مكشف التفاضل

الأستاذ : ماهر ضمرة

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

مكثف : التفاضل

أولا : معدل التغير

أ) القوانين

القانون	الصيغة	رموز أخرى	ملاحظات
التغير في السينات	$\Delta س = س_2 - س_1$	$\Delta س = هـ$	$\Delta س$ قد تكون موجبة أو سالبة
التغير في الصادات	$\Delta ص = ص_2 - ص_1$	$\Delta ق(س) = ق(س_2) - ق(س_1)$	التغير في الاقتران = $\Delta ص$ تختلف عن معدل التغير في الاقتران
معدل التغير للاقتران على $[س_1 ، س_2]$	$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ $= \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$	$م = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$	١) هندسياً : ميل القاطع الواصل بين نقطتين = ظا $\theta = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$ θ بالاتجاه الموجب ، $0 \leq \theta < \pi$ ٢) فيزيائياً : السرعة المتوسطة $\bar{ع} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$ * ميل العمودي على القاطع = $\frac{-1}{م_{القاطع}}$

ب) أفكار

١) ق(س) كثير حدود معدل تغيره على أي فترة = صفر $\leftrightarrow$ ق(س) ثابت $\leftrightarrow$ ن (الدرجة) = صفر
٢) إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة ن ومعدل تغيره على أي فترة يساوي (ثابت $\neq 0$) $\leftrightarrow$ ق(س) خطي ، ن = ١

الأسئلة

اختر الاجابة الصحيحة لما يلي :

١) إذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة (ن) وكان معدل تغير ق(س) على أي فترة (دائماً) يساوي ٣ فإن ن =

أ) ٣ ب) ٢ ج) ١ د) صفر

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

مكثف : التفاضل

٢) إذا كان معدل تغير ق(س) على [-١ ، ٢] يساوي (٤) وكان ل(س) = ق(س) + ٣س^{٢} - ١ ، فإن معدل تغير ل(س) على نفس الفترة يساوي :

أ) ٥ ب) ٨
ج) ٢ د) ٦

---

٣) إذا علمت أن معدل تغير ق(س) على [١، ٤] يساوي (-٣) وكان هـ(س) = ق^{٢} (س) + ٣س - ١ فإن معدل تغير هـ(س) على نفس الفترة يساوي علماً بأن ق(١) + ق(٤) = ٣ :

أ) -٣ ب) ٣
ج) ١ د) ٢

---

٤) إذا علمت أن ميل العمودي على القاطع الواصل بين (١، ق(١)) (٣، ق(٣)) يساوي (٤) وكان ق(٣) = ٢ ق(١) فإن قيمة ق(١) =

أ) ٨ ب) $\frac{١}{٢}$
ج) $\frac{-١}{٢}$ د) -٨

---

٥) إذا علمت أن معدل التغير في الاقتران ق(س) على [١، ٥] يساوي (-١) وعلى الفترة [١، ٢] يساوي (٤) فإن معدل تغير ق(س) على [٢، ٥] يساوي :

أ) -٣ ب) $\frac{-٨}{٣}$
ج) -٨ د) صفر

---

٦) إذا علمت أن ق(س) = س^{٢} هـ(س) وكان معدل تغير ق(س) على الفترة [١، ٣] يساوي (-٣) ، ومعدل تغير هـ(س) على نفس الفترة يساوي (٥) فإن هـ(٣) =

أ) $\frac{-٤٧}{٤}$ ب) $\frac{-٧}{٤}$
ج) $\frac{٧}{٤}$ د) صفر

---

٧) إذا علمت أن القاطع الواصل بين (١، ق(١)) ، (٣، ق(٣)) يصنع زاوية ($\frac{\pi ٣}{٤}$) مع السينات بالاتجاه الموجب وكان

$$هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} + ق(س) & ، \quad س < ٢ \\ س^{٣} + ق(س) & ، \quad س \geq ٢ \end{cases}$$

فإن معدل تغير هـ(س) على [١، ٣] =

أ) ١٤ ب) ١٣
ج) -١٢ د) ١٢

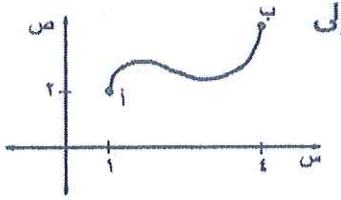
---

٨) إذا علمت أن ل(س) = (س^{٢}+١)$^{-٢}$ فإن مقدار التغير في الاقتران ل(س) على [٠، ٢] يساوي :

أ) $\frac{-٢٤}{٢٥}$ ب) $\frac{٢٤}{٢٥}$
ج) $\frac{٢٤}{٥٠}$ د) $\frac{-٢٤}{٥٠}$

---

٩) تحركت نقطة من (أ) إلى (ب) بسرعة متوسطة ٨ وحدة/ث فإن ق(٤) =



أ) ٢٢ ب) ٢٨
ج) ٢٦ د) ١٠

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

مكثف : التفاضل

ثانياً : قواعد الاشتقاق

أ) القوانين

القاعدة	المشتقة	ملاحظات وحالات خاصة
$س^{ن}$	$ن\ س^{ن-1}$	لجميع ن الحقيقية
ق × هـ	الأول × م. الثاني (+) الثاني × م. الأول	$(ق \times هـ \times ل)' = ق' \times هـ \times ل + ق \times هـ' \times ل + ق \times هـ \times ل'$
$\frac{ق}{هـ}$	$\frac{\text{المقام} \times \text{م. البسط} - \text{البسط} \times \text{م. المقام}}{(\text{المقام})^{2}}$	$(\frac{أ}{ق(س)})' = \frac{-أ \times ق'(س)}{ق^{2}(س)}$
$جا^{ن}ق(س)$	$ن\ جا^{ن-1}ق(س) \times جتا\ ق(س) \times ق'(س)$	بوجود الأس الاشتقاق على ٣ مراحل
$جتا^{ن}ق(س)$	$ن\ جتا^{ن-1}ق(س) \times -جا\ ق(س) \times ق'(س)$	
$ظا^{ن}ق(س)$	$ن\ ظا^{ن-1}ق(س) \times قا^{2}ق(س) \times ق'(س)$	
$ظتا^{ن}ق(س)$	$ن\ ظتا^{ن-1}ق(س) \times -قتا^{2}ق(س) \times ق'(س)$	
$قا^{ن}ق(س)$	$ن\ قا^{ن-1}ق(س) \times قا\ ق(س) \times ظا\ ق(س) \times ق'(س)$ « كذلك قتا ق(س) »	$= ن\ قا^{ن}ق(س)\ ظا\ ق(س) \times ق'(س)$ مشتقة قا ، قتا يعود دائماً إلى ق(س)
$(ق \circ هـ)'(س)$	$ق'(هـ(س)) \times هـ'(س)$	ق(س) قابل للاشتقاق عند هـ(س) « صيغة أخرى $(ق(هـ(س)))'$
$(ق \circ هـ)''(س)$	نجد مشتقة $(ق \circ هـ)'(س)$ ثم نشتق مرة أخرى بالضرب	$= ق'(هـ(س)) \times هـ''(س) + ق''(هـ(س)) \times (هـ'(س))^{2}$
الجذر التربيعي	$\frac{\text{م . ما داخل الجذر}}{٢ \times \text{الجذر نفسه}}$	$(\text{الجذر النوني})' = \frac{\text{م . ما داخل الجذر}}{ن \times \sqrt[ن]{\ }^{ن-1}}$
ص = ق(ع) ، ع = هـ (س)	$\frac{د\ ص}{د\ س} = \frac{د\ ص}{د\ ع} \times \frac{د\ ع}{د\ س}$	

