) + ١ ، جد $\frac{ع ص}{ع س}$

---

٣٣) ق(س) = $\sqrt{س + ٢}$ + $\frac{١}{س}$

جد قَ(٢) باستخدام التّعريف العام.

---

٣٤) ق(س) = $\frac{س}{١ - س}$

جد قَ(-١) باستخدام التّعريف العام.

---

٣٥) ق(س) = ٢س $\sqrt{س + ٣}$ جد قَ(١) باستخدام التّعريف العام.

---

٣٦) ق(س) = |س^{٣}| [$\frac{س}{٢}$ + ١] ، جد قَ(٢) باستخدام التّعريف العام (إن وجدت).

---

٣٧) ق(س) = (س + جتاس)^{٢} ، جد قَ(س) باستخدام التّعريف العام.

---

٣٨) إذا كان ص = جتا ٢ن ، س = قا ن ،

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عندما س = $\frac{٥}{٣}$ ن ∋ [٠ ، ٢π]

---

٣٩) إذا كان:

جا $\sqrt{س}$ + جا $\sqrt{ص}$ = ظا (س ص) ، حيث س > ٠ ،

جد $\frac{ع ص}{ع س}$.

---

٤٠) إذا كان ق(س) = س |جتاس| حيث س ∋ [٠ ، ٢π]،

جد قَ(س).

---

٤١) ص = $\frac{|س^{٢} - ٥س + ٤|}{س(س-١)}$

س ∋ (١ ، ٥] ، جد $\frac{ع ص}{ع س}$

الإجابات

١) نبحث في الاتصال عند النقطة (٣)

ق(٣) = ٣

نهـــا ق(س) = ٣ ، نهـــا ق(س) = ٦

س←٣$^{+}$ س←٣$^{-}$

نهـــا ق(س) غير موجودة

س←٣

∴ قَ(٣) غير قابل للاشتقاق.

---

٢) ص = جا (س ص)

$\frac{ع ص}{ع س}$ = جتا(س ص) (س× $\frac{ع ص}{ع س}$+ص×١)

$\frac{ع ص}{ع س}$ = $\frac{ص \text{ جتا}(س ص)}{١ - س \text{ جتا}(س ص)}$

= $\frac{١ \text{ جتا} \frac{π}{٢}}{١ - \text{جتا} \frac{π}{٢}}$ = $\frac{٠}{١}$ = ٠

---

٣) ص = جا ن ، س = جتا ن

$\frac{دص}{دس}$ = $\frac{دص}{دن}$ × $\frac{دن}{دس}$

= جتان × $\frac{-١}{\text{جا ن}}$ = - ظتا ن

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٣}}$ = قتا^{٢}ن $\frac{دن}{دس}$

= $\frac{٢٥}{١٦}$ × $\frac{-٥}{٤}$

= $\frac{-١٢٥}{٦٤}$

س = $\frac{٣}{٥}$ = جتان

جا^{٢}ن + جتا^{٢}ن = ١

جا^{٢}ن + $\frac{٩}{٢٥}$ = ١

جا^{٢}ن = $\frac{١٦}{٢٥}$

جان = $\frac{٤}{٥}$

قتان = $\frac{٥}{٤}$

---

٤) ل(س) = $\frac{[٢س + ١]}{هـ(س)}$

ل = $\frac{١}{هـ(س)}$

لَ(س) = $\frac{- هـ(\frac{١}{٣})}{(هـ(\frac{١}{٣}))^{٢}}$ = $\frac{١}{٤}$

SALEM ALSATEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٥) س + ص = جا ص
١ + صَ = جتا ص صَ
صً=جتاص صً + صَ × -جا ص صَ
صً- جتاص صً = -جا ص(صَ)^{٢}
(صَ)^{٢}= $\frac{\text{صً – جتا صً}}{\text{- جاص}}$
= $\frac{\text{صً(١ – جتاص)}}{\text{- جاص}}$
= (صَ)^{٢} = صً(ظتا ص – قتا ص)

---

٦) (هـ o ق)َ($\frac{\pi}{٤}$) = هـَ(ق($\frac{\pi}{٤}$)) × قَ($\frac{\pi}{٤}$)
= هـَ(٢) × -٤
= ١٢٥أ × -٤
-١٠٠ أ = -٥٠
أ = $\frac{١}{٢}$

ق($\frac{\pi}{٤}$) = ٢ظتا $\frac{\pi}{٤}$
= ٢
قَ(س) = - قتا^{٢}س
قَ($\frac{\pi}{٤}$) = -٢قتا^{٢} $\frac{\pi}{٤}$
= -٤
هـَ(س)=أس×٣(س^{٢}-٣)^{٢}×٢س+(س^{٢}-٢)^{٣}×٤
هـَ(٢) = ١٢٤أ + أ
= ١٢٥أ

---

٧) ص – س ص = جا س
صَ- (س صَ + ص)= +جتا س
صَ- س صَ – ص = جتا س
صً – (س صً + صَ) – صَ = - جا س
صً – س صً – ٢صَ = - جاس
صً(١- س) = - جا س + ٢صَ
صً (١- س)= - (ص – س ص)+٢صَ
صً(١- س) = - ص (١- س)+ ٢صَ
صً(١ – س) + ص (١- س) = ٢صَ
(صً + ص) (١ – س) = ٢صَ
صً + ص= $\frac{\text{٢صَ}}{\text{١ - س}}$

---

٨) دَ(س) = هـ(س)×قَ(س) + ق(س) × هـَ(س)
دَ(٠) = هـ(٠)×قَ(٠) + ق(٠) × هـَ(٠)
= ٢ × $\frac{١}{٤}$+٢×-١
= $\frac{١}{٢}$ - ٢
= - $\frac{٣}{٢}$

ق(س) =$\sqrt{٣ + \text{جاس}^{٢}}$ + جتاس
قَ(س)= $\frac{\text{جتاس – جاس}}{٢\sqrt{٣ + \text{جاس}^{٢}} + \text{جتاس}}$
قَ(٠) = $\frac{١}{٤}$

---

٩)
ق(س) = { ٧ – ٢س ، -٤ ≤ س < -٣
٤ + ٣ - ٢س ، -٣ ≤ س < -٢

الاتصال عندما س = -٣
ق(-٣) = ١٣
نهـــا ق(س) = ١٣
س⟵
∴ الاقتران متّصل عند س = -٣
قَ(س) = { -٢ ، -٤ < س < -٣
-٢ ، -٣ < س < -٢

قَ+(-٣) = -٢ ، قَ-(-٣) = -٢
∴ قَ(-٣) = -٢

---

١٠) س = ظتا ٢ص
١ = - قتا^{٢} ٢ص × ٢صَ
صَ= $\frac{١}{\text{-٢ قتا}^{٢}\text{ ٢ص}}$
صَ= - $\frac{\text{جا}^{٢}\text{٢ص}}{٢}$
صً= - $\frac{١}{٢}$ × ٢جا٢ص × جتا ٢ص × ٢صَ
= $\frac{\text{-٤}}{٤}$ جا ٤ص × صَ
= - صَ جا ٤ص

---

١١)
(قoهـ)َ (س^{٣})= $\frac{\text{أس}}{\text{س + ١}}$
قَ(هـ(س^{٣}))×هـَ(س)= $\frac{\text{أس}}{\text{س + ١}}$
عندما س = ١
قَ(هـ(١)) × هـَ(١)= $\frac{\text{أس}}{\text{س + ١}}$
قَ(٢) × ٣= $\frac{\text{أ}}{٢}$
(٤ + $\frac{٤}{٢}$) × ٣= $\frac{\text{أ}}{٢}$
١٨= $\frac{\text{أ}}{٢}$ ⟸ أ = ٣٦

SALEM ALSATEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٢) $\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{ق(٤) - ق(١)}{٤ - ١} = ٣$

ق(٤) – ق(١) = ٩
ق(٤) + ق(١) = ٣
٢ق(٤) = ١٢
ق(١) = -٣
المطلوب

$\frac{\Delta هـ}{\Delta س} = \frac{هـ(٤) - هـ(١)}{٤ - ١}$

$= \frac{٢٠-١٧}{٤-١}$

$= \frac{-٣}{٣}$

= -١

هـ(٤) = (ق(٤) – ٤)^{٢} + ٣×٤ + ١
= ٤ + ١٢ + ١
= ١٧

هـ(١) = (ق(١) - ١)^{٢} + ٣ + ١
= ١٦ + ٣ + ١
= ٢٠

---

١٣) ق(٣) = ١ – ٩ = -٨

$\lim_{س \to ∞}$ ق(س) = -١ - ٦س
= -١ – ٦ × ٣
= -١٩

∴ $\lim_{س \to ∞}$ ق(س) غير موجودة

∴ ق(س) غير قابل للاشتقاق.

---

١٤) ق(س) = ٣س$^{ن-١}$
قَ(س) = ٣(ن – ١) س$^{ن-٢}$
قً(س) = ٣(ن – ١)(ن - ٢) س$^{ن-٣}$
أس^{٠} = ٣(ن-١)(ن-٢) س$^{ن-٣}$
← ن – ٣ = ٠
ن = ٣
← أ = ٣(ن-١)(ن-٢)
= ٣ × ٢ × ١
= ٦

---

١٥) قابلاً للاشتقاق ← متّصل

$\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

$\lim_{س \to ٠}$ أس^{٣}-٢ب س = $\lim_{س \to ٠}$ أس^{٢}-٦ب س – ٨
أ -٢ب = أ – ٦ب - ٨
٤ب = -٨
ب = -٢

ق(س) = { ٣أس^{٢} + ٤ ، س < ١
٢أس + ١٢ ، س > ١

قَ+ (١) = قَ-(١)
٣أ + ٤ = ٢أ + ١٢
أ = ٨

---

١٦)
$\frac{ع ص}{ع س}$ = قَ(ظا٢س)×قا^{٢} ٢س × ٢

$\frac{ع ص}{ع س}|_{س=\frac{\pi}{٨}}$ = قَ(ظا$\frac{\pi}{٤}$) × قا^{٢} $\frac{\pi}{٤}$ × ٢
= قَ(١)×٢×٢
= ٥ × ٤
= ٢٠

---

١٧) $\frac{س^{٢} - ٣ص^{٢}}{س ص} = ٢$

س^{٢} – ٣ص^{٢} = ٢ س ص
٢س – ٦ص صَ = ٢س صَ + ٢ص
٦ – ٦صَ = ٦صَ + ٢
٤ = ١٢صَ
صَ = $\frac{١}{٣}$

---

١٨) ق($\frac{١}{٢}$س) = (|س|)^{٣}
عندما س = -١
ق($\frac{١}{٢}$س) = - س^{٣}
قَ($\frac{١}{٢}$س) × $\frac{١}{٢}$ = -٣س^{٢}
قً($\frac{١}{٢}$س) × $\frac{١}{٤}$ = -٦س
$\frac{١}{٢}$س = -١ ← س = -٢
قً(-١) × $\frac{١}{٤}$ = ١٢
قً(-١) = ٤٨

---

١٩)
ق(١) = $\frac{م(١)}{ل(١)(٢)} = \frac{-٢}{-١×٢} = ١$

نجعل المطلوب موضوعاً للقانون:

ل(س) = $\frac{م(س)}{ق(س)(س^{٢}+١)}$

لَ(س) = $\frac{ق(س)(س^{٢}+١)×مَ(س) - م(س)(ق(س)×٢س+(س^{٢}+١)×قَ(س))}{(ق(س)(س^{٢}+١))^{٢}}$

لَ(١) = $\frac{ق(١)×٢×مَ(١) - م(١)×(ق(١)×٢+٢×قَ(١))}{(ق(١)×٢)^{٢}}$

SALEM ALSATEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

لَ(١) = $\frac{١\times٢\times-١+٢\times(١\times٢+٣\times٢)}{(١\times٢)^{٢}}$

= $\frac{-٢+١٦}{٤}$ = $\frac{١٤}{٤}$ = $\frac{٧}{٢}$

---

٢٠)

قَ(٣س-١)×٣ = $\frac{-٢}{س^{٣}}$ + $\frac{٢}{س^{٢}}$

نجد قيمة س

٣س – ١ = ٥ ← س = ٢ قَ(٥) × ٣ = $-\frac{٢}{٨}+\frac{٢}{٤}=\frac{١}{٤}$

قَ(٥) = $\frac{١}{١٢}$

---

٢١)

$\frac{دس}{دص}=\frac{٢ص+٣}{٢\sqrt{ص^{٢}+٣ص}}$

$\frac{دص}{دس}=\frac{٢\sqrt{ص^{٢}+٣ص}}{٢ص+٣}$

عندما ص = -٤

$\frac{دص}{دص}=\frac{٢\sqrt{١٦+-١٢}}{-٨+٣}$

= $\frac{٢\times٢}{-٥}$

= $-\frac{٤}{٥}$

عندما ص = ١

$\frac{دص}{دس}=\frac{٢\sqrt{١+٣}}{٣+٢}$

= $\frac{٤}{٥}$

عندما س = ٢

٢ = ٢$\sqrt{ص^{٢}+٣ص}$

$ص^{٢}+٣ص-٤=٠$

(ص+٤)(ص-١) = ٠

ص = -٤ ، ١

---

٢٢) (قoهـ)(س) = قَ(هـ(س)) × هـَ(س)

قَ(هـ(١)) × هـَ(١) = $\frac{(س+١)(٣س^{٢})-(س^{٣}+أ)}{(س+١)^{٢}}$

= $\frac{-٦(١+أ)}{٤}$

قَ(١) × ٤ = $\frac{٥-أ}{٤}$

٨ × ٤ = ٥ - أ

أ = -٢٧

---

٢٣) (٢جا٣س جتا٣س ×٣) = ٦(١- $ص^{٢}$)^{٥} × -٢ص صَ

نضرب الطّرفين في (١ – $ص^{٢}$)

جا ٣س جتا ٣س (١- $ص^{٢}$) = (١ – $ص^{٢}$)^{٦}×-٢ص صَ

$\frac{جا٣س\ جتا٣س(١-ص^{٢})}{-\ جا^{٢}\ ٣س}$ = $\frac{جا^{٢}\ ٣س\times-٢ص\ صَ}{-\ جا^{٢}\ ٣س}$

- ظتا ٣س(١ – $ص^{٢}$) = ٢ ص صَ

٢ ص صَ = ظتا ٣س ($ص^{٢}$ – ١)

---

٢٤) (قoهـ)َ(٩) = قَ(هـَ(٩)) × هـَ(٩)

= هـَ(٩) × $\frac{١}{٢}$

= - $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$

= - $\frac{١}{٤}$

هـ(س) = ٣ $\sqrt{س}$

هـَ(٩)= ٣ × ٣ = ٩

هـَ(س)= $\frac{٣}{٢\sqrt{س}}$

هـَ(٩)= $\frac{٣}{٢\sqrt{٩}}=\frac{١}{٢}$

قَ(س)=٣(-٤ $\sqrt{س}$)^{٢} × $\frac{-١}{٢\sqrt{س}}$

قَ(٩) = ٣(-٤-٣)^{٢} × $-\frac{١}{٦}$

= - $\frac{١}{٢}$

---

٢٥) ق قابل للاشتقاق عند س = $\frac{\pi}{٤}$

∴ ق متّصل عند س = $\frac{\pi}{٤}$

قَ(س)= { ٢جا٢س ، س < $\frac{\pi}{٤}$ ؛ أ ، س > $\frac{\pi}{٤}$ }

قَ+($\frac{\pi}{٤}$) = قَ-($\frac{\pi}{٤}$)

أ = ٢ جا $\frac{\pi}{٢}$ ← أ = ٢

نهـــا$_{س\to\frac{\pi}{٤}}$ (أس + ب) = نهـــا$_{س\to\frac{\pi}{٤}}$ (π – جتا ٢س)

٢×$\frac{\pi}{٤}$ + ب = π – ٠

$\frac{\pi}{٢}$ + ب = π

ب = $\frac{\pi}{٢}$

---

٢٦) Δ ص = ٤هـ + $٤هـ^{٢}$

Δ س = ١ + ٢هـ - ١ = ٢هـ

$\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{٤هـ+٤هـ^{٢}}{٢هـ}$

= $\frac{٢هـ(٢+٢هـ)}{٢هـ}$

SALEM ALSATEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

ق(١) = نهـــا ٢ + ٢هـ = ٢
هـ← ٠
(٢ق+٣هـ) (١) = ٢ق(١) + ٣هـ(١)
= ٢ × ٢ + ٣ × ٣
= ٤ + ٩
= ١٣

---

٢٧)
$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ل(٤) - ل(-٢)}{٤ - -٢}$

$١٢ = \frac{٦ - -٢ ق(-٢)}{٦}$

٧٢ = ٦ + ٢ ق(-٢)
ق(-٢) = ٣٣

---

٢٨)
$ق(س) = \frac{٢}{هـ(س)} - (٤ - س^{٢})$

$ق'(س) = \frac{-٢ \times هـ'(س)}{(هـ(س))^{٢}} + ٢س$

$ق'(١) = \frac{-٢ هـ'(١)}{(هـ(١))^{٢}} + ٢$

$-٦ = \frac{-٢هـ'(١)}{\frac{١}{٤}} + ٢$

$-٨ = -٨ هـ'(١)$

$هـ'(١) = ١$

ق(١) = ١
$\frac{٢}{هـ(١)} - ٣ = ١$
هـ(١) = $\frac{١}{٢}$

---

٢٩) $\Delta ص = ق(٣) - ق(-١) = ٥$
$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{هـ(٣) - هـ(-١)}{٣ - -١} = ٤$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ل(٣) - ل(-١)}{٤}$

$= \frac{٢ق(٣) + ٣هـ(٣) - (٢ق(-١) + ٣هـ(-١))}{٤}$

$= \frac{٢ق(٣) - ٢ق(-١)}{٤} + \frac{٣هـ(٣) - ٣هـ(-١)}{٤}$

$= ٢(\frac{ق(٣) - ق(-١)}{٤}) + ٣(\frac{هـ(٣) - هـ(-١)}{٤})$

$= ٢ \times \frac{٢}{٤} \times ٥ + ٣ \times ٤$
$= ٢,٥ + ١٢ = ١٤,٥$

---

٣٠)
$ق'(س) = \frac{\Delta ص}{\Delta هـ}$ نهـــا هـ ← ٠

$= \frac{٤س^{٢} هـ - ٣هـ^{٢}}{هـ}$ نهـــا هـ ← ٠

$= \frac{هـ(٤س^{٢} - ٣هـ)}{هـ}$ نهـــا هـ ← ٠

= نهـــا ٤س^٢ - ٣هـ
هـ ← ٠
= ٤س^٢

---

٣١) $ص = \sqrt{٢س^{٣} - ٣س} - \frac{س}{١ - س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{٢س - ٣}{٢\sqrt{٢س^{٣} - ٣س}} - \frac{(١- س) - س(-١)}{(١ - س)^{٢}}$

---

٣٢) ص = قا^٣(ظاس) + ١

$\frac{ع ص}{ع س} = ٣(قا(ظاس))^{٢}(قا(ظاس)ظاس(ظاس) \times قا^{٢}س)$

---

٣٣)
نهـــا س ← ٢ $\frac{ق(س) - ق(٢)}{س-٢}$

نهـــا س ← ٢ $\frac{\sqrt{٢س+٢} + \frac{١}{س} - ٢ - \frac{١}{٢}}{س-٢}$

نهـــا س← ٢ $\frac{\sqrt{٢س+٢} - ٢}{س-٢} \times \frac{\sqrt{٢س+٢} + ٢}{\sqrt{٢س+٢} + ٢}$ + نهـــا س← ٢ $\frac{-\frac{١}{س} - \frac{١}{٢}}{س-٢}$

نهـــا س← ٢ $\frac{س+٢-٤}{س-٢} \times \frac{١}{٤} +$ نهـــا س← ٢ $\frac{٢- س}{٢س}$ / $س-٢$

$= \frac{١}{٤} + -\frac{١}{٤}$ = صفر

SALEM ALSATEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣٤)

$$\text{نهـــا}_{س \to -١} \frac{ق(س) - ق(-١)}{س+١}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to -١} \frac{\frac{س}{١-س} + \frac{١}{٢}}{س+١}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to -١} \frac{\frac{٢س+١-س}{٢(١-س)}}{س+١}$$

$$= \frac{١}{٤}$$

---

٣٥)

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{ق(س) - ق(١)}{س-١}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{٢س \sqrt{٧س+٣} - ٤}{س-١}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{٢س \sqrt{٧س+٣} - ٤س+٤س-٤}{س-١}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{٢س(\sqrt{٧س+٣} - ٢)}{س-١} \times \frac{\sqrt{٧س+٣} + ٢}{\sqrt{٧س+٣} + ٢} + \frac{٤س-٤}{س-١}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{٢س(س+٣-٤)}{س-١} \times \frac{١}{٤} + ٤$$

$$\frac{١}{٢} + ٤ = \frac{٩}{٢}$$

---

٣٦)

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٣} & ، ١ \geq س > ٢ \\ ٢س^{٣} & ، ٢ \geq س > ٤ \end{cases}$$

أولاً: الاتصال:

$$ق(٢) = ١٦ = \text{نهـــا}_{س \to ٢} ٢س^{٣}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٢} س^{٣} = ٨$$

ق(س) غير متّصل عندما س = ٢

∴ قَ(٢) غير موجودة

---

٣٧)

$$قَ(س) = \text{نهـــا}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$$

$$\text{نهـــا}_{ع \to س} \frac{(ع + جتاع)^{٢} - (س + جتاس)^{٢}}{ع - س}$$

$$\text{نهـــا}_{ع \to س} \frac{(ع+جتاع-س-جتاس)(ع+جتاع+س+جتاس)}{ع - س}$$

$$\text{نهـــا}_{ع \to س} \left(\frac{ع - س}{ع - س} + \frac{جتاع - جتاس}{ع - س}\right)(٢س+جتاس)$$

$$\text{نهـــا}_{ع \to س} \left(١ + \frac{-٢جا\left(\frac{ع-س}{٢}\right)جا\left(\frac{ع-س}{٢}\right)}{ع - س}\right)(٢س + ٢جتاس)$$

ص = ع – س ⇐ ع ← س ⇐ ص ← ٠

$$\text{نهـــا}_{ص \to ٠} \left(١ - \frac{٢جا\frac{ص}{٢}}{ص}\right) \times جا س)(٢س+٢جتاس)$$

$$= (١ - جاس)(٢س + ٢جتا س)$$

---

٣٨)

$$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دن} \times \frac{دن}{دس}$$

$$= (-٢جا(٢ن))\left(\frac{١}{قا ن ظا ن}\right)$$

$$= \frac{-٤جا ن جتا ن \times جتا^{٢} ن}{جا ن} - ٤جتا^{٣} ن$$

$$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}} = -٤ \times ٣(جتا^{٢}ن)(-جا ن)\left(\frac{دن}{دس}\right)$$

$$= ١٢جتا^{٢}ن جا ن \times \frac{جتا^{٢}ن}{جان}$$

$$= ١٢ جتا^{٤} ن$$

$$= ١٢ \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٤}$$

$$= ١٢ \times \frac{٨١}{٦٢٥}$$

$$= \frac{٩٧٢}{٦٢٥}$$

$$\frac{دس}{دن} = قا ن ظا ن$$

$$\frac{دن}{دس} = \frac{١}{قان ظا ن}$$

$$= \frac{جتا^{٢}ن}{جان}$$

س = $\frac{٥}{٣}$ = قا ن

جتا ن = $\frac{٣}{٥}$

SALEM ALSATEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣٩)

$$\text{جتا}\sqrt{س} \times \frac{1}{2\sqrt{س}} + \text{جتا}\sqrt{س} \times \frac{صَ}{2\sqrt{ص}}$$

$$= \text{قا}^2(س\ ص)(س\ صَ + ص)$$

$$= س\ \text{قا}^2(س\ ص)\ صَ + ص\ \text{قا}^2(س\ ص)$$

$$\frac{صَ}{2\sqrt{ص}}\ \text{جتا}\sqrt{ص} - س\ \text{قا}^2(س\ ص)\ صَ$$

$$= ص\ \text{قا}^2(س\ ص) - \frac{\text{جتا}\sqrt{س}}{2\sqrt{س}}$$

$$\frac{\text{جتا}\sqrt{ص}}{2\sqrt{ص}} - س\ \text{قا}^2(س\ ص)$$

---

٤٠)

$$ق(س) = \begin{cases} س\ \text{جتاس} & ، 0 \le س \le \frac{\pi}{2} \\ -س\ \text{جتاس} & ، \frac{\pi}{2} \le س \le \frac{3}{2}\pi \\ س\ \text{جتاس} & ، \frac{3}{2}\pi \le س \le 2\pi \end{cases}$$

أولاً: س = ٠ ، س = ٢π ، غير قابل للاشتقاق (أطراف)

$$قَ(س) = \begin{cases} -س\ \text{جاس} + \text{جتا}\ س & ، 0 < س < \frac{\pi}{2} \\ س\ \text{جاس} - \text{جتاس} & ، \frac{\pi}{2} < س < \frac{3}{2}\pi \\ -س\ \text{جاس} - \text{جتا}\ س & ، \frac{3}{2}\pi < س < 2\pi \\ -س\ \text{جا}\ س + \text{جتاس} & ، \frac{3}{2}\pi < س < 2\pi \\ \text{غير موجودة} & ، س = 0 ، 2\pi ، \frac{3\pi}{2} ، \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$ق(\frac{\pi}{2}) = $ صفر، $\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} ق(س) = $ صفر

∴ متّصل عند س = $\frac{\pi}{2}$

$قَ_+(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$

$قَ_-(\frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2}$

$قَ(\frac{\pi}{2})$ غير موجودة

* عندما س = $\frac{3}{2}\pi$

$ق(\frac{3}{2}\pi) = 0$

$\lim_{س \to \frac{3}{2}\pi} ق(س) = 0$

∴ متّصل عند س = $\frac{3}{2}\pi$

$قَ_+(\frac{3}{2}\pi) = \frac{3}{2}\pi$-

$قَ_-(\frac{3}{2}\pi) = \frac{3}{2}\pi$-

∴ $قَ(\frac{3}{2}\pi)$ غير موجودة

---

٤١)

$$ص = \begin{cases} \frac{-(س^2 - 5س + 4)}{س\ (س - 1)} & ، 1 < س \le 4 \\ \frac{س^2 - 5س + 4}{س\ (س - 1)} & ، 4 \le س \le 5 \end{cases}$$

$$ص = \begin{cases} \frac{4 - س}{س} & ، 1 < س \le 4 \\ \frac{س - 4}{س} & ، 4 \le س \le 5 \end{cases}$$

* س = ٥ ، غير قابلة للاشتقاق (أطراف)

$$ص = \begin{cases} \frac{س(-1) - (4 - س)}{س^2} & ، 1 < س < 4 \\ \frac{س - (س - 4)}{س^2} & ، 4 < س < 5 \\ \text{غير موجودة} & ، س = 4 ، 5 \end{cases}$$

* عندما س = ٤

ص(٤) = ٠ ، $\lim_{س \to 4}$ ص = ٠

∴ ص متّصل عندما س = ٤

$صَ|_{4+} = -\frac{1}{4}$

$صَ|_{4-} = \frac{1}{4}$

∴ $صَ|_{س=4}$ غير موجودة

SALEEM ALSATEEB
AWAZEL LEARN 2 BE
لتحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

العبارة الفيزيائية	الوصف الفيزيائي
اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم	ع = صفر
السرعة الابتدائية	ع عندما ن = صفر أو ع(٠)
انعدام السرعة أو حالة السكون اللحظي	ع = صفر
انعدام التسارع	ت = صفر
السرعة موجبة أو المسافة متزايدة	ع > ٠ ، ثم خط الاعداد
السرعة سالبة أو المسافة متناقصة	ع < ٠ ، ثم خط الاعداد
التسارع موجب أو السرعة متزايدة	ت > ٠ ، ثم خط الاعداد
التسارع سالب أو السرعة متناقصة	ت < ٠ ، ثم خط الاعداد
عند وصول الجسم الى الارض أو لحظة اصطدام الجسم بالارض	ف = صفر
يسير الجسم بالاتجاه المتعاكس	ع < ٠
للجسمين نفس الارتفاع	ف١ = ف٢
الجسم يتوقف مرة واحدة دون تغير اتجاه حركته	ع = ٠
الجسم يعود الى النقطة التي بدأ الحركة منها	ف عندما ن = صفر أو ف(٠)

مسائل تتعلق بالتطبيقات المباشرة على القوانين :

١ اذا كانت معادلة الحركة لجسم معين هي ف(ن)=ن^{٣} – ٣ن^{٢} +٢
أوجد ما يلي :

الحل:

ف(ن) = ن^{٣} – ٣ن^{٢} +٢
ع(ن) = ٣ن^{٢} – ٦ن
ت(ن) = ٦ن – ٦

١) أوجد السرعة اللحظية بعد (١) ث .

ع(١) = ٣(١)^{٢} – ٦ (١) = -٣ م / ث

٢) أوجد التسارع اللحظي بعد (٢) ث .

ت(٢) = ٦(٢) – ٦ = ٦ م / ث^{٢}

٣) متى تنعدم السرعة ؟

ع(ن) = ٣ن^{٢} – ٦ن
٠ = ٣ن^{٢} – ٦ن
٠ = ن (٣ن – ٦)
ن = ٠ ، ن = ٢

٤) متى ينعدم التسارع ؟

ت(ن) = ٦ن – ٦
٠ = ٦ن – ٦
ن = ١

٥) أوجد السرعة عندما ينعدم التسارع ؟

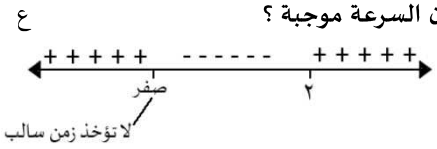
ع(ن) = ٦ن – ٦
ع(١) = ٣(١)^{٢} – ٦ (١) = -٣ م / ث

٦) أوجد السرعة عندما التسارع (١٢) م/ث^{٢} .

ت(ن) = ٦ن - ٦
١٢ = ٦ن - ٦
٣ = ن

ع(ن) = ٣ن^{٢} -٦ن
ع(٣) = ٣(٣)^{٢} – ٦(٣)
ع(٣) = ٩ م/ث

٧) متى تكون السرعة موجبة ؟



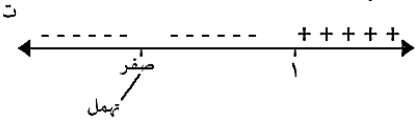
ع(ن)> ٠
٣ن^{٢} – ٦ن = ٠
ن = ٠
ن =٢

ع موجبة (٢ ، ∞)

٨) متى تكون السرعة متناقصة ؟

عندما ن ∋ (٠ ، ١) من فرع (٧)

٩) متى التسارع سالب ؟



ت(ن) < ٠
٦ن – ٦ < ٠
٦ن – ٦ = ٠
⇐ ن =١

عندما ن ∋ (٠ ، ١) ، ت < ٠ سالب

١٠) متى التسارع موجب ؟

عندما ن ∋ (١ ، ∞) من فرع (٩)

SALEEM ALSATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١١) أوجد السرعة الابتدائية .

