

الوحدة الثانية

التفاضل (مراجعة)



أولاً: معدل التغير

فرق بين

أ) مقدار التغير Δ دللتاية واحدة
أو ب) متوسط التغير $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}}$ دللتايتين

القوانين:

(١) مقدار التغير في س $\Delta \text{س} = \text{س}_٢ - \text{س}_١$

(٢) مقدار التغير في ص أوق $\Delta \text{ص} = \text{ص}_٢ - \text{ص}_١$

$$\Delta \text{ص} = \text{ص}_٢ - \text{ص}_١$$

$$\Delta \text{س} = \text{س}_٢ - \text{س}_١$$

عوض بقيمة س_٢ - عوض بقيمة س_١

$$(٣) \text{معدل التغير} = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$$

وتذكر أن



معدل التغير = ميل القاطع = السرعة المتوسطة

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} \xleftarrow{\text{نفسه}} \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} \xleftarrow{\text{نفسه}} \frac{\Delta \text{ف}(\text{ن})}{\Delta \text{ن}}$$

هل تعلم:

الفرق بين

النقطة

(أ ، ب)
↓ ↓
س س

الفترة / كلها سينات

[أ ، ب]
↓ ↓
س_١ س_٢

ب) تغيرت س من [أ] إلى [ب]
س_١ س_٢

تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net



أمثلة:

1) جد مقدار التغير في (س) إذا تغيرت (س) من (٥) إلى (٧)

2) جد مقدار التغير في (س) إذا كان $s = 1 - s^2$ وتغيرت (س) من (٢) إلى (٣)

3) إذا كان مقدار التغير في (س) يساوي (٧) وكانت $s = 9$ فجد (س)

4) إذا علمت أن $s = 3 - 4s$ وتغيرت (س) من (٣) إلى (٥) فإن Δs هي:

(أ) ٦ - (ب) ٢ - (ج) ٢ (د) ٣

5) إذا كان $s = 2 + s$ وتغيرت (س) من (٣) إلى (٥) ، فجد مقدار التغير في (س)

6) إذا كان $s = 2s^2$ وكانت $s = 1$ ، $s = 3$ ، أوجد Δs

7) إذا كان $s = 2s^2$ وتغيرت قيمة (س) من $s = 2$ إلى $s = 4$ فإن مقدار التغير في

ص يساوي: **وزاري**

(أ) ١٢ - (ب) ٢ (ج) ١٢ (د) ٦

8) إذا كان $s = 1 - 2s$ فجد معدل التغير في (س) عندما تتغير (س) من (٢) إلى (٥)

9) إذا كان $h = (s) = 2s^2 + 3$ ، فجد معدل التغير للاقتران عندما تتغير (s) من (-2) إلى (-3)

10) إذا كان $h = (s) = 3s - 5$ ، فجد معدل التغير للاقتران عندما تتغير (s) من (2) إلى (7)

11) إذا كان $h = (s) = s^2 - 1$ وكانت $s_1 = 1$ ، $\Delta s = 3$ ، فجد معدل التغير للاقتران $h = (s)$

12) إذا كان معدل التغير للاقتران $h = (s) = 3$ وكانت (s) تتغير من (2) إلى (4) وكانت

$h = (2) = 7$ ، فجد $h = (4)$

13) إذا كان معدل التغير في $h = (s)$ عندما تتغير (s) من (2) إلى (5) يساوي (11) وكان

$h = (s) = (s) + 2s$ ، جد معدل التغير في الاقتران $h = (s)$ عندما تتغير (s) من (2) إلى (5)

14) إذا كان معدل التغير في الفترة $[2, 4]$ يساوي (5) وكانت $h(s) = 3 - s^2$ ، فجد معدل التغير في الاقتران $h(s)$ في الفترة $[2, 4]$

تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net

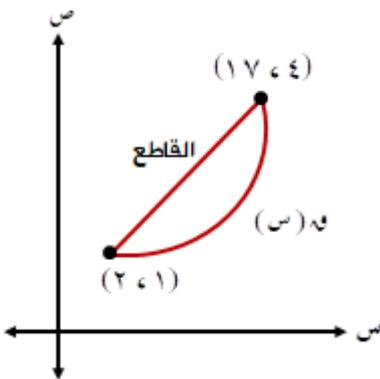
15) إذا كان $h(s) = s^2 - 5$ ، فجد ميل القاطع لمنحنى $h(s)$ علماً بأن المنحنى يمر بالنقطتين $(1, 4)$ ، $(3, 4)$