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

مكثف : التفاضل

ب) أفكار وملاحظات

الفكرة	توضيح
إذا كان مطلوب قَ (س) ولدينا أكثر من ق(س) نجعل ق(س) موضع قانون	ق(س) = ٢س^{٢} + س ق(س) ← ق(س) (١ - س) = ٢س^{٢} ∴ ق(س) = $\frac{٢س^{٢}}{١ - س}$
إذا كان مطلوب قَ (عدد) نساوي الأقواس	ق($\frac{١}{س}$) = ٥ جد قَ (٢) أولاً نجد س و ذلك $\frac{١}{س}$ = ٢ ← س = $\frac{١}{٢}$ ودائماً نعيد التعريف للمطلق والصحيح على س الجديدة
في اشتقاق قا^{ن}س ، قتا^{ن}س دائماً المشتقة تكون بدلالة ص	ص = قا^{٥}س ← صَ = ٥ قا^{٤}س × قا س ظا س صَ = ٥ قا^{٥}س ظا س = ٥ص ظا س
مماس أفقي عند س = أ ← قَ (أ) = صفر	ق(س) = س^{٣} + س^{٢} + ١ جد قيم س التي يكون عندها المماس أفقي ← ٣س^{٢} + ٢س = ٠ ∴ س = ٠ ، $\frac{-٢}{٣}$ (ما عدا أطراف الفترات غ . م)
معدل التغير عند نقطة = المشتقة	

الأسئلة

اختر الاجابة الصحيحة لما يلي :

١) إذا علمت أن ق(٢) = ٣ قَ (٢) = ٦ وكان هـ(س) = $\sqrt{س + ٢}$ × ق(س) ، فإن هَ(٢) =

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١١}{٢}$ ج) $\frac{٥١}{٤}$ د) $\frac{١٩}{٢}$

٢) إذا علمت أن س ق(س) + ٢ = س^{٢}ق(س) فإن قَ (٢) =

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ١ ج) $\frac{-٣}{٢}$ د) -٣

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

مكثف : التفاضل

٣) إذا علمت أن ق(١) = ٢ ، قَ (١) = ٣ ، هـ(١) = ١
هَ(١) = -٢ ، ل(س) = س^{٢} × ق(س) × هـ(س) فإن
لَ(١) =

أ) ٤ ب) ٢
ج) -١٢ د) ٣

٤) ص = $\sqrt{٢}$ جا س - $\sqrt{٣}$ جتا س ، فإن
(صَ)^{٢} + (ص)^{٢} =

أ) ١ ب) ٥
ج) -٥ د) ٢ ($\sqrt{٢}$ + $\sqrt{٣}$)

٥) إذا علمت أن ق(س - ١) = جا^{٢} ($\frac{\pi}{٨}$ س) فإن
قَ(١) =

أ) $\frac{\pi^{٢}}{٢\sqrt{٦٤}}$ ب) صفر
ج) $\frac{\pi}{٨}$ د) $\frac{\pi}{٢\sqrt{٨}}$

٦) إذا علمت أن (س - ص)^{٦} + (ص - س)^{٦} = ١٠
(س ≠ ص) فإن صَ =

أ) -١ ب) ١
ج) ٦ د) -٦

٧) إذا علمت أن $\frac{د ص}{د ن}$ = جا ن ، $\frac{د س}{د ن}$ = جتا ن
فإن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ =

أ) $\frac{-١}{٢}$ جا ٢ن ب) قا^{٣}ن
ج) - قا^{٣}ن د) $\frac{١}{٢}$ جا ٢ن

٨) إذا علمت أن ع = ع س + ١ ، ص = ع^{٢} + ٧ ،
س > ٠ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٢ تساوي :

أ) -١ ب) $\frac{١}{٢}$
ج) ٢ د) -٢

٩) إذا علمت أن ص^{٢} + س^{٢} + ١ = ٣ص فإن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$
عند النقطة (١، ٢) يساوي :

أ) ١٠ ب) -١٠
ج) ٢ د) $\frac{٢}{٧}$

١٠) إذا علمت أن (ق ٥ هـ)َ (-٢) = ١٥ ،
وأن (قَ ٥ هـ) (-٢) = ٣ فإن (هَ (-٢))^{٢} يساوي :

أ) ٢٥ ب) ١٠
ج) ١٥ د) ١٠٠

١١) إذا علمت أن (ق ٥ هـ) (س) = س^{٣} ، حيث
ق ، هـ قابلين للاشتقاق وأن قَ (س) = $\frac{١}{س}$
فإن هَ(٢) =

أ) ١٢ ب) ١٢ هـ (٢)
ج) هـ (٢) د) $\frac{١٢}{هـ (١٢)}$

١٢) إذا علمت أن ق(س) = جا س - جتا س وكان
قَ (س) = صفر حيث س ∈ [π ، ٢ π] فإن
س تساوي :

أ) $\frac{٧ \pi}{٤}$ ب) $\frac{٣ \pi}{٤}$
ج) $\frac{٥ \pi}{٤}$ د) $\frac{\pi}{٤}$