ع(ن) = ٣ن^{٢} – ٦ن

ع(٠) = ٣(٠)^{٢} – ٦(٠) = ٠ م/ث

١٢) أحسب السرعة المتوسطة و التسارع المتوسط [١ ، ٢].

ع$^{/}$ = $\frac{ف(٢)-ف(١)}{٢-١}$ = -٢ م/ث

ت$^{/}$ = $\frac{ع(٢)-ع(١)}{٢-١}$ = ٣ م/ث^{٢}

١٣) متى تكون سرعة الجسم مساوية لتسارعه ؟

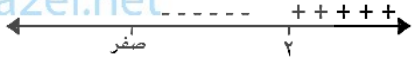
ع = ت ← ٣ن^{٢} – ٦ ن = ٦ن – ٦ ← ن^{٢} – ٤ن + ٢ = ٠

بالقانون العام ⇐ ن = $\frac{٤ \pm \sqrt{٨}}{٢}$

١٤) متى يسير الجسم عكس اتجاه الحركة ؟

ع < ٠ ← ٣ن^{٢} – ٦ن < ٠ ← ٣ن^{٢} – ٦ن = صفر

ن = ٠ ، ن = ٢



∴ ع < ٠ ← ن ∈ (٠ ، ٢)

٢ يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة :

ف(ن) = ن + جتان ، ٠ ≤ ن ≤ π

أوجد تسارعه عندما تنعدم السرعة .

الحل: ف(ن) = ن + جتان

ع(ن) = ١ – جان

ت(ن) = - جتان

لايجاد ن : ع = ١ – جان

٠ = ١ – جان

جان = ١ ⇐ ن = $\frac{\pi}{٢}$

ت ($\frac{\pi}{٢}$) = - جتا $\frac{\pi}{٢}$ = صفر م/ث^{٢}

٣ يتحرك جسم حسب العلاقة :

ف(ن) = ٢جا^{٢}($\frac{ن}{٢}$) + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ن ، ن ∈ [٠ ، $\frac{\pi}{٢}$]

جد تسارع الجسم عندما تكون سرعته $\sqrt{٣}$ م / ث .

الحل:

ف(ن) = ٢جا^{٢}($\frac{ن}{٢}$) + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ن

ع(ن) = ٤جا$\frac{ن}{٢}$ × جتا$\frac{ن}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ع(ن) = ٢ جا $\frac{ن}{٢}$ × جتا$\frac{ن}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ع(ن) = جان + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ت(ن) = جتان

لايجاد (ن) :

ع(ن) = $\sqrt{٣}$ ⇐ جان + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\sqrt{٣}$

جان = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ - $\frac{\sqrt{٣} \times ٢}{١ \times ٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ⇐ ن = $\frac{\pi}{٣}$

ت($\frac{\pi}{٣}$) = جتا $\frac{\pi}{٣}$ = $\frac{١}{٢}$ م/ث^{٢}

٤ يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث ان سرعته :

ع = أ $\sqrt{ف}$ ، أ > ٠ ، ف > ٠ ، اذا علمت ان تسارعه ٨م/ث^{٢}

فجد قيمة الثابت أ .

الحل:

ع = أ $\sqrt{ف}$

$\frac{ع}{ن}$ = أ $\frac{\frac{ف}{ن}}{٢\sqrt{ف}}$

ت = أ $\frac{ع}{٢\sqrt{ف}}$ من الاصل أ $\sqrt{ف}$

٨ = $\frac{أ \times أ \sqrt{ف}}{٢\sqrt{ف}}$

٨ = $\frac{أ^{٢}}{٢}$ ⇐ أ = ٤

٥ يتحرك جسم على خط مستقيم حسب العلاقة : ع^{٢} = ١ – ٢ف^{٢}

جد تسارع الجسم عندما تنعدم سرعته حيث ف > ٠ .

الحل:

ع^{٢} = ١ – ٢ف^{٢}

٢ع $\frac{ع}{ن}$ = -٤ ف $\frac{ف}{ن}$ ⇐ ٢ ع ت = - ٤ ف ع

٢ ت = -٤ ف من الاصل

ت = -٢ ف ⇐ ت = -٢ × $\frac{١}{٢\sqrt{}}$ م/ث^{٢}

SALEEM ALKATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٦ يتحرك جسيم وفق العلاقة ع^{٢}(ن) = ٦ - $\frac{أ}{ف(ن)}$

اذا علمت ان تسارع الجسيم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته يساوي (٩) م/ث^{٢} ، فجد قيمة الثابت أ .

الحل: ع = ٠ ، ت = ٩

٢ع(ن) ت(ن) = $\frac{أ ع(ن)}{٢(ف(ن))^{٢}}$ ⟸ ت(ن) = $\frac{أ}{٢(ف(ن))^{٢}}$

ع(ن) = ٠ = ٦ - $\frac{أ}{ف(ن)}$ ⟸ [٦ ف(ن) = أ]

ت(ن) = ٩ = $\frac{أ}{٢(ف(ن))^{٢}}$ ⟸ [١٨ (ف(ن))^{٢} = أ]

١٨(ف(ن))^{٢} = ٦ف(ن)

١٨(ف(ن))^{٢} - ٦ف(ن)= ٠

٦ف(ن) (٣ف(ن) – ١) = ٠

ف(ن) = ٠ تهمل (صفر مقام)

٣ف(ن) – ١ = ٠ ⟸ ف(ن) = $\frac{١}{٣}$

⟸ [أ = ٦ × $\frac{١}{٣}$ = ٢]

مسائل تتعلق بحركة مقذوفات من مستوى سطح الارض :

٧ أطلق جسم من سطح الارض للأعلى حسب العلاقة ف(ن) = ٢٤ن – ٣ن^{٢} ، أوجد ما يلي :

الحل: ف(ن) = ٢٤ن – ٣ن^{٢}
ع(ن) = ٢٤ – ٦ ن
ت(ن) = - ٦

١) متى يصل الجسم الى اقصى ارتفاع ؟

ع(ن) = ٢٤ – ٦ن
٠ = ٢٤ – ٦ن ⟸ [ن = ٤]

٢) أوجد اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم .

[ن = ٤] من فرع (١)
ف(٤) = ٢٤ (٤) – ٣(٤)^{٢} = ٤٨ م

٣) أوجد سرعة الجسم و هو على ارتفاع ٣٦ م من سطح الارض .

ع(ن) = ٢٤ – ٦ن	ف(ن) = ٢٤ن – ٣ن^{٢}
ع(٢) = ٢٤ – ٦(٢)	٣٦ = ٢٤ن – ٣ن^{٢}
ع(٢) = ١٢ م/ث	ن^{٢} – ٨ن + ١٢ = صفر
ع(٦) = - ١٢ م/ث	[ن = ٢] ، [ن = ٦]

٤) أوجد سرعة الجسم لحظة اصطدامه في الارض .

ع(ن) = ٢٤ – ٦ ن	ف(ن) = ٢٤ن – ٣ن^{٢}
ع(٨) = ٢٤ – ٦(٨)	٠ = ٢٤ن – ٣ن^{٢}
= - ٢٤ م/ث	[ن = ٠ (تهمل)] ، [ن = ٨]

٥) أوجد الزمن التي تكون عنده سرعة الجسم مساوية نصف السرعة التي قذف بها .

ع(ن) = $\frac{١}{٢}$ ع(٠)

٢٤ – ٦ن = $\frac{١}{٢}$ × ٢٤

٢٤ – ٦ن = ١٢ ⟸ [ن = ٢]

٦) أوجد المسافة التي يقطعها الجسم في رحلته ليعود الى الارض مرة أخرى .

مسافة الصعود = مسافة الهبوط

عندما يصل الجسم الى أقصى ارتفاع [ع = ٠ ⟸ ن = ٤ ث]

ف(٤) = ٤٨ م × ٢ = [٩٦ م]

٨ قذف جسم رأسيا الى اعلى من سطح الارض حيث :

ف = $\frac{-١}{٢٧}$ن^{٢} + ٤ $\sqrt{ن}$ ، أوجد أقصى ارتفاع لهذا الجسم ؟

الحل: ف(ن) = $\frac{-١}{٢٧}$ن^{٢} + ٤ $\sqrt{ن}$
ع(ن) = $\frac{-٢}{٢٧}$ن + ٤ $\frac{١}{٢\sqrt{ن}}$

أقصى ارتفاع :

ع(٠) = ٠ ⟸ $\frac{-٢}{٢٧}$ن + ٤ $\frac{١}{٢\sqrt{ن}}$ = ٠

⟸ $\frac{٢}{\sqrt{ن}}$ = $\frac{٢}{٢٧}$ن

$\sqrt{ن}$ = ٢٧

ن$^{\frac{٣}{٢}}$ = ٢٧ ⟸ [ن = ٩]

أقصى ارتفاع : ف(٩) = ٩ م

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٩ قذف جسم رأسيا الى أعلى ف = ٣٠ن – أ ن^{٢} ، أوجد سرعة الجسم بعد ٢ ث من بدء حركته اذا كان اقصى ارتفاع ٤٥ م .

الحل: ف(ن) = ٣٠ ن – أ ن^{٢}

ع(ن) = ٣٠ – ٢أ ن

أقصى ارتفاع :

٠ = ٣٠ – ٢ أ ن ⇐ $\boxed{ن = \frac{١٥}{أ}}$

أقصى ارتفاع :

ف(ن) = ٤٥

٣٠ ن – أ ن^{٢} = ٤٥

$٣٠ (\frac{١٥}{أ}) - أ (\frac{٢٢٥}{أ^{٢}}) = ٤٥$

$\frac{٤٥٠}{أ} - \frac{٢٢٥}{أ} = ٤٥ \Leftarrow \frac{٢٢٥}{أ} = ٤٥ \Leftarrow \boxed{أ = ٥}$

∴ ع(٢) = ٣٠ – ٢ × أ × ن= ٣٠ – ٢ × ٥ × ٢ = ١٠ م/ث

١٠ قذف جسم رأسيا الى اعلى وفق العلاقة: ف(ن) = ٤٠ ن – ٥ن^{٢} و بعد ثانيتين قذف جسم اخر الى اعلى حسب نفس العلاقة ، جد الارتفاع الذي يلتقي عنده الجسمين و ما سرعة كل منهما .

الحل: زمن الاول (ن+٢) ، زمن الثاني (ن)

ف(ن) = ف((ن+٢)

٤٠ن – ٥ن^{٢} = ٤٠ (ن+٢) – ٥ (ن+٢)^{٢}

٤٠ن – ٥ن^{٢} = ٤٠ن + ٨٠ – ٥ن^{٢} - ٢٠ ن – ٢٠

$\boxed{ن = ٣}$

زمن الاول ن = ٥ ، زمن الثاني ن = ٣

١) ف الاول = ٧٥ م ، ف الثاني = ٧٥ م

٢) ع الاول = - ١٠ م/ث ، ع الثاني = ١٠ م/ث

مسائل تتعلق في حركة مقذوفات من مستوى سطح (بناية ، برج) :

١ قذف جسم عن سطح بناية ارتفاعها ٢٤ مترا عن سطح الارض و كان ارتفاع الجسم يعطى بالعلاقة : ف(ن) = ١٠ن – ن^{٢} :

١) أوجد المسافة التي يقطعها الجسم بعد ٧ ثوانٍ.

ف(ن) = ١٠ن – ن^{٢} + ٢٤ (مسافة كلية)

ف(٧) = ٤٥ م

٢) سرعة اصطدام الجسم في الارض .

ع(ن) = ١٠ – ٢ن عند الاصطدام في الارض ف = ٠

١٠ن – ن^{٢} + ٢٤ = صفر

ن^{٢} – ١٠ ن – ٢٤ = صفر

$\boxed{ن = ١٢}$ ، $\boxed{ن = -٢ \text{ (تهمل)}}$

ع(١٢) = ١٠ – ٢(١٢) = -١٤ م/ث

٢ قذف جسم من قمة برج ارتفاعه (ل) عند سطح الارض حسب العلاقة ف(ن) = ٢٤ ن – ٣ن^{٢} ، فإذا كانت سرعته على ارتفاع ١٤٥م تساوي ٦ م/ث .

١) أوجد ارتفاع البرج .

الحل: ف(ن) = ٢٤ن – ٣ن^{٢} + ل

ع(ن) = ٢٤ – ٦ن

ع(ن) = ٢٤ – ٦ن	ف(ن) = ٢٤ - ٣ن^{٢} + ل
٦ = ٢٤ – ٦ن	١٤٥ = ٢٤(٣) - ٣(٣)^{٢} + ل
٣ = ن	$\boxed{ل = ١٠٠ م}$

٢) أوجد سرعة الجسم على ارتفاع ٣٦ م عن سطح البناية .

ف(ن)= ٢٤ ن – ٣ن^{٢} لان الارتكاز سطح البناية لا نجمع ل

ع(ن) = ٢٤ – ٦ن

مسافة :

٣٦ = ٢٤ ن – ٣ن^{٢} ⇐ ٦ = ن ، ٢ = ن

سرعة:

ع(٢) = ٢٤ – ٦(٢) = ١٢ م/ث

ع(٦) = ٢٤ – ٦(٦) = -١٢ م/ث

٣ من قمة برج ارتفاعه ٤٨ م قذف جسم رأسيا للاعلى وفق العلاقة : ف١(ن) = -١٦ ن^{٢} + ٣٢ ن ، و في اللحظة نفسها قذف جسم ثاني من سطح الارض للأعلى وفق العلاقة :

ف٢(ن) = -١٦ن^{٢} + أ ن ، جد السرعة الابتدائية (أ) للجسم الثاني عندما يتساوى أقصى ارتفاع للجسمين عند سطح الارض .

الحل: ف١(ن) = -١٦ن^{٢} +٣٢ن + ٤٨

ع١(ن) = -٣٢ن +٣٢

أقصى ارتفاع ⇐ ع = ٠ ⇐ -٣٢ن + ٣٢ = ٠ ⇐ $\boxed{ن = ١}$

ف١(١) = -١٦ (١)^{٢} + ٣٢(١) +٤٨

$\boxed{ف_{١}(١) = ٦٤ م}$ أقصى ارتفاع

لكن ف٢(ن) = -١٦ن^{٢} + أ ن

ع٢(ن) = -٣٢ ن + أ

أقصى أرتفاع ⇐ ع = ٠ ⇐ -٣٢ن +أ = ٠ ⇐ $\boxed{أ = ٣٢ن}$

عندما يكون للجسمين أقصى ارتفاع متساوي لكل منهما

ف١(ن) = ف٢(ن)

٦٤ = -١٦ن^{٢} + أ ن ⇐ ٦٤ = -١٦ن^{٢} + (٣٢ ن) ن

٦٤ = -١٦ ن^{٢} + ٣٢ ن^{٢} ⇐ ٦٤ = ١٦ ن^{٢} ⇐ $\boxed{ن = ٢}$

∴ السرعة الابتدائية للجسم الثاني أ = ٣٢ ن

أ = ٣٢ × ٢ ⇐ $\boxed{أ = ٦٤}$

SALEEM ALKATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

SALEEM ALSATEEB

تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

مسائل تتعلق بإعطاء نقطة تماس جاهزة :

١ أوجد معادلة المماس و العمودي على المماس لمنحنى
ص = س + س^{٢} عندما س = -١

الحل: النقطة ← (-١ ، ق(-١)) ← (-١ ، ٠)
الميل ← م = ص$'$ ← م = ١+٢س ← م = -١
معادلة المماس ← (ص – ٠) = -١ (س+١) ← ص = - س – ١
معادلة العمودي ← (ص – ٠) = ١(س+١) ← ص = س+١

---

٢ أوجد معادلة المماس و العمودي على المماس لمنحنى
ص = $\frac{٢س+١}{٣-س}$ عندما ص = ٥

الحل: النقطة ← ص = $\frac{٢س+١}{٣-س}$ ← ٥ = $\frac{٢س+١}{٣-س}$
← س = ٢ ← (٢ ، ٥)
الميل ← م= ص$'$ ← م = $\frac{(٣-س)(٢)-(٢س+١)(-١)}{(٣-س)^{٢}}$
← م = ٧
معادلة المماس ← (ص – ٥) = ٧ (س-٢) ← ص = ٧س – ٩
معادلة العمودي ← (ص – ٥) = $\frac{-١}{٧}$(س- ٢)
← ص = $\frac{-س+٣٧}{٧}$

---

٣ أوجد معادلة المماس و العمودي لمنحنى
س ص = ٤س + ٣ص عند النقطة (١ ، -٢) .

الحل:
النقطة ← (١ ، -٢)
الميل ← م= ص$'$ ← م =(س)(ص$'$) + (ص)(١) = ٤ + ٣ص$'$
← م = -٣
معادلة المماس ← (ص+٢) = -٣(س – ١) ← ص = -٣س + ١
معادلة العمودي ← (ص+٢)= $\frac{١}{٣}$(س – ١) ← ص = $\frac{س-٧}{٣}$

---

٤ أوجد معادلة المماس للمنحنى ص = ظا($\frac{س}{٢}$) عند س = $\frac{\pi ٣}{٢}$ الواقعة عليه .

الحل:
النقطة ← ($\frac{\pi ٣}{٢}$ ، ق($\frac{\pi ٣}{٢}$)) ← ظا($\frac{\frac{\pi ٣}{٢}}{٢}$) ← ظا ($\frac{\pi ٣}{٤}$) = -١
← ($\frac{\pi ٣}{٢}$ ، -١)
الميل ← م = ص$'$ ← م = قا^{٢} $\frac{س}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ ← م = ١
معادلة المماس ← (ص+١) = ١ (س - $\frac{\pi ٣}{٢}$)
← ص = س - $\frac{\pi ٣}{٢}$ - ١

مسائل تتعلق بإعطاء كلمة تقاطع مع مستقيم :

٥ أوجد معادلة المماس للمنحنى ص = س^{٢} + ٢س – ٣ ، عند نقطة تقاطعه مع المستقيم ص = س – ١ .

الحل:
تقاطع : ق(س) = ص
س^{٢} + ٢س – ٣ = س – ١
س^{٢} + س – ٢ = صفر
(س + ٢)(س – ١) = صفر
س = -٢ ← (-٢ ، -٣)
س = + ١ ← (١ ، ٠)
النقطة : (١ ، ٠)
الميل ← م = ص$'$ ← م = ٢س+٢ ← م = ٤
معادلة المماس ← (ص – ٠) = ٤ (س – ١)
← ص = $\frac{-١}{٤}$ س + $\frac{١}{٤}$
النقطة : (-٢ ، -٣)
الميل ← م = ص$'$ ← م = ٢س + ٢ ← م = -٢
معادلة المماس ← (ص+٣)= -٢ (س + ٢)
← ص = $\frac{١}{٢}$ س – ٢

SALEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
لتحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٦ جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة :
$(س+٢ص)^{٣} - ٤س + ٦ص = ٤٣$ عند نقطة تقاطعه
مع ٦ص = ٩ − ٣س .

الحل: تقاطع
ق(س) = ص
$ص_{١} = ص_{٢}$
نجهز المستقيم : $\frac{٦ص}{٦} = \frac{٩-٣س}{٦}$
ص = $\frac{٣-س}{٢}$ نعوضه في منحنى
$(س+٢ص)^{٣} - ٤س + ٦ص = ٤٣$
$(س + ٢(\frac{٣-س}{٢}))^{٣} - ٤س + ٦(\frac{٣-س}{٢}) = ٤٣$
$(س+٣ - س)^{٣} - ٤س + ٩ - ٣س = ٤٣$
$٢٧ - ٤س + ٩ - ٣س = ٤٣$
$٣٦ - ٧س = ٤٣$ ← س = -١
النقطة : (-١ ، ق(-١)) في الاصل (-١ ، ٢)
الميل ← م = ص/ ← م = $\frac{-٢٣}{٦٠}$
معادلة العمودي ← (ص − ٢) = $\frac{٦٠}{٢٣}$(س + ١)

مسائل تتعلق باعطاء كلمة موازي :

٧ جد النقط الواقعة على منحنى العلاقة $(ص - ٤)^{٢} = س+٢$
التي يكون عندها المماس موازيا للمستقيم الذي معادلته
٣س + ٦ص + ٢ = صفر

الحل: موازي
ميل المستقيم = ميل المنحنى

٣ + ٦ص/ = ٠	٢(ص − ٤) ص/ = ١
ص/ = $\frac{-١}{٢}$	ص/ = $\frac{١}{٢(ص-٤)}$

$\frac{-١}{٢} = \frac{١}{٢(ص-٤)}$ ⇐ $٢(ص - ٤) = -٢$
⇐ ص − ٤ = -١ ⇐ ص = ٣
نعوض في الاصل :
(-١ ، ٣) نقطة توازي

٨ جد النقطة التي يكون عندها المماس لمنحنى العلاقة :
$٩س^{٢} + ١٦ ص^{٢} = ٥٢$ ، موازيا للمستقيم ٩س − ٨ص = ١ .

الحل: ميل المستقيم = ميل المنحنى

٩ − ٨ص/ = ٠	١٨س + ٣٢ ص ص/ = ٠
ص/ = $\frac{٩}{٨}$	ص/ = $\frac{-٩س}{١٦ص}$

$\frac{٩}{٨} = \frac{-٩س}{١٦ص}$ ⇐ س = - ٢ ص عوضها في الاصل
$٩س^{٢} + ١٦ ص^{٢} = ٥٢$ ⇐ $٩(-٢ص)^{٢} + ١٦ ص^{٢} = ٥٢$
⇐ ص = ١ ← (-٢ ، ١)
ص = -١ ← (٢ ، -١)

مسائل تتعلق باعطاء كلمة يمس :

٩ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\sqrt{س}$ عند نقطة
تماسه مع منحنى الاقتران هـ(س) = $س^{٢} - \frac{٣}{٢}س + \frac{٣}{٢}$.

الحل: تماسه
ق = هـ
$\sqrt{س} = س^{٢} - \frac{٣}{٢}س + \frac{٣}{٢}$
ق/ = هـ/
$\frac{١}{٢\sqrt{س}} = ٢س - \frac{٣}{٢}$ × ٢
$\frac{١}{\sqrt{س}} = ٤س - ٣$) ربع الطرفين
$\frac{١}{س} = ١٦ س^{٢} - ٢٤ س + ٩$
$١٦س^{٣} - ٢٤س^{٢} + ٩ س - ١ =$ صفر
س = ١ ، عوض في الاصل ق
النقطة ← (١ ، ١)
الميل ← م = ق/ ← م = $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$ = م = $\frac{١}{٢}$
معادلة المماس ← ص − ١ = $\frac{١}{٢}$ (س − ١)
ص = $\frac{١}{٢}س + \frac{١}{٢}$ ←

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٠ اذا كان المستقيم ٢س – ص + جـ = صفر يمس منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{-٢}{س}$ عند النقطة (س١ ، ص١) فجد قيم جـ .

الحل: تماسه

ق = ص

$\boxed{\frac{-٢}{س} = ٢س + جـ}$ ..... (١)

ق/ = ص/

$\frac{٢}{س^{٢}} = ٢ \Leftarrow س^{٢} = ١ \Leftarrow \boxed{س = \pm ١}$ عوض في معادلة (١)

$\frac{-٢}{س} = ٢س + جـ \Leftarrow -٢ = ٢ + جـ \Leftarrow \boxed{-٤ = جـ}$

$\frac{-٢}{س} = ٢س + جـ \Leftarrow -٢ = -٢ + جـ \Leftarrow \boxed{٤ = جـ}$

قيم جـ = { ٤ ، -٤ }

---

١١ اذا كان المستقيم المار بالنقطتين أ (٠ ، ٢) ، ب(١ ، ٨) يمس منحنى ق(س) = ب س^{٢} + ٤س + ٣ ، فأوجد قيمة ب .

الحل: تماسه

ق/ = ص/

$\boxed{ب = \frac{١}{س}} \Leftarrow ٢ب س + ٤ = ٦ \Leftarrow ب س + ٢ = ٣$

ق = ص

ب س^{٢} + ٤س + ٣ = ٦س + ٢

$\frac{١}{س}$ س^{٢} + ٤س + ٣ = ٦س + ٢

س + ٤س + ٣ = ٦س + ٢ $\Leftarrow$ ٥س + ٣ = ٦س + ٢

$\boxed{س = ١} \Leftarrow \therefore \boxed{ب = ١}$

مسائل تتعلق بكلمة تعامد :

١٢ أثبت أن المنحنيين ص^{٢} – س^{٢} = ٥ ، س ص = ٦ يتقاطعان على التعامد .

الحل:

م الاول = ص^{٢} – س^{٢} = ٥ $\Leftarrow$ ٢ص ص/ - ٢س = ٠ $\Leftarrow \boxed{ص/ = \frac{س}{ص}}$

م الثاني = س ص =٦ $\Leftarrow$ س ص/ + ص = ٠ $\Leftarrow \boxed{ص/ = \frac{-ص}{س}}$

تعامد : م١×م٢ = -١ $\Leftarrow \frac{س}{ص} \times \frac{-ص}{س} = -١ \Leftarrow -١ = -١$ (متعامدان)

نجد نقط التقاطع : س ص = ٦ $\Leftarrow \boxed{ص = \frac{٦}{س}}$ نعوض في منحنى

ص^{٢} – س^{٢} = ٥ $\Leftarrow (\frac{٦}{س})^{٢} - س^{٢} = ٥ \Leftarrow \frac{٣٦}{س^{٢}} - س^{٢} = ٥$

$\Leftarrow$ ٣٦ – س^{٤} = ٥س^{٢}

س^{٤} + ٥س^{٢} – ٣٦ = صفر

(س^{٢} – ٤) (س^{٢} + ٩) = صفر

$\boxed{س = \pm ٢}$

عندما س = ٢ $\Leftarrow$ (٢ ، ٣) ، عندما س = -٢ $\Leftarrow$ (-٢ ، -٣)

---

١٣ أوجد معادلة المماس للمنحنى ص = $\sqrt{س - ٣}$ اذا كان عموديا على المستقيم ٦س+٣ص – ٤ = صفر

الحل: م منحنى $\Leftarrow$ ص/ = $\frac{١}{٢\sqrt{س - ٣}}$

م مستقيم $\Leftarrow$ ٦ + ٣ص/ = صفر $\Leftarrow$ ص/ = -٢

تعامد $\Leftarrow$ م١×م٢ $\Leftarrow \frac{١}{٢\sqrt{س - ٣}} \times -٢ = -١$

$\frac{-١}{\sqrt{س - ٣}} = -١$

$\Leftarrow \sqrt{س - ٣} = ١ \Leftarrow \boxed{س = ٤}$ $\Leftarrow$ نقطة التماس (٤ ، ١)

الميل $\Leftarrow$ م = $\frac{١}{٢\sqrt{س - ٣}} \Leftarrow \boxed{م = \frac{١}{٢}}$

معادلة المماس $\Leftarrow$ (ص – ١) = $\frac{١}{٢}$ (س – ٤)

$\Leftarrow \boxed{ص = \frac{١}{٢} س - ١}$

مسائل تتعلق بالزاوية :

١٤ اذا كان الاقتران ق(س) = جـ س^{٢} + جـ س + ٢ ، وكان قياس زاوية ميل المماس لمنحنى الاقتران ق عند نقطة (٢ ، ق(٢)) هو ١٣٥ فجد قيمة الثابت جـ .

الحل: الميل = ق/(٢) = ظا ١٣٥

ق/(س) = ٢ جـ س + جـ $\Leftarrow$ ق/(٢) = ٤جـ + جـ

$\Leftarrow$ ٤جـ + جـ = -١ $\Leftarrow$ ٥ جـ = -١ $\Leftarrow \boxed{جـ = \frac{-١}{٥}}$

SALEEM AL SATEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

مسائل تتعلق بنقطة خارجية :

١٥ أوجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ص = ٢س^{٢} المرسوم من النقطة (٢ ، ٦) .

الحل: النقطة (٢ ، ٦) ليست نقطة تماس ، لا تقع على المنحنى (خارجية)

م$_{منحنى}$ = ص$^{/}$ ⟸ م = ٤س

م$_{نقطة}$ = $\frac{ص - ٦}{س - ٢}$ ⟸ م = $\frac{٢س^{٢} - ٦}{س - ٢}$

م$_{منحنى}$ = م$_{نقطة}$

٤س = $\frac{٢س^{٢} - ٦}{س - ٢}$ ⟸ ٤س^{٢} − ٨س = ٢س^{٢} − ٦

٢س^{٢} − ٨س + ٦ = صفر

س^{٢} − ٤س + ٣ = صفر

(س − ٣) (س − ١) = صفر ⟸ س = ٣ ، س = ١

نعوض في الاصل : (٣ ، ١٨) ، (١ ، ٢)

(٣ ، ١٨) :

الميل ← م = ٤س ← م = ١٢

معادلة المماس ← (ص − ١٨) ١٢ (س − ٣)

(١ ، ٢) :

الميل ← م = ٤س ← م = ٤

معادلة المماس ← (ص − ٢) = ٤ (س − ١)

---

١٦ بين ان لمنحنى الاقتران ق(س) = ٥ − س^{٢} ، مماسين مرسومين من نقطة (٣ ، ٠) .

الحل:

م$_{منحنى}$ = ق$^{/}$ ← م = -٢س

م$_{نقطة}$ = $\frac{ص - ٠}{س - ٣}$ ⟸ م = $\frac{ص}{س - ٣}$

م$_{منحنى}$ = م$_{نقطة}$

-٢س = $\frac{ص}{س - ٣}$ ⟸ -٢س^{٢} +٦س = ٥ − س^{٢}

-س^{٢} + ٦س − ٥ = صفر

س^{٢} − ٦س + ٥ = صفر

(س − ٥)(س − ١) = صفر ⟸ س = ٥ ، س = ١

(٥ ، -٢٠) ، (١ ، ٤) مماسين مرسومين

١٧ أوجد مساحة المثلث المحدد بموحور السينات و المماس و العمودي للمنحنى ص^{٢} + ٢ص − ٤س + ٤ = صفر عند النقطة (١ ، -٢).