16) إذا كان $h(s) = s^3 - 5$ ، فجد ميل القاطع المار بالنقطتين $(0, 5)$ ، $(2, 5)$

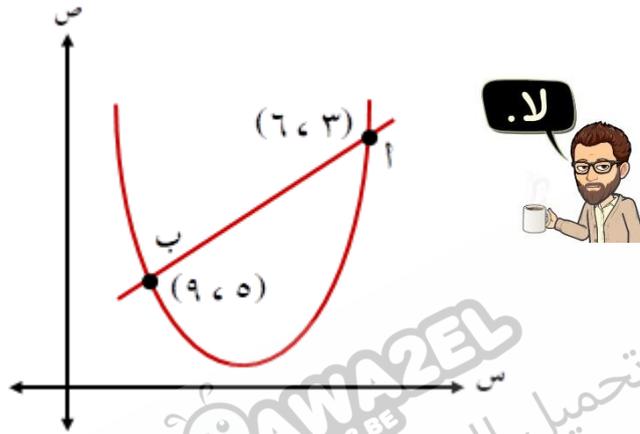
لا تعليق.



17) اعتماداً على الشكل المجاور ، جد معدل التغير في الاقتران $h(s)$ في الفترة $[1, 4]$



18) اعتمد على الشكل المجاور في إيجاد ميل القاطع عندما تتغير (س) من (أ) إلى (ب)



19) يتحرك جسيم حسب العلاقة: $f(n) = 3n^2 + 2n$ احسب السرعة المتوسطة في الفترة [1, 3]

20) يتحرك جسيم وفق العلاقة: $f(n) = 2n^2 - 3n$ ، احسب السرعة المتوسطة في الفترة [0, 2]

21) يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة $f(n) = 3n^2$ ، n الزمن بالثواني ، f المسافة بالأمتار ، احسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [1, 4]
 وزارعيه

22) إذا كان معدل التغير للاقتران f (س) في الفترة [1, 4] يساوي (7) وكان f (س) = $3 - 5s$ ، فجد قيم (أ)

23) إذا كان معدل التغير في f (س) في الفترة [1, 4] يساوي (6) وكان f (س) = $5 + s$ ، فجد قيم (أ)

ثانياً: قواعد الاشتقاق

■ صيغ السؤال عن الاشتقاق:

(١) جد المشتقة الأولى

(٢) جد $\overline{و}$ (س)

(٣) جد $\overline{ص}$

(٤) جد $\frac{ص}{س}$

(٥) جد

$$\overline{هـ} \leftarrow \frac{و(س + هـ) - و(س)}{هـ}$$

جد $\overline{و}$ (٢)

جد $\frac{ص}{س}$ عند $س = ٢$

$$\overline{هـ} \leftarrow \frac{و(٢ + هـ) - و(٢)}{هـ}$$

ميل المماس عند $س = ٢$

ما اعتقد



■ قواعد الاشتقاق

(١) مشتقة العدد الثابت \leftarrow صفر

(٢) مشتقة $أ$ \leftarrow $أ$

(٣) مشتقة $س^n$ \leftarrow القوة $س^{n-1}$

(٤) مشتقة $أ \times س^n$ \leftarrow $أ \times n \times س^{n-1}$

(٥) مشتقة الاقترانات المثلثية

جاس \leftarrow جاس

جاس \leftarrow جاس - جاس

طاس \leftarrow قاس

(٦) قاعدة الضرب

(سينات ١) \times (سينات ٢)

(الأول) (مشتقة الثاني) + (الثاني) (مشتقة الأول)

نسخ

نسخ



(٧) قواعد القسمة

$$(أ) \frac{\text{معدلة}}{\text{رقم}} = \frac{\text{نشتق المعادلة}}{\text{الرقم كما هو}}$$

$$(ب) \frac{\text{رقم}}{\text{معدلة}} = \frac{\text{رقم} - \text{مشتقة المقام} \times \text{مشتقة المقام}}{\text{المقام}^2}$$

$$(ج) \frac{\text{معدلة}}{\text{معدلة}} = \frac{\text{المقام} \times \left(\frac{\text{مشتقة}}{\text{البسط}} \right) - \left(\frac{\text{مشتقة}}{\text{البسط}} \right) \times \text{المقام}}{\text{المقام}^2}$$