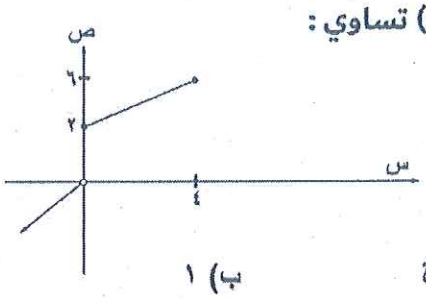
١٣) إذا علمت أن ق(١) = ٣ ، قَ (١) = ٢
هـ(١) = ١ ، هَ(١) = -١ ، فإن
$\frac{د}{د س}$ (ق^{٢} (س^{٢}) + (ق ٥ هـ) (س)) $\Big|_{س = ١}$ =

أ) ١٠ ب) ٢٢
ج) ٢٠ د) ٦

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

مكثف : التفاضل

١٤) من الشكل التالي لمنحنى ق(س) فإن
(ق × قَ)َ (٢) تساوي :



أ) غير موجودة
ب) ١
ج) -١
د) صفر

---

١٥) إذا علمت أن ق (٢س - ٥) = (|س|)^{٣} ، فإن
قَ(-١) تساوي :

أ) ٣
ب) -٣
ج) ٦
د) -٦

---

١٦) إذا علمت أن ق(هـ(س)) = أ س^{٣} + ٢س + ١
قَ(٢) = ٢ ، هَ(٥) = ٣ ، هـ (٥) = ٢ ، فإن أ =

أ) $\frac{١}{٣}$
ب) $\frac{٤}{٧٥}$
ج) -٣
د) $\frac{-١}{٣}$

---

١٧) إذا علمت أن ق(س) = ٢س^{ن} وكان
قً (س) = ١٢٠ س$^{ن-٣}$ فإن ن (حيث ن عدد طبيعي) =

أ) ٦
ب) ٥
ج) ٧
د) ٤

---

١٨) إذا علمت أن ق(س) = $\frac{١ - \text{جتا} \frac{\pi}{٢}}{\text{جا س جتا س}}$
فإن قَ(س) =

أ) -٢ قتا ٢س ظتا ٢س
ب) -٤ قتا ٢س ظتا ٢س
ج) ٤ قتا ٢س ظتا ٢س
د) - قتا ٢س ظتا ٢س

---

١٩) إذا علمت أن ق(س) = $\frac{١}{٣ + أ س}$ ، س ≠ $\frac{-٣}{أ}$
وكان قَ(١) = ٢ وأن أ > -٣ فإن أ =

أ) -١
ب) -٢
ج) $\frac{٩}{٢}$
د) ٢

---

٢٠) جد معدل تغير مساحة دائرة بالنسبة لمحيطها
عندما يكون مساحتها ٢٥ π

أ) ٥π
ب) ٥
ج) ١٠π
د) ١٠

---

٢١) إذا علمت أن ق(س) = ٩س - ٢ (٤ - م^{٢}) س^{٢}
م : ثابت ، فإن قيم م التي تجعل قَ(س) < ٠

أ) (٢ ، ∞) ، (- ∞ ، -٢)
ب) [-٢ ، ٢]
ج) (-٢ ، ٢)
د) [٢، ∞) ، (-∞ ، -٢]

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

مكثف : التفاضل

ثالثاً : مشتقة الاقترانات المتشعبة

نظريات ونتائج	توضيح
كل اقتران قابل للاشتقاق عند نقطة فإنه متصل عندما	إذا كان قَـ (أ) = عدد ، العدد ∋ ح فإن ق(س) متصل عند س = أ
كل اقتران قابل غير متصل عند نقطة فإنه غير قابل للاشتقاق عند تلك النقطة	إذا كان ق(س) متشعب ونقطة التشعب أ وكان ق(س) غير متصل عند أ ← غير قابل للاشتقاق عند س = أ
إذا كان ق(س) متصل عند س = أ	ليس شرط أن يكون قابل للاشتقاق مثلاً |س|
إذا كان قَـ+(أ) = عدد ١ قَـ- (أ) = عدد ٢ عدد ١ ≠ عدد ٢	١) المشتقة اليمين موجودة ٢) المشتقة اليسار موجودة لكنهما غير متساويين ← ق(س) متصل عند س = أ ← مثلاً |س|

مشتقة	الإجراء	ملاحظات
[ ]	١) نعيد التعريف ٢) الاتصال ٣) الاشتقاق	[ ] = { صفر ، [كسري] ، وسطية / غ . م ، [صحيح] ، تشعب } لوحدة [ ] × اقتران ← نعيد التعريف
| |	١) نعيد التعريف ٢) الاتصال ٣) الاشتقاق	لإعادة التعريف عند س = أ نعوض داخل المطلق (دون تأثير المطلق) |+| نفس القاعدة ، |-| القاعدة × -١ ، |٠| يمين و يسار

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

مكثف : التفاضل

تذكر

١) $\sqrt{(س - أ)^{٢}} = |س - أ|$

٢) $[أ\ س \mp ب] = [أ\ س] \mp ب$ ، $ب \in ص$

الأسئلة

١) $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} & ، س < ٢ \\ ٣ & ، س = ٢ \\ ٤س - ٤ & ، س > ٢ \end{cases}$

فإن $ق'(٢) =$

أ) صفر　　ب) ٤

ج) ٢　　د) غ . م

---

٢) $ق(س) = [س + \frac{١}{٢}] - |س - ٣| + ٧$

فإن $ق'(-١) =$

أ) غ . م　　ب) ١

ج) -١　　د) صفر

---

٣) $ق(س) = [\ ٢س + ١\ ] - [\ ٢س + ٣\ ] + |س|$

فإن $ق'(-٢) =$

أ) غ . م　　ب) صفر

ج) ١　　د) -١

---

٤) إذا علمت أن $ق(س) = \begin{cases} أ\ س^{٢} + ب\ س + أ & ، س \geq ٢ \\ س^{٢} + ٢ & ، س > ٢ \end{cases}$

ق(س) قابل للاشتقاق عند س = ٢

فإن أ ، ب على الترتيب ؟

أ) $\{\frac{-٢}{٣} ، \frac{-٤}{٣}\}$　　ب) $\{\frac{-٢}{٣} ، \frac{٤}{٣}\}$

ج) $\{\frac{٢}{٣} ، \frac{٤}{٣}\}$　　د) $\{\frac{٢}{٣} ، \frac{-٤}{٣}\}$

---

٥) $ق(س) = \begin{cases} جـ \times ل(س) & ، س \neq جـ \\ لَ(جـ)\ (س - جـ) & ، س > جـ \end{cases}$