الحل: النقطة ⟸ (١ ، -٢)

الميل ⟸ ٢ص ص$^{/}$ + ٢ص$^{/}$ - ٤ = صفر

⟸ ص$^{/}$(٢ص+٢) = ٤

ص$^{/}$ = $\frac{٤}{(٢ص+٢)}$ ⟸ ص$^{/}$ = $\frac{٢}{ص+١}$ ⟸ ص$^{/}$ = -٢ الميل

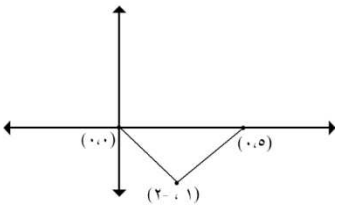
معادلة المماس ← (ص+٢) = -٢ (س − ١) ⟸ ص = -٢ س

معادلة العمودي ← (ص+٢) = $\frac{١}{٢}$ (س − ١) ⟸ ص = $\frac{س}{٢}$ - $\frac{٥}{٢}$

محور السينات ص = صفر

معادلة المماس ← ص = -٢س ← س = صفر ← (٠ ، ٠)

معادلة العمودي ← ص = $\frac{س}{٢}$ - $\frac{٥}{٢}$ ← س = ٥ ← (٥ ، ٠)

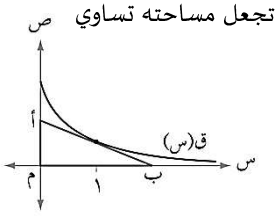


م = $\frac{١}{٢}$ × قاعدة × ع

م = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٢ ⟸ م = ٥

---

١٨ معتمدا على الشكل الذي يمثل المثلث أ م ب الذي ضلعه $\overline{أب}$ يمس منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{جـ}{(س+١)}$ ، س ≠ -١ ، عند النقطة (١ ،ق(١)) ، فجد قيمة الثابت جـ التي تجعل مساحته تساوي ($\frac{٩}{٤}$) وحدة مربعة .



الحل:

معادلة المماس ← ص − ص$_{١}$ = م(س − س$_{١}$)

النقطة : ق(١) = $\frac{جـ}{٢}$ ⟸ (١ ، $\frac{جـ}{٢}$)

الميل ← ق$^{/}$(س) = $\frac{-جـ}{(س+١)^{٢}}$ ⟸ ق$^{/}$(١) = $\frac{-جـ}{٤}$ = م

ص - $\frac{جـ}{٢}$ = $\frac{-جـ}{٤}$ (س - ١)

تقاطع المماس مع محور السينات ص = ٠

٠ - $\frac{جـ}{٢}$ = $\frac{-جـ}{٤}$ (س − ١)

٢ = س − ١ ⟸ س = ٣ ⟸ (٣ ، ٠)

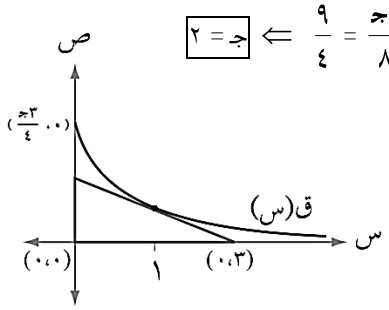
SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

تقاطع المماس مع محور الصادات س = ٠

ص - $\frac{جـ}{٢}$ = $\frac{-جـ}{٤}$ (٠ ، ١)

ص = $\frac{جـ}{٤}$ ⟸ ص - $\frac{جـ}{٢}$ = $\frac{جـ}{٤}$ ⟸ (٠ ، $\frac{٣جـ}{٤}$)

م = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × $\frac{٣جـ}{٤}$ = $\frac{٩جـ}{٨}$ = $\frac{٩}{٤}$ ⟸ جـ = ٢



اختبار المشتقة الاولى / اختبار المشتقة الثانية :

١ اذا كان ق(س) = ٢س^{٣} – ٣س^{٢} – ١٢س + ١ ، فجد :

١) فترات التزايد و التناقص .

٢) قيم حرجة

٣) قيم قصوى ان وجدت

٤) تقعر للاعلى و للاسفل

٥) نقط الانعطاف

الحل:

ق/(س) = ٦س^{٢} – ٦س – ١٢

٦س^{٢} – ٦س – ١٢= ٠ .

س^{٢} – س – ٢ = ٠ .

(س-٢)(س+١)= صفر

س = ٢ ، س = -١

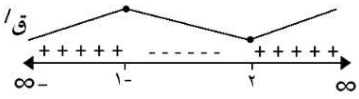
تزايد : (-∞ ، -١] ، [٢،∞)

تناقص : [-١ ، ٢]

قيم حرجة : { -١ ، ٢ }

قيم قصوى : س= -١ عظمى محلية

س = ٢ صغرى محلية



ق//(س) = ١٢ س – ٦

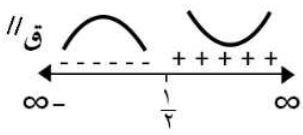
١٢س – ٦ = صفر

س = $\frac{١}{٢}$

تقعر للاسفل : (-∞، $\frac{١}{٢}$]

تقعر للاعلى : [$\frac{١}{٢}$ ، ∞)

نقطة الانعطاف : ($\frac{١}{٢}$ ، ق ($\frac{١}{٢}$))



٢ اذا كان ق(س) = س^{٣} -٦س^{٢} + ٩س ، س ∈ [-١ ، ٥] فجد :

١) فترات التزايد و التناقص .

٢) قيم حرجة

٣) قيم قصوى ان وجدت

٤) تقعر للاعلى و للاسفل

٥) نقط الانعطاف

الحل:

ق/(س) = ٣س^{٢} – ١٢ س + ٩

٣س^{٢} – ١٢س + ٩ = صفر

س^{٢} – ٤س + ٣ = صفر

(س – ٣) (س – ١) = صفر

س = ٣ ، س = ١

تزايد : [-١ ، ١] ، [٣ ، ٥]

تناقص : [١ ، ٣]

قيم حرجة : { -١ ، ١ ، ٣ ، ٥ }

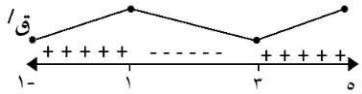
قيم قصوى :

س = -١ صغرى مطلقة ق(-١) = -١٦

س = ١ عظمى محلية ق(١) = ٤

س =٣ صغرى محلية ق(٣) = ٠

س = ٥ عظمى مطلقة ق(٥) = ٢٠



ق//(س) = ٦س – ١٢

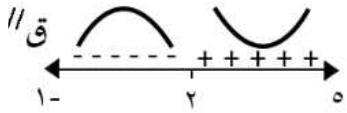
٦س – ١٢ = صفر

٦س = ١٢ ⟸ س = ٢

تقعر للاسفل : [-١ ، ٢]

تقعر للاعلى : [٢ ، ٥]

نقطة الانعطاف : (٢ ، ق(٢))



٣ اذا كان ق(س) = $\sqrt{٩-س^{٢}}$ ، س ∈ [-٣ ، ٣] ، فجد :

١) فترات التزايد و التناقص .

٢) قيم حرجة

٣) قيم قصوى ان وجدت

٤) تقعر للاعلى و للاسفل

٥) نقط الانعطاف

الحل:

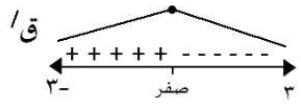
ق/(س) = $\frac{-٢س}{٢\sqrt{٩-س^{٢}}}$ = $\frac{-س}{\sqrt{٩-س^{٢}}}$

ق/ = صفر ← - س = صفر ← س = صفر

ق/ = غ.م ← ٩ – س^{٢} = صفر ← س = ± ٣

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

تزايد : [-٣ ، صفر]
تناقص : [صفر ، ٣]
قيم حرجة : { -٣ ، ٠ ، ٣ }



$$ق''(س) = \frac{\left(\frac{-٢س}{٢\sqrt{٩-س^{٢}}}\right)(-١)-(-س)\left(\sqrt{٩-س^{٢}}\right)}{\left(\sqrt{٩-س^{٢}}\right)^{٢}}$$

$$ق''(س) = \frac{٩}{\left(٩-س^{٢}\right)\sqrt{٩-س^{٢}}}$$

ق'' = صفر ← ٩ - ≠ صفر
ق'' = غ.م ← ٩ – س^{٢} = صفر
← س = ± ٣

تقعر للاسفل : [-٣ ، ٣]
نقط الانعطاف : لا يوجد

---

٤ ق(س) = $\sqrt[٣]{س^{٣}-٢٧س}$ ، س ∈ (-١٠ ، ١٠) فجد كل مما يلي :

١) فترات التزايد و التناقص .
٢) قيم قصوى محلية (أن وجدت) .

الحل:

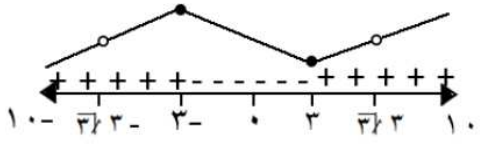
ق(س) = $\left(س^{٣}-٢٧س\right)^{\frac{١}{٣}}$

ق/(س) = $\frac{١}{٣}\left(س^{٣}-٢٧س\right)^{\frac{-٢}{٣}} \times (٣س^{٢}-٢٧)$

$$ق'(س) = \frac{٣س^{٢}-٢٧}{٣\sqrt[٣]{\left(س^{٣}-٢٧س\right)^{٢}}}$$

$$ق'(س) = \frac{س^{٢}-٩}{\sqrt[٣]{\left(س^{٣}-٢٧س\right)^{٢}}}$$

ق/ = صفر ← س^{٢} – ٩ = صفر ← س = ± ٣
ق/=غ.م ← س^{٣} – ٢٧س = صفر ← س = ٠ ، س = ± ٣$\sqrt{٣}$



تزايد : (-١٠ ، -٣] ، [٣ ، ١٠)
تناقص : [- ٣ ، ٣]
س = -٣ قيمة عظمى محلية
س = ٣ قيمة صغرى محلية

---

٥ اذا كان ق(س) = س$^{\frac{١}{٣}}$ $(س-٢)^{\frac{١}{٣}}$ ، س ∈ [- ١ ، ٥]، فجد:

١) فترات التزايد و التناقص .
٢) قيم قصوى محلية .

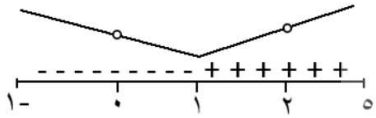
الحل:

ق(س) = $\left(س^{٢}-٢س\right)^{\frac{١}{٣}}$

ق/(س) = $\frac{١}{٣}\left(س^{٢}-٢س\right)^{\frac{-٢}{٣}} \times (٢س - ٢)$

$$ق'(س) = \frac{(٢س-٢)}{٣\sqrt[٣]{\left(س^{٢}-٢س\right)^{٢}}}$$

ق/(س) = صفر ← ٢س – ٢ = صفر ← س = ١
ق/(س) = غ.م ← س^{٢} -٢س = صفر ← س = ٠ ، س = ٢



متزايد : [١ ، ٥]
متناقص : [-١ ، ١]
س = ١ صغرى محلية و قيمتها ق(١)

---

٦ ق(س) = س^{٢} + $\frac{١}{س^{٢}}$ ، س ≠ صفر

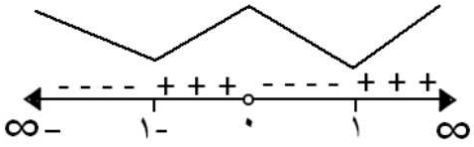
جد فترات التزايد و التناقص .

الحل: ق/(س) = ٢س - $\frac{٢س}{س^{٤}}$

ق/(س) = ٢س - $\frac{٢}{س^{٣}}$

$$ق'(س) = \frac{٢س^{٤}-٢}{س^{٣}}$$

ق/(س) = صفر ← ٢س^{٤} – ٢ = صفر ← س = ± ١
ق/(س) = غ.م ← س^{٣} = صفر ← س = صفر



متزايد : [-١ ، ٠) ، [١ ، ∞)
متناقص : (-∞ ، ١] ، (٠ ، ١]

SALEEM ALSATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٧ اذا كان ق(س) = س + $\frac{٩}{س+٢}$ ، س ∈ [-١ ، ٤]

فجد كل مما يأتي :

١) فترات التزايد و التناقص للاقتران ق.

٢) القيم القصوى المحلية المطلقة للاقتران ق .

الحل:

ق/(س) = ١ - $\frac{٩}{(س+٢)^{٢}}$ = $\frac{(س+٢)^{٢}-٩}{(س+٢)^{٢}}$

اصفار البسط :

$(س+٢)^{٢}$ − ٩ = ٠

(س+٢ − ٣)(س+٢+٣) = ٠

(س-١)(س+٥) = ٠

س = ١ ، س = -٥ (تهمل خارج المجال)

اصفار المقام :

$(س+٢)^{٢}$ = ٠ ⟸ س = -٢ (تهمل خارج المجال)

قيم س الحرجة :

س ∈ {-١ ، ٤ ، ١}

١) فترات التزايد : [١ ، ٤]

فترات التناقص : [-١ ، ١]

٢) النقاط الحرجة :

ق(-١) = ٨ ، ق(٤) = ٥.٥ ، ق(١) = ٤

القيم القصوى المحلية : ق(١) = ٤ صغرى محلية

القيم القصوى المطلقة : ق(-١) = ٨ عظمى مطلقة

ق(١) = ٤ صغرى مطلقة

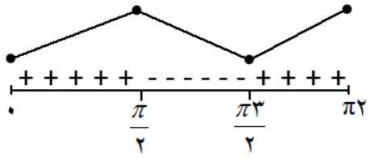
---

٨ ق(س) = جاس ، س ∈ [٠ ، ٢π]

جد فترات التزايد و التناقص

الحل: ق/(س) = جتاس

ق/(س) = صفر ← جتاس = صفر ← س = $\frac{π}{٢}$ ، س = $\frac{٣π}{٢}$



تزايد : [٠ ، $\frac{π}{٢}$] ، [$\frac{٣π}{٢}$ ، ٢π]

تناقص : [$\frac{π}{٢}$ ، $\frac{٣π}{٢}$]

٩ ق(س) = جتاس - $\frac{١}{٢}$ جتا٢س ، س ∈ [٠ ، ٢π]

الحل:

ق/(س) = - جاس + $\frac{١}{٢}$ جا٢س × ٢

= جا٢س - جاس

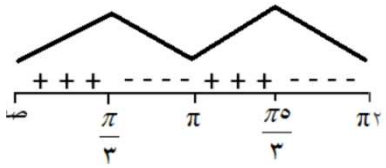
= ٢ جاس جتاس − جاس = ٠

= جاس (٢جتاس − ١) = ٠

جاس = ٠ جتاس = $\frac{١}{٢}$

س= ٠ ، π ، ٢π ربع أول : س = $\frac{π}{٣}$

ربع رابع : ٢π - $\frac{π}{٣}$ = $\frac{٥π}{٣}$



فترات التزايد : [٠ ، $\frac{π}{٣}$] ∪ [π ، $\frac{٥π}{٣}$]

فترات التناقص : [$\frac{π}{٣}$ ، π] ∪ [$\frac{٥π}{٣}$ ، ٢π]

---

١٠ من الرسم التالي ، جد :

١) القيم الحرجة.

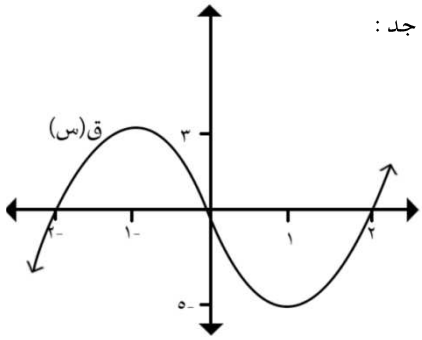
٢) التزايد و التناقص.

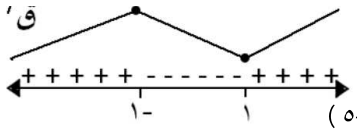
٣) القيم القصوى.

٤) التقعر.

٥) نقاط الانعطاف.

٦) زوايا الانعطاف علما أن ق/(٠) = ١ .





الحل:

١) الحرجة : (-١ ، ٣) ، (١ ، -٥)

٢) التزايد : (-∞ ، -١] ، [١ ، ∞)

التناقص : [-١ ، ١]

٣) القيم القصوى : ق(-١) = ٣ عظمى

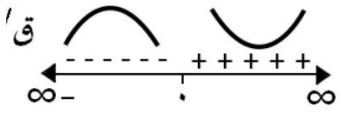
ق(١) = -٥ صغرى

٤) مقعر للاعلى : [٠ ، ∞)

مقعر للاسفل : (-∞ ، ٠]

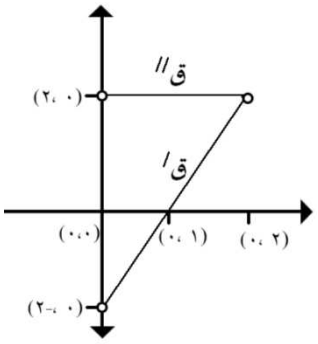
٥) نقطة الانعطاف : (٠ ، ٠)

٦) زوايا الانعطاف : ظا هـ = ق/(٠) = ١ ← هـ = ٤٥°



SALEEM ALKATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١١ الشكل المجاور يمثل منحنى ق/ ، ق// للاقتران ق المعرف في [٠ ، ٢]

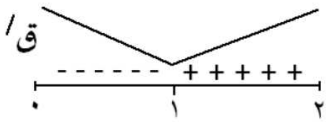


١) أوجد الفترة التي يكون فيها ق متناقصا .

٢) جد النقاط القصوى المحلية.

٣) جد فترات التقعر .

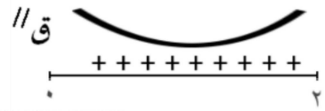
الحل:



١) تناقص : [٠ ، ١]

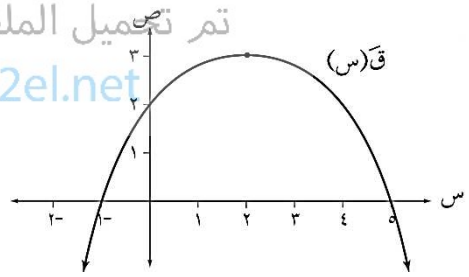
٢) عظمى محلية : (٠ ، ق(٠)) ، (٢ ، ق(٢))

صغرى محلية : (١ ، ق(١))



٣) مقعر للاعلى في [٠ ، ٢]

١٢ يمثل الشكل ، منحنى المشتقة الاولى لكثير الحدود ق(س) جد:



أ) النقط الحرجة للاقتران ق.

ب) فترات التزايد و التناقص للاقتران ق.

ج) قيم س التي يكون عندها للاقتران قيم قصوى محلية.

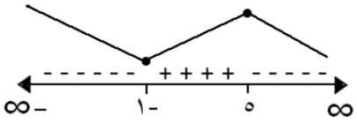
د) فترات التقعر لمنحنى ق .

هـ) قيم س التي يكون عندها للاقتران نقطة انعطاف.

الحل:

أ) نقط حرجة : (١- ، ق(١-))

(٥ ، ق(٥))



ب) تزايد : [١- ، ٥]

تناقص : (∞- ، ١-] ، [٥ ، ∞)

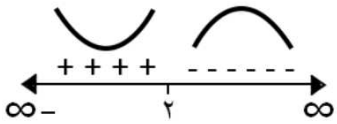
ج) قيم س التي يكون عندها قيم قصوى محلية

س = ١- صغرى محلية و قيمتها ق(١-)

س = ٥ عظمى محلية و قيمتها ق(٥)

د) مقعر للاعلى : (∞- ، ٢]

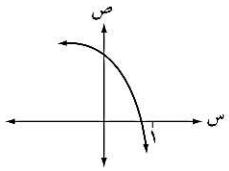
مقعر للاسفل : [٢ ، ∞)



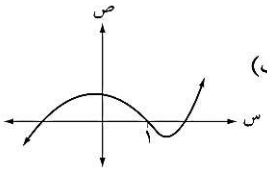
هـ) للاقتران نقطة انعطاف عند س = ٢

١٣ اي من المنحنيات في الشكل يمثل رسم الاقتران ق الذي فيه ق/(٠) > ٠ ، ق/(١) < ٠ ، ق//(س) سالبة دائما :

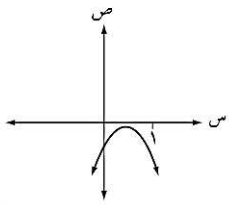
أ)



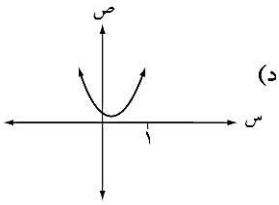
ب)



جـ)



د)



١٤ ق(س)= ٢ جاس + $\frac{١}{٢}$ جا٢س ، س ∈ [٠ ، ٢π]

الحل:

ق/(س) = ٢ جتاس + جتا٢س

ق//(س) = -٢ جاس – ٢جا٢س =صفر

ق///(س) = - ٢جاس – ٤جاس جتاس = صفر

= -٢ جاس (١+ ٢ جتاس) = صفر

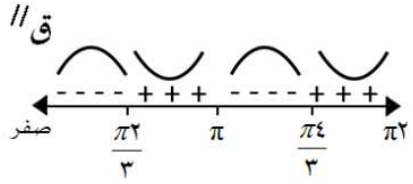
جاس = صفر ، جتاس = $\frac{-١}{٢}$

س = صفر ، π ، ٢π ، س = $\frac{٢\pi}{٣}$ ، $\frac{٤\pi}{٣}$

س = π

س = صفر ، ٢π ✗ أطراف فترة

ق//(س) = غ.م



نقاط الانعطاف : ($\frac{٢\pi}{٣}$ ، ق($\frac{٢\pi}{٣}$)) ، (π ، ق(π))

($\frac{٤\pi}{٣}$ ، ق($\frac{٤\pi}{٣}$))

تقعر للأعلى : [$\frac{٢\pi}{٣}$ ، π] ، [$\frac{٤\pi}{٣}$ ، ٢π[

تقعر للأسفل : [٠ ، $\frac{٢\pi}{٣}$] ، [π ، $\frac{٤\pi}{٣}$]

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٥ ق(س) = $\sqrt{١٦-س^{٢}}$ ، س ∈ [-٤ ، ٤]

الحل:

ق/(س) = $\frac{-٢س}{٢\sqrt{١٦-س^{٢}}} = \frac{-س}{\sqrt{١٦-س^{٢}}}$

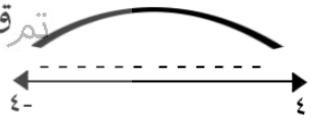
ق//(س) = $\frac{\sqrt{١٦-س^{٢}}(-١)-(-س)\left(\frac{-٢س}{٢\sqrt{١٦-س^{٢}}}\right)}{\left(\sqrt{١٦-س^{٢}}\right)^{٢}}$

ق//(س) = $\frac{-\sqrt{١٦-س^{٢}}-\frac{س^{٢}}{\sqrt{١٦-س^{٢}}}}{١٦-س^{٢}}$

ق//(س) = $\frac{-١٦+س^{٢}-س^{٢}}{(١٦-س^{٢})\sqrt{١٦-س^{٢}}}$

ق//(س) = $\frac{-١٦}{(١٦-س^{٢})\sqrt{١٦-س^{٢}}}$

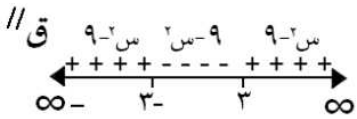
-١٦ ≠ صفر ، ١٦ - س^{٢} = صفر ← س = ± ٤



تقعر للأسفل : [-٤ ، ٤]

١٦ ق(س) = | س^{٢} - ٩ |

الحل:



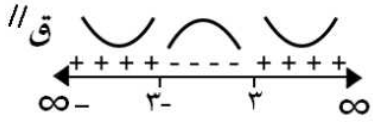
نعيد التعريف ← س^{٢} - ٩ = صفر ← س = ± ٣

ق(س) = { س^{٢} - ٩ ، س ≤ ٣ ، س ≥ -٣
٩ - س^{٢} ، -٣ ≤ س ≤ ٣

ق/(س) = { ٢س ، س > ٣ ، س < -٣
-٢س ، -٣ < س < ٣
غ.م ، س = ٣ ، -٣

ق//(س) = { ٢ ، س > ٣ ، س < -٣
-٢ ، -٣ < س < ٣
غ.م ، س = ٣ ، -٣

ق/(س) = صفر ← ٢ ≠ صفر ← -٢ ≠ صفر



نقاط الانعطاف : (٣ ، ق(٣)) ، (-٣ ، ق(-٣))

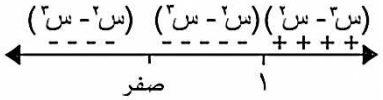
تقعر للأعلى : (-∞ ، -٣] ، [٣ ، ∞)

تقعر للأسفل : [-٣ ، ٣]

١٧ ق(س) = | س^{٣} - س^{٢} |

الحل: نعيد تعريف المطلق س^{٣} - س^{٢} = صفر

← س^{٢} (س - ١) = ٠ ← س = ٠ ، ١

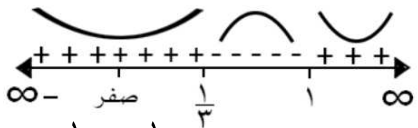


ق(س) = { س^{٣} - س^{٢} ، س < ١
س^{٢} - س^{٣} ، ٠ ≤ س ≤ ١
س^{٢} - س^{٣} ، س < ٠

ق/(س) = { ٣س^{٢} - ٢س ، س < ١
٢س - ٣س^{٢} ، ٠ ≤ س ≤ ١
٢س - ٣س^{٢} ، س < ٠
م.غ ، س = ١

ق//(س) = { ٦س - ٢ ، س < ١
٢ - ٦س ، ٠ ≤ س ≤ ١
٢ - ٦س ، س < ٠
غ.م ، س = ٠ ، س = ١

ق//(س) = صفر ← ٦س - ٢ = صفر ← س = $\frac{١}{٣}$



نقاط الانعطاف : (١ ، ق(١)) ، ($\frac{١}{٣}$ ، ق($\frac{١}{٣}$))

تقعر للأعلى : (-∞ ، $\frac{١}{٣}$] ، [١ ، ∞)

تقعر للأسفل : [$\frac{١}{٣}$ ، ١]

SALEEM ALSATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

ملخص : لايجاد قيمة المجهول :

١ منحنى ق(س) يمر بالنقطة (أ ، ب) ← ق(أ) = ب

٢ النقطة (أ ، ب) نقطة حرجة للاقتران ق(س)
← ق(أ) = ب ⇐ ق/(أ) = صفر

٣ النقطة (أ ،ب) نقطة قصوى للاقتران ق(س)
← ق(أ) = ب ⇐ ق/(أ) = صفر

٤ النقطة (أ ،ب) نقطة انعطاف لمنحنى ق(س)
← ق(أ) = ب ⇐ ق//(أ) = صفر

٥ النقطة (أ ، ب) نقطة انعطاف افقي لمنحنى ق(س)
← ق(أ) = ب ⇐ ق/(أ) = صفر ⇐ ق//(أ) = صفر

٦ اذا كان ميل مماس لمنحنى ق(س) عند نقطة (أ ، ب)
يساوي (جـ) ⇐ ق(أ) = ب ، ق/(أ) = جـ

٧ اذا كان ظل زاوية الانعطاف لمنحنى ق(س) عند النقطة
(أ ، ب) يساوي (جـ) .
ق(أ) = ب ، ظا هـ = ق/(أ) = جـ ⇐ ق//(أ) = صفر

كتاب : صفحة ٢٠٣ : سؤال (٤)

١ عين قاعدة الاقتران
ق(س) = أس^{٣} + ب س+ جـ س+ د (أ ≠ صفر ،ب،جـ،د ∋ ح)
الذي يمر منحناه بالنقطة (١ ، ٥) و معادلة المماس لمنحناه عند نقطة الانعطاف (٢ ، ١) هي :
ص + ٣س – ٧ = صفر

الحل:

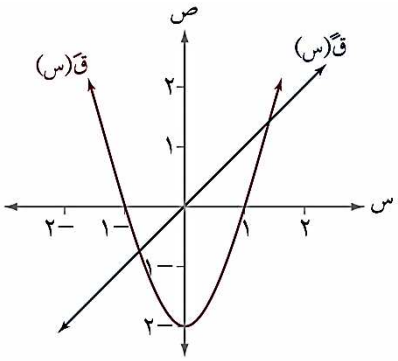
يمر بالنقطة (١، ٥) ⇐ ق(١) = ٥
أ + ب + جـ + د = ٥ ..... (١)
(٢ ، ١) نقطة انعطاف
ق(٢) = ١ ⇐ ٨أ + ٤ب + ٢جـ + د = ١ ..... (٢)
ق//(٢) = صفر ⇐ ٦ أس + ٢ب
١٢ + ٢ب = صفر ..... (٣)
٦أ + ب = صفر
ق/(٢) = ميل المماس
٣أس^{٢} + ٢ب س + جـ = -٣
١٢ أ + ٤ب + جـ = -٣ ..... (٤)
أكمل الحل بالحذف

٢ اذا كان ق(س) = أ س^{٣} – ٣ب س^{٢} + ٧ س
و كانت النقطة (١ ، ٤) نقطة انعطاف ، أوجد أ ، ب

الحل:
ق(١) = ٤
⇐ أ – ٣ب + ٧ = ٤
أ – ٣ب = -٣ ..... (١)
ق//(١) = صفر
٦أس – ٦ب
٦ أ – ٦ب = صفر
أ – ب = صفر ..... (٢)
نعوض في (١)
ب – ٣ب = -٣
-٢ب = -٣
ب = $\frac{٣}{٢}$ ، أ = $\frac{٣}{٢}$

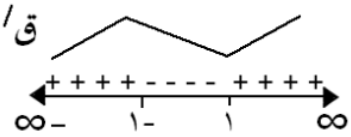
كتاب : صفحة ٢٠٣ : سؤال (٦)

٣ يمثل الشكل منحنى ق/(س) و منحنى ق//(س) للاقتران ق(س) المعرف على ح .



أ) عين مجالات التزايد و التناقص للاقتران ق.

الحل:



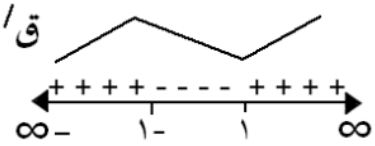
تزايد : (-∞ ، -١] ، [١ ، ∞)
تناقص : [-١ ، ١]

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

ب) عين قيم س التي يكون الاقتران عندها قيم قصوى محلية بإستخدام :

(١) اختبار المشتقة الاولى :

الحل:



عند س =١ صغرى محلية

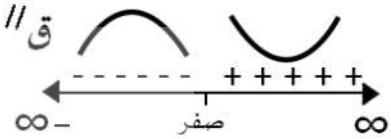
س =-١ عظمى محلية

(٢) اختبار المشتقة الثانية :

ق//(-١) < صفر ⟸ عظمى محلية

ق//(١) > صفر ⟸ صغرى محلية

ج) عين مجالات التقعر للأقتران ق



تقعر للأعلى [صفر ، ∞)

تقعر للأسفل (-∞ ، صفر]

د) عين نقط الانعطاف للاقتران ق .

(صفر ، ق(صفر))

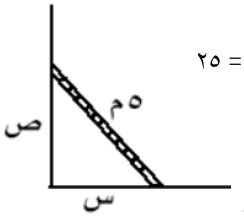
المعدلات المرتبطة بالزمن :

[١] يرتكز سلم طوله (٥) أمتار بطرفه العلوي على حائط رأسي و بطرفه السفلي على ارض افقية ، تحرك طرفه السفلي للسلم مبتعدا عن الحائط بمعدل $\frac{١}{٥}$ م/ث ، جد سرعة هبوط الطرف العلوي للسلم عندما يكون قياس الزاوية بين السلم و الارض $\frac{\pi}{٣}$.