عجيب



(٨) مشتقة الجذر التربيعي

$$\leftarrow \frac{\text{نشتق ما داخل الجذر}}{\sqrt{\text{نفسه}}} \times ٢$$

(٩) مشتقة الاقترانات المثلثية

(أ) جا (معدلة) \leftarrow جتا (معدلة) \times مشتقة المعادلة

(ب) جتا (معدلة) \leftarrow - جا (معدلة) \times مشتقة المعادلة

(ج) ظا (معدلة) \leftarrow قاس (معدلة) \times مشتقة المعادلة

(١٠) مشتقة القوس ()

(معدلة) \leftarrow $س^n$ (معدلة كما هي) \times $س^{n-1}$ داخل القوس مشتقة ما

خدع قاعدة القوس



خدعة (١)

جا^٣ (مقدار) /

جتا^٥ / طا^٥ ()

نجهز

(جا (مقدار))^٣



ثم نشتق على قاعدة القوس

جتا^٥ \leftarrow س^٥ (جتا^٣ س^٥)



اشتق على

قاعدة القوس

خدعة (٢)

معادلة تحت جذر مش تربيعي

$\sqrt{ن (معدلة) }^٢$

هنا نجهز

(معدلة) $\frac{ن}{س}$



ثم نشتق على قاعدة القوس

$\frac{٣}{س} \leftarrow$ س^٣ (جتا^٣ س^٥)

$\frac{٥}{س} \leftarrow$ س^٥ (جتا^٣ س^٥)

$\frac{١}{س} \leftarrow$ س^١ (جتا^٣ س^٥)

ملاحظات:

$$\frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}} = \text{طاس} \Leftarrow \text{قاس}^2$$

$$\frac{1}{\text{قاس}} = \text{جتاس} \Leftarrow - \text{جاس}$$

دائماً عند البدء في إجابة سؤال جد $\frac{ص}{س}$ (الاشتقاق)

نسأل شو بينهم المقادير

قسمة

ضرب

جمع وطرح

معادلة

↓

↓

رقم

نستخدم قاعدة

نشتق كل مقدار

رقم

الضرب (٤) أقواس

لحاله على

معادلة

قاعدته

معادلة

معادلة

أمثلة:

$$(1) \text{ و (س) } = \text{س}^6 - \text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س}^7 - 8$$

$$(2) \text{ و (س) } = \text{س}^5 - \text{س}^2 - \text{س}^3 + \text{س} - 2$$

$$(3) \text{ و (س) } = \text{س}^{-2} - \text{س}^3 + 5$$

$$(4) \text{ و (س) } = \sqrt[3]{\text{س}^2} - \text{س} + 8$$

$$(5) \text{ و (س) } = \text{س}^3 + 2\sqrt{\text{س}} + \frac{3}{\text{س}}$$

$$(6) \text{ و (س) } = (\text{س} + 5)(\text{س} - 1)$$

$$(7) \text{ و (س) } = (\text{س} + 1)(\text{س}^2 + 7) \text{ عند } \text{س} = 2$$