ل(جـ) = صفر ، ق(س) قابل للاشتقاق عند س = جـ (حيث لَ(جـ) ≠ ٠) ، جـ ∈ ح ،

فإن جـ تساوي :

أ) -١　　ب) لَ(جـ)

ج) صفر　　د) ١

---

٦) $ق(س) = |جا\ س|$ ، $هـ(س) = [س + ١]$

فإن $\frac{د}{د\ س}(ق' \times هـ)|_{س = \frac{\pi}{٢}}$

أ) غ . م　　ب) ٢

ج) صفر　　د) -٢

---

٧) إذا علمت أن $ق'(٣) = ٨$ ، وكان

$ق(|س - ١|) = [س + ٠,١]\ س^{٢} + أ|س|$

أ > ٠ فإن أ =

أ) ٢٤　　ب) ١٦

ج) ٨　　د) ١٠

---

٨) $ق(س) = [\ \sqrt{٢س + ٠,٨}\ ] + س + ١$

فإن $ق'(١,١) =$

أ) صفر　　ب) غير موجودة

ج) ١　　د) ٤

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

رابعاً : نهايات خاصة (دلالاتها مشتقة)

$$ق'(س) = \text{نهـــا}_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \text{نهـــا}_{س_2 \to س_1} \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$= \text{نهـــا}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \text{نهـــا}_{هـ \to 0} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$$

١) البسط = Δ ص = ق(س٢) - ق(س١) = ق(ع) - ق(س)

= ق(س + هـ) - ق(س) التغير في الصادات (مقدار التغير في الاقترانات)

٢) $\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}}$ معدل التغير على فترة

٣) ق'(س) = نهـــا معدل التغير على فترة

((أصل النهاية الخاصة التعويض $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$))

أهم خطوات تجهيز النهاية إلى مشتقة

١) تحويل العدد إلى ق(أ)

٢) الاضافة والطرح

٣) القسمة والضرب (انقل التوضيح)

الأسئلة

اختر الاجابة الصحيحة لما يلي :

١) ق(س) = س^3 + ٣س^2 + أ س - ١ ، وكان $\text{نهـــا}_{ع \to ١} \frac{ق(ع) - ق(٢)}{ع - ٢} = ٣$ ، فإن أ =

أ) ١٤ ب) -١٣ ج) -٦ د) -٢١

٢) ق'(٤) = ٦ ، فإن $\text{نهـــا}_{هـ \to 0} \frac{ق(٤) - ق(٤ + هـ)}{٢هـ} =$

أ) -٣ ب) -١٢ ج) -٦ د) ٣

٣) ق(س) = $\frac{أ}{س + ١}$ وكان $\text{نهـــا}_{هـ \to 0} \frac{ق(٢ + هـ) - ق(٢)}{٤هـ} = ٢$

أ) ٧٢ ب) -١٨ ج) -٣٦ د) -٧٢

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

مكثف : التفاضل

٥) إذا علمت أن قَ(٤) = ٦ = ق(٤)

فإن $\text{نهـا}_{س \to ١} \frac{ق(٣س + ١) - ٦}{س - ١}$ =

أ) ٢ ب) ١٨

ج) صفر د) ١٢

---

٦) قَ(٣) = ٢ فإن $\text{نهـا}_{ع \to ١} \frac{ق(\sqrt{ع + ٨}) - ق(٣)}{ع - ١}$ =

أ) $-\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٦}$

ج) $-\frac{١}{٦}$ د) $\frac{١}{٣}$

---

٧) إذا علمت أن ق ، هـ قابلين للاشتقاق ،

قَ(٣) = ١٢، هَ(٣) = ٤ ، فإن

$\text{نهـا}_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ق(٣)}{٣هـ(س) - ٣هـ(٣)}$ =

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٩}$

ج) ١ د) ٣

---

٨) إن $\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جتا}^{٤}\frac{\pi}{٤} - \text{جتا}^{٤}س}{س - \frac{\pi}{٤}}$ =

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) صفر

ج) -١ د) ١

أسئلة مقالية

١) مستخدماً تعريف المشتقة الأولى ، جد مشتقة

ق(س) = جا س + س٢.

الحل : مَ(س) = $\text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

= $\text{نهـا}_{ع \to س} \frac{\text{جا}ع + ع^{٢} - (\text{جا}س + س^{٢})}{ع - س}$ (نفصل)

= $\text{نهـا}_{ع \to س} \frac{\text{جا}ع - \text{جا}س}{ع - س} + \frac{ع^{٢} - س^{٢}}{ع - س}$

= $\text{نهـا}_{ع \to س} \frac{٢\,\text{جتا}(\frac{ع+س}{٢})\,\text{جا}(\frac{ع-س}{٢})}{ع - س} + (ع + س)$

= $\text{نهـا}_{ع \to س} ٢\,\text{جتا}(\frac{ع+س}{٢}) \times \text{نهـا}_{م \to ٠} \frac{\text{جا}م}{م} + ٢س$

= جتاس + ٢س

---

٢) ق(س) = { س٢ + ١ ، س ≥ ٠ ؛ س٣ + ١ ، س < ٠ }

مستخدماً تعريف المشتقة الأولى جد قَ(٠).

الحل : هـ(س) متصل عند س = ٠.

هَ+(٠) = $\text{نهـا}_{ع \to ٠^{+}} \frac{ع + ١ - ١}{ع - ٠}$ = صفر

هَ-(٠) = $\text{نهـا}_{ع \to ٠^{-}} \frac{ع^{٢} + ١ - ١}{ع - ٠}$ = صفر

هَ(٠) = صفر

---

٣) إذا علمت أن ق(س) قابل للاشتقاق أثبت أن

$\text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ع^{٢}ق(ع) - س^{٢}ق(س)}{ع - س}$

= ٢س ق(س) + س٢ قَ(س)

الحل : نفصل النهاية

$\text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ع^{٢}ق(ع) - س^{٢}ق(ع)}{ع - س} + \frac{س^{٢}ق(ع) - س^{٢}ق(س)}{ع - س}$

= $\text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ق(ع)(ع - س)(ع + س)}{ع - س} + س^{٢}\frac{(ق(ع) - ق(س))}{ع - س}$

ولأن ق(س) قابل للاشتقاق ← متصل

= ٢س ق(س) + س٢ مَ(س)