الحل:

ليكن اسفل السلم على بعد (س)م عن الحائط في لحظة ما .

و ليكن ارتفاع رأسه عن الارض (ص) م



حسب نظرية فيثاغورس فإن س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥

بالاشتقاق بالنسبة للزمن ينتج

$٢س \frac{ك س}{ك ن} + ٢ص \frac{ك ص}{ك ن}$ = صفر

عندما تكون الزاوية بين السلم و الارض $\frac{\pi}{٣}$

يكون س = ٥ جتا $\frac{\pi}{٣}$ = ٢.٥ م

يكون ص = ٥ جا $\frac{\pi}{٣}$ = $\frac{٥\sqrt{٣}}{٢}$ م

و بتعويض قيم س ، ص ، $\frac{ك س}{ك ن}$ في المشتقة ينتج :

$٢ \times ٢.٥ \times \frac{١}{٥} + ٢ \times \frac{٥\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{ك ص}{ك ن}$ = صفر

اذا $\frac{ك ص}{ك ن} = \frac{-١}{٥\sqrt{٣}}$

أي ان أعلى السلم يهبط بسرعة قدرها $\frac{١}{٥\sqrt{٣}}$ م/ث

---

[٢] يرتفع بالون رأسياً للأعلى بسرعة ثابتة، ويتم رصده من مُشاهد على الأرض يبعُد (١٦٠) متراً عن المسقط الرأسي للبالون على الأرض، إذا كانت هـ هي زاوية ارتفاع نظر المُشاهد للبالون، وكان معدّل تغيّر هـ يساوي (راديان/دقيقة في اللحظة التي كان فيها ارتفاع البالون عن سطح الأرض (٢٠٠) متراً، فجد سرعة البالون.

الحل:

ظا هـ = $\frac{ص}{١٦٠}$

$ق^{٢}هـ \times \frac{ك هـ}{ك ن} = \frac{ك ص}{ك ن}$ ، ص = ٢٠٠ ، $\frac{ك هـ}{ك ن} = \frac{١}{١٠}$

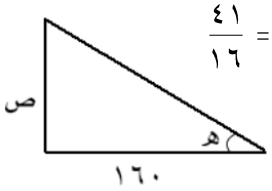
$\frac{ك ص}{ك ن} = \frac{٤١}{١٦} \times \frac{١}{١٠}$

ظا هـ = $\frac{٢٠٠}{١٦٠} = \frac{٥}{٤}$

$ق^{٢}هـ = ١ + \frac{٢٥}{١٦}$

$ق^{٢}هـ = \frac{٤١}{١٦}$

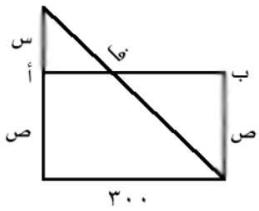
$\frac{ك ص}{ك ن}$ = ٤١ م/د



SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣ انطلق شخص من النّقطة (أ) متّجهاً شمالاً راكباً درّاجة هوائية تسير بسرعة ٦م/ث، وبعد (٣٠ ثانية) ومن النّقطة (ب) الواقعة على بُعد (٣٠٠متر) شرق النّقطة (أ) انطلق شخص ثانٍ متّجهاً جنوباً راكباً درّاجة هوائية تسير بسرعة ٥م/ث.

جد معدّل تغيّر المسافة بين الدّراجتين بعد (٢٠) ثانية من انطلاق الدّراجة الثانية.



الحل : $\frac{د س}{د ن}$ = ٦ م/ث

$\frac{د ص}{د ن}$ = ٥م/ث

العلاقة :

$ف^{٢} = (س^{٢} + ص^{٢}) + (٣٠٠)^{٢}$

$ف = \sqrt{(س+ص)^{٢}+(٣٠٠)^{٢}}$

$$\frac{د ف}{د ن} = \frac{\sqrt{(س+ص)}\left(\frac{د س}{د ن}+\frac{د ص}{د ن}\right)+ج}{\sqrt{(س+ص)^{٢}+(٣٠٠)^{٢}}}$$

$$\frac{د ف}{د ن} = \frac{(٣٠٠+١٠٠)(٦+٥)}{\sqrt{(٤٠٠)^{٢}+(٣٠٠)^{٢}}}$$

$$= \frac{٤٠٠ \times ١١}{٥٠٠}$$

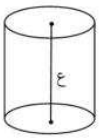
$$= \frac{٤٤}{٥} \text{ م/ث}$$

بعد ٢٠ ثانية فإن زمن الاول ٥٠ ثانية

س = ٦ × ٥٠ = ٣٠٠ م

ص= ٥ × ٢٠ = ١٠٠ م

٤ اسطوانة دائرية قائمة مصنوعة من المعدن ارتفاعها يساوي $\frac{٧}{٦}$ طول قطر قاعدتها دائماً،فإذا كان ارتفاعها يزداد بمعدّل ٠,٠١ سم/ث، فجد معدّل التّغيّر في حجم هذه الاسطوانة عندما يكون طول نصف قطر قاعدتها ٦سم.



الحل:

$ح = \pi س^{٢} ع$

نتخلص من س بدلالة ع

حيث $\frac{٦ع}{١٤} = س$

$ح = \pi (\frac{٣}{٧} ع)^{٢} ع$

$ح = \pi \frac{٩}{٤٩} ع^{٣}$

$\frac{د ح}{د ن} = \pi \frac{٩}{٤٩} \times ٣ع^{٢} \frac{د ع}{د ن}$

$\left|\frac{د ح}{د ن}\right|_{ع=١٤} = \pi \frac{٢٧}{٤٩} \times (١٤)^{٢} \times ٠,٠١$

$= ١,٠٨ \pi$ سم^{٣}/ث

ع = $\frac{٧}{٦} \times ٢س$

$\frac{د ع}{د ن}$ = ٠,٠١ سم / ث

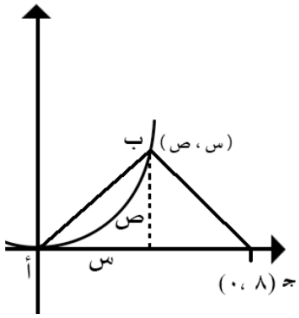
نجد ع عندما س = ٦

٦ = $\frac{٣}{٧}$ ع

ع = $\frac{٤٢}{٣}$

ع = ١٤

٥ تتحرك نقطة مادية (ب) على منحنى الاقتران ص = س^{٢} في الربع الأول بادئة من نقطة الأصل (أ)، فإذا كان الإحداثي السيني للنقطة (ب) يتزايد بمعدّل ٢وحدة / ث، وكانت جـ نقطة ثابتة إحداثياتها (٨ ، ٠)، جد معدّل تغيّر مساحة المثلث أ ب جـ بعد ٢ ثانية من بدة حركة النقطة (ب).



الحل : م = المساحة

= $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ص

∴ م = ٤ × س^{٢} (ص = س^{٢})

$\frac{د م}{د ن}$ = ٨س $\frac{د س}{د ن}$ ، س = ٢ × ٢ = ٤

$\frac{د م}{د ن}$ = ٨ × ٤ × ٢ = ٦٤ وحدة مربعة

٦ في لحظة ما كان طولا ضلعي القائمة في مثلث قائم الزّاوية ١٢سم، ١٦سم، فإذا كان طول الضّلع الأول يزداد بمعدّل ٢سم/ث وطول الضّلع الثاني ينقص بمعدّل ١سم/ث، بحيث أنّ المثلث يبقى محافظاً على شكله، فجد معدّل التّغيّر في مساحة المثلث بعد ٢ ثانية من تلك اللحظة.

الحل:

$\frac{د س}{د ن}$ = ٢ ، $\frac{د ص}{د ن}$ = -١

م = المساحة = $\frac{١}{٢}$ س ص

$\frac{د م}{د ن} = \frac{١}{٢}(س \times \frac{د ص}{د ن} + ص \times \frac{د س}{د ن})$

= $\frac{١}{٢}$ (١٦ × -١ + ١٤ × ٢)

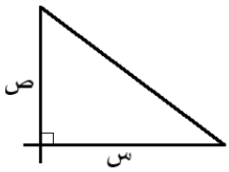
= $\frac{١}{٢}$ × ١٢

= ٦

عندما ن = ٣

س = ١٢ + ٢ × ٢ = ١٦

ص = ١٦ + ٢ × -١ = ١٤



SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٧ يُضخّ غاز داخل بالون كروي بمعدّل (١٢٥)سم^{٣}/ث، جد معدّل الزّيادة في مساحة سطح البالون عندما يكون طول قطر البالون (١٠)سم.

الحل:

م = ٤ π نق^{٢}

$\frac{كم}{كن} = ٨ \pi$ نق $\frac{كنق}{كن}$

$\frac{كم}{كن} = ٨ \times \pi \times ٥ \times \frac{كنق}{كن}$

$\frac{كم}{كن} = ٤٠ \times \pi \times \frac{٥}{\pi ٤}$

$\frac{كم}{كن} = ٥٠$ سم^{٢}/ث

$\frac{كح}{كن} = ١٢٥$ سم^{٣}/ث

$\frac{كم}{كن} = ؟؟$

نق = ٥ سم

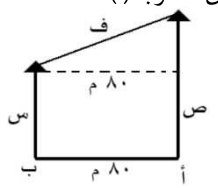
ح = $\frac{٤}{٣} \times \pi \times$ نق^{٣}

$\frac{كح}{كن} = \pi ٤$ نق^{٢} $\frac{كنق}{كن}$

١٢٥ = $\pi ٤ \times ٥^{٢} \times \frac{كنق}{كن}$

$\frac{كنق}{كن} = \frac{٥}{\pi ٤}$

٨ قاربان أ،ب المسافة الأفقية بينهما ٨٠م، بدأ القارب (أ) بالحركة بسرعة ٢٠م/ث، وبعد ثانيتين بدأ القارب (ب) بالحركة في خط موازٍ للقارب (أ) وبنفس الاتجاه بسرعة (١٠) م/ث. جد معدّل التّغير في المسافة بين القاربين بعد ٤ ثواني من انطلاق القارب (أ).



الحل:

ف = $\sqrt{(ص-س)^{٢}+(٨)^{٢}}$

$\frac{كف}{كن} = \frac{٢(ص-س)\left(\frac{كص}{كن}-\frac{كس}{كن}\right)}{٢\sqrt{(ص-س)^{٢}+(٨)^{٢}}}$

$\frac{كف}{كن} = \frac{(٢٠-٨٠)(١٠-٢٠)}{\sqrt{(٢٠-٨٠)^{٢}+(٨)^{٢}}}$

$\frac{كف}{كن} = ٦$ م/ث

$\frac{كص}{كن} = ٢٠$م/ث

$\frac{كس}{كن} = ١٠$ م/ث

نأ = ٤ ث

نب = ٢ ث

سجديدة = ٠ + ١٠ × ٢ = ٢٠

صجديدة = ٠ + ٢٠ × ٤ = ٨٠

٩ سلّم طوله (٥م) يرتكز بطرفه العلوي على حائط عمودي، وبطرفه السفلي على أرض أفقية إذا انزلق الطّرف السّفلي للسلّم مبتعداً عن الحائط بمعدّل ٢م/د، فجد سرعة تغيّر الزّاوية بين السّلم والأرض عندما يكون طرفه السّفلي على بُعد (٣م) عن الحائط.

الحل:

جتا هـ = $\frac{٣}{٥}$

جتا^{٢}هـ + جا^{٢}هـ = ١

جا هـ = $\frac{٤}{٥}$

جتا هـ = $\frac{س}{٥}$

$\frac{كس}{كن} = ٣$م / د

- جا هـ × $\frac{كس}{كن} = \frac{كهـ}{كن}$

$\frac{كهـ}{كن} = ؟؟$

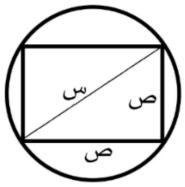
$-\frac{٤}{٥} \times \frac{كس}{كن} = \frac{كهـ}{كن}$

س = ٣ م

$-\frac{٢}{٥} = \frac{كهـ}{كن}$

$\boxed{\frac{كهـ}{كن} = -\frac{١}{٢}}$

١٠ تتمدد دائرة بحيث يزداد طول قطرها بمعل (٦)سم/د، رُسم مربّع داخل الدّائرة وأخذ يتمدد معها بحيث تبقى رؤوسه ملامسة لها. جد معدّل تغيّر مساحة المنطقة المحصورة بين المربّع والدّائرة عندما يكون طول قطر الدّائرة (١٠)سم.



الحل:

مالمحصورة = مالدائرة − مالمربع

م = $\pi \frac{س^{٢}}{٤} - ص^{٢}$

م = $\frac{\pi س^{٢}}{٤}\left(\frac{\pi}{٢}-١\right)$

م = $\frac{س^{٢}}{٢}\left(\frac{\pi}{٢}-١\right)$

$\frac{كم}{كن} = \frac{٢س \frac{كس}{كن}}{٢}\left(\frac{\pi}{٢}-١\right)$

$\frac{كم}{كن} = ٦٠\left(\frac{\pi}{٢}-١\right)$

فيثاغورس :

ص^{٢} + ص^{٢} = س

٢ص^{٢} = س^{٢} ⟸ ص^{٢} = $\frac{س^{٢}}{٢}$

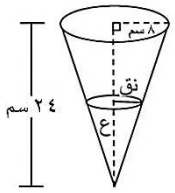
$\frac{كس}{كن} = ٦$ سم/د

$\frac{كم}{كن}_{محصورة} = ؟؟$

س = ١٠ سم

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل هذا الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١١ إناء على شكل مخروط دائري قائم رأسه للأسفل وقاعدته أفقية، يُسكب فيه الماء بمعدّل (١٢) سم^{٣}/ث، فإذا كان قطر قاعدته (١٦)سم، وارتفاعه (٢٤)سم، جد معدّل تغيّر ارتفاع الماء في الإناء عندما يُصبح ارتفاع الماء فيه (١٢)سم.



الحل:

$ح = \frac{\pi}{٣} نق^{٢} ع$

$ح = \frac{\pi}{٣} \frac{ع^{٢}}{٩} ع$

$ح = \frac{\pi}{٢٧} ع^{٣}$

$\frac{د ح}{د ن} = \frac{\pi}{٩} ع^{٢} \frac{د ع}{د ن}$

$١٢ = \frac{\pi}{٩} \times (١٢)^{٢} \frac{د ع}{د ن}$

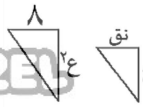
$\boxed{\frac{٣}{\pi ٤} = \frac{د ع}{د ن}}$

$\frac{د ح}{د ن} = ١٢ سم^{٣}/ث$

$\frac{د ع}{د ن} = ؟؟$

ع = ١٢ سم

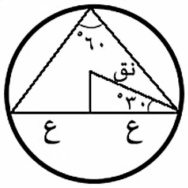
تشابه مثلثات :



$\frac{٢٤}{٨} = \frac{ع}{نق} \Leftarrow ٣ نق = ع$

$\Leftarrow نق = \frac{ع}{٣}$

١٢ رُسم مثلث متساوي الأضلاع داخل دائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدّائرة، بدأ كل من الدّائرة والمثلث بالتّمدد محافظين على شكلهما ووضعهما، بحيث يتمدد نصف قطر الدّائرة بمعدّل (٣) سم/د، جد معدّل تغيّر مساحة المنطقة المحصورة بين الدّائرة والمثلث عندما يكون نصف قطر الدّائرة (٩) سم.



الحل:

م$_{محصورة}$ = م$_{دائرة}$ − م$_{مثلث}$

$م = \pi نق^{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٤} س^{٢}$

$م = \pi نق^{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٤} (\sqrt{٣} نق)^{٢}$

$م = \pi نق^{٢} - \frac{\sqrt{٣}\ ٣}{٤} نق^{٢}$

$\frac{د م}{د ن} = ٢ نق \frac{د نق}{د ن} (\pi - \frac{\sqrt{٣}\ ٣}{٤})$

$\frac{د م}{د ن} = ٥٤ (\pi - \frac{\sqrt{٣}\ ٣}{٤})$

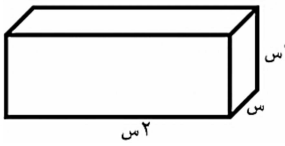
جتا ٣٠ = $\frac{س}{٢}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} نق = \frac{س}{٢}$

$\frac{د نق}{د ن} = ٣$

نق = ٩

١٣ صندوق معدني على شكل متوازي مستطيلات طوله مثلي عرضه، وارتفاعه (٣) أمثال عرضه، يتمدّد بالحرارة مُحافظاً على شكله بحيث يزداد حجمه بمعدّل (٧٢) سم^{٣}/د، جد معدّل التّغيّر في مساحة سطحه الكلي عندما يكون طوله (٣٦) سم.



الحل:

م = ٢(٢س^{٢}) + ٢(٣س^{٢}) + ٢(٦س^{٢})

م = ٢٢ س^{٢}

ح = ٣س × س × ٢س

ح = ٦س^{٣} $\Leftarrow$ $\frac{د ح}{د ن} = ١٨ س^{٢} \frac{د س}{د ن} \Leftarrow \boxed{\frac{٤}{س^{٢}} = \frac{د س}{د ن}}$

$\frac{د م}{د ن} = ٤٤ س \frac{د س}{د ن}$

$\frac{د م}{د ن} = ٤٤ س \times \frac{٤}{س^{٢}}$

$\frac{د م}{د ن} = \frac{١٧٦}{س}$

$\boxed{\frac{د م}{د ن} = \frac{١٧٦}{١٨}}$

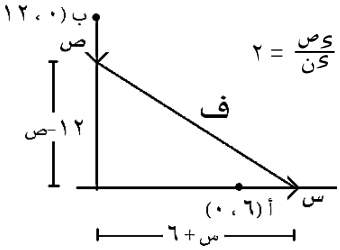
$\frac{د ح}{د ن} = ٧٢ سم^{٣}/د$

$\frac{د م}{د ن} = ؟؟$

٢س = ٣٦ سم

س = ١٨ سم

١٤ بدأت نقطة مادّية الحركة من النّقطة أ(٦ ، ٠) على محور السينات مبتعدةً عن نقطة الأصل بسرعة ٣سم/ث، وفي اللحظة نفسها بدأت نقطة أخرى الحركة من النّقطة ب(٠ ، ١٢) على محور الصّادات مقتربةً من نقطة الأصل بسرعة ٢سم/ث، جد معدّل تغيّر المسافة بين النّقطتين المتحرّكتين عندما تكون النّقطة المتحرّكة على محور الصّادات على بُعد ٨سم من نقطة الأصل.



الحل:

المعطيات : $\frac{د س}{د ن} = ٣$ ، $\frac{د ص}{د ن} = ٢$

المطلوب : $\left|\frac{د ف}{د ن}\right|_{ص = ٨} = ؟؟$

التعويض :

١٢ − ص = ٨

ص = ٤ = ٠ + ن × ٢ $\Leftarrow$ الزمن = ٢

س = ٠ + ٢ × ٣ = ٦

$ف = \sqrt{(س+٦)^{٢} + (١٢-ص)^{٢}}$

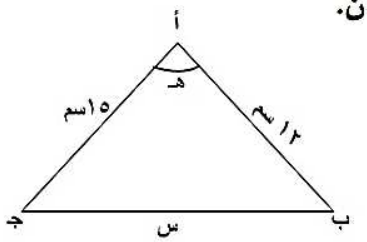
$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٢(س+٦) \frac{د س}{د ن} + ٢(١٢-ص) \times -\frac{د ص}{د ن}}{٢ \sqrt{(س+٦)^{٢} + (١٢-ص)^{٢}}}$

$= \frac{٢(٦+٦) \times ٣ + ٢ \times -(٨) ١٢}{٢ \sqrt{(٦+٦)^{٢} + (٨)^{٢}}} = \frac{٥}{\sqrt{١٣}}$

SALEEM ALKHATEEB
تم تحميل الملف من موقع أوائل
www.awa2el.net

١٥ أ ب جـ مثلث فيه أ ب =١٢سم، أ جـ =١٥سم، يزداد قياس الزاوية ب أ جـ بمعدل $\frac{\pi}{٩٠}$ راديان/ث، جد معدل تغيّر طول الضلع ب جـ عندما يكون قياس الزاوية ب أ جـ يساوي $\frac{\pi}{٣}$ راديان.

المعطيات:



$$\frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}} = \frac{\pi}{٩٠}$$

الحل:

$$(\text{ب جـ})^{٢} = (\text{أ ب})^{٢} + (\text{أ جـ})^{٢} - (\text{أ ب})(\text{ب جـ}) \times \text{جتاهـ}$$

$$\text{س}^{٢} = ١٤٤ + ٢٢٥ - ٢ \times ١٢ \times ١٥ \times \text{جتاهـ}$$

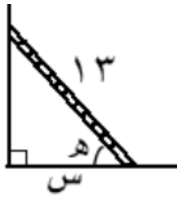
$$\text{س} = \sqrt{٣٦٩ - ٣٦٠\,\text{جتاهـ}}$$

$$\frac{\text{د س}}{\text{د ن}} = \frac{٣٦٠٠\,\text{جاهـ} \cdot \frac{\text{دهـ}}{\text{دن}}}{٢\sqrt{٣٦٩ - ٣٦٠\,\text{جتاهـ}}}$$

$$= \frac{١٨٠\,\text{جا}\frac{\pi}{٣} \times \frac{\pi}{٩٠}}{\sqrt{٣٦٩ - ٣٦٠\,\text{جتاهـ}}} = \frac{\pi\sqrt{٣}}{\sqrt{١٨٩}}$$

---

١٦ سلّم طوله (١٣) متراً يرتكز طرفه العلوي على حائط عمودي، وطرفه السّفلي على أرض أفقية. إذا انزلق الطّرف السّفلي مبتعداً عن الحائط بمعدّل (٠,١) م / ث، فما معدّل التّغير في قياس الزّاوية المحصورة بين الطّرف السّفلي للسلّم وسطح الأرض في اللحظة التي يكون فيها طرفه العلوي على ارتفاع (١٢) متراً عن سطح الأرض.



المعطيات :

$$\frac{\text{د س}}{\text{د ن}} = ٠.١$$

المطلوب :

$$\left|\frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}}\right| = ؟؟$$

=١٢

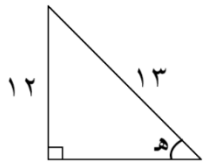
الحل:

جتا هـ = $\frac{\text{س}}{١٣}$

$$-\text{جا هـ} \frac{\text{د س}}{\text{د ن}} = \frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{-١٢}{١٣} \frac{٠.١}{١٣} = \frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}}$$

$$\frac{\text{د هـ}}{\text{د ن}} = \frac{-٠.١}{١٢} = \frac{-١}{١٢٠}$$



جا هـ = $\frac{١٢}{١٣}$

---

١٧ انطلق قاربان من نفس النقطة في اتجاهين مختلفين قياس الزاوية بينهما ١٢٠ ° ، اذا كانت سرعة الاول (٨) كم/ساعة ، و سرعة الثاني (٦) كم/ساعة ، فجد معدل تغير المسافة بينهما بعد مرور نصف ساعة من انطلاقهما .

المعطيات : $\frac{\text{د س}}{\text{د ن}} = ٨$ ، $\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} = ٦$

المطلوب : $\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}} = ؟؟$

التعويض :

س = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤

ص= ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٦ = ٣

الحل:

$\text{ف}^{٢} = \text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} - ٢\,\text{س ص جتا}\,١٢٠$

$$\text{ف} = \sqrt{\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} + \text{س ص}}$$

$$\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}} = \frac{٢\text{س} \cdot \frac{\text{د س}}{\text{د ن}} + ٢\text{ص} \cdot \frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} + \text{س}\frac{\text{د ص}}{\text{د ن}} + \text{ص}\frac{\text{د س}}{\text{د ن}}}{٢\sqrt{\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} + \text{س ص}}}$$

$$\frac{\text{د ف}}{\text{د ن}} = \frac{٢ \times ٨ \times ٤ + ٢ \times ٦ \times ٣ + ٦ \times ٤ + ٨ \times ٣}{٢\sqrt{١٦ + ٩ + ٤ \times ٣}} = \frac{٧٢}{\sqrt{٣٧}}$$

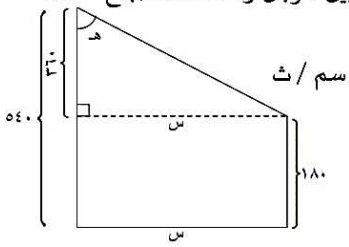
---

١٨ يقف رجل طوله (١,٨) متراً أمام مصباح كهربائي مثبّت على عمود ارتفاعه عن سطح الأرض (٥,٤) متراً، إذا أخذ الرّجل بالاقتراب من قاعدة العمود بمعدّل (٢) م /ث، فجد معدّل التّغيّر في الزّاوية المحصورة بين العمود الذي يحمل المصباح والشّعاع الواصل بين المصباح ورأس الرّجل عندما يكون الرّجل على بُعد (١,٨) متراً من قاعدة العمود.

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

المعطيات:

س: المسافة بين الرجل و قاعدة المصباح = ١٨٠



$\frac{د س}{د ن}$ = ٣٠٠ سم / ث

الحل: هـ : الزاوية المحصورة ، $\frac{د هـ}{د ن}$ = ؟؟

س=١٨٠

ظاهـ = $\frac{١٨٠}{٣٦٠} = \frac{١}{٢}$

قا^{٢}هـ = ظا^{٢}هـ +١

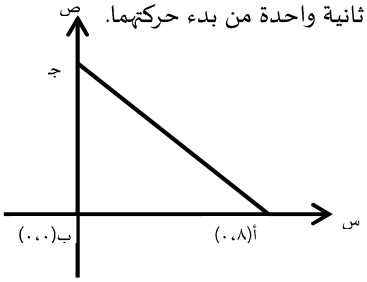
قا^{٢}هـ = $\frac{١}{٤} + ١ = \frac{٥}{٤}$

$\frac{٥}{٤}\frac{د هـ}{د ن} = \frac{٥}{٦}\frac{٣٠٠}{٣٦٠} \Leftarrow \frac{د هـ}{د ن} = \frac{٤}{٥} \times \frac{٥}{٦} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

---

١٩ الشكل يُمثّل المثلث أ ب جـ المرسوم في المستوى، حيث أ(٨،٠) ، ب (٠،٠)، قياس الزاوية ب أ جـ = ٣٠° ، بدأت نقطة الحركة من أ على الضّلع أ جـ باتّجاه جـ وبسرعة مقدارها (٢)سم/ث، وبنفس اللحظة بدأت نقطة أخرى بالحركة من ب على الضّلع ب جـ باتّجاه جـ وبسرعة مقدارها (٣)سم/ث، جد معدّل تغيّر بُعد النّقطتين المتحرّكتين عن بعضهما بعد ثانية واحدة من بدء حركتهما.



المعطيات:

$\frac{د ل}{د ن}$ = ٢

جتا٣٠ = $\frac{أب}{أجـ}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٨}{أجـ} \Leftarrow$ أ جـ = $\frac{١٦}{\sqrt{٣}}$

ظا ٣٠ = $\frac{بجـ}{أب}$

$\frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{بجـ}{٨} \Leftarrow$ ب جـ = $\frac{٨}{\sqrt{٣}}$

المطلوب : $\left|\frac{د ف}{د ن}\right|_{ن=١}$ = ؟؟

الحل:

ف = $\sqrt{\left(ل - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} + \left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} - ٢\left(ل - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)\left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right) جتا٩٠}$

$\frac{د ف}{د ن}$ =

$$\frac{٢\left(ل - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)\times\frac{د ل}{د ن} + ٢\left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)\times\frac{د ص}{د ن} - \left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)\times\frac{د ص}{د ن} - \left(ل - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)\times\frac{د ل}{د ن}}{٢\sqrt{\left(ل - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} + \left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} - ٢\left(ل - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)\left(ص - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right) جتا٩٠}}$$

لكن: ل = $\frac{د ل}{د ن} \times ن = ٢ \times ١ = ٢$

ص = $\frac{د ص}{د ن} \times ن = ٣ \times ١ = ٣$

$$\left|\frac{د ف}{د ن}\right|_{ن=١} = \frac{\left(٣ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)٢ + \left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)٣ + \left(٣ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)٦ - \left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)٤ -}{٢\sqrt{\left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} + \left(٣ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} - \left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right)\left(٣ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)}}$$

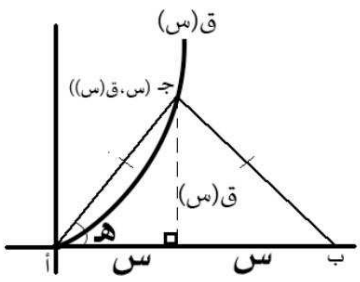
$$= \frac{\left(٣ - \frac{٨}{\sqrt{٣}}\right)٤ - \left(٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}}\right) -}{٢\sqrt{\frac{٢٥٦}{٣} - \frac{٦٤}{\sqrt{٣}} + ٤ + \frac{٦٤}{\sqrt{٣}} - \frac{٤٨}{٣} + \frac{٦٤}{٣} - ٩ + \frac{٤٨}{\sqrt{٣}} - \frac{١٢٨}{٣} - \frac{١٦}{\sqrt{٣}} + ٦}}$$

$$= \frac{٢ - \frac{١٦}{\sqrt{٣}} + ١٢ - \frac{٣٢}{\sqrt{٣}}}{٢\sqrt{\frac{٢٥٦}{٣} - \frac{٦٤}{\sqrt{٣}} + ٤ + \frac{٦٤}{\sqrt{٣}} - \frac{٤٨}{٣} + \frac{١٢٨}{٣} - ٩ + \frac{٤٨}{\sqrt{٣}} - \frac{١٦}{\sqrt{٣}} + ٦}}$$

$$= \frac{١٤ - \frac{٤٨}{\sqrt{٣}}}{٢\sqrt{\frac{١٢٨}{٣} + \frac{١٦}{\sqrt{٣}} + ٧}} = \frac{٧ - \frac{٢٤}{\sqrt{٣}}}{\sqrt{١٤٩ + ٦}}$$ سم/ ث

---

٢٠ بدأت النقطتان ب ، جـ الحركة معا من نقطة الاصل (أ) بحيث تتحرك ب على محور السينات مبتعدة عن نقطة الاصل ، و تتحرك النقطة جـ في الربع الاول على منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} بحيث يبقى طول أ جـ يساوي طول ب جـ ، و كان معدل تغير الزاوية هـ المحصورة بين محور السينات الموجب و المستقيم أجـ يساوي $\frac{١}{٢}$ راد/ث ، فجد معدل التغير في مساحة المثلث أ ب جـ . عندما هـ = $\frac{\pi}{٣}$.