$$(8) \text{ و (س) } = \text{س}^{-3} (\text{س} + 8)$$

$$(9) \text{ و (س) } = (س^3 + 2س^2)(س^2 + 2س - 1)$$

$$(10) \text{ و (س) } = س^3 س^2 جاس$$

$$(11) \text{ و (س) } = س^3 - جتاس$$

$$(12) \text{ و (س) } = س^5 - س^2 جتاس + س^3 ظاس$$

$$(13) \text{ و (س) } = س^5 ظاس$$

$$(14) \text{ و (س) } = \frac{س^2 + س^3}{س^2 - 4}$$

$$(15) \text{ و (س) } = \frac{س^3 - 5}{س^8 + س^3} \text{ عند } س = 1$$

$$(16) \text{ و (س) } = \frac{س^2}{س - 2}$$

$$(17) \text{ و (س) } = \frac{جاس}{س + 1}$$

$$(18) \text{ و (س) } = \frac{س^3 س^2 جاس}{جتاس}$$

$$(19) \text{ و (س) } = \frac{س^6 - س^2}{س^6 ظاس}$$

$$(20) \text{ و (س) } = \frac{5}{س^2 - 4}$$



تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net



$$(21) \text{ و (س) } = \frac{5}{س + 2} = 8$$

$$(22) \text{ و (س) } = \frac{2-}{س + 2} = 3$$

$$(23) \text{ و (س) } = \frac{4}{س + 2} = 3$$

$$(24) \text{ و (س) } = \frac{9 + 7س + 2س^2}{2-} = 3$$

$$(25) \text{ و (س) } = \frac{س^2 - 5س + 14}{14-} = 3$$

$$(26) \text{ و (س) } = \frac{س + 2س + 14}{14} = 3$$

$$(27) \text{ و (س) } = 3س + 5س + 14 = 3$$

$$(28) \text{ و (س) } = 2س^2 - 2س + 4س - 14 = 3$$

$$(29) \text{ ص } = 2س^2 - 3س - 5 = 0 \text{ عندما } س = 0$$

$$(30) \text{ ص } = 4س - 8 = 0$$

$$(31) \text{ ص } = 3س^2 - 2س + 14 = 0 \text{ عندما } س = 0$$

تم تحميل الملف من موقع الأوائل
www.awa2el.net



$$(32) \text{ ص } = 2س^4 + 5س^9 \text{ عندما } س = 1$$

$$(33) \text{ ص } = 3جاس + 5جتاس - 7ظاس - 2هس$$

$$(34) \text{ ص } = \sqrt{9 + 0} = 3$$

ثالثاً: إيجاد المجاهيل

هنا سيكون لدينا حرف مجهول في السؤال ويكون لدينا معلومة ← نترجمها خطوات

$$\text{مثلاً: } 12 = (2) \bar{ه}$$

$$(1) \text{ نشق } (2) \text{ نعوض بـ } 2 \text{ نسوي الناتج بـ صفر}$$

$$\text{مثلاً: } 1 = (1) \bar{ا} = \text{صفر}$$

$$(1) \text{ نشق } (2) \text{ نعوض بـ } 1 \text{ نسوي الناتج بـ صفر}$$

ويصبح الموضوع بعدها حل معادلة

أمثلة:

$$(1) \text{ إذا كان } ه = (س) = 3س^3 + 1س^2 + 4 ، \text{ وكان } ه = (1) = 11 \text{ فجد قيمة الثابت } ا$$

$$(2) \text{ إذا كان } ه = (س) = 3س^3 - 27س + 10 ، \text{ فجد قيم } (س) \text{ التي تجعل } ه = (س) = 0$$

$$(3) \text{ إذا كان } ه = (س) = 2س^3 - 2س^2 + 1 ، \text{ وكان } ه = (1) = 20 \text{ فجد قيمة الثابت } ا$$

$$(4) \text{ إذا كان } ه = (س) = (س - 2)^4 ، \text{ وكان } ه = (1) = 4 \text{ فجد قيم } ا$$

$$(5) \text{ إذا كان } ه = (س) = 3س^3 + 6س^2 - 5س + 7 ، \text{ وكان } ه = (ج) = 0 \text{ فجد قيمة } ج$$

$$(6) \text{ إذا كان } ه = (س) = 3س^3 - 3س + 3 ، \text{ وكان } ه = (1) = 9 ، \text{ ه } = (2) = 27 \text{ فجد قيمة } ا ، ب$$

رابعاً: قاعدة السلسلة

تستخدم هذه القاعدة عند وجود معادلتين

$$ص = \boxed{} ، \quad \boxed{} = ع \quad \text{وطلب جد } \frac{ص}{ع}$$

الخطوات:

$$(1) \text{ قانون } \frac{ص}{ع} \times \frac{ع}{ع} = \frac{ص}{ع}$$

$$(2) \frac{ص}{ع} = \frac{ص}{ع} \quad \text{(اشتق المعادلة الأولى ص)} \times \quad \text{(اشتق المعادلة الثانية)}$$