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

٤) ق(س) = $\frac{\text{هـ}(س)}{\text{م}(س)\ (\sqrt{\text{س}}+1)}$ ، جد مَ(٤)

حيث هـ(٤) = ٢ ، هَ(٤) = -١ ، قَ(٤) = ٣ ، م(٤) = ١

العل :

$\text{مَ}(س) = \frac{\text{م}(س)(\sqrt{س}+1)\,\text{هـ}'(س) - \text{هـ}(س)(\text{م}(س)\times\frac{1}{2\sqrt{س}}\times\sqrt{س}+\text{م}'(س)(\sqrt{س}+1))}{(\text{م}(س)(\sqrt{س}+1))^2}$

نعوض س = ٤

$= \frac{1\times2\times1 - 2(\frac{1}{4}+2\,\text{م}'(٤))}{9}$

$\therefore \text{م}'(٤) = \frac{-61}{12}$

٥) إذا علمت أن $\text{س}^2 = \text{ظا ص} + \text{س}$ جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}\Big|_{\text{س}=2}$

الحل : نشتق الطرفين

$2\text{س} = \text{قا}^2\text{ص}\ \text{صَ} + 1 \leftarrow \text{صَ} = \frac{2\text{س}-1}{\text{قا}^2\text{ص}}$

نبدل $\text{قا}^2\text{ص}$

$\text{صَ} = \frac{2\text{س}-1}{1+\text{ظا}^2\text{ص}} = \frac{2\text{س}-1}{1+(\text{س}-\text{س})^2}\Big|_{\text{س}=2}$

$\therefore \text{صَ} = \frac{2}{5}$

٦) إذا علمت أن ص = $\sqrt{\text{جا س}}$ ، جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ عندما ص = $\frac{1}{2}$ حيث س بالربع الأول .

العل: $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{جتا س}}{2\sqrt{\text{جا س}}}$

نجد جا س ، جتا س

ص^2 = جا س ← $\frac{1}{4}$ = جا س

جا^{2}س + جتا^{2}س = ١ ← جتا^{2}س = ١ - $\frac{1}{16}$

جتا^{2}س = $\frac{15}{16}$ ← جتا س = $\frac{\sqrt{15}}{4}$ (الأول)

$\therefore \frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{2\times\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

٧) إذا علمت أن س = $\sqrt{\text{ص}^2 + 8\text{ص}}$ ،

جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ عندما س = ٣

العل :

عندما س = ٢ ← ٢ = $\sqrt{\text{ص}^2 + 8\text{ص}}$ نربع

٩ = ص^2 + ٨ص ← ص^2 + ٨ص - ٩ = ٠

(ص+٩)(ص-١) = ٠ ← ص = ١ ، ص = -٩

(١ ، ٢) ، (-٩ ، ٢)

$\text{س}^2 = \text{ص}^2 + 8\text{ص}$ نشتق

$2\text{س} = 2\text{ص}\,\text{صَ} + 8\text{صَ}$

(١ ، ٢) | (-٩ ، ٢)

٦ = ٢صَ + صَ | ٦ = -١٨صَ + ٨صَ

صَ = $\frac{6}{10} = \frac{2}{5}$ | صَ = $\frac{-6}{10} = \frac{-2}{5}$

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

٨) $ق(س) = \frac{س + ٢}{\sqrt[٤]{جا س + جتا س + ١٥}}$ جد $ق'(٠)$

الحل :

$م(س) = (س+٢) \times (جا س + جتا س + ١٥)^{-\frac{١}{٤}}$

$م'(س) = (س+٢) \times \frac{-١}{٤} (جا س + جتا س + ١٥)^{-\frac{٥}{٤}} (جتا س - جا س)$

$\oplus \; (جا س + جتا س + ١٥)^{-\frac{١}{٤}} \times ١$

$م'(٠) = \frac{-٢}{٤} (١٦)^{-\frac{٥}{٤}} \times ١ + (١٦)^{-\frac{١}{٤}}$

$= \frac{-١}{٢} \times \frac{١}{٢٣} + \frac{١}{٢} = \frac{٢١}{٦٤}$

٩) $ق'(س) = س^{٢} + س - ٤$ ، $هـ'(١) = ٢$ ، $هـ''(١) = -١$
وكان $(ق \circ هـ)''(١) =$ صفر ، جد $هـ(١)$ حيث $هـ(١) > ٠$

الحل :

$(م \circ هـ)''(س) = م'(هـ(س)) \times هـ'(س)$

$(م \circ هـ)''(س) = م'(هـ(س)) \times هـ''(س) \oplus م''(هـ(س)) \times (هـ'(س))^{٢}$

نعوض س = ١

$٠ = -م'(هـ(١)) + م''(هـ(١)) \times ٤$

$م''(س) = ٢س + ١$

$٠ = -هـ^{٢}(١) + ٧ هـ(١) + ٨$ $\times (-١)$

$هـ^{٢}(١) - ٧ هـ(١) - ٨ = ٠$

$(هـ(١) - ٨)(هـ(١) + ١) = ٠$

$هـ(١) = ٨$ ، $هـ(١) = -١$

$هـ(١) > ٠$

$\therefore هـ(١) = ٨$

---

١٠) ق ، هـ قابلين للاشتقاق
$(ق \circ هـ)(س) = أ \sqrt{س}$ ، $أ \neq ٠$ ، $س > ٠$ ،
جد $هـ'(٣)$ علماً بأن $ق'(س) = ق(س)$

الحل : نشتق الطرفين

$م'(هـ(س)) \times هـ'(س) = \frac{م}{٢\sqrt{س}}$

$م'(هـ(س)) \times هـ'(س) = \frac{م}{٢\sqrt{س}}$

$(م \circ هـ)'(٢) \times هـ'(٢) = \frac{م}{٢\sqrt{٢}}$

لكن $(م \circ هـ)'(س) = م\sqrt{س}$

$م\sqrt{٢} \times هـ'(٢) = \frac{م}{٢\sqrt{٢}}$

$\therefore هـ'(٢) = \frac{١}{٦}$

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

١٠) إذا علمت أن ق(١) = ٣ ، قَ(١) = ٢ جد :

أ) $\lim_{س \to 1} \frac{ق(جا \frac{\pi}{2} س) - ٣}{س - ١}$

العل : $\lim_{س \to 1} \frac{هـ(جا \frac{\pi}{2} س) - ق(١)}{س - ١}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{هـ(جا \frac{\pi}{2} س) - هـ(جا \frac{\pi}{2})}{س - ١}$