المعطيات : هـ = الزاوية

$\frac{د هـ}{د ن}$ = $\frac{١}{٢}$

المطلوب :

$\left|\frac{د هـ}{د ن}\right|_{\frac{\pi}{٣}=}$ = ؟؟

SALEEM ALKATEEB

الحل:

المساحة = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

م = $\frac{١}{٢}$ × ٢س × ق(س)

= س × س^{٢} = س^{٣}

م = (ظا هـ)^{٣}

$\frac{د م}{د ن}$ = ٣(ظا هـ)^{٢} × قا^{٢} هـ . $\frac{د هـ}{د ن}$

$\left.\frac{د هـ}{د ن}\right|_{هـ=\frac{\pi}{٣}}$ = ٣×($\sqrt{٣}$)^{٢} × (٢)^{٢} × $\frac{١}{٢}$ = ١٨

ظا هـ = $\frac{ق(س)}{س}$

= $\frac{س^{٢}}{س}$ = س

٢١ مصعدان كهربائيان مستقران في الطابق الارضي ، المسافة الافقية بينهما (٨)م ، بدأ المصعد الاول في الارتفاع بسرعة (٣)م/ث و بعد ثانية بدأ المصعد الثاني في الانخفاض للاسفل بسرعة (٢) م/ث ، جد معدل تغير المسافة بين المصعدين بعد ثانيتين من بدء حركة المصعد الثاني .

المعطيات :

$\frac{د س}{د ن}$ = ٣

$\frac{د ص}{د ن}$ = ٢

المطلوب:

$\frac{د ف}{د ن}$ = ؟؟

الحل:

ف = $\sqrt{(س+ص)^{٢}+٦٤}$

$\frac{د ف}{د ن}$ = $\frac{٢(س+ص)\left(\frac{د س}{د ن}+\frac{د ص}{د ن}\right)}{٢\sqrt{(س+ص)^{٢}+٦٤}}$

= $\frac{(٣+٢)(٩+٤)}{\sqrt{(٩+٤)^{٢}+٦٤}}$

$\frac{د ص}{د ن}$

الازمان :

ن$_{س}$ = ن$_{ص}$ + ١

ن$_{ص}$ = ٢ ، ن$_{س}$ = ٣

س = س$_{١}$ + ن $\frac{د س}{د ن}$

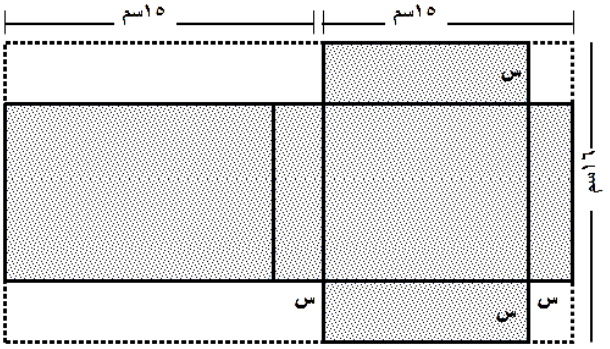
= ٠ + ٣ × ٣ = ٩

ص = ص$_{١}$ + ن

= ٠ + ٢×٢ = ٤

تطبيقات القيم القصوى :

١ يُمثّل الشكل شبكة لصندوق على شكل توازي مستطيلات مغلق، تمّ قصّها من قطعة من الورق المقوّى مستطيلة الشّكل أبعادها (١٦سم) ، (٣٠سم). جد أكبر حجم ممكن للصندوق.



٢ جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنّقطة (٢ ، ٣) بحيث يقطع من الربع الأول من المستوى الدّيكارتي مثلثاً مساحته أصغر ما يُمكن.

٣ يُراد طباعة إعلان على ورقة مستطيلة الشّكل بحيث يكون عرض كل من الهامشين في رأس الورقة وأسفلها (٣سم)، وفي كل من الجانبين (٢سم)، إذا كانت مساحة المنطقة المطبوعة تساوي (١٥٠سم^{٢})، فجد أبعاد الورقة التي مساحتها أصغر ما يُمكن، ويُمكن استعمالها لطباعة الإعلان.

٤ (أ ب ج د) مستطيل فيه (أب) = ٤سم، (ب ج) = ١٠سم، مُدّ الضّلع (ج د) على استقامته إلى (و) ثمّ وصل (ب و) فقطع الضّلع (أد) في (هـ)، فإذا كان (أهـ) = (س) سم ، (دو) = (ص) سم، فجد قيمتي (س ، ص) اللتين تجعلان مجموع مساحتي المثلثين (دهـ و) (أ هـ ب) أصغر ما يُمكن.

٥ أسطوانة دائرية قائمة مجموع محيط قاعدتها وارتفاعها يساوي ٦٦سم، احسب ارتفاع الاسطوانة الذي يجعل حجمها أكبر ما يُمكن.

٦ مستطيل مساحته ١٦سم^{٢}، جد بُعديه عندما يكون طول قطره أصغر ما يُمكن.

SALEEM ALKATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٧ اذا كان الانتاج اليومي لمصنع حديد ص طنا من نوع الحديد الجيد ، س طنا من نوع الحديد الاقل جودة ، فإذا كانت $ص = \frac{٤٠ - ٥س}{١٠ - س}$ ، $س \neq ١٠$ ، و كان سعر الطن من الحديد الجيد يساوي مثلي سعر الطن من الحديد الاقل جودة ، فجد الكمية التي ينتجها المصنع يوميا من كل نوع حتى يحقق أكبر إيراد .

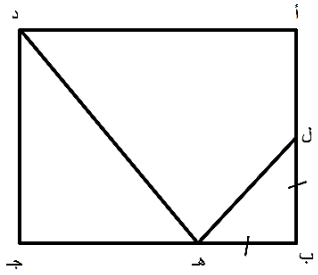
٨ جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٣ ، ٥) و يقطع الربع الاول في المستوى الديكارتي مثلثا مساحته أقل ما يمكن .

٩ جد بُعدي أكبر مستطيل من حيث المساحة يُمكن رسمه فوق محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ٣٦- س^{٢}.

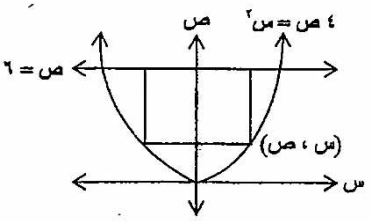
١٠ مثلث متساوي الساقين طول قاعدته (٦)سم، وارتفاعه (٨) سم ، يُراد قطع مستطيل منه بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث، ويقع كل من الرّأسين الآخرين على ساقي المثلث، جد بُعديّ المستطيل لتكون مساحته أكبر ما يُمكن.

١١ صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته على شكل مستطيل طوله مثلي عرضه، إذا كان مجموع ارتفاع الصّندوق ومحيط قاعدته يساوي ٧٢سم، فجد أبعاده التي تجعل حجمه أكبر ما يُمكن.

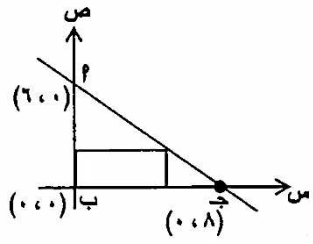
١٢ في الشكل أ ب جـ د مستطيل فيه أب = ٨سم،ب جـ = ١٢سم. عُيّنت النّقطتان ل ، هـ على الضّلعين أب ، ب جـ على التّرتيب بحيث كان ب ل = ب هـ ، جد طول ب ل الذي يجعل مساحة الشّكل الرّباعي (أ ل هـ د) أكبر ما يُمكن.



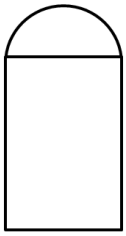
١٣ جد أكبر مساحة ممكنة للمستطيل في الشكل المجاور الذي يقع رأسان من رؤوسه على منحنى العلاقة ٤ص=س^{٢}، ويقع رأساه الآخران على المستقيم ص = ٦.



١٤ اعتمادا على الشكل و الذي يمثل المثلث أ ، ب ، جـ القائم الزاوية في ب ، جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث.

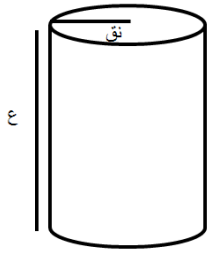


١٥ حافظة للماء السّاخن تتكوّن من جزأين، الجزء الأول: وعاء اسطواني الشّكل نصف قطر قاعدته (نق)، وارتفاعه (ع)، والجزء الثاني غطاء على شكل نصف كرة نصف قطرها يساوي نصف قطر الاسطوانة ، إذا كان حجم الحافظة (٣٦٠π)دسم^{٣}، جد كلاً من نصف القطر والارتفاع اللذان يجعلان المساحة الكلية لسطح الحافظة أقل ما يُمكن.



١٦ جد أبعاد شبه المنحرف الذي يُمكن رسمه في الرّبع الأول بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات، ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ٤س – س^{٢} لتكون مساحته أكبر ما يُمكن.

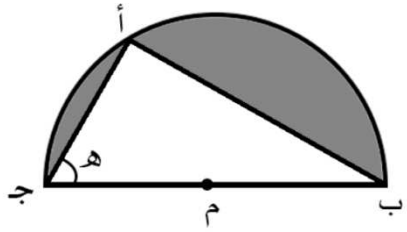
١٧ اسطوانة دائرية قائمة مغلقة نصف قطر قاعدتها (نق) سم وارتفاعها (ع) سم، وحجمها (٥٤π)سم^{٣}، جد نصف قطر قاعدة الاسطوانة وارتفاعها اللذان يجعلان مساحة سطحها الكلية أقل ما يُمكن.



١٨ جد مساحة أكبر مستطيل يُمكن رسمه داخل مثلث قائم الزّاوية طول وتره (٢٤)سم، وقياس إحدى زواياه (٣٠°) بحيث تقع إحدى قاعدتي المستطيل على الوتر، ورأساه الآخران على ضلعي القائمة.

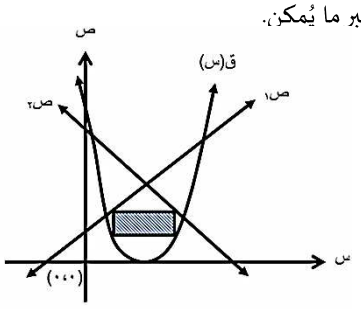
SALEM ALKATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٩ رسم المثلث أ ب جـ داخل نصف دائرة طول قطرها (٨) سم بحيث يقع الرأسان ب ، جـ على نهايتي القطر و الرأس الاخر (أ) يتحرك على منحنى نصف الدائرة كما في الشكل ، فجد قياس الزاوية هـ التي تجعل مساحة المنطقة المظللة أصغر ما يمكن .

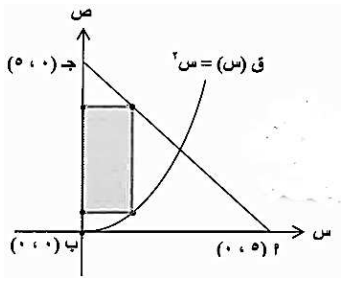


٢٠ جد حجم أكبر منشور (موشور) رباعي قائم قاعدته مربّعة الشّكل يُمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته (٦) سم ، وارتفاعه (٨)سم.

٢١ يقع رأسان من رؤوس المستطيل المظلل في الشكل الآتي على منحنى الاقتران ق(س)=س^{٢}-٦س+٩ ، ورأساه الآخران على المستقيمين ص$_{١}$ = ٢ + س ، ص$_{٢}$ = ٨ – س، جد بُعدي المستطيل اللذين يجعلان مساحته أكبر ما يُمكن.



٢٢ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية ، إحداثيات رؤوسه أ(٥ ، ٠) ب (٠ ، ٠) ، جـ (٠ ، ٥) ، رسم داخله مستطيل ينطبق رأسان من رؤوسه على الضلع ب جـ و أحد رأسيه الاخرين على الضلع أ جـ و الرأس الاخر على منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} ، كما في الشكل الاتي جد أكبر مساحة ممكنة للمستطيل المظلل .



حل اسئلة التطبيقات القيم القصوى :

١

ارتفاع الصندوق = س

أبعاد الصندوق ١٦ – ٢س

١٥ – س

حجم الصندوق = ح(س) = س (١٦ – ٢س) (١٥ – س)

ح(س) = ٢س^{٣} – ٤٦ س^{٢} + ٢٤٠ س

ح$'$(س) = ٦س^{٢} – ٩٢ س + ٢٤٠

عند القيم القصوى ح$'$(س) = صفر

٦س^{٢} – ٩٢ س + ٢٤٠ = صفر

٣س^{٢} – ٤٦ س + ١٢٠ = صفر

اذا س = $\frac{١٠}{٣}$ أو س = ١٢

اذا ارتفاع الصندوق = $\frac{١٠}{٣}$ سم

ح$''$(س) = ١٢س – ٩٢ ⇐ ح$''$($\frac{١٠}{٣}$) = ١٢($\frac{١٠}{٣}$) – ٩٢

= - ٥٢ < ٠

اي ان حجم الصندوق يكون اكبر ما يمكن عندما س = $\frac{١٠}{٣}$

اذا اكبر حجم ممكن :

ح($\frac{١٠}{٣}$) = ٢ × ($\frac{١٠}{٣}$)^{٣} – ٤٦ ($\frac{١٠}{٣}$)^{٢} + ٢٤٠ × ($\frac{١٠}{٣}$)

٢ المساحة = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

م = $\frac{١}{٢}$ × س × ص

م = $\frac{١}{٢}$ × س × $\frac{٣س}{س-٢}$

م = $\frac{٣س^{٢}}{٢س-٤}$

م$'$ = $\frac{(٢س-٤)(٦س)-(٣س^{٢})(٢)}{(٢س-٤)^{٢}}$

١٢س^{٢} – ٢٤ س – ٦س^{٢} = ٠

٦س^{٢} – ٢٤س = ٠ ⇐ ٦س(س – ٤) = ٠

س = ٠ (تهمل) أو س = ٤

المعادلة :

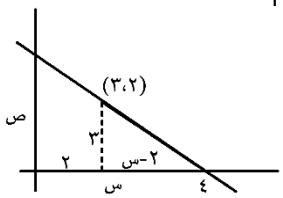
الميل = $\frac{-٣}{-٤+٢}$ = $\frac{٣}{-٢}$ = $\frac{-٣}{٢}$

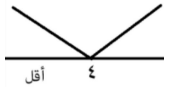
ص – ٠ = $\frac{-٣}{٢}$ (س – ٤) ⇐ ص = $\frac{-٣}{٢}$ (س – ٤)

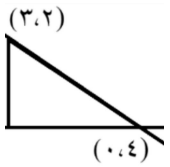
التوحيد (التشابه)

$\frac{ص}{٣}$ = $\frac{س}{س-٢}$

ص = $\frac{٣س}{س-٢}$

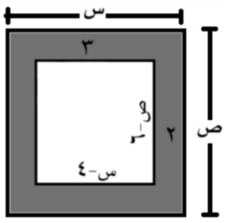






SALEEM ALSATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣ مساحة الورقة = الطول × العرض



م = س × ص

م = س ($\frac{١٥٠}{س-٤}$ + ٦)

م = $\frac{١٥٠س}{س-٤}$ + ٦س

م′ = $\frac{(س-٤)(١٥٠)-(١٥٠س)(١)}{(س-٤)^{٢}}$ + ٦

م′ = $\frac{\cancel{١٥٠س}-٦٠٠-\cancel{١٥٠س}}{(س-٤)^{٢}}$ + ٦

$\frac{-٦٠٠}{(س-٤)^{٢}}$ + ٦ = صفر

٦ = $\frac{٦٠٠}{(س-٤)^{٢}}$

(س − ٤)^{٢} = ١٠٠

اما س − ٤ = ١٠

او س − ٤ = - ١٠

س = - ٦ ← تهمل

س = ١٤

أبعاد الورقة : س = ١٤ ، ص = ٢١

المساحة المطبوعة = ١٥٠

(س − ٤) (ص − ٦) = ١٥٠

ص − ٦ = $\frac{١٥٠}{س-٤}$

صغرى عند س = ١٤

٤ م = مساحة أ ب هـ + مساحة د هـ و

م = $\frac{١}{٢}$ س × ٤ + $\frac{١}{٢}$ (١٠ − س) × ص

م = ٢س + (٥ - $\frac{س}{٢}$) ($\frac{٤٠-٤س}{س}$)

م = $\frac{٢س^{٢}+٢٠٠-٢٠س+٢س^{٢}}{س}$

م = $\frac{٤س^{٢}-٤٠س+٢٠٠}{س}$

م′ = $\frac{س(٨س-٤٠)-(٤س^{٢}-٤٠س+٢٠٠)}{س^{٢}}$

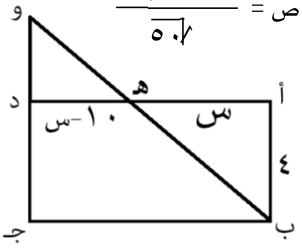
= ٤س^{٢} − ٢٠٠ = ٠ ⇐ ٤س^{٢} = ٢٠٠

س^{٢} = ٥٠

س = $\sqrt{٥٠}$ ، − $\sqrt{٥٠}$ تهمل

صغرى مطلقة عند س = $\sqrt{٥٠}$

ص = $\frac{٤٠-٤\sqrt{٥٠}}{\sqrt{٥٠}}$



من تشابه المثلثات :

$\frac{١٠-س}{س}$ = $\frac{ص}{٤}$

ص = $\frac{٤٠-٤س}{س}$

٥ حجم الاسطوانة = ح

ح = π س^{٢} ع

ح = π س^{٢} × (٦٦ - ٢πس)

ح = π (٦٦ س^{٢} - ٢πس^{٣})

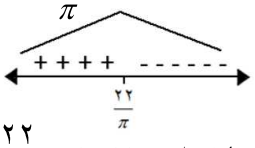
ح′ = π (١٣٢ س − ٦ π س^{٢})

ح′ = .

← ٦س (٢٢ − πس) = .

س = . أو ٢٢ − πس = .

س = $\frac{٢٢}{\pi}$



∴ الارتفاع = ٦٦ - ٦π × $\frac{٢٢}{\pi}$

= ٦٦ − ٤٤ = ٢٢ سم

المحيط + الارتفاع = ٦٦

٢πس + ع = ٦٦

ع = ٦٦ - ٢πس

٦ ل = $\sqrt{س^{٢}+ص^{٢}}$

ل = $\sqrt{س^{٢}+\frac{٢٥٦}{س^{٢}}}$

ل′ = $\frac{٢س+\frac{-٢٥٦\times٢س}{س^{٤}}}{٢\sqrt{س^{٢}+\frac{٢٥٦}{س^{٢}}}}$

ل′ = . ← ٢س - $\frac{٥١٢}{س^{٣}}$ = .

٢س = $\frac{٥١٢}{س^{٣}}$ ← ٢س^{٤} = ٥١٢ ← س^{٤} = ٢٥٦

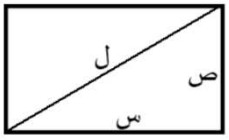
س^{٢} = ١٦ ← س = ٤ (القيم السالبة تهمل في الابعاد)

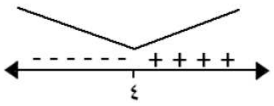
∴ عند س = ٤ ← ل أصغر ما يمكن

الابعاد : س = ٤ ، ص = ٤

المساحة = ١٦

١٦ = س × ص ⇐ ص = $\frac{١٦}{س}$





٧ نفرض ان سعر طن الحديد الاقل جودة = ل دينار

سعر طن الحديد الجيد = ٢ ل

∴ ايراد المصنع = ق(س) = ٢ل ص + ل س

∴ ق(س) = ٢ل × $\frac{٤٠-٥س}{١٠-س}$ + ل س

= $\frac{\cancel{٨٠ل}-\cancel{١٠ل س}+\cancel{١٠ل س}-ل س^{٢}}{١٠-س}$

= $\frac{٨٠ل-ل س^{٢}}{١٠-س}$

ق′(س) = $\frac{(١٠-س)(-٢ل س)-(٨٠ل-ل س^{٢})\times-١}{(١٠-س)^{٢}}$

SALEEM ALSATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

$= \frac{-٢٠ل س + ٢ل س^{٢} + ٨٠ل - ل س^{٢}}{(١٠ - س)^{٢}}$

$= \frac{ل س^{٢} - ٢٠ل س + ٨٠ل}{(١٠ - س)^{٢}}$

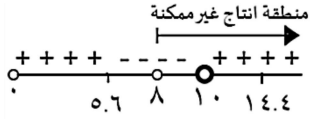
نضع ق/(س) = ٠ ⟸ ل س^{٢} − ٢٠ ل س + ٨٠ ل = ٠

⟸ س^{٢} − ٢٠س + ٨٠ = ٠ ⟸ س = ١٠ ± ٢√٥

ولكن س لا يمكن أن تأخذ القيمة ١٠ + ٢√٥ أو اي قيمة أكبر من أو تساوي ٨ لأن عملية الانتاج غير ممكنة

∴ س = ١٠ − ٢√٥ فقط ≈ ٥.٦ طن

نخطط أشارة ق/(س)



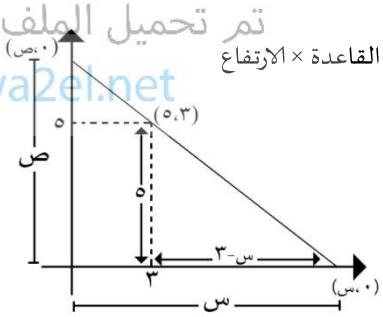
من المخطط نلاحظ أن أكبر قيمة ممكنة لـ ق تحدث عندما

س ≈ ٥.٦ طن

ص = $\frac{٤٠ - ٥ \times ٥.٦}{١٠ - ٥.٦} = \frac{١٢}{٤.٤}$ ≈ ٢.٧ طن

---

٨ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع



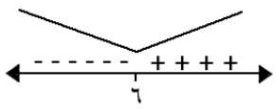
م = $\frac{١}{٢}$ س × ص

ظا هـ = $\frac{ص}{س} = \frac{٥}{س - ٣}$

⟸ $\boxed{ص = \frac{٥س}{س - ٣}}$

∴ م = $\frac{١}{٢}$ س × $\frac{٥س}{س - ٣}$

⟸ م = $\frac{٥س^{٢}}{٢(س - ٣)}$



م/ = $\frac{٢(س - ٣) \times ١٠س - ٥س^{٢} \times ٢}{(٢(س - ٣))^{٢}}$ = صفر

⟸ ٢٠ س^{٢} − ٦٠ س − ١٠س^{٢} = صفر

١٠س^{٢} − ٦٠ س = ٠ ⟸ ١٠س (س − ٦) = صفر

س = ٠ أو س = ٦

من ملاحظة مخطط اشارة م/ نلاحظ ان لمساحة المثلث قيمة صغرى مطلقة عندما س = ٦ (مساحة المثلث أقل ما يمكن عندما س =٦)

⟸ المقطع السيني للمستقيم (٦ ، ٠)

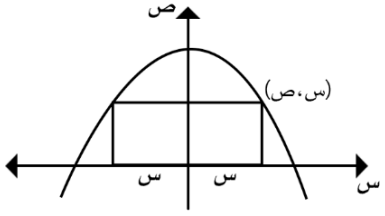
ميل المستقيم = $\frac{٠ - ٥}{٦ - ٣} = \frac{-٥}{٣}$

معادلة المستقيم : ص − ٠ = $\frac{-٥}{٣}$ (س − ٦)

ص = $\frac{-٥}{٣}$ (س − ٦)

---

٩ من الرسم نلاحظ ان طول المستطيل ٢س و عرضه ص



م = ٢س × ص

= ٢س (٣٦ − س^{٢})

م = ٧٢س − ٢س^{٣}

م/ = ٧٢ − ٦س^{٢}

⟸ ٧٢ − ٦س^{٢} = ٠

٦(١٢ − س^{٢}) = ٠ ⟸ س = ± √١٢٢ = ±٢√٣

يهمل الجذر السالب لان الطول لا يكون سالبا

م// = -١٢ س

م/|$_{س = ٢\sqrt{٣}}$ = -١٢ × ٢√٣ = -٢٤√٣ < ٠

نجد قيمة ص عندما س = ٢√٣

⟸ ق(٢√٣) = ٣٦ − ١٢ = ٢٤

تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن عندما يكون أحد بعديه ٤√٣ و البعد الاخر ٢٤ وحدة.

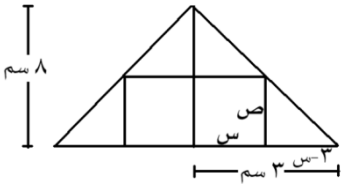
---

١٠ نفرض أن طول ضلع المستطيل ٢س و عرضه ص

مساحة المستطيل : م = ٢س×ص

نجد أحد المتغيرين س ، ص

بدلالة الاخر من تشابه المثلثات



$\frac{ص}{٨} = \frac{٣ - س}{٣}$

ومنه ص = $\frac{٨}{٣}$ (٣ − س)

م = ٢س × $\frac{٨}{٣}$ (٣ − س) = $\frac{١٦}{٣}$ (٣س − س^{٢})

م/ = $\frac{١٦}{٣}$ (٣ − ٢س)

م/ = ٠ ⟸ $\frac{١٦}{٣}$ (٣ − ٢س) = ٠ ⟸ س = $\frac{٣}{٢}$

م// = $\frac{-٣٢}{٣}$

م/|$_{س = \frac{٣}{٢}}$ = $\frac{-٣٢}{٣}$ < ٠

اذن تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن عندما يكون أحد بعديه

٢× $\frac{٣}{٢}$ = ٣ سم

وللبعد الاخر: ص = $\frac{٨}{٣}$ (٣ - $\frac{٣}{٢}$) = ٤ سم

تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net
SALEEM ALSATEEB

١١ المعطيات :

$٦س + ع = ٧٢$

الحل:

$ح = س \times ٢س \times ع$

$ح = ٢س^{٢} ع$

$ح = ٢س^{٢} (٧٢ - ٦س)$

$ح = ١٤٤ س^{٢} - ١٢س^{٣}$

$ح' = ٢٨٨س - ٣٦س^{٢} = ٠$

$٣٦س(٨ - س) = ٠$

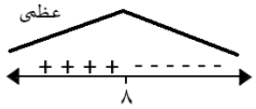
$س = ٠ \ ، \ س = ٨$

العرض = ٨ ، الطول = $٢ \times ٨ = ١٦$

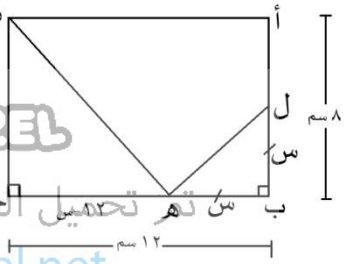
الارتفاع = $٧٢ - ٦ \times ٨ = ٢٤$

التوحيد:

$ع = ٧٢ - ٦س$



١٢

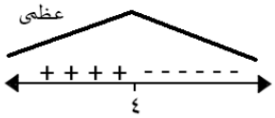


م الشكل الرباعي = م(أ ب جـ د) − (م Δ ل ب هـ + م Δ د جـ هـ)

$م = ٨ \times ١٢ - (\frac{١}{٢} س^{٢} + \frac{١}{٢} (١٢ - س) \times ٨)$

$= ٩٦ - \frac{١}{٢} س^{٢} - ٤٨ + ٤س$

$م' = -س + ٤ = ٠ \Leftarrow س = ٤$



١٣ الطول = ٢س

العرض = ٦ − ص

$= ٦ - \frac{س^{٢}}{٤}$

المساحة = الطول × العرض

$= ٢س (٦ - \frac{س^{٢}}{٤})$

$م = ١٢س - \frac{س^{٣}}{٢}$

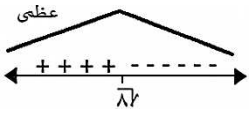
$م' = ١٢ - \frac{٣س^{٢}}{٢} = ٠ \Leftarrow ١٢ = \frac{٣س^{٢}}{٢} \Leftarrow س^{٢} = ٨$

$س = \sqrt{٨}$

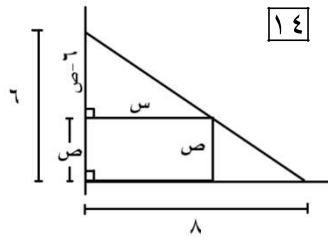
المطلوب :

المساحة = $٢ \sqrt{٨} (٦ - \frac{٨}{٤})$

$= ٢ \sqrt{٨} (٤) = ٨ \sqrt{٨} = ١٦ \sqrt{٢}$



١٤



التوحيد

$\frac{س}{٨} = \frac{٦ - ص}{٦}$

$س = \frac{٢٤ - ٤ص}{٣}$

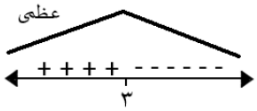
م = س × ص

$م = (\frac{٢٤ - ٤ص}{٣}) \times ص$

$م = \frac{٢٤ص - ٤ص^{٢}}{٣}$

$م' = \frac{٢٤ - ٨ص}{٣} = ٠ \Leftarrow ٢٤ - ٨ص = ٠ \Leftarrow ص = ٣$

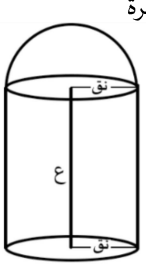
$س = \frac{٢٤ - ٣ \times ٤}{٣} = ٤$



المطلوب :

المساحة = س × ص = $٤ \times ٣ = ١٢$

١٥ الحجم = حجم الاسطوانة + حجم نصف الكرة



المعطيات :

$\pi ٣٦٠ = \pi$ نق^{٢} ع + $\frac{١}{٢} \times \frac{\pi ٤}{٨}$ نق^{٣}

$٣٦٠ =$ نق^{٢} ع + $\frac{٢}{٣}$ نق^{٣}

الحل:

م = مساحة جانبية + مساحة قاعدة + نص مساحة نصف الكرة

$م = \pi ٢$ نق ع + π نق^{٢} + $\frac{١}{٢} \times \pi ٤$ نق^{٢}

$م = \pi ٢$ نق ($\frac{٣٦٠}{\text{نق}^{٢}} - \frac{٢}{٣}$ نق) + $\pi ٣$ نق^{٢}

$م = \frac{\pi ٧٢٠}{\text{نق}} - \frac{\pi ٤}{٣}$ نق^{٢} + $\pi ٣$ نق^{٢}

$م = \frac{\pi ٧٢٠}{\text{نق}} + \frac{\pi ٥}{٣}$ نق^{٢}

$= \frac{\pi ٧٢٠-}{\text{نق}} + \frac{\pi ١٠}{٣}$ نق $= ٠ \Leftarrow \frac{\pi ١٠}{٣}$ نق $= \frac{\pi ٧٢٠}{\text{نق}}$

نق$^{٣} = ٢١٦ \Leftarrow$ نق $= ٦$

الارتفاع = ع $= ٦ \times \frac{٢}{٣} - \frac{٣٦٠}{(٦)^{٢}}$

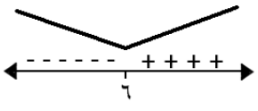
$= ١٠ - ٤ = ٦$

التوحيد:

$٣٦٠ =$ نق^{٢} ع + $\frac{٢}{٣}$ نق^{٣}

$٣٦٠ - \frac{٢}{٣}$ نق$^{٣} =$ نق^{٢} ع

ع $= \frac{٣٦٠}{\text{نق}^{٢}} - \frac{٢}{٣}$ نق



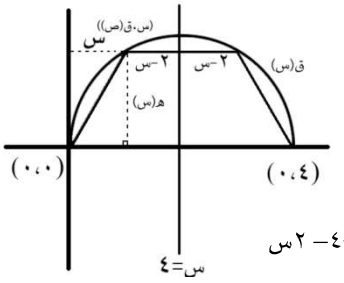
SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٦ رأس القطع = $\frac{-ب}{أ٢} = \frac{-٤}{-١ \times ٢} \Leftarrow$ س = ٢

ق(س) = ٤س − س^{٢} = ٠

س (٤ − س) = ٠

س = ٠ أو س = ٤



القاعدة (١) = ٤

القاعدة (٢) = ٢ −س+ ٢ −س+٤− ٢س

الارتفاع = ق(س) = ٤س − س^{٢}

المساحة =($\frac{\text{مجموع القاعدتين}}{٢}$) × الارتفاع

م = ($\frac{٤+٤-٢س}{٤}$) × (٤س − س^{٢})

م = (٤ − س) (٤س − س^{٢})

م = س^{٣} − ٨س^{٢} + ١٦ س

م$'$ = ٣س^{٢} − ١٦ س + ١٦ = ٠

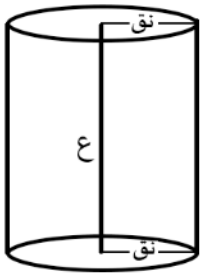
(٣س − ٤) (س − ٤) = ٠

س = $\frac{٤}{٣}$ | س = ٤ تهمل

المطلوب:

م = (٤ − $\frac{٤}{٣}$) (٤ × $\frac{٤}{٣}$ − $\left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢}$) = $\frac{٣٢}{٩}$

١٧ ح = π نق^{٢} ع



٥٤π = π نق^{٢} ع

٥٤ = نق^{٢} ع

ع = $\frac{٥٤}{نق^{٢}}$

مساحة الاسطوانة الكلية :

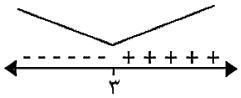
م = ٢πنق ع + ٢ πنق^{٢}

م = ٢πنق × $\frac{٥٤}{نق^{٢}}$ + ٢πنق^{٢}

م = $\frac{١٠٨\pi}{نق}$ + ٢πنق^{٢}

$\frac{دم}{دنق}$ = $\frac{-١٠٨\pi}{نق^{٢}}$ + ٤πنق = صفر

$\frac{-١٠٨\pi}{نق^{٢}}$ = ٤πنق ⇐ نق^{٣} = $\frac{١٠٨}{٤}$ = ٢٧ = $\frac{٥٤}{٢}$



نق = $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣

∴ م اقل ما يمكن عندما نق = ٣

∴ مساحة سطح الاسطوانة الكلية اصغر ما يمكن عندما نق =٣سم

وعندما ع = $\frac{٥٤}{٩}$ = ٦ سم

١٨ نفرض ان

طول المستطيل = س سم

وعرضه = ص سم

م = س × ص

العلاقة المساندة :

أد +د هـ + هـ جـ = ٢٤

$\sqrt{٣}$ص + س + $\frac{ص}{\sqrt{٣}}$ = ٢٤

س + ($\frac{١}{\sqrt{٣}}$ + $\sqrt{٣}$)ص = ٢٤

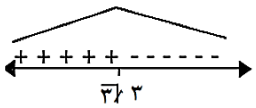
س + $\frac{٤}{\sqrt{٣}}$ ص = ٢٤

س = (٢٤ - $\frac{٤}{\sqrt{٣}}$ ص)

نعوض قيمة س في قانون المساحة :

م = (٢٤ - $\frac{٤}{\sqrt{٣}}$ ص) × ص = ٢٤ص - $\frac{٤}{\sqrt{٣}}$ ص^{٢}

م$'$ = ٢٤ - $\frac{٨}{\sqrt{٣}}$ ص = ٠

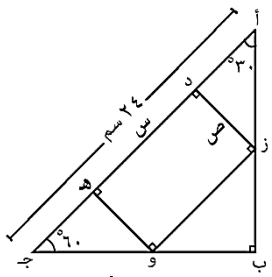


⇐ $\frac{٨}{\sqrt{٣}}$ ص = ٢٤ ⇐ ص = ٣ $\sqrt{٣}$

يوجد للمساحة قيمة عظمى عند ص = ٣ $\sqrt{٣}$

∴ م = ٢٤ × ٣ $\sqrt{٣}$ - $\frac{٤}{\sqrt{٣}}$ (٣ $\sqrt{٣}$)^{٢}

= ٧٢ $\sqrt{٣}$ − ٣٦ $\sqrt{٣}$ = ٣٦ $\sqrt{٣}$



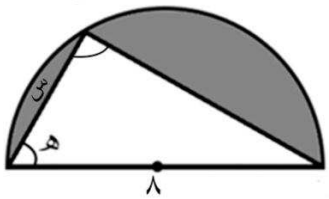
ظا ٣٠° = $\frac{ص}{أد}$ ⇐ $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ = $\frac{ص}{أد}$

أد = ص$\sqrt{٣}$

ظا ٦٠° = $\frac{ص}{جـهـ}$ ⇐ $\sqrt{٣}$ = $\frac{ص}{جـهـ}$

جـ هـ = $\frac{ص}{\sqrt{٣}}$

١٩



م = مساحة نصف الدائرة − مساحة المثلث

م = $\frac{١}{٢}$ × π (٤)^{٢} - $\frac{١}{٢}$ × ٨ × س جا هـ

م = ٨ π − ٤ × ٨ جتا هـ جا هـ

م = ٨ π − ١٦ جا^{٢}هـ

م$'$ = - ٣٢ جتا٢هـ

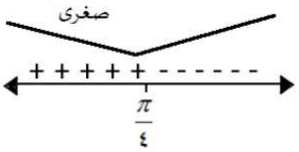
جتا٢هـ = ٠

٢هـ = $\frac{\pi}{٢}$ ⇐ هـ = $\frac{\pi}{٤}$

التوحيد :

جتا هـ = $\frac{س}{٨}$

س = ٨ جتا هـ



SALEEM ALSATEB
AWA2EL LEARN 2 BE
لتحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٢٠ نفرض ان:

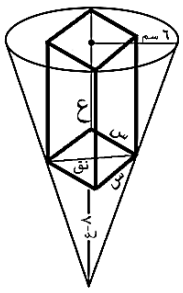
طول ضلع قاعدة الموشور = س

و ارتفاعه = ع

حجم الموشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

ح = س^{٢} × ع

ح = س^{٢} (٨ - $\frac{٤}{٣}$ نق)



ح = س^{٢} (٨ - $\frac{٤}{٣}$ ($\frac{١}{٢\sqrt{}}$ س)

ح = ٨س^{٢} - $\frac{٤}{٣\ ٢\sqrt{}}$ س^{٣}

ح$'$ = ١٦س - $\frac{٤}{٢\sqrt{}}$ س^{٢} = صفر

٤س (٤ - $\frac{١}{٢\sqrt{}}$ س) = .

⇐ س = . ، ٤ - $\frac{١}{٢\sqrt{}}$ س = .

⇐ ٤ = $\frac{١}{٢\sqrt{}}$ س

⇐ س = ٤ $\sqrt{٢}$

اكبر حجم للموشور

عندما س = ٤ $\sqrt{٢}$

⇐ نق = $\frac{١}{٢\sqrt{}}$ × ٤ $\sqrt{٢}$ = ٤سم

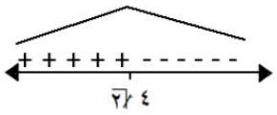
ع = ٨ - $\frac{٤}{٣}$ × ٤ = ٨ - $\frac{١٦}{٣}$

= $\frac{٢٤-١٦}{٣}$ = $\frac{٨}{٣}$ سم

∴ حجم الموشور = ٤ $\sqrt{٢}$ × ٤ $\sqrt{٢}$ × $\frac{٨}{٣}$

= $\frac{٨\times٢\times١٦}{٣}$

= $\frac{٢٥٦}{٣}$ = ٨٥.٣ سم^{٣}



نفرض ان طول القطر في قاعدة الموشور = ٢ نق

((٢نق)^{٢} = س^{٢} + س^{٢}

٤نق^{٢} = ٢س^{٢} ⇐ نق = $\frac{١}{٢\sqrt{}}$ س

نستخدم تشابه المثلثات لنجد :

$\frac{\text{نق}}{٨-\text{ع}}$ = $\frac{٦}{٨}$

٦(٨ – ع) = ٦نق

٨ ع – ٦ع = ٨نق

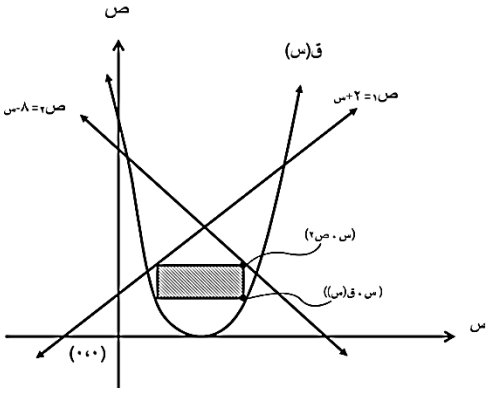
٦ - $\frac{٣}{٤}$ ع = نق

٦ نق = $\frac{٣}{٤}$ ع

$\frac{٤}{٣}$ (٦ – نق) = ع

٨ - $\frac{٤}{٣}$ نق = ع

٢١



محور التماثل لـ ق(س) عند س = $\frac{٦}{٢}$ = ٣ و يتقاطع المستقيمان

ص١ ، ص٢ عندما ص١ = ص٢ ⇐ س = ٣

م = ٢ (س – ٣) (ص٢ – ق(س))

م = ٢ (س – ٣) (٨ –س – (س^{٢} – ٦س + ٩)

م = (٢س – ٦) (- ١ + ٥س – س^{٢})

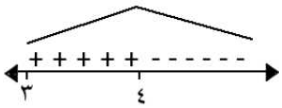
م$'$ = (٢س – ٦) (٥ – ٢س) + (- ١ + ٥س – س^{٢}) (٢) = صفر

١٠س – ٤س^{٢} -٣٠ + ١٢س – ٢ + ١٠ س – ٢س^{٢} = .

- ٦س^{٢} + ٣٢س – ٣٢ = .

- ٣ س^{٢} + ١٦س – ١٦ = .

(-٣ س + ٤) (س – ٤) = .



س = $\frac{٤}{٣}$ ✗ ، س = ٤

∴ تكون مساحة المستطيل أكبر ما يمكن عندما س = ٤

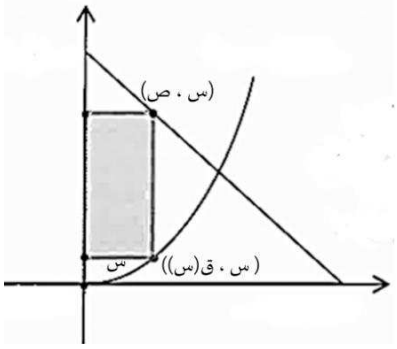
∴ ابعاد المستطيل هي :

٢(س – ٣) = ٢ (٤ – ٣) = (٢ × ١ = ٢ وحدة

و البعد الاخر: (ص٢ – ق(س))

= (٨ – ٤) – (١٦ – ٢٤ + ٩)) = (٤ – ١)= ٣ وحدات

٢٢



معادلة المستقيم أ جـ ⇐ ص – ص١= م (س – س١)

م = $\frac{٠-٥}{٥-٠}$ = - ١

ص – . = -١ (س – ٥) ⇐ ص = ٥ – س

الطول =س

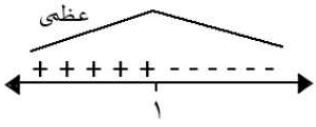
العرض = ص – ق(س) = ٥ – س – س^{٢}

المساحة = الطول × العرض = ٥س – س^{٢} – س^{٣}

م$'$ = ٥ – ٢س – ٣س^{٢} = .

= ٣س^{٢} + ٢س – ٥ = .

(٣س + ٥) (س – ١) = .



س = $\frac{-٥}{٣}$ تهمل ، س = ١

المطلوب : م = ١ (٥ – ١ – ١) = ٣

SALEEM ALKATEEB
AMAZEL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

السؤال الاول:

[١] ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة:

١) اذا كان ق اقتران قابلا للاشتقاق وكان

$\int_{1}^{3}((جا^{2}س+\frac{1}{2}(1+جتا2س))ن(س)+2.ق(س))دس$

$=س^{2}+5$ فإن ق(٣) =

أ) ٣ ب) ٦ ج) ١٤ د) ٢

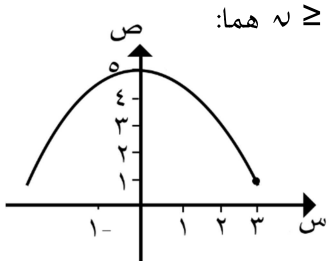
٢) اذا كان ل(س)، م(س) هما اقترانين بدائيين للاقتران ق(س) وكان $\int_{-1}^{2}(ل(س)-م(س))دس=12$ فإن قيمة

$\int_{-1}^{4}(م(س)-ل(س))دس=$

أ) ١٢ ب) -١٢ ج) ٢٠ د) -٢٠

٣) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق على الفترة [-١ ، ٣] فإن قيمة م ، ن حيث

$م\geq\int_{-1}^{3}(ن(س)+2)دس\geq ن$ هما:



أ) ٤، ٨

ب) ١٢، ١٦

ج) ١٢، ٢٨

د) ٤، ٢٠

٤) $\int_{1}^{3}[4-\frac{1}{2}س]دس=$

أ) ١٠ ب) ٦ ج) ٧ د) ٥

٥) اذ كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق وكان

$\int_{1}^{2}ن(س)دس=ظتا^{2}س-قتا^{2}س+س^{3}$ فإن

$\int_{1}^{2}ن'(س)دس=$

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٧ د) ٩

٦) $\int(جتاس+قاس)^{2}-جتا^{2}س)دس=$

أ) ٢س + ظاس + جـ

ب) ٢س + ظتاس + جـ

جـ) ظتاس - ٢س = جـ

د) ظاس - ٢س + جـ

٧) اذا كان $\int_{1}^{3}2ن(س)دس=8$ ،

$\int_{3}^{-2}(ن(س)+\int_{\pi}^{\pi}جتا^{3}س دس)دس=-6$ فإن

$\int_{-2}^{1}(ن(س)+2س)دس=$

أ) ٢ ب) -٢ ج) -١ د) ١

٨) اذا كان ق اقتران قابلا للتكامل على الفترة [٠ ، ٢] وكان ق(٠) =٢ ، ق(٢)= ٥ فإن قيمة $\int_{0}^{2}\frac{ن'(س)}{\sqrt{1-ن(س)}}دس=$

أ) ٣ ب) ١ ج) -١ د) ٢

٩) اذا كان $ن'(س)=4س^{3}-3س^{2}+1$ فإن

ق(٣) - ق(١) =

أ) صفر ب) ٥٥ ج) ٥٦ د) ٥٧

١٠) اذا كان $ن(س)=هـ^{جا^{2}\frac{\pi}{4}}+لـو_{هـ}جتاس$ فإن

$ن'(\frac{\pi}{4})=$

أ) هـ+١ ب) ١ ج) هـ-١ د) -١

١١) اذا كان $\int ن(س)دس=جتاس-جاس+6$ فإن

$ن(\frac{\pi}{2})-ن'(\frac{\pi}{2})=$

أ) ٢ ب) صفر ج) -٢ د) -١

١٢) اذا كان $\int_{أ}^{ب}س(\frac{1}{س}-3س)دس=$ صفر فإن قيمة جـ هي

أ) صفر ب) ١،صفر ج) -١،١ د) -١،١، صفر

١٣) اذا كان $\int_{2}^{4}ن(س)دس=5$ ، $\int_{4}^{2}2هـ(س)دس=6$ فإن

$\int_{2}^{4}(2ن(س)+3هـ(س)+4)دس=$

أ) ٩ ب) ٢٣ ج) ٥ د) ٢٧

SALEEM ALKHATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٤) قيمة $\int_{١}^{هـ} ٢س\,(هـ^{لـو_{هـ} س^{\frac{١}{٢}}})\,دس$ = ؟

حيث أن هـ: العدد النيبيري

أ) $\frac{١}{٢}(هـ^{٣}-١)$ ب) $\frac{١}{٢}(هـ^{٤}-١)$

ج) $٢(هـ-١)$ د) $٢(هـ+١)$

١٥) اذا كان $\int_{أ}^{٥} [\frac{س}{٢}+١]\,دس = ٨$ حيث أ < ٥ فإن قيمة الثابت أ هي:

أ) ٢ ب) صفر ج) ٣ د) ١

١٦) اذا كان $\int_{١}^{٣} [س+ن]\,دس = ١٣$ فإن قيمة الثابت ن هي:

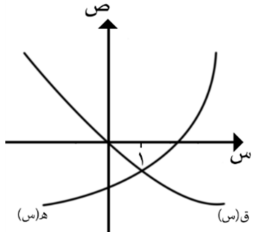
أ) ٢ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

١٧) اذا كان ق اقتران متصل على ح وكان $\int_{أ}^{ب} ن(س)\,دس = \int_{-١}^{٢} ن(س)\,دس + \int_{٢}^{٥} ن(س)\,دس$ فإن قيمة

أ ، ب على الترتيب:

أ) -١، ٥ ب) ٥، -١ ج) ٢، ٥ د) -١، ٢

١٨) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى ق، هـ ، واذا كان ق/(س) = ٢س - ٤، هـ (س) = س^{٣} - ٤، فإن ق(٤) =



أ) ١

ب) ١٢

ج) صفر

د) ٤

١٩) اذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٢ & ، -١ \le س \le ١ \\ ٢س+١ & ، ١ < س \le ٢ \end{cases}$ فإن

قيمة $\int_{٢}^{-١} ن(س)\,دس$ هي :

أ) -٤ ب) ٤ ج) -٨ د) ٨

٢٠) اذا كان $ن(س) = لـو_{هـ}(٢س+١)^{أ} + هـ^{س-١}$ ، وكان ق/(١) = أ - ٢ فإن قيمة أ هي :

أ) ٩ ب) ٧ ج) ١ د) ٣

٢١) قيمة $\int_{١}^{٢} \sqrt{٤س^{٢}-٢٠س+٢٥}\,دس$ =

أ) ٤ ب) -٤ ج) ٢ د) -٢

٢٢) $\int_{١}^{هـ} \frac{ظا^{٢}س - قا^{٢}س}{س}\,دس$ =

أ) ٢ ب) ١ ج) -١ د) -٢

٢٣) قيمة $\int_{٠}^{٣ن} [\frac{س}{ن}]\,دس$

أ) ٣ن ب) ٢ن ج) ن د) صفر

٢٤) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} ٢جاس لـو_{هـ} هـ^{جتاس}\,دس$ =

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٢هـ - ٢

٢٥) $\int \frac{ظتا^{٢}س+١}{ظتاس}\,دس$ =

أ) $لـو_{هـ}|اظاس|+جـ$

ب) $-لـو_{هـ}|اظاس|+جـ$

ج) $لـو_{هـ}|اجاس-جتاس|+جـ$

د) $لـو_{هـ}|اقاس|+جـ$

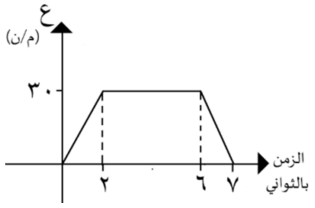
٢٦) اذا كان $\int_{١}^{٣} (٢-ن(س))\,دس \ge ٥$ فإن أصغر قيمة ممكنة للمقدار $\int_{١}^{٥} ن(س)\,دس$ هي:

أ) ١ ب) -١ ج) ٥ د) -٥

٢٧) اذا كان $ن(س) = س لـو_{هـ} س$ فإن قيمة $\int_{١}^{هـ} ن''(س)\,دس$ =

أ) ٢ ب) $\frac{١-هـ}{هـ}$ ج) ١ د) $\frac{١}{٢}(هـ^{٢}-هـ-١)$

٢٨) يمثل الشكل المرسوم العلاقة بين السرعة والزمن لجسم يتحرك على خط مستقيم ، جد المسافة المقطوعة في الفترة الزمنية [٠ ، ٧]؟



أ) ١٦٥ م

ب) ٢١٠ م

ج) ١٣٥ م

د) ١٠٥ م

SALEM ALKHATEEB
AWA2EL LEARN & EE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٢٩) يتحرك جسم بسرعة ع(ن) = $\begin{cases} ٢ن + ١٠ ، ٠ \le ن \le ٢ \\ ٣ن^{٢} ، ٢ < ن \le ٥ \end{cases}$

فإن المسافة المقطوعة بعد مرور (٣) ثواني من بدية الحركة:

أ) ٢٧ ب) ٤٣ ج) ٣٩ د) ١٦

٣٠) اذا كان $\int_{١}^{٣} \left(\int_{١}^{ن} ن(س) ى س \right) ى س = ١٢$ ، فإن

$\int_{٥}^{١} ٣ن(س) ى س =$

أ) ٤ ب) -٤ ج) ١٨ د) -١٨

٣١) بالإعتماد على الشكل المجاور اذا كان م١ = ٥ ، م٢ = ٣ ،

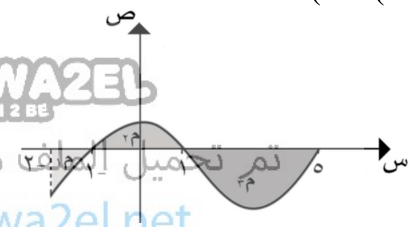
م٣ = ٢ فإن $\int_{-٢}^{٥} (٢ن(س) + ٥) ى س =$

أ) -٤

ب) -٨

ج) ٨

د) ٢٧



٣٢) $\int \frac{جا٢س}{جتاس} ى س =$

أ) لـو$_{هـ}$ |جتاس| + جـ ب) ٢لـو$_{هـ}$ |جتاس| + جـ

ج) -٢جتاس + جـ د) -٢جاس + جـ

٣٣) اذا علمت ان م(٢) = ٥ ، م$'$(٢) = ٣ ، م(١) = ٧

، م$'$(١) = ٢. فإن $\int_{١}^{٢} س ن'(س) =$

أ) ٢ ب) ٦ ج) ٤ د) ١٨

٣٤) $\int \frac{جتا(ظاس)}{جتا^{٢}س} ى س =$

أ) جاس + جـ ب) جا(ظاس) + جـ

ج) جتا(ظاس) + جـ د) جا(قا^{٢}س) + جـ

٣٥) اذا كان

$\int \left(\sqrt{ن(س) - لـو_{هـ} س} \right) ى س = هـ^{جا \pi س} - \int_{١}^{٢} \frac{١}{س} ى س$

فإن ق(١) تساوي:

أ) $-\pi$ ب) $\pi^{٢}$ ج) π د) $\pi - ١$

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل المادة من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣٦) اذا كان

$\int_{٢}^{٤} ن(س) ى س + \int_{-١}^{٠} ن(١ - س) ى س = \int_{٣}^{أ} ن(س - ٢) ى س$

فإن أ تساوي:

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

٣٧) $\int_{-٢}^{٤} ن'.هـ ى س = ١٥$ جد $\int_{-٢}^{٤} هـ.ى ن$ علما بأن

ن(٤) = هـ(٤) = ٤ ، ن(-٢) = ٢ ، هـ(-٢) = ١:

أ) ١٥ ب) ١ ج) -١ د) ٤

٣٨) $\int_{١}^{٣} (٣ص^{٢} + \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} جاس ى س) ى ص = ٢س + ١ ى س$

جد قيمة أ.

٣٩) اذا كان $\int_{-١}^{١} س^{ن+١} ى س = ٠$ ، جد قيمة ن التي تجعل

المعادلة صحيحة دائما : $\forall ن \in ص^{+}$.

٤٠) اذا كان م(س) ، ل(س) اقترانين بدائيين لـ ق(س) ، حيث

$\int_{٠}^{٢} \frac{٤س}{ل(س) - م(س)} ى س = ٨$ ، جد

$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} م(س) جا^{٢}س - ل(س) جا^{٢}س) ى س$.

٤١) اذا كان $|ن(س) - ٢| \ge ١$ ، أوجد أصغر قيمة وأكبر

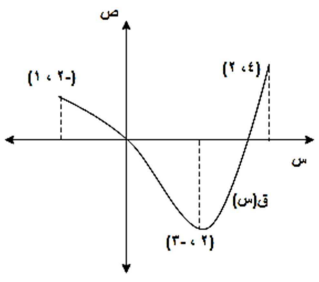
قيمة للمقدار $\int_{٠}^{٥} \frac{١}{ن(س) - ١} ى س$.

٤٢) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق(س) المعرف على

الفترة [-٢ ، ٤]، اذا علمت أن

$\int_{-٢}^{٤} \sqrt{(ن(س))^{٢} + ١٦} ى س \ge$ أ ب فجد قيمة كل من

الثابتين أ ، ب .



السؤال الثاني: جد كلا من التكاملات التالية:

١ $\int \frac{جتا^{٢}٢س(١+ظاس)}{١-ظاس}$ ءس

٢ $\int \frac{١}{٩جا^{٢}س-جتا^{٢}س}$ ءس

٣ $\int جا٢س.لـو_{هـ} \sqrt{جتاس}$ ءس

٤ $\int_{٠}^{١} \frac{س^{٣}-٨}{\sqrt{س^{٢}-٤س+٤}}$ ءس

٥ $\int \frac{جا٣س-جاس}{جتا٣س-جتاس}$ ءس

٦ $\int \sqrt{هـ^{س}+١}$ ءس

٧ $\int \frac{\sqrt[٣]{س}}{\sqrt[٣]{س}-١}$ ءس

٨ $\int \frac{هـ^{٤س}}{(٤-٣هـ^{٢س})}$ ءس

٩ $\int \frac{١}{س\sqrt{٦س-س^{٢}}}$ ءس

١٠ $\int \frac{لـو_{هـ}س}{\sqrt{س}}$ ءس

١١ $\int \frac{(جاس-جتاس)^{٥}}{جتا^{٧}س}$ ءس

١٢ $\int \frac{٣س^{٢}}{س^{٦}-٢س^{٣}-٣}$ ءس

١٣ $\int \frac{جا^{٥}س}{جتا^{٧}س}$ ءس

١٤ $\int_{١}^{\frac{\pi}{٢}} \sqrt{جاس-جا^{٣}س}$ ءس

١٥ $س^{٢} \sqrt[٣]{\frac{٢}{س}+\frac{٤}{س^{٣}}}$ ءس

١٦ $\int \frac{ظاس}{(لـو_{هـ}جتاس)^{٢}-٤}$ ءس

١٧ $\int \frac{(س+٢)^{٦}}{س^{٨}}$ ءس

١٨ $\int \frac{جتا^{٣}س}{جتا٢س+٥جاس+٢}$ ءس

١٩ اذا كان ق اقتران قابلا للتكامل وكان

$\int_{٣}^{٤} ن(س)$ءس = ٨ ، ق(٤) = ٤ ، ق(٣) = -١، فجد

$\int_{٠}^{١} س^{٣} ن'(س^{٢}+٣)$ءس.

السؤال الثالث :

١ ق(س) كثير حدود يمر بالنقطة (٠، ٢) وكان

$ن''(س) = ٦$ ، $\int_{١}^{٢} ن'(س)$ءس $= ٢$ جد قاعدة الاقتران.

٢ حل المعادلة التفاضلية التالية :

$\frac{ص}{س^{٢}}$ءص $= هـ^{-٢ص}$ $\frac{ءص}{ءس}$ $(س^{٢}-س-٢)$.

٣ اذا كانت $(ن'(س))^{٢} = \frac{١}{ن''(س)}$ اوجد قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن $ن'(١) = ٠$ ، $ن(١) = ١$.

٤ اذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س، ص) تساوي $(س ص + ٢س - ص - ٢)$ جد قاعدة العلاقة ص علما بأن منحناها يمر بالنقطة (٢ ، ٢).

٥ يسير جسم على خط مستقيم حسب العلاقة

$ت = أ ع^{\frac{١}{٣}}$: $ع > ٠$ ، حيث ت :التسارع للجسم، ع : سرعة الجسم، اذا تحرك الجسم من السكون فجد قيمة أ التي تجعل سرعته ٨ م/ث بعد مرور (٣) ثواني من بدء الحركة.

٦ يتحرك جسيم بحيث ان تسارعه(ت) بعد (ن) من الثواني يرتبط بسرعته(ع) حسب العلاقة $٢ت.ع = ١$، جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد (٢٧) ثانية من بدء الحركة علما بأن سرعة الجسم الابتدائية (٣ م/ث)، والمسافة كذلك (١٨ م).

السؤال الرابع :

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١ اذا كان ص = هـ $^{جا^{٢}س}$ + الـو $_{هـ}$ جاس + $\int_{٠}^{\pi} \frac{ءس}{١+س^{٢}}$ ،

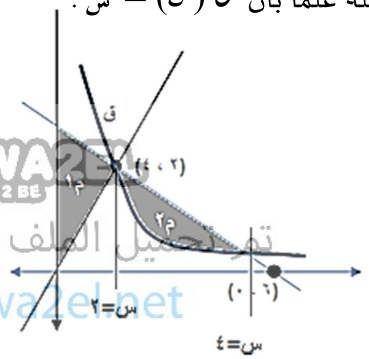
وكان $\left|\frac{ءص}{ءس}\right|_{س=\frac{\pi}{٤}}$ = هـ $^{\frac{١}{٢}}$ − ٢ ، جد قيمة الثابت أ .

٢ اذا كان ص = س هـ $^{س^{٢}}$ ، أثبت أن

ص″ − ٤ص′ + ٤ص = ٠ .

السؤال الخامس :

١ احسب المساحة المظللة علماً بأن ن(س) = $\frac{٨}{س}$.



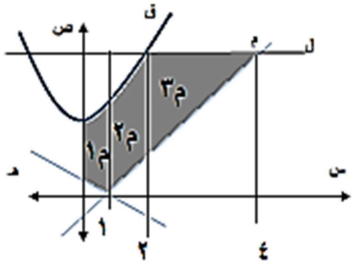
٢ جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور حيث:

ن(س) = س ^{٢} + ٢

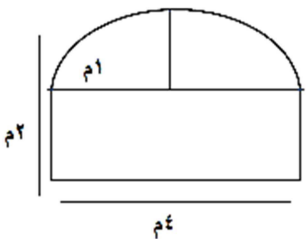
هـ(س) = ١ − س

ك(س) = ٢س − ٢

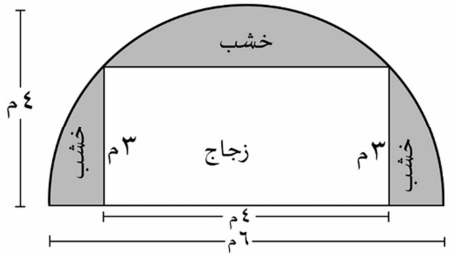
ل(س) = ٦



٣ الشكل المجاور يمثل نافذة مستطيلة الشكل يعلوها قطع مكافئ، جد مساحة النافذة.