(3) لو تبقى $\boxed{ع}$ نضع محل كل $ع$ قيمتها

(4) لو طلب عند $ص =$ (قم نعوض محل كل $ص$ بالرقم

أمثلة:

$$(1) \text{ إذا كان } ص = 3م + 2م - 5 ، \quad ع = م - 4 - 2ص ، \quad \text{جد } \frac{ص}{ع}$$

$$(2) \text{ إذا كان } ص = \frac{2}{ع} ، \quad ع = 2(1 - 3ص) ، \quad \text{جد } \frac{ص}{ع}$$

$$(3) \text{ إذا كان } ص = ع + 3 ، \quad ع = 3ص - \frac{2}{1} ، \quad \text{جد } \frac{ص}{ع} \Big|_{ص=1}$$

خامساً: التعريف العام للمشتقة

نستخدمه إذا طلبت صراحةً في الامتحان

وه (س) = \square جد وه (س) مستخدماً تعريف المشتقة

قانون:

$$(1) \quad \text{وه (س)} = \frac{\text{وه (ع)} - \text{وه (س)}}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$(2) \quad \text{احلى قوسين بينهم (-)}$$

$$\frac{\text{وه (ع)} - \text{وه (س)}}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$(3) \quad \text{إدخال السالب} \frac{\text{وه (ع)} - \text{وه (س)}}{\text{ع} - \text{س}}$$

$$(4) \quad \text{نحل ونختصر}$$

$$(أ) \quad \text{مربعين: } \text{ع}^2 - \text{س}^2 \leftarrow (\text{ع} - \text{س})(\text{ع} + \text{س})$$

$$(ب) \quad \text{مشارك: } \text{ع}^3 - \text{س}^3 \leftarrow (\text{ع} - \text{س})(\text{ع}^2 + \text{ع}\text{س} + \text{س}^2)$$

$$(ج) \quad \text{مكعبين: } \text{ع}^3 - \text{س}^3 \leftarrow (\text{ع} - \text{س})(\text{ع}^2 + \text{ع}\text{س} + \text{س}^2)$$

$$(د) \quad \text{تربيعية } \text{ع}^2 + \text{ع} - \text{س}^2 - \text{س} \leftarrow (\text{ع} - \text{س})(\text{ع} + \text{س} + 1)$$

$$(ه) \quad \text{توحيد مقامات} \frac{\frac{\text{ع}}{\text{س}} - \frac{\text{س}}{\text{ع}}}{\text{ع} - \text{س}} \leftarrow \frac{\text{ع}^2 - \text{س}^2}{(\text{ع} - \text{س})(\text{ع} + \text{س})}$$

$$(ه) \quad \text{وه (س)} = \text{الإجابة بنعرفها من الأول (اشتق عادي)}$$

ملاحظة:

يوجد عدة قوانين للتعريف العام :

$$(1) \quad \text{وه (س)} = \frac{\text{وه (س + ه)} - \text{وه (ه)}}{\text{ه} - \text{س}}$$

$$(2) \quad \text{وه (س)} = \frac{\text{وه (س + \Delta)} - \text{وه (س)}}{\Delta}$$

$$(3) \quad \text{وه (س)} = \frac{\text{وه (ع)} - \text{وه (س)}}{\text{ع} - \text{س}}$$

إذا طلب وه (أ) \Leftarrow بنعوض في نهاية الحل

أمثلة:

1) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ، أوجد وه (س) للاقتران وه (س) = $3 - 7$

(2) إذا كان $h = (s) = 5 - 6$ ، جد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة

(3) إذا كان $h = (s) = 5s^2 + 3$ ، جد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة زاعيم

(4) إذا كان $h = (s) = 3s^3 + 7$ ، جد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة عند $s = -3$

(5) إذا كان $h = (s) = \frac{6}{s}$ ، جد $h'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة

(6) باستخدام تعريف المشتقة الأولى ، أوجد $h'(s) = -7$ للاقتزان $h = (s)$

(7) إذا كان $v = w$ (س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران w عندما تتغير (س) من (س) إلى $s + h$ هو $\Delta v = 2s^2 + 3h^2$ ، فجد قيمة w (س)

(8) إذا كان $v = w$ (س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران w عندما تتغير (س) من (س) إلى $s + h$ هو $\Delta v = 2s^2 + 6h^2$ ، فجد w (س)