المطلوب مشتقة $هـ(جا \frac{\pi}{2} س)$ عند $س = ١$

$هـ'(جا \frac{\pi}{2} س) جتا \frac{\pi}{2} س \times \frac{\pi}{2}$ عند $س = ١$

$هـ'(١) \times صفر \times \frac{\pi}{2} = صفر$

ب) $\lim_{س \to 1} \frac{س - \frac{1}{3} ق(س)}{(س - ١) ق(س)}$

العل :

$\lim_{س \to 1} \frac{1}{هـ(س)} \times \lim_{س \to 1} \left(\frac{س - ١}{س - ١} + \frac{١ - \frac{1}{3} هـ(س)}{س - ١} \right)$

$= \frac{1}{3} \times \lim_{س \to 1} \left(١ + \frac{\frac{1}{3}(٣ - ق(س))}{س - ١} \right)$

$= \frac{1}{3} \times \lim_{س \to 1} \left(١ + \frac{1}{3} \frac{ق(١) - ق(س)}{س - ١} \right)$

$= \frac{1}{3} (١ - \frac{1}{3} هـ'(١))$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

١١) إذا علمت أن $س^٢ + ص^٢ = ٢٥$ اثبت أن

$ص'' = \frac{-٢٥}{ص^٣}$

العل : نشتق

$٢س + ٢ص ص' = ٠$ ÷ (٢)

$س + ص ص' = ٠$

نشتق مرة أخرى

$١ + ص ص'' + (ص')^٢ = ٠$ لكن $ص' = \frac{-س}{ص}$

$١ + ص ص'' + (\frac{-س}{ص})^٢ = ٠$ × $ص^٢$

$ص^٢ + ص^٢ ص'' + س^٢ = ٠$

لكن $س^٢ + ص^٢ = ٢٥$

$٢٥ + ص^٢ ص'' = ٠$

$\therefore ص'' = \frac{-٢٥}{ص^٣}$

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

١٢) إذا علمت أن ص = جا^{٤}س أثبت أن

$\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ + ١٦ص = ١٢ جا^{٢}س

الحل :

$ص'$ = ٤ جا^{٣}س × جتاس

$ص''$ = ٤ جا^{٢}س × -جاس + جتاس × ١٢جاس

$ص''$ + ٤جا^{٤}س = ١٢ جا^{٢}س جتا^{٢}س

$ص''$ + ٤جا^{٤}س = ١٢ جا^{٢}س (١ - جا^{٢}س)

$ص''$ + ٤جا^{٤}س = ١٢جا^{٢}س - ١٢جا^{٤}س

$ص''$ + ١٦جا^{٤}س = ١٢جا^{٢}س

$ص''$ + ١٦ص = ١٢جا^{٢}س #

١٣) إذا علمت أن ص = جا س + س ص أثبت أن

ص$''$ + ص = $\frac{٢ص'}{١ - س}$

الحل : نشتق العلاقة

$ص'$ = جتاس + س$ص'$ + ص نشتق

$ص''$ = -جاس + س$ص''$ + $ص'$ + $ص'$

ولكن -جاس = س ص - ص

$ص''$(١ - س) = س ص - ص + ٢$ص'$

$ص''$(١ - س) = - ص (١ - س) + ٢$ص'$

(١ - س)($ص''$ + ص) = ٢$ص'$

$ص''$ + ص = $\frac{٢ص'}{١ - س}$

---

١٤) إذا علمت أن س ص = (س + ص)^{٤} أثبت أن

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{ص (٣س - ص)}{س (س - ٣ص)}$

الحل : نشتق الطرفين

س$ص'$ + ص = ٤(س + ص)^{٣} (١ + $ص'$)

س$ص'$ - ص = ٤(س + ص)^{٢} × ٤(س + ص)^{٢} - ص

$ص'$(س - ٤(س + ص)^{٢}) = ٤(س + ص)^{٢} - ص

$ص'$ = $\frac{٤(س+ص)^{٢} - ص}{س - ٤(س+ص)٢}$ × $\frac{(س+ص)}{(س+ص)}$

$ص'$ = $\frac{٤(س+ص)^{٤} - ص(س+ص)}{س(س+ص) - ٤(س+ص)^{٤}}$

$ص'$ = $\frac{٤س ص - س ص - ص^{٢}}{س^{٢} + س ص - ٤س ص}$

$ص'$ = $\frac{ص(٢س - ص)}{س(س - ٢ص)}$

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

أجوبة الدوائر ص١ ، ص٢

١- الاقتران خطي ← ن = ١

(ج)

٢- $م_{ل} = \frac{ل(٣) - ل(-١)}{٢}$

$= \frac{(ق(٣)+٧) - (ق(-١)+١)}{٢}$

$= \frac{ق(٣)-ق(-١)}{٢} + \frac{٧-١}{٢}$

$= ٤ + ٢ = ٦$ (د)

٢- $م_{هـ} = \frac{ق^{٢}(٤) + ١١ - (ق^{٢}(١)+٢)}{٢}$

$= \frac{ق^{٢}(٤)-ق^{٢}(١)}{٢} + \frac{١١-٢}{٢}$

$= \frac{(ق(٤)-ق(١))(ق(٤)+ق(١))}{٢} + ٢$

$= (-٢ \times ٢) + ٢ = -٢$ (ب)

٤- $م_{المماس} = \frac{٥ص}{٥س} = \frac{-١}{م_{العمودي}} = \frac{-١}{٤}$

$\frac{ق(٢)-ق(١)}{٢} = \frac{٢ق(١)-ق(١)}{٢} = \frac{-١}{٤}$

$ق(١) = \frac{-١}{٢}$ (جـ)

٥- $م_{١} = -١ = \frac{ق(٥)-ق(١)}{٤}$

$-٤ = ق(٥) - ق(١)$ ---- ①

$م_{٢} = \frac{ق(٣)-ق(١)}{١} = ٤$

$٤ = ق(٣) - ق(١)$ ---- ③

① - ③ ← $-٨ = ق(٥) - ق(٣)$

$م_{٢} = \frac{ق(٥)-ق(٣)}{٢} = \frac{-٨}{٢}$ (ب)

٦- $-٢ = \frac{٩هـ(٣) - هـ(١)}{٣}$

$-٤ = ٩هـ(٣) - هـ(١)$ ---- ①

$م_{هـ} = ٥ = \frac{هـ(٣)-هـ(١)}{٢}$

$١٠ = هـ(٣) - هـ(١)$ ---- ②

① - ② ← $-١٤ = ٨هـ(٣)$

$هـ(٣) = \frac{-٧}{٤}$ (ب)