٤ الشكل المجاور يمثل بوابة منزل على شكل قطع مكافئ و كانت تكلفة المتر المربع من الزجاج ٥٠ دينار و تكلفة المتر المربع من الخشب ٨٠ دينار، إحسب تكلفة البوابة .

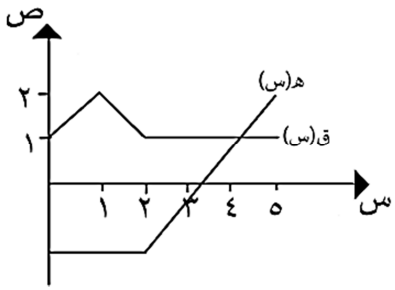


٥ احسب مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقترانين ص$_{١}$ = ٢ + |س − ١| ، ص$_{٢}$ = $\frac{-١}{٥}$ س + ٧ .

٦ احسب المساحة المحصورة بين ن(س)=الـو $_{هـ}$ س ، هـ(س)=هـ ^{س} ، والمستقيم س = هـ ومحوري الاحداثيات.

٧ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ن(س) = $\sqrt{٢-س}$ (حيث س ≤ ٢) والمستقيم ص = −س ، ومحور السينات.

٨ بالاعتماد على الرسم المجاور الذي يمثل منحنى ق، هـ على الفترة [٠ ، ٤]، أجب عن الأسئلة التالية:



أ) $\int_{١}^{٠}$ ن(س).ءس

ب) $\int_{٠}^{٠}$ هـ(س).ءس

ج) $\int_{٠}^{٠}$ |ن(س)|.ءس

د) $\left|\int_{٠}^{٠} هـ(س).ءس\right|$

هـ) $\int_{٠}^{٠}$ ن(س) − هـ(س).ءس

و) $\int_{٢}^{٠}$ |ن(س) − هـ(س)|.ءس

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

SALEEM ALSATEEB

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

SALEEM ALSATEEB

AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

اجابة السؤال الاول :

[١]

١) $\int_{١}^{٣} (\text{جا}^{٢}س + \frac{١}{٢}(١+\text{جتا}٢س))ن(س) + \int_{١}^{٣} ٢ ؤس = ٢س$

$(\text{جا}^{٢}س + \text{جتا}^{٢}س)ن(س) + ٤ = ٢س$

$ن(س) = ٢س - ٤$

$ن(٣) = ٦ - ٤ = ٢$ الجواب فرع د

---

٢) ملاحظة(الفرق بين اي اقترانين بدائيات هو مقدار ثابت ولكن حاصل جمعهم ليس ثابت)

* اذا كان م(س) ، ل(س) اقترانين بدائيان ل ق(س)

$\therefore م'(س) = ن(س)$

$ل'(س) = ن(س)$

$م'(س) - ل'(س) = ٠ \leftarrow م(س) - ل(س) =$ ثابت

نفرض ان $م(س) - ل(س) = ا$

$\int_{-١}^{٢} اؤس = ١٢ \leftarrow ا(٢+١) = ١٢ \leftarrow ا = ٤$

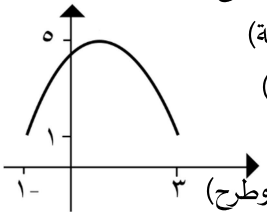
$ل(س) - م(س) = ٤$

$\int_{-١}^{٤} م(س) - ل(س) ؤس$ عكس الاشارة

$\int_{-١}^{٤} -٤ ؤس = -٢٠$ الجواب فرع د

---

٣) **سؤال عللى خاصية المقارنة النوع التالت (اقتران محصور يريد اكبر قيمة واقل قيمة)



نبحث في الصور (محور الصادات)

نأخذ أعلى قيمة وأقل قيمة

(قوس، قوه، ضربي قسمة، جمع وطرح)

$١ \geq ن(س) \geq ٥$

$\int_{-١}^{٣} ٣ \geq \int_{-١}^{٣} ن(س) + ٣ \geq \int_{-١}^{٣} ٧ ؤس$

$١٢ \geq \int_{-١}^{٣} ٢٨ \geq ١٢$

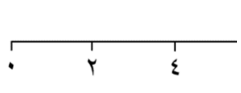
م ن

الجواب فرع ج

---

٤) $\int_{١}^{٣} [٤ - \frac{١}{٢}س] ؤس$

**نبدأ خط الاعداد من الصفر لان العدد المضاف هو عدد صحيح اذا كان العدد المضاف لاكبر عدد صحيح هو صحيح نبدأ خط الاعداد من الصفر ونعد (لام) اما اذا لم ينتمي للاعداد الصحيحة (كسر) نبدأ من صفر ماداخل عدد صحيح.



$ن(س) = \begin{cases} ٣ & ، ٠ < س \leq ٢ \\ ٢ & ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$

$\int_{١}^{٣} [٤ - \frac{١}{٢}س] ؤس = \int_{١}^{٢} ٣ ؤس + \int_{٢}^{٣} ٢ ؤس$

$= ٣ + ٢ = ٥$ الجواب فرع د

---

٥) $\int ن(س) ؤس = \text{قتا}^{٢}س - \text{ظتا}^{٢}س + س^{٣}$

المطلوب هو ق(س) لأن $\int_{١}^{٢} ن'(س) ؤس = ن(س)]_{١}^{٢}$

$(\int ن(س) ؤس = س^{٣} + ١ \leftarrow ن(س) = ٣س^{٢})$

$\int_{١}^{٢} ن'(س) ؤس = ٣س^{٢}]_{١}^{٢}$

$= ١٢ - ٣ = ٩$ الجواب فرع د

---

٦) $\int (\text{جتاس} + \text{قاس})^{٢} - \text{جتا}^{٢}س) ؤس$

$= \int \text{جتا}^{٢}س + ٢\text{جتاس قاس} + \text{قا}^{٢}س - \text{جتا}^{٢}س . ؤس$

$= \int ٢ + \text{قا}^{٢}س . ؤس = ٢س + \text{ظاس} + ج$ الجواب فرع أ

---

٧) خاصية الاضافة ، نرتب المعطيات:

$\int_{١}^{٣} ن(س) ؤس = ٤$ ، $\int_{-٢}^{٣} ن(س) ؤس = +٦$

$\int_{\pi}^{\pi} \leftarrow =$ صفر ، حدود متشابهان

$\int_{-١}^{٣} = \int_{-٢}^{١} + \int_{١}^{٣}$

$+٦ = \int_{-٢}^{١} + ٤ \leftarrow +٢ = \int_{-٢}^{١}$

$\int_{-٢}^{١} ن(س) + ٢س ؤس = \int_{-٢}^{١} ن(س) ؤس + \int_{-٢}^{١} ٢س ؤس$

$٢ + س^{٢}]_{-٢}^{١} = ٢+ - ٣ = -١$ الجواب فرع ج

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٨) $\int_{\cdot}^{٢} \frac{ن'(س)}{(ن(س)-١)^{\frac{١}{٢}}} ؘس = \int_{\cdot}^{٢} ن'(س)(ن(س)-١)^{-\frac{١}{٢}} ؘس$

$ص = ن(س) - ١ \leftarrow \frac{ؘص}{ؘس} = ن'(س) \leftarrow ؘس = \frac{ؘص}{ن'(س)}$

$س = ٠ \leftarrow ص = ١$

$س = ٢ \leftarrow ص = ٤$

$= \int_{١}^{٤} ن'(س)(ص)^{-\frac{١}{٢}} \frac{ؘص}{ن'(س)} = \int_{١}^{٤} (ص)^{-\frac{١}{٢}} .ؘص = ٢ص^{\frac{١}{٢}} \Big]_{١}^{٤}$

$= (٢\sqrt{٤}) - (٢\sqrt{١}) = ٤ - ٢ = ٢$ الجواب فرع د

٩) $\int_{١}^{٣} ن'(س).ؘس = \int_{١}^{٣} ٤س^{٣} - ٣س^{٢} + ١ .ؘس$

$ن(س)\Big]_{١}^{٣} = س^{٤} - س^{٣} + س\Big]_{١}^{٣}$

$ن(٣) - ن(١) = (٨١ - ٢٧ + ٣) - (١ - ١ + ١)$

$= ٥٦$ الجواب فرع ج

١٠) $ن'(س) = ٠ + \frac{-جاس}{جتاس}$

$\leftarrow ن'(\frac{\pi}{٤}) = -ظا\frac{\pi}{٤} = -١$ الجواب فرع د

١١) $(ن(س)ؘس)' = (جتاس - جاس + ٦)'$

$ن(س) = -جاس - جتاس \leftarrow ن(\frac{\pi}{٢}) = -١ - ٠ = -١$

$ن'(س) = -جتاس + جاس \leftarrow ن'(\frac{\pi}{٢}) = ٠ + ١ = ١$

$\therefore ن(\frac{\pi}{٢}) - ن'(\frac{\pi}{٢}) = -١ - ١ = -٢$ الجواب فرع ج

١٢) $\int_{\cdot}^{\pi} س(\frac{١}{س^{٣}} - ٣س)ؘس = ٠$

$\int_{\cdot}^{\pi} \frac{١}{س^{٢}} - ٣س^{٢} .ؘس = ٠$

تابع الحل

$س^{-١} - س^{٣}\Big]_{\cdot}^{\pi} = ٠$

$\frac{١}{\pi} - \pi^{٣} = ٠$

$\pi^{٣} - \pi = ٠$

$\pi(\pi^{٢} - ١) = ٠ \leftarrow \pi = ٠ ، ١ ، -١$

١٣) نرتب المعطيات: $\int_{٤}^{٢} هـ(س)ؘس = ٣$

المطلوب: $\int_{٢}^{٤} ٢ن(س) + ٣هـ(س) + ٤)ؘس =$

$٢\int_{٢}^{٤} ن(س)ؘس + ٣\int_{٢}^{٤} هـ(س).ؘس + \int_{٢}^{٤} ٤.ؘس$

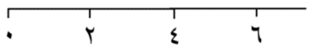
$٢ \quad ٥ \quad +٣ \quad ٣٠ + ٤(٤ - ٢) = ١٠ + ٩ + ٨ = ٢٧$

الجواب فرع د

١٤) $\int_{١}^{هـ} ٢س(هـ^{لـو_{هـ} س^{\frac{١}{س}}})ؘس = \int_{١}^{هـ} ٢س . \frac{١}{س}ؘس$

$= ٢(هـ - ١)$ الجواب فرع ج

١٥) $\int_{١}^{٥} [\frac{س}{٢} + ١]ؘس = ٨$



$ن(س) = \begin{cases} ١ ، ٠ \leq س < ٢ \\ ٢ ، ٢ \leq س < ٤ \\ ٣ ، ٤ \leq س < ٦ \end{cases}$ يحل السؤال بالتجريب

$\int_{١}^{٥} ن(س) = \int_{٤}^{٥} ٣.ؘس = ٣$ ٠ نحاول مرة اخرى

$\int_{٢}^{٥} ن(س) = \int_{٢}^{٤} ٢.ؘس + \int_{٤}^{٥} ٣.ؘس = ٧$ ٠ نحاول مرة اخرى

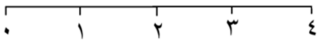
$\int_{٠}^{٥} ن(س) = \int_{٠}^{١} ١ + \int_{١}^{٢} ٢ + \int_{٤}^{٥} ٣ = ٩$

(أ) محصورة في الفترة الاولى و (٥) في االفترة الاخيرة:

$\int_{أ}^{٥} = \int_{أ}^{٢} ١ + \int_{٢}^{٤} ٢ + \int_{٤}^{٥} ٣ = ٢ - أ + ٤ + ٣ = ٨$

$-أ = -٣ \leftarrow أ = ١$ الجواب فرع د

١٦) $\int_{١}^{٣} [س + ن]ؘس = ١٣$



ل = ١

$ن(س) = \begin{cases} ١+ن ، ١ \leq س < ٢ \\ ٢+ن ، ٢ \leq س < ٣ \end{cases}$

$= \int_{١}^{٢} ١ + ن .ؘس + \int_{٢}^{٣} ٢ + ن .ؘس = ١٣$

$١ + ن + ٢ + ن = ٣ + ٢ن = ١٣$

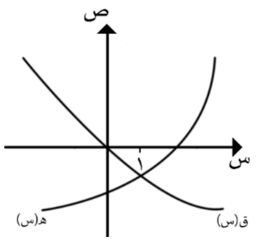
$٢ن = ١٠ \leftarrow ن = ٥$ الجواب فرع ج

١٧) $\int_{أ}^{ب} ن(س)ؘس = \int_{-١}^{٢} ن(س)ؘس + \int_{٢}^{٥} ن(س)ؘس$

$= \int_{-١}^{٥} ن(س)ؘس \leftarrow أ = -١ ، ب = ٥$ الجواب فرع أ

SALEEM ALSATEEB
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٨)



$\int_{\text{ن}}^{\text{ن}} \text{ن}'(\text{س})\,d\text{س} = \int_{\text{ن}}^{\text{ن}} ٢\text{س}\,d\text{س}$

$\text{ن}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - ٤\text{س} + \text{جـ}$

نجد جـ

$\text{ن}(١) = \text{هـ}(١)$

$١ - ٤ + \text{جـ} = ١ - ٤ \leftarrow \text{جـ} = ٠$

$\text{ن}(٤) = ١٦ - ١٦ = ٠$ الجواب فرع جـ

---

١٩) $\int_{-١}^{٢} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} = -\int_{-١}^{٢} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س}$

$= -\left(\int_{-١}^{١} ٢\,d\text{س} + \int_{١}^{٢} ٢\text{س} + ١\,d\text{س}\right)$

$= -((٤ + (٢ + ٤)) - (١ + ١)) = -٨$ الجواب فرع جـ

---

٢٠) $\text{ن}(\text{س}) = \text{ا}\,\text{لـو}_{\text{هـ}}(٢\text{س} + ١) + \text{هـ}^{\text{س}-١}$

$\text{ن}'(\text{س}) = \frac{\text{ا}\,٢٠}{٢\text{س}+١} + \text{هـ}^{\text{س}-١}$

$\text{ن}'(١) = \frac{\text{ا}\,١٢}{٣} + \text{هـ}^{٠} = \text{ا} - ٢$

$\frac{\text{ا}\,١٢}{٣} + ١ = \text{ا} - ٢ \leftarrow \frac{\text{ا}}{٣} = ٣ \leftarrow \text{ا} = ٩$ الجواب فرع أ

---

٢١) $\int_{١}^{٢} \sqrt{(٢\text{س} - ٥)^{٢}}\,d\text{س} = \int_{١}^{٢} |٢\text{س} - ٥|\,d\text{س}$

$٢\text{س} - ٥ = ٠ \leftarrow \text{س} = \frac{٥}{٢}$

$\int_{١}^{٢} ٥ - ٢\text{س}\,d\text{س} = [٥\text{س} - \text{س}^{٢}]_{١}^{٢}$

$= (١٠ - ٤) - (٥ - ١) = ٦ - ٤ = ٢$ الجواب فرع جـ

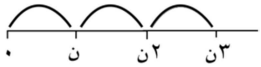
---

٢٢) $\int_{١}^{\text{هـ}} \frac{-١}{\text{س}}\,d\text{س} = -\text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{س}|\,]_{١}^{\text{هـ}}$

$= (-\text{لـو}_{\text{هـ}}\text{هـ}) - (-\text{لـو}_{\text{هـ}}١) = -١$ الجواب فرع جـ

---

٢٣) $\int_{٠}^{٣ن} [\frac{\text{س}}{ن}]\,d\text{س}$ ، ل = ن



$\text{ن}(\text{س}) = \begin{cases} ٠ & ، \ ٠ \leq \text{س} < ن \\ ١ & ، \ ن \leq \text{س} < ٢ن \\ ٢ & ، \ ٢ن \leq \text{س} < ٣ن \end{cases}$

$\therefore \int_{٠}^{٣ن} [\frac{\text{س}}{ن}]\,d\text{س} = \int_{٠}^{ن} ٠\,d\text{س} + \int_{ن}^{٢ن} ١\,d\text{س} + \int_{٢ن}^{٣ن} ٢\,d\text{س}$

$= ٠ + ن + ٢ن = ٣ن$ الجواب فرع أ

---

٢٤) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} ٢\,\text{جا}\text{س}\,\text{جتا}\text{س}\,d\text{س} = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \text{جا}٢\text{س}\,d\text{س} = \left[\frac{-\text{جتا}٢\text{س}}{٢}\right]_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$

$\frac{-\text{جتا}\pi}{٢} + \frac{\text{جتا}٠}{٢} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} = ١$ الجواب فرع ب

---

٢٥) $\int \frac{\text{ظتا}^{٢}\text{س}}{\text{ظتا}\text{س}} + \frac{١}{\text{ظتا}\text{س}}\,d\text{س} = \int \text{ظتا}\text{س} + \text{ظا}\text{س}\,d\text{س}$

$= \text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{جا}\text{س}| - \text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{جتا}\text{س}| + \text{جـ}$

$= \text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{ظا}\text{س}| + \text{جـ}$ الجواب فرع أ

---

٢٦) $\int_{١}^{٣} ٢\,d\text{س} \geq -١ = \int_{١}^{٣} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} \geq ٥$

$\int_{١}^{٣} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} \geq ٤ - ١ = \int_{١}^{٣} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} \geq ٥$

$\int_{١}^{٣} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} \geq ٥ \leftarrow ١ \geq ٥ = \int_{١}^{٣} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} \leq -١$

اصغر قيمة هي -١ ، الجواب فرع ب

---

٢٧) $\text{ن}'(\text{س}) = \frac{١}{\text{س}}$ ، $\text{ن}(\text{س}) = \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{س} + ١٠ = \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{س} + ١$

$\text{ن}'(\text{هـ}) = \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{هـ} + ١ = ١ + ١ = ٢$

$\text{ن}'(١) = \text{لـو}_{\text{هـ}}١ + ١ = ٠ + ١ = ١$

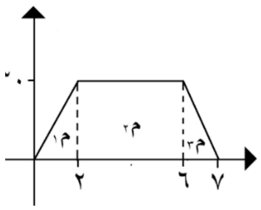
$\therefore \int_{١}^{\text{هـ}} \text{ن}''(\text{س})\,d\text{س} = \text{ن}'(\text{س})]_{١}^{\text{هـ}}$

$= \text{ن}'(\text{هـ}) - \text{ن}'(١) = ٢ - ١ = ١$ الجواب فرع جـ

---

٢٨) المسافة على فترة ← المساحة تحت منحنى السرعة

السرعة على فترة ← المساحة تحت منحنى التسارع



$\text{ع}_{١} = ٣٠$

$\text{ع}_{٢} = ١٢٠$

$\text{ع}_{٣} = ١٥$

المسافة على الفترة [٠ ، ٧]

$= \text{ع}_{١} + \text{ع}_{٢} + \text{ع}_{٣} = ١٦٥$ الجواب فرع أ

---

٢٩) $\int_{٢}^{٣} \text{ع}(\text{ن})\,d\text{ن} = \int_{٢}^{٣} ٢\text{ن}^{٢} + ١٠\text{ن} + ٣\text{ن}^{٢}\,d\text{ن}$

$= [\frac{١٠}{٣}\text{ن}^{٣} + \text{ن}^{٢}]_{٢}^{٣}$

$= (٢٧ + ٩) - (\frac{٨}{٣} + ٤) = ٣٦ - \frac{٢٠}{٣} = \frac{٨٨}{٣}$

الجواب فرع ب

SALEEM ALKHATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣٠) نفرض أن $\int_{١}^{٠} ن(س)\,ﺩس = ب$

$\int_{١}^{٣} ب.ﺩس = ١٢ \leftarrow \frac{٢}{٣}ب = \frac{١٢}{٢} \leftarrow ب = ٦$

$\int_{١}^{٠} ن(س)\,ﺩس = ٦$

$\leftarrow \int_{٥}^{١} ٣ن(س)\,ﺩس = -٣\int_{١}^{٠} ن(س)\,ﺩس = -١٨$

الجواب فرع د

٣١) $\int_{-٢}^{٠} (٢ن(س)+٥)\,ﺩس = ٢\int_{-٢}^{٠} ن(س)\,ﺩس + ٥.ﺩس$

$٢ \cdot (-١٢ + ٢٢ + ٣٢) + ٥(٢+٥)$

$٢(-٥+٣-٢) + ٣٥ = -٨ + ٣٥ = ٢٧$

الجواب فرع جـ

٣٢) $\int \frac{جا٢س}{جتاس}\,ﺩس = \int \frac{٢جاس جتاس}{جتاس}\,ﺩس$

$\int ٢جاس\,ﺩس = -٢جتاس + جـ$ الجواب فرع جـ

٣٣) الحل:

ن	ﺩهـ
+ س	$ن'(س)$
- ١	$ن(س)$
٠	$ﻫ(س)$

$= س ن(س) - ﻫ(س)]_{١}^{٢}$

$= (٢ن(٢) - ٢ﻫ(٢)) - (١ن(١) - ١ﻫ(١))$

$= (٢ \cdot ٣٠ - ٥) - (٢ \cdot ٢٠ - ٧) = ١ + ٣ = ٤$

الجواب فرع جـ

٣٤) الحل:

$= \int جتا(ظاس) \cdot قا^{٢} س\,ﺩس$

$ص = ظاس \leftarrow \frac{ﺩص}{ﺩس} = قا^{٢} س \leftarrow ﺩس = \frac{ﺩص}{قا^{٢} س}$

$= \int جتاص\,ﺩص = جاص + جـ = جا(ظاس) + جـ$

الجواب فرع ب

٣٥) الحل:

$(\int_{١}^{٢} \frac{١}{س}\,ﺩس)' = (هـ^{جا\pi س} - \int_{١}^{٠} ن(س)\,ﺩس)'$

$= هـ^{جا\pi س} \cdot جتا\pi س \cdot \pi٠ - ٠$

تعوض س = ١ $\leftarrow هـ^{جا\pi} \cdot جتا\pi \cdot \pi٠ = هـ^{ن(١)} \cdot ١ - ٠ \cdot \pi٠$

$\leftarrow ن(١) = ٠ \leftarrow ن(١) = -\pi\pi$ الجواب فرع ب

٣٦) الحل:

$\int_{١}^{٠} ن(١-س)\,ﺩس$

$ص = ١ - س \leftarrow \frac{ﺩص}{ﺩس} = -١ \leftarrow ﺩس = -ﺩص$

$س = ٠ \leftarrow ص = ١$

$س = ١ \leftarrow ص = ٠$

$\leftarrow \int_{٢}^{١} -ن(ص)\,ﺩص$

$\therefore \int_{٢}^{٤} ن(س)\,ﺩس + \int_{٢}^{١} -ن(ص)\,ﺩص =$

$\int_{١}^{٤} ن(ص)\,ﺩص + \int_{٢}^{٤} ن(س)\,ﺩس = \int_{١}^{٤} ن(س)\,ﺩس$

$\int_{١}^{٣} ن(س-٢)\,ﺩس =$

$ص = س - ٢ \leftarrow \frac{ﺩص}{ﺩس} = ١ \leftarrow ﺩس = ﺩص$

$س = ٣ \leftarrow ص = ١$

$س = ١ \leftarrow ص = ١-٢$

$\therefore \int_{١}^{١-٢} ن(ص)\,ﺩص = \int_{١}^{٤} ن(س)\,ﺩس$

$١-٢ = ٤ \leftarrow ١ = ٦$ الجواب فرع د

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٣٧) **الحل:**

قانون الاجزاء $\int_{-٢}^{٤} ن.هـ.س = ن \cdot هـ - \int_{-٢}^{٤} هـ.ن.س$

$= ١٥ = ن(٤) \cdot هـ(٤) - ن(-٢) \cdot هـ(-٢) - \int_{-٢}^{٤} هـ.ن.س$

$= ١٥ = ٤ \cdot ٤٠ - ٢ \cdot ١٠ - \int_{-٢}^{٤} هـ.ن.س$

$\leftarrow \int_{-٢}^{٤} هـ.ن.س = -١$ الجواب فرع ج

---

٣٨) **الحل:**

$\int_{٠}^{٣} ٣ص^{٢} + ١.س.ص = ص^{٣} + ص]_{٠}^{٣} = ٣٠$

$\int_{١}^{٣} ٢س + ١.س.س = س^{٢} + ١س]_{١}^{٣}$

$= ١٢ + ٨ = ٣٠ \leftarrow ١٢ = ٢٢ \leftarrow ١ = ١١$

---

٣٩) **الحل:**

$\int_{-١}^{١} س^{ن+١}.س.س = \frac{س^{ن+١}}{ن+١}]_{-١}^{١} = \frac{١}{ن+٢} - \frac{(-١)^{ن+٢}}{ن+٢}$

$١ = (-١)^{ن+٢}$

$ن + ٢ =$ عدد زوجي $\leftarrow ن =$ عدد زوجي

---

٤٠) **الحل:**

$ل(س) - ٢(س) = ١ \leftarrow \int_{٠}^{٢} \frac{٤س}{١}.س.س$

$= \frac{٢}{١} س^{٢}]_{٠}^{٢} = \frac{٨}{١} = ٨$

$١ = ١ \leftarrow ل(س) - ٢(س) = ١$

$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} ٢(س).جا^{٢}س - ل(س).جا^{٢}س).س.س = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} -١ \cdot جا^{٢}س.س.س$

$= \frac{-١}{٢} \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} (١ - جتا٢س).س.س = \frac{-١}{٢} (س - \frac{جا٢س}{٢})]_{٠}^{\frac{\pi}{٤}}$

$\frac{-١}{٢} (\frac{\pi}{٤} - \frac{١}{٢}) + \frac{١}{٢} (٠ - ٠) = \frac{-\pi}{٨} + \frac{١}{٤}$

---

٤١) **الحل:**

$-١ \geq ن(س) - ٢ \geq ١$

$١ \geq ن(س) - ٣ \geq ٢ \leftarrow ٣ \geq ٢ \geq ن(س) \geq ٦$

$١ \geq ٢ن(س) - ١ \geq ٥$

$\int_{٠}^{٥} ١.س.س \leq \int_{٠}^{٥} \frac{١}{٢ن(س)-١}.س.س < \int_{٠}^{٥} \frac{١}{٥}.س.س$

$٥ \leq \int_{٠}^{٥} \frac{١}{٢ن(س)-١}.س.س \leq ١$

اذا اكبر قيمة =٥ ، واقل قيمة = ١

---

٤٢) **الحل:**

$-٣ \geq ن(س) \geq ٢$ ، $س \in [-٢ ، ٤]$

$٠ \geq ن^{٢}(س) \geq ٩$

$١٦ \geq ن^{٢}(س) + ١٦ \geq ٢٥$

$٤ \geq \sqrt{ن^{٢}(س) + ١٦} \geq ٥$

$\int_{-٢}^{٤} ٤.س.س \geq \int_{-٢}^{٤} \sqrt{ن^{٢}(س) + ١٦}.س.س \geq \int_{-٢}^{٤} ٥.س.س$

$٣٢ \geq \int_{-٢}^{٤} \sqrt{ن^{٢}(س) + ١٦}.س.س \geq ٤٠$

$ا = ٣٢$ ، $ب = ٤٠$

اجابات السؤال الثاني :

[١] **الحل:**

$\int \frac{(جتا^{٢}س - جا^{٢}س)^{٢}(١ + \frac{جاس}{جتاس})}{(١ - \frac{جاس}{جتاس})}.س.س$

$\int \frac{(جتا^{٢}س - جا^{٢}س)^{٢}(\frac{جتاس + جاس}{جتاس})}{(\frac{جتاس - جاس}{جتاس})}.س.س$

$\int \frac{(جتاس - جاس)^{٢}(جتاس + جاس)^{٢}(جتاس + جاس)}{جتاس - جاس}.س.س$

$\int (جتاس - جاس)(جتاس + جاس)^{٣}.س.س$

$ص = جتاس + جاس \leftarrow \frac{س.ص}{س.س} = -جاس + جتاس$

$\leftarrow س.س = \frac{س.ص}{جتاس - جاس}$

$\int (جتاس - جاس)(ص)^{٣} \frac{س.ص}{جتاس - جاس}$

$\int ص^{٣}.س.ص = \frac{ص^{٤}}{٤} + جـ = \frac{(جتاس + جاس)^{٤}}{٤} + جـ$

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

٢ الحل:

$$= \int \frac{\frac{1}{\text{جتا}^2 س}}{\frac{9\text{جا}^2 س}{\text{جتا}^2 س} - \frac{\text{جتا}^2 س}{\text{جتا}^2 س}} \, ds = \int \frac{\text{قا}^2 س}{9\text{ظا}^2 س - 1} \, ds$$

ص = ظاس $\leftarrow \frac{ds}{ds} = \text{قا}^2 س \leftarrow ds = \frac{ds}{\text{قا}^2 س}$

$$= \int \frac{\text{قا}^2 س}{9ص^2 - 1} \frac{ds}{\text{قا}^2 س} = \int \frac{1}{9ص^2 - 1} \, ds$$

$$\leftarrow \frac{1}{(3ص-1)(3ص+1)} = \frac{أ}{3ص-1} + \frac{ب}{3ص+1}$$

$$\leftarrow 1 = أ(3ص+1) + ب(3ص-1)$$

$$ص = \frac{1+}{3} \leftarrow 1 = 2أ \leftarrow أ = \frac{1}{2}$$

$$ص = \frac{1-}{3} \leftarrow 1 = -2ب \leftarrow ب = \frac{1-}{2}$$

$$\therefore \int \frac{\frac{1}{2}}{3ص-1} + \frac{\frac{1-}{2}}{3ص+1} \, ds$$

$$= \frac{1}{2} \text{لو}_{هـ} |3ص - 1| - \frac{1}{2} \text{لو}_{هـ} |3ص + 1| + جـ$$

$$= \frac{1}{2} \text{لو}_{هـ} |3\text{ظاس} - 1| - \frac{1}{2} \text{لو}_{هـ} |3\text{ظاس} + 1| + جـ$$

٣ الحل:

$$= \int 2\text{جاس جتاس} \cdot \frac{1}{2} \text{لو}_{هـ} \text{جتاس} \, ds$$

ص = جتاس $\leftarrow \frac{ds}{ds} = -\text{جاس} \leftarrow ds = \frac{ds}{-\text{جاس}}$

$$= -\int ص \text{ لو}_{هـ} ص \, ds$$

ع = لو ص $\leftarrow$ دع = $\frac{1}{ص}$ دص

$$\int دهـ = -\int ص \, ds \leftarrow هـ = \frac{-ص^2}{2}$$

$$= \frac{-ص^2}{2} \text{لو}_{هـ} ص + \int \frac{ص^2}{2} \, ds$$

$$= \frac{-ص^2}{2} \text{لو}_{هـ} ص + \frac{ص^2}{4} + جـ$$

$$= \frac{\text{جتا}^2 س}{2} \text{لو}_{هـ} \text{جتاس} + \frac{\text{جتا}^2 س}{4} + جـ$$