(9) إذا كان $v = w$ (س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران w عندما تتغير (س) من s_1 إلى $s_1 + h$ هو $\Delta v = 4s_1^2 + 2h^2$ فجد w (س)

(10) باستخدام تعريف المشتقة الأولى في إيجاد w (3) للاقتران $w = s^2 + 2s$

سادساً: صيغ أسئلة غير مباشرة واختبارات قوانين

(أ) صيغة سؤال في ضح دائرة معناها اشتق

$$\bullet \text{ جد نها} \frac{ه(س+ه) - ه(س)}{ه} \leftarrow \text{معناها اشتق} \text{ وه (س) بدون تعويض} \leftarrow ه$$

$$\bullet \text{ جد نها} \frac{ه(س+\Delta) - ه(س)}{س\Delta} \text{ معناها وه (س)} \leftarrow س\Delta$$

$$\bullet \text{ جد نها} \frac{ه(ه+3) - ه(3)}{ه} \leftarrow \text{معناها وه (3) اشتق و عوض بـ 3} \leftarrow ه$$

(ب) اختبارات قوانين

$$\bullet \text{ جد } (ه \times ه) \text{ (2) هنا مطلوب نشتق ثم نعوض بـ 2}$$

قاعدة الضرب شو بينهم (ضرب)

$$((ه) \times (ه)) + ((ه) \times (ه))$$

$$\bullet \text{ ص} = \frac{ج}{(س)م} \text{ حيث ج عدد جد } \frac{ص}{ص}$$

$$\frac{ص}{ص} = \frac{ج \times م - (س)م}{((س)م)}$$

$$\bullet \text{ وه (س) = س}^2 \text{ ه (س) وطلب وه (س) نشتق قاعدة (ضرب)}$$

$$\text{وه (س)} = (س) \text{ (2) ه (س)} + ((ه) \times (س))$$

الفكرة هنا نسأل دائماً شو بينهم ضرب / قسمة / جمع وطرح وتستخدم القاعدة المناسبة حتى لو بالرموز

$$\text{وتذكر أن مشتقة س}^2 \leftarrow 2س$$

$$\text{وه (س) } \leftarrow \text{وه (س)}$$

أمثلة:

$$(1) \text{ وه (س) = 3 جتاس فإن نها} \frac{ه(س+ه) - ه(س)}{ه} \leftarrow ه$$

(أ) 3 جاس (ب) صفر (ج) 3 جاس (د) 3 جتاس

$$(2) \text{ وه (س) = (س+1)^2 ، فجد نها} \frac{ه(ه+2) - ه(2)}{ه} \leftarrow ه$$

(أ) 25 (ب) 20 (ج) 10 (د) صفر

$$(3) \text{ وه (س) = } \frac{1}{ج} \text{ ، ج عدد ثابت ، فجد نها} \frac{ه(س+ه) - ه(س)}{ه} \leftarrow ه$$

(أ) $\frac{1}{ج}$ (ب) 1 (ج) صفر (د) $ج^{-1}$

$$(4) \text{ هـ } (س) = \frac{8}{س} ، \text{ فجد نها } \frac{هـ(2-هـ) - هـ(2-هـ)}{هـ}$$

- (أ) ٤ - (ب) ٢ - (ج) ٢ (د) ٨ -

$$(5) \text{ إذا كان هـ } (س) = س^2 \times هـ (س) ، هـ (3) = 6 ، هـ (3) = 5 ، \text{ فجد هـ } (3)$$

- (أ) ٨١ (ب) ١١ (ج) ٤٥ (د) ٣٦

$$(6) \text{ إذا علمت أن هـ } (2) = 1 - ، هـ (2) = 2 ، هـ (2) = 3 ، هـ (2) = 1 ، \text{ فجد:}$$

(أ) $(هـ \times هـ) (2)$

(ب) $(2) \left(\frac{8}{هـ} \right)$

(ج) $(2) (هـ^2 - ٧٣)$

(د) $((2) (هـ \times هـ))$

$$(7) \text{ إذا كان هـ اقتراً قابلاً للاشتقاق عند } س = 2 ، هـ (2) = 1 ، هـ (2) = 2 ، \text{ وكان}$$

$$هـ (س) = (س) \sqrt{6 + س} \times هـ (س) \text{ فجد هـ } (2)$$