٧- $م_{ق} = \frac{ق(٣)-ق(١)}{٢} = ظا\frac{٣\pi}{٤} = -١$

$م_{هـ} = \frac{هـ(٣)-هـ(١)}{٢}$

$= \frac{(٢٧+ق(٣)) - (١+ق(١))}{٢}$

$= \frac{ق(٣)-ق(١)}{٢} + \frac{٢٧-١}{٢}$

$= -١ + ١٢ = ١١$ (د)

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

٨- $\Delta ص = ل(٢) - ل(١)$

$= (٥)^{-٢} - (١)^{-٢}$

$= \frac{١}{٢٥} - ١ = \frac{-٢٤}{٢٥}$ (ب)

٩- $\overline{ع} = \frac{ق(٤) - ق(١)}{٢}$

$٨ = \frac{ق(٤) - ٢}{٢}$

$ق(٤) = ٢٦$ (ج)

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

أجوبة الدوائر هـ٤، هـ٥، هـ٦

١- ق(٢) = ٦ ، ٢ هـ(٢) = ٦ ← هـ(٢) = ٣

$هـ'(س) = \frac{1}{2\sqrt{س+2}} \times هـ(س) + \sqrt{س+2} \times هـ'(س)$

$هـ'(٢) = \frac{1}{4} \times ٦ + ٢ \times ٢ = \frac{11}{2}$ (ب)

٢- $س^2 ق(س) - س ق(س) = ٢$

$هـ(س) = \frac{٢}{س^2 - س}$

$هـ'(س) = \frac{-٢ \times (٢س - ١)}{(س^2 - س)^2}$

$هـ'(٢) = \frac{-٢}{٢}$ (جـ)

٢- $ل'(س) = ٢س \times هـ(س) \times هـ(س) + س^2 \times هـ'(س) \times هـ(س) + س^2 \times هـ(س) \times هـ'(س)$

$ل'(١) = ٢ \times ٢ \times ١ + ١ \times ٢ \times ١ + ١ \times ٢ \times -٢$

$= ٢$ (د)

٤- $هـ' = \sqrt{٣} جتاس + \sqrt{٢} جاس$

$(هـ')^2 = ٣ جتا^2 س + ٢\sqrt{٣}\sqrt{٢} جتاس جاس + ٢ جا^2 س$

$(هـ)^2 = ٣ جا^2 س - ٢\sqrt{٣}\sqrt{٢} جتاس جاس + ٢ جتا^2 س$

$(هـ')^2 + (هـ)^2 = ٣(١) + ٢(١)$

$= ٥$ (ب)

٥- نجد س ← س - ١ = ١ ← س = ٢

$هـ'(س-١) = ٢ جا \frac{\pi}{٤} س$ جتا $\frac{\pi}{٤} س \times \frac{\pi}{٤}$

نعوض

$هـ'(١) = ٢ جا \frac{\pi}{٤} جتا \frac{\pi}{٤} \times \frac{\pi}{٤}$

$= ٢ \times \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{\pi}{٤}$

$= \frac{\pi}{٨}$ (جـ)

٦- $(س - هـ)^6 = (هـ - س)^6$

$\therefore ٢ (س - هـ)^6 = ١٠$

$(س - هـ)^6 = ٥$

نشتق $٦(س - هـ)^5 (١ - هـ') =$ صفر

$\therefore هـ' = ١$ لأن $هـ \neq س$ (ب)

٧- $\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س}$

$\frac{د ص}{د س} = جتا ن \times \frac{١}{جتا ن} =$ ظا ن

$\frac{د^2 ص}{د س^2} = قا^2 ن \times \frac{د ن}{د س} =$ قا^2 ن (ب)

٨- نجعل ع موضع قانون

$ع = \frac{١}{١ - س}$ ، $ص = ع^2 + ٧$

$\frac{د ص}{د ع} = ٢ع$ ، $\frac{د ع}{د س} = \frac{١}{(١-س)^2}$

$\frac{د ص}{د س} = ٢ع \times \frac{١}{(١-س)^2}$

$= ٢ \times ١ \times -٢ = -٢$ (د)

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

٩- $٢ص ص'' + ٢س = ٢ص'$

نعبد $ص'$ عند $س=١$ ، $ص=٢$ ← $ص' = -٣$

نشتق مرة أخرى

$٢ص ص'' + ٢(ص')^٢ + ٢ = ٢ص''$

نعوض ← $٤ص'' - ٢ص'' = -١٠$

$ص'' = -١٠$ (ب)

١٠- $مـ'(هـ(-٢)) \times هـ'(-٢) = ١٥$

$مـ'(هـ(-٢)) = ٢$

$٢هـ'(-٢) = ١٥$

$هـ'(-٢) = ٥$

$(هـ'(-٢))^٢ = ٢٥$ (أ)

١١- نشتق الطرفين

$مـ'(هـ(س)) \times هـ'(س) = ٢س^٢$

لكن $مـ'(هـ(س)) = \frac{١}{هـ(س)}$

$هـ'(س) = ٢س^٢ هـ(س)$

$هـ'(٢) = ١٢ هـ(٢)$ (ب)

١٢- $مـ(س) = جتاس + جاس$

$مـ''(س) = -جاس + جتاس = ٠$

ظاس = ١

$س = \frac{\pi}{٤}$ ، $\frac{٥\pi}{٤}$ (ج)

١٢- $٢مـ(س^٢) \times مـ'(س^٢) \times ٢س$ (+)

$مـ'(هـ(س) \times هـ'(س)$

نعوض $س = ١$

المشتقة $= ٢ق(١) مـ'(١) \times ٢$ (+) $مـ'(هـ(١)) \times هـ'(١)$

$= ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ + مـ'(١) \times -١$

$= ٢٢$ (ب)

١٤- $مـ'(٢) = \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{-٦}{-٤} = ١$

$مـ''(٢) =$ صفر (لأنه على خطي)

$ق(٢)$ من معادلة المستقيم

$ص - ٢ = ١(س - ٠)$

$ص = س + ٢$ ← $ق(٢) = ٤$

المطلوب $ق(٢) \times مـ''(٢) + مـ'(٢) \times مـ'(٢)$

$= ٤ \times$ صفر $+ ١ \times ١ = ١$ (ب)