٤ الحل:

$$= \int_{أ}^{ب} \frac{س^3 - 8}{\sqrt{(س-2)^2}} \, ds = \int_{أ}^{ب} \frac{س^3 - 8}{|س-2|} \, ds$$

$$= \int_{أ}^{ب} \frac{(س-2)(س^2+2س+4)}{|س-2|} \, ds$$

$$= \int_{أ}^{ب} - (س^2 + 2س + 4) \, ds$$

$$= -\left[(\frac{س^3}{3} + س^2 + 4س) \right]_{0}^{1}$$

$$= -(-\frac{1}{3} + 1 + 4) - (0) = \frac{-16}{3}$$

٥ الحل:

$$= \int \frac{2\text{جاس جتا}2س}{-2\text{جاس جا}2س} \, ds$$

$$= -\int \text{ظتا}2س \, ds = \frac{-1}{2} \text{لو}_{هـ} |\text{جا}2س| + جـ$$

٦ الحل:

ص = $\sqrt{1 + هـ^{س}}$ $\Leftarrow$ ص^2 - 1 = هـ^{س}

$$\frac{ds}{ds} = \frac{هـ^{س}}{2\sqrt{1+هـ^{س}}} \frac{ds}{ds} \Leftarrow = \frac{ص^2 - 1}{ص}$$

$$ds = \frac{ص}{ص^2 - 1} \cdot ds$$

$$\Leftarrow \int ص \times \frac{ص}{ص^2 - 1} \cdot ds$$

$$= \int \frac{ص^2}{ص^2 - 1} \cdot ds$$

$$= \int 1 + \frac{1}{ص^2 - 1} \cdot ds$$

$$= \int 1 + \frac{\frac{1}{2}}{ص+1} + \frac{\frac{1}{2}}{ص-1} \cdot ds$$

$$= ص + \frac{1}{2} \text{لو} |ص + 1| + \frac{1}{2} \text{لو} |ص - 1| + جـ$$

$$= \sqrt{1+هـ^{س}} - \frac{1}{2} \text{لو} |\sqrt{1+هـ^{س}} + 1| + \frac{1}{2} \text{لو} |\sqrt{1+هـ^{س}} - 1| + جـ$$

٧ الحل:

نفرض ص المضاعف المشترك الاصغر بينهما

ص = $\sqrt[6]{س}$

ص^6 = س $\leftarrow$ ٦ص^5 دص = دس

$$= \int \frac{ص^3}{ص^2 - 1} 6ص^5 \, ds \leftarrow \int \frac{6ص^8}{ص^2 - 1} \, ds$$

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
لمزيد من تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

درجة البسط اكبر (قسمة)

$\leftarrow ٦\int \frac{ص^٨}{ص^٢-١}$ د ص

$٦\int (ص^٦ + ص^٤ + ص^٢ + ١ + \frac{١}{ص^٢-١}$ د ص)

$\frac{١}{ص^٢-١} = \frac{أ}{ص-١} + \frac{ب}{ص+١}$

$١ = أ(ص+١) + ب(ص-١)$

$ص = -١ \leftarrow ١ = -٢ب$

$ب = \frac{-١}{٢}$

$ص = ١ \leftarrow ١ = ٢أ$

$أ = \frac{١}{٢}$

$ص^٦ + ص^٤ + ص^٢ + ١$ | $ص^٨ + ١$

$ص^٨$

$- ص^٨ - ص^٦$

$ص^٦$

$- ص^٦ - ص^٤$

$ص^٤$

$- ص^٤ - ص^٢$

$ص^٢$

$- ص^٢ - ١$

١

$٦\int (ص^٦ + ص^٤ + ص^٢ + ١ + \frac{\frac{١}{٢}}{ص-١} + \frac{\frac{-١}{٢}}{ص-١}$ د ص)

$٦\int \frac{ص^٧}{٧} + \frac{ص^٥}{٥} + \frac{ص^٣}{٣} + ص$

$+ \frac{١}{٢}$ لـو$_{هـ}$ |ص+١| $- \frac{١}{٢}$ لـو$_{هـ}$ |ص-١| + جـ)

نعيد ص الى اصلها

٨ الحل:

$ص = هـ^{٢س} \leftarrow \frac{د ص}{د س} = ٢هـ^{٢س} \leftarrow$ د س $= \frac{د ص}{٢ص}$

$= \int \frac{ص^٢}{٤-٣ص^٢} \frac{د ص}{٢ص} = \int \frac{ص}{٨-٦ص^٢}$ د ص

$= \int \frac{\frac{١}{٤٨}}{٨-٦ص^٢}$ د ص

$\frac{-١}{٦}$ ص $- \frac{١}{٢٨٨}$ لـو$_{هـ}$ |٨-٦ص| + جـ

$\frac{-١}{٦}$ هـ$^{٢س} - \frac{١}{٢٨٨}$ لـو$_{هـ}$ |٨-٦هـ^{٢س}| + جـ

٩ الحل:

$= \int \frac{١}{س^٢ \sqrt{\frac{٦}{س^٦}-١}}$ د س

$ص = \frac{٦}{س^٥} + \leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{-٦}{س^٢} \leftarrow$ د س $= \frac{س^٢}{-٦}$ د ص

$= \int \frac{١}{\sqrt{ص}} \cdot \frac{١}{-٦}$ د ص $= \frac{١}{٣}$ ص$^{\frac{١}{٢}}$ + جـ

$= \frac{-١}{٣} \sqrt{\frac{٦}{س^٦}-١}$ + جـ

١٠ الحل:

$\int$ لـو$_{هـ}$ س (س$^{\frac{-١}{٢}}$) د س

ن = لـو$_{هـ}$ س $\leftarrow$ د ن $= \frac{١}{س}$ د س

$\int$ د هـ $= \int$ س$^{\frac{-١}{٢}}$ د س $\leftarrow$ هـ $= ٢$ س$^{\frac{١}{٢}}$

$= ٢$ س$^{\frac{١}{٢}}$ لـو$_{هـ}$ س $- \int ٢$ س$^{\frac{١}{٢}} \cdot \frac{١}{س}$ د س

$= ٢$ س$^{\frac{١}{٢}}$ لـو$_{هـ}$ س $- \int ٢$ س$^{\frac{-١}{٢}}$ د س

$= ٢$ س$^{\frac{١}{٢}}$ لـو$_{هـ}$ س $- ٤$ س$^{\frac{١}{٢}}$ + جـ

١١ الحل:

$= \int \frac{(جاس - جتاس)^٥}{جتا^٥س} \cdot \frac{١}{جتا^٢س}$ د س

$= \int (\frac{جاس}{جتاس} - \frac{جتاس}{جتاس})^٥ \cdot \frac{١}{جتا^٢س}$ د س

$= \int$ (ظاس $-$ ١)^٥ . قا^٢ س د س

ص = ظاس $- ١ \leftarrow \frac{د ص}{د س} =$ قا^٢ س $\leftarrow$ د س $= \frac{د ص}{قا^٢س}$

$= \int ص^٥ \cdot قا^٢س \frac{د ص}{قا^٢س}$

$= \int ص^٥$ د ص $\leftarrow \frac{ص^٦}{٦} + جـ \leftarrow \frac{(ظاس-١)^٦}{٦} + جـ$

١٢ الحل:

$\int \frac{٣س^٢}{(س^٣-٣)(س^٣+١)}$ د س

نفرض ص $= س^٣ \leftarrow \frac{د ص}{د س} = ٣س^٢ \leftarrow$ د س $= \frac{د ص}{٣س^٢}$

$= \int \frac{٣س^٢}{(ص-٣)(ص+١)} \frac{د ص}{٣س^٢} = \int \frac{١}{(ص-٣)(ص+١)}$ د ص

(اكمل الحل كسور)

١٣ الحل:

$\int \frac{جا^٥س}{(جتا^٥س)} \frac{١}{جتا^٢س}$ د س $= \int ظا^٥س \cdot قا^٢س$ د س

ص = ظاس $\leftarrow \frac{د ص}{د س} =$ قا^٢ س $\leftarrow$ د س $= \frac{د ص}{قا^٢س}$

$= \int ص^٥ \cdot قا^٢س \frac{د ص}{قا^٢س} = \int ص^٥$ د ص

$\frac{ص^٦}{٦} + جـ = \frac{ظا^٦س}{٦} + جـ$

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٤ الحل:

$$\int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\text{جاس}(1-\text{جا}^2 س)}\,.د س = \int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\text{جاس}\,\text{جتا}^2 س}\,.د س$$

$$\int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\text{جاس}}\cdot\sqrt{\text{جتا}^2 س}\,.د س = \int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\text{جاس}}\,|\text{جتاس}|\,.د س$$

|جتاس| ← اعادة تعريف ولكن لانه في اربع الأول +

$$\int_{1}^{\frac{\pi}{2}} (\text{جاس})^{\frac{1}{2}}\,\text{جتاس}\,.د س$$

ص =جاس ← $\frac{د ص}{د س}$ =جتاس ← $د س = \frac{د ص}{\text{جتاس}}$

س = ٠ ← ص = ٠

$س = \frac{\pi}{2}$ ← ص = ١

$$\int_{0}^{1} ص^{\frac{1}{2}}\,\text{جتاس}.\frac{د ص}{\text{جتاس}}$$

$$\left[\frac{2}{3} ص^{\frac{3}{2}}\right]_{0}^{1} = (1)^{\frac{2}{3}} - (0) = \frac{2}{3}$$

١٥ الحل:

$$= \int س^2 \sqrt[3]{\frac{1}{س^3}(2 س^2 + 4)}\,.د س$$

تاخذ من الجذر عامل مشترك $\frac{1}{س^3}$ لأنها من مضاعفات قوة القوس.

$$= \int \frac{س^2}{س} \sqrt[3]{2 س^2 + 4}\,.د س$$

$$= \int س \sqrt[3]{2 س^2 + 4}\,.د س$$

ص = $2 س^2 + 4$ ← $\frac{د ص}{د س} = 4 س$ ← $د س = \frac{د ص}{4 س}$

$$= \int س(ص)^{\frac{1}{3}}.\frac{د ص}{4 س} = \frac{1}{4}\int ص^{\frac{1}{3}}\,.د ص$$

$$= \frac{ص^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}\cdot 4} + ج = \frac{3}{16} ص^{\frac{4}{3}} + ج$$

نعيد ص = $\frac{3}{16}(2 س^2 + 4)^{\frac{4}{3}} + ج$

١٦ الحل:

ص =لـو$_هـ$ جتاس ← $\frac{د ص}{د س} = \frac{-\text{جاس}}{\text{جتاس}} = -\text{ظاس}$

$$د س = \frac{د ص}{-\text{ظاس}}$$

$$= \int \frac{-1}{ص^2 - 4}\,.د ص$$

$$\frac{-1}{(ص-2)(ص+2)} = \frac{أ}{ص-2} + \frac{ب}{ص+2}$$

$-1 = أ(ص+2) + ب(ص-2)$

ص = ٢ ← $-1 = 4 أ$ ← $أ = \frac{-1}{4}$

ص = -2 ← $-1 = -4 ب$ ← $ب = \frac{1}{4}$

$$= \int \frac{\frac{-1}{4}}{ص-2} + \frac{\frac{1}{4}}{ص+2}\,.د ص$$

$$= \frac{-1}{4}\text{لـو}_{هـ}|ص-2| + \frac{1}{4}\text{لـو}_{هـ}|ص+2| + ج$$

$$= \frac{-1}{4}\text{لـو}_{هـ}|\text{لـو}_{هـ}|\text{جتاس}-2| + \frac{1}{4}\text{لـو}_{هـ}|\text{لـو}_{هـ}|\text{جتاس}+2| + ج$$

١٧ الحل:

$$= \int \left(\frac{س+2}{س}\right)^6 \cdot \frac{1}{س^2}\,.د س$$

ص = $\frac{س+2}{س} = 1 + \frac{2}{س}$ ← $\frac{د ص}{د س} = \frac{-2}{س^2}$

$$د س = \frac{س^2}{-2} د ص$$

$$= \int ص^6 \cdot \frac{-1}{2}\,.د ص = \frac{-1}{14} ص^7 + ج$$

$$= \frac{-1}{14}\left(\frac{س+2}{س}\right)^7 + ج$$

١٨ الحل:

$$\int \frac{\text{جتا}^3 س}{(1-2\text{جا}^2 س)+5\text{جاس}+2}\,.د س$$

جتا٢س =جتا^{2}س$-$جا^{2}س

$=1-\text{جا}^2 س-\text{جا}^2 س$

$= (1-2\text{جا}^2 س)$

$$\int \frac{-\text{جتا}^3 س}{2\text{جا}^2 س-5\text{جاس}-3}\,.د س$$

ص =جاس .....

$$= \int \frac{-\text{جتا}^2 س}{2ص^2-5ص-3}\,.د س = \int \frac{ص^2-1}{2ص^2-5ص-3}\,.د س$$

تابع الحل قسمة طويلة + كسور جزئية

SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

١٩ الحل:

$$\int_{\cdot}^{١} س^{٣} ن'(س^{٢}+٣)\,دس$$

$$ص = س^{٢}+٣ \leftarrow \frac{دص}{دس} = ٢س \leftarrow دس = \frac{دص}{٢س}$$

$$= \int_{٣}^{٤} \frac{س^{٢}}{٢} ن'(ص)دص = \frac{١}{٢}\int_{٣}^{٤} ص^{٣} ن'(ص)دص$$

$$ن = ص \quad -٣ \leftarrow دن = ١.دص$$

$$\int دهـ = \int ن'(ص).دص \leftarrow هـ = ن(ص)$$

$$\frac{١}{٢}((ص-٣)ن(ص)]_{٣}^{٤} - \int_{٣}^{٤} ن(ص)دص$$

$$\frac{١}{٢}(ن(٤)-٠-٨) = \frac{١}{٢}(٤-٨) = -٢$$

اجابات السؤال الثالث :

١ الحل:

$$ن(س) = أس^{٢}+بس+جـ$$

$$ن(٠) = ٠+٠+جـ = ٢ \leftarrow جـ = ٢$$

$$\therefore ن(س) = أس^{٢}+بس+٢$$

$$ن'(س) = ٢أس+ب$$

$$ن''(س) = ٢أ = ١٢ \leftarrow أ = ٣$$

$$\therefore ن(س) = ٣س^{٢}+بس+٢$$

$$\int_{١}^{٢} ن'(س)دس = \int_{١}^{٢} ٦س+ب\,دس$$

$$= ٣س^{٢}+بس]_{١}^{٢} = (١٢+٢ب)-(٣+ب)$$

$$= ٩+ب = ٢ \leftarrow ب = -٧$$

$$\therefore ن(س) = ٣س^{٢}-٧س+٢$$

٢ الحل:

$$\frac{دص}{هـ^{-٢ص}} = \frac{(س-١)(س^{٢}-س-٢)}{س^{٢}}دس$$

$$\int هـ^{-٢ص}\,دص = \int \frac{س^{٣}-٢س^{٢}-س-٢}{س^{٢}}دس$$

$$\frac{هـ^{٢ص}}{٢} = \int س-٢-\frac{١}{س}+٢س^{-٢}\,دس$$

$$\frac{هـ^{٢ص}}{٢} = \frac{س^{٢}}{٢}-٢س-لـو|س|-٢س^{-١}+جـ$$

٣ الحل:

$$\int (ن'(س))^{٢}.ن''(س)دس = \int ١.دس$$

$$ص = ن'(س) \leftarrow \frac{دص}{دس} = ن''(س) \leftarrow دس = \frac{دص}{ن''(س)}$$

$$\int ص^{٢}.دص = \frac{ص^{٣}}{٣} = س+جـ$$

$$\frac{(ن'(س))^{٣}}{٣} = س+جـ$$

نجد جـ $ن'(١) = ٠ \leftarrow ٠ = ١+جـ \leftarrow جـ = -١$

$$\frac{(ن'(س))^{٣}}{٣} = س-١$$

$$\int ن''(س)دس = \int (٣س-٣)^{٣}.دس$$

$$ن(س) = \frac{(٣س-٣)^{٤}}{٣.٤}+جـ$$

نجد جـ $ن(١) = ١ \leftarrow ١ = ٠+جـ \leftarrow جـ = ١$

$$\therefore ن(س) = \frac{(٣س-٣)^{٤}}{١٢}+١$$

٤ الحل:

$$\frac{دص}{دس} = (سص+٢س-ص-٢)$$

$\frac{دص}{دس}$ بدل كلمة ميل المماس

$$= سص-ص+٢س-٢ = ص(س-١)+٢(س-١)$$

$$\frac{دص}{دس} = (س-١)(ص+٢)$$

$$\int \frac{دص}{(ص+١)} = \int (س-١)دس$$

$$= لـو_{هـ}|ص+١| = \frac{س^{٢}}{٢}-س+جـ$$

نعوض (+٤ ، -٣) $= لـو_{هـ}١ = ٨-٤+جـ$

$٠ = ٤+جـ \leftarrow جـ = -٤$

$$لـو_{هـ}|ص+١| = \frac{س^{٢}}{٢}-س-٤$$

٥ الحل:

$ت = ا ع^{\frac{١}{٣}}$: $ع > ٠$ نحول كل ت $= \frac{دع}{دن}$ لانها ضمني

$$\frac{دع}{دن} = ا ع^{\frac{١}{٣}}$$

$$\int دن = \int \frac{دع}{ا ع^{\frac{١}{٣}}} \leftarrow ن = \frac{١}{ا}\int ع^{-\frac{١}{٣}}\,دع$$

$$ن = \frac{١}{ا}.\frac{٣}{٢}ع^{\frac{٢}{٣}}+جـ$$

$ن = ٠$ ، $ع = ٠$

$٠ = ٠+جـ \leftarrow جـ = ٠$

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

$\frac{٣}{١٢}$ ع $^{\frac{٢}{٣}}$ = ن

ن = ٣ ، ع = ٨

$\frac{٣}{١٢}$ ٢٠ ^{٢} = ٣ ← $\frac{٢}{أ}$ = ١ ← أ = ٢

٦ الحل:

٢ت.ع = ١ ، $\int$ ٢ع.ع د ن = $\int$ د ن ← ع ^{٢} = ن + جـ

نجد جـ ، ع(٠) = ٣ ← ٩ = ٠ + جـ ← جـ = ٩

ع ^{٢} = ن + ٩

$\frac{د ف}{د ن}$ = (ن + ٩) $^{\frac{١}{٢}}$ ← $\int$ د ف = $\int$ (ن + ٩) $^{\frac{١}{٢}}$ د ن

ف = $\frac{٢}{٣}$ (ن + ٩) $^{\frac{٣}{٢}}$ + جـ

نجد جـ ،

ف(٠) = ١٨ ← ١٨ = $\frac{٢}{٣}$ ٢٧٠ + جـ ← جـ = ٠

ف = $\frac{٢}{٣}$ (ن + ٩) $^{\frac{٣}{٢}}$

ف(٢٧) = $\frac{٢}{٣}$ (٣٦) $^{\frac{٣}{٢}}$ = ١٤٤ م/ث

إجابات السؤال الرابع :

١ الحل:

$\frac{د ص}{د س}$ = هـ $^{جا^{٢}س}$ ٢جاس جتاس + أ . $\frac{جتاس}{جاس}$ + ٠

$\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=\frac{\pi}{٤}}$ = هـ $^{جا^{٢}\frac{\pi}{٤}}$. جا$\frac{\pi}{٤}$ + أ جتا$\frac{\pi}{٤}$

= هـ $^{\frac{١}{٢}}$ ١٠ + أ = هـ $^{\frac{١}{٢}}$ − ٢

∴ أ = −٢

٢ الحل:

ص ′ = ٢س هـ ^{٢س} + هـ ^{٢س}

ص ″ = ٤س هـ ^{٢س} + ٢هـ ^{٢س} + ٢هـ ^{٢س}

= ٤س هـ ^{٢س} + ٤هـ ^{٢س}

التعويض بـ ص ″ − ٤ص ′ + ٤ص = ٠

= ٤س هـ ^{٢س} + ٤هـ ^{٢س} − ٤(٢س هـ ^{٢س} + هـ ^{٢س}) + ٤س هـ ^{٢س}

= ٤س هـ ^{٢س} + ٤هـ ^{٢س} − ٨س هـ ^{٢س} − ٤هـ ^{٢س} + ٤س هـ ^{٢س}

= صفر

إجابات السؤال الخامس :

١ الحل:

نجد معادلة ص١ المارة بالنقطتين (٠ ، ٠) (٢ ، ٤)

م = $\frac{٤-٠}{٢-٠}$ = ٢ ← ص − ٠ = ٢(س − ٠) ← ص١ = ٢س

نجد معادلة ص٢ المارة بالنقطتين(٢ ، ٤) (٦ ، ٠)

م = $\frac{٤-٠}{٢-٦}$ = −١ ← ص − ٠ = −١(س − ٦) ← ص٢ = ٦ − س

نجد تقاطع ق(س) مع ص٢

$\frac{٨}{س}$ = ٦ − س ← −س ^{٢} + ٦س = ٨

← س ^{٢} − ٦س + ٨ = ٠ ← (س − ٤)(س − ٢) = ٠

← س = ٤ ، س = ٢

م١ = $\int_{٠}^{٢}$ −س + ٦ − ٢ س د س = $\frac{-٣س^{٢}}{٢}$ + ٦س $\Big]_{٠}^{٢}$ = ٦

م٢ = $\int_{٢}^{٤}$ −س + ٦ − $\frac{٨}{س}$ د س = $\frac{-س^{٢}}{٢}$ + ٦س − ٨ لـو$_{هـ}$ |س| $\Big]_{٢}^{٤}$

م ك = ١٢ + ٢م = ٦ + ٦ − ٨ لـو$_{هـ}$ ٢ = ١٢ − ٨ لـو$_{هـ}$ ٢

٢ الحل:

ن = ل ← س ^{٢} + ٢ = ٦ ← س ^{٢} = ٤ ← س = ±٢

م = ل ← ٢س − ٢ = ٦ ← ٢س = ٨ ← س = ٤

هـ = م ← ١ − س = ٢س − ٢ ← س = ١

م = ١٢ + ٢م + ٣م = $\int_{٠}^{١}$ (س ^{٢} + ٢ − (١ − س))د س

+ $\int_{١}^{٢}$ (س ^{٢} + ٢ − (٢س − ٢))د س + $\int_{٢}^{٤}$ (س ^{٢} + ٢ − (١ − س))

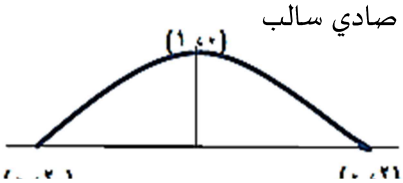
= $(\frac{س^{٣}}{٣} + \frac{س^{٢}}{٢} + س) \Big]_{٠}^{١}$ + $(\frac{س^{٣}}{٣} - س^{٢} + ٤س) \Big]_{١}^{٢}$

+ (٨س − س ^{٢}) $\Big]_{٢}^{٤}$ = ... = $\frac{٥٥}{٦}$ وحدة مساحة

٣ الحل:

مساحة المستطيل = ٤ × ٢ = ٨

مساحة القوس : نضع القوس على المستوى الديكارتي ونجد معادلة القطع المكافئ صادي سالب



SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

الراس (٠، ١)

جـ = ؟!

$(س - ى)^{٢} = ٤جـ(ص - هـ)$

النقطة (٢ ، ٠) تحقق $\leftarrow ٤ = -٤جـ \leftarrow جـ = -١$

$\therefore س^{٢} = -٤(ص - ١) \leftarrow ص = -\frac{س^{٢}}{٤} + ١$

مساحة القوس = $\int_{-٢}^{٢} -\frac{س^{٢}}{٤} + ١ .ى س = \left[-\frac{س^{٣}}{١٢} + س \right]_{-٢}^{٢}$

$= (-\frac{٢}{٣} + ٢) - (\frac{٢}{٣} - ٢) = \frac{٤}{٣} + \frac{٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$

مساحة النافذة = $= ١٢ + ٢٤ + ٨ = \frac{٣٢}{٣}$

ثانيا عند جـ = ٤ $\Leftarrow$ الرأس (٠ ، ٤) $\Leftarrow س^{٢} = ١٦(ص - ٤)$

---

٤ الحل:

مساحة الزجاج = ٤ × ٣

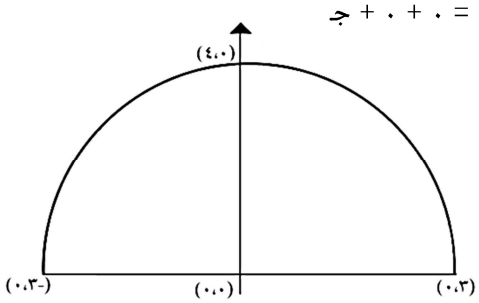
تكلفة الزجاج = ١٢ × ٥٠ = ٦٠٠ دينار

نحتاج معادلة القطع المكافئ

ص = أ $س^{٢}$ + ب س + جـ

(٤ ، ٠) $\leftarrow$ ٤ = ٠ + ٠ + جـ

٤ = جـ



(٣ ، ٠) $\leftarrow$ ٠ = ٩أ + ٣ب + ٤ ..... (١)

(-٣ ، ٠) $\leftarrow$ ٠ = ٩أ - ٣ب + ٤ ..... (٢)

بحل المعادلتين أ = $\frac{-٤}{٩}$ ، ب = صفر

المعادلة : ص = ٤ - $\frac{٤}{٩} س^{٢}$

المساحة الكلية = $\int_{-٣}^{٣} (٤ - \frac{٤}{٩} س^{٢}) - (٠) .$ دس = ١٦

مساحة الخشب = ١٦ - ١٢ = ٤ م

تكلفة الخشب = ٤ × ٨٠ = ٣٢٠ دينار

تكلفة البوابة = ٦٠٠ + ٣٢٠ = ٩٢٠ دينار

---

٥ الحل:

اقترانات	اعمدة	مساوات
ص$_{١}$ = ٢ + |س - ١|	x	ص$_{١}$ = ص$_{٢}$
ص$_{٢}$ = $\frac{-١}{٥}$ س + ٧		٢ + |س - ١| = $\frac{-١}{٥}$ س + ٧
		|س - ١| = $\frac{-١}{٥}$ س + ٥

\|س - ١\| = $\frac{-١}{٥}$ س + ٥

$\leftarrow$ س - ١ = $\frac{-١}{٥}$ س + ٥ $\leftarrow$ $\frac{٦}{٥}$ س = ٦ $\leftarrow$ س = ٥

$\leftarrow$ س - ١ = $\frac{١}{٥}$ س - ٥ $\leftarrow$ $\frac{٤}{٥}$ س = -٤ $\leftarrow$ س = -٥

م = $\int_{-٥}^{٥} ص_{٢} - ص_{١} .ى س = \int_{-٥}^{٥} \frac{-١}{٥} س + ٧ - ٢ - |س - ١| .$

$= \int_{-٥}^{٥} \frac{-١}{٥} س + ٥ ى س - (\int_{-٥}^{١} ١ - س .ى س + \int_{-٥}^{٥} س - ١ .ى س)$

$= \left[\frac{-١}{١٠} س^{٢} + ٥س \right]_{-٥}^{٥} - \left[(س - \frac{س^{٢}}{٢}) \right]_{-٥}^{١} + \left[\frac{س^{٢}}{٢} - س \right]_{-٥}^{٥}$

$= (\frac{-٥}{٢} + ٢٥) - (٢٥ - \frac{-٥}{٢})$

$((١ - \frac{١}{٢}) - (-٥ - \frac{٢٥}{٢}) + (\frac{٢٥}{٢} - ٥) - (\frac{١}{٢} - ١))$

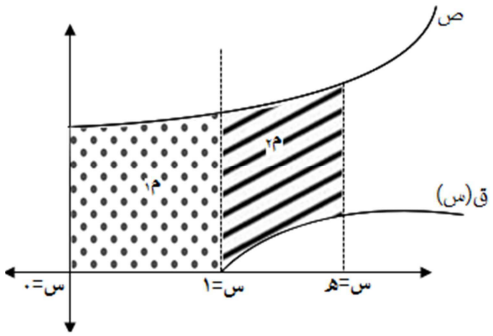
$= \frac{٤٥}{٢} + \frac{٥٥}{٢} - (\frac{-١}{٢} + \frac{١٥}{٢} + \frac{٣٥}{٢} + \frac{١}{٢})$

$= ٥٠ - ٢٥ = ٢٥$

---

٦ الحل:

الاقترانات	مساوات	
ق(س) = $لـو_{هـ}$ س	ص$_{١}$ = ص$_{٢}$	ص$_{١}$ = ق(س)
ص$_{١}$ = $هـ^{س}$	$هـ^{س} \neq ٠$	$هـ^{س} \neq لـو_{هـ}$ س
ص$_{٢}$ = ٠		ص$_{٢}$ = ق(س)
الاعمدة		$لـو_{هـ}$ س = ٠
س = ٠		س = ١
س = هـ		



SALEEM ALKATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

م١ = $\int_{0}^{1}$ هس دس = هس]$_{0}^{1}$ = هـ١ − هـ٠ = هـ١ − ١

م٢ = $\int_{1}^{0}$ - لـو س+ هس دس = -س لـو س+س+ هس]$_{1}^{0}$

بالاجزاء

ك٢ = −هـ + هـ + هـ هـ − ١ − هـ

ك٢ = هـ هـ − ١ − هـ

ك١ = هـ − ١

ك٤ = هـ هـ − ١ − هـ + هـ − ١

ك٤ = هـ هـ − ٢

٧ الحل:

اقترانات	اعمدة	مساوات
ن (س) = $\sqrt{٢ - س}$		ن(س) = ص١
ص١ = −س		$\sqrt{٢ - س}$ = −س
ص٢ = ٠		٢ − س = س^{٢}
		س^{٢} + س − ٢ = ٠
	x	(س + ٢)(س − ١) = ٠
		س = −٢، س = ١ نهمل
		ن(س) = ص٢
		$\sqrt{٢ - س}$ = ٠ ← س = ٢
		ص١ = ص١ ← س = ٠

١٢ = $\int_{-٢}^{٠}$ $\sqrt{٢ - س}$ + س ٤س

= $\left[\frac{-٢}{٣} (٢ - س)^{\frac{٣}{٢}} + \frac{س^{٢}}{٢} \right]_{-٢}^{٠}$

= $(\frac{-٢}{٣} \sqrt{٨}) - (\frac{-١٦}{٣} + ٢) = \frac{-٢}{٣} \sqrt{٨} + \frac{١٠}{٣}$

٢٢ = $\int_{٠}^{٢}$ $\sqrt{٢ - س}$ ٤س = $\left[\frac{-٢}{٣} (٢ - س)^{\frac{٣}{٢}} \right]_{٠}^{٢}$

= ٠ + $\frac{٢}{٣} \sqrt{٨}$

ك٢ = ١٢ + ٢٢ = $\frac{١٠}{٣}$

٨

SALEEM ALSATEEB
AWA2EL LEARN 2 BE
تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net