١٥- نعبد $س$ عند $٢س - ٥ = -١$ ← $٢س = ٤$

$س = ٢$ ثم نعيد التعريف

$مـ(٢س - ٥) = س^٢$ ثم نشتق

$مـ'(٢س - ٥) \times ٢ = ٢س$ نعوض $س = ٢$

$مـ'(٢ \times ٢ - ٥) \times ٤ = -٦$

$قـ'(-١) \times ٤ = ١٢$ ← $مـ'(-١) = ٣$ (أ)

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

١٦- نشتق

$م'(هـ(س)) \times هـ'(س) = ٢م س^{م-١} + ٢$

نعوض $س = ٥$

$م'(هـ(٥)) \times هـ'(٥) = ٢م ٧٥ + ٢$

$م'(٢) \times ٢ = ٢م ٧٥ + ٢$

$م = \frac{٤}{٧٥}$ (ب)

١٧- $م'(س) = ٢ن س^{ن-١}$

$م''(س) = ٢ن(ن-١) س^{ن-٢}$

$م'''(س) = ٢ن(ن-١)(ن-٢) س^{ن-٣}$

$٢ن(ن-١)(ن-٣) = ١٢٠$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٦٠$

$ن = ٥$ (ب)

١٨- $م(س) = \frac{١-}{\frac{١}{٢} جا٢س} = ٢ قتا٢س$

$م'(س) = -٤ قتا٢س ظتا٢س$ (ب)

١٩- $م'(س) = \frac{-٢م}{(٢م س+٢)^{٢}}$

$م'(١) = \frac{-٢م}{(٢م+٢)^{٢}} = ٢$

$-٢م = ٣(٩+٦م+٢م^{٢})$

$٢م^{٢} + ١٢م + ١٨ = ٠$

$م = -٣$ ✓ $م = \frac{-٩}{٢}$ ✗

(ب)

٢٠- $م = ٣ن ق^{٢}$ ، $ل = ٣ن ق$

$\frac{دم}{دل} = \frac{دم}{دق} \times \frac{دق}{دل}$

$= ٣ن ق \times \frac{١}{٣ن}$

$= ق$

ولكن $ل = ٣ن ق^{٢}$

$٣ن٢٥ = ٣ن ق^{٢}$

$ق = ٥$

$\therefore \frac{دم}{دل} = ٥$ (ب)

٢١- $م'(س) = ٩ - ٤(٤ - م^{٢}) س$

$م''(س) = -٤(٤ - م^{٢})$

$م \in (-٢، ٢)$ (ج)

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

إجابة الدوائر ص ٨

١- غ.م للأعداد غير متصل عند س = ٢ (د)

٢- نعيد التعريف
هـ(س) = -١ + (س-٢) + ٧ عند س = ١
هـ'(س) = ١
هـ'(-١) = ١ (ب)

٣- هـ(س) = [٣س] + ١ - [٣س] - ٢ - س
هـ'(س) = -١
هـ'(-٣) = -١ (د)

٤- هـ'(س) = { ٢أس + ب ، س ≤ ٢ ; ٣س ، س > ٢ }
هـ'(٢) = هـ'(٢) ← ٤أ + ب = ٤ ... ①
هـ(س) متصل عند س = ٢ ←
نهـا ق(س) = نهـا ق(س)
س→٢⁺ س→٢⁻
٤أ + ٢ب + أ = ٦ ← ٥أ + ٢ب = ٦ ... ③
① × -٢ ← -٨أ - ٢ب = -٨
-٣أ = -٢ ← أ = ٢/٣
∴ ب = ٤ - ٨/٣ = ٤/٣ (ج)

٥- هـ'(ج) = هـ'(ج)
ل'(ج) = ج ل'(ج)
ج = ١ (د)

٦- هـ(س) = جاس عند س = π/٢
هـ(س) = ٢ عند س = π/٢
د/دس (٢جتاس) = -٢جاس
= -٢ (د)

٧- |س-١| = ٢ ← س = ٤ ، س = -٢
① هـ(س-١) = ٤س² + أس نشتق
هـ'(س-١) = ٨س + أ نعوض س = ٤
هـ'(٣) = ٣٢ + أ ← أ = -٢٤ ×
② س = -٢
هـ(١-س) = -٣س² - أس نشتق
هـ'(١-س) × -١ = -٤س - أ نعوض
-٨ = -٨ - أ ← أ = ١٦ (ب)

٨- هـ(س) = ٢ + س
هـ'(١،١) = ١ (ج)

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net

إجابة الدوائر ص ٩، ص ١٠

١- ليست مشتقة

$هـ(١) - هـ(٣) = -٢$

$(ب+٢) - ١٩ - ب٣ = -٢$

$-١٦ - ب = -٢$

$ب = -١٢$ (ب)

٢- المطلوب $-\frac{١}{٢} هـ'(٤) = -٢$ (ب)

٢- $هـ'(س) = \frac{-ب}{(س+١)^{٢}}$

$\frac{١}{٤} هـ'(٣) = ٣$

$هـ'(٣) = ٨$

$\frac{-ب}{٩} = ٨$

$ب = -٧٢$ (د)

٤- المطلوب $٢هـ'(\frac{\pi}{٤}) = ؟؟$

$هـ'(س) = -٢جا٢س$

المطلوب $٢هـ'(\frac{\pi}{٤})$

$= -٤$ (د)

٥- المطلوب $٢هـ'(٤) = ١٨$ (ب)

٦- نهـا $\frac{هـ(أ٤+٨) - هـ(أ+٨)}{٤-١}$ $س \to ١$

المطلوب مشتقة $هـ(أس+٨)$ عند $س = ١$

$هـ'(٢) \times \frac{١}{٢أس+٨}$ عند $س = ١ = ٢ \times \frac{١}{٢ \times ٢}$

$= \frac{١}{٢}$ (د)

٧- المطلوب $\frac{هـ'(٢)}{٢هـ'(٢)} = \frac{١٢}{١٢} = ١$ (ج)

٨- المطلوب $هـ'(\frac{\pi}{٤})$

$هـ(س) = جتا^{٤}س$

$هـ'(س) = ٤جتا^{٣}س \times -جاس$

$= -٤جتا^{٢}\frac{\pi}{٤} \times -جا\frac{\pi}{٤}$

$= ٤ \times (\frac{١}{\sqrt{٢}})^{٤} = ١$ (د)

تم التحميل من موقع الأوائل www.awa2el.net