AWA2EL PLUS

مكثفات
الأوائل بلس+

مكثف الرياضيات

الفرع العلمي

[redacted]

أسئلة موضوعية وأسئلة مقالية
330 سؤال اختيار من متعدد

2003

plus.awa2el.net

إعداد الأستاذ

حمدالله الطوباسي

للتواصل مع منصة الأوائل بلس :

07 9799 6064
07 9799 6065
alawa2elplus

للتواصل مع المعلم :

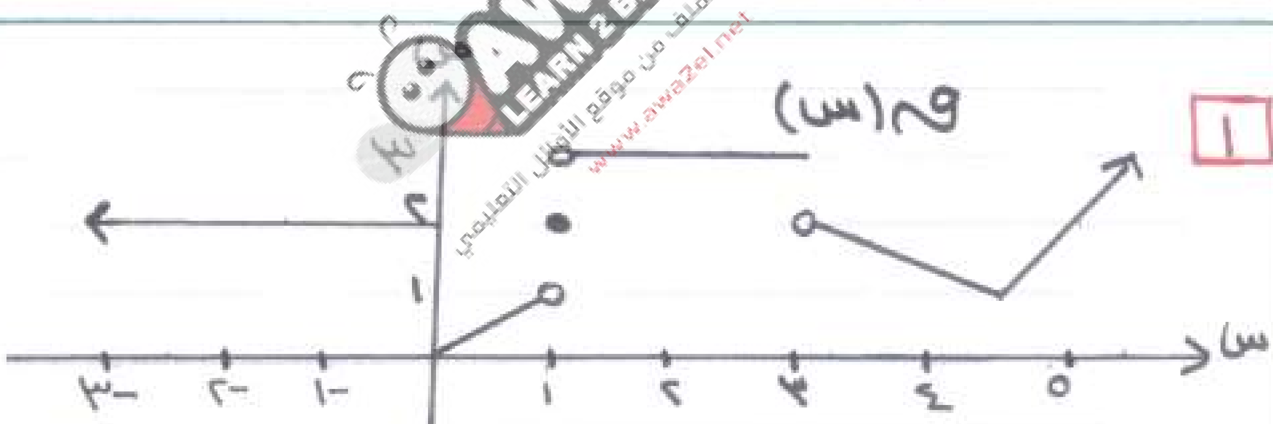
07 7935 8752
/hamdallahteach

النهايات والاتصال

السؤال الأول :-

يتكون هذا السؤال من (٦٠) فقرة، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح
اختر رمز الإجابة الصحيحة ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة الصحيحة في نموذج الإجابة

1



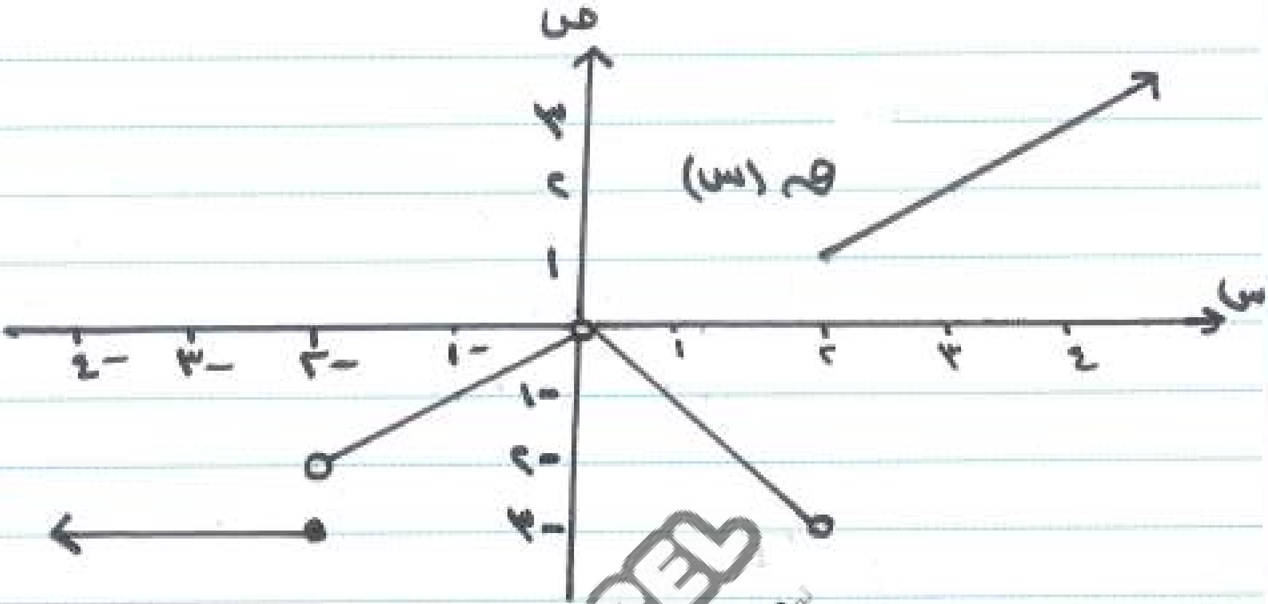
معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س)، فإن مجموعة قيم (أ) التي تجعل $\lim_{س \to أ}$ ق(س) تساوي (٢) هي

أ) {٢،٥،١} ∪ (-∞،٠)　　ب) {٢،٥،١،٣} ∪ (-∞،٠]

جـ) {٢،٥،٣} ∪ (-∞،٠)　　د) {٢،٥} ∪ (-∞،٠]

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٢



إذا كان هـ(س) = { م س ، س > -٢
م - س ، س ≤ -٢

فإن قيم/ قيمة (م) التي تجعل نها (ق(س) + هـ(س)) غير موجودة هي
س ← م

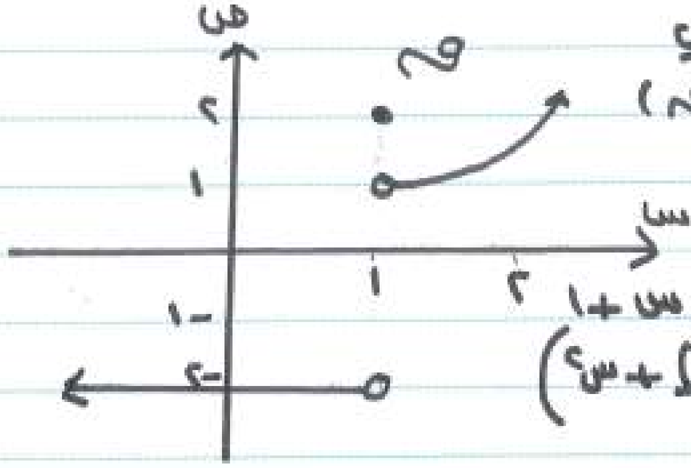
أ) {٢} ب) {-٢} جـ) {-٢، ٢} د) {-٢، ٠، ٢}

---

٣ إذا كانت نها (ق(٢س+١) - ٣س٣) = صفر ،
س ← ٣

فإن نها (٣ ق²(√س +٢)) تساوي :
س ← ٩

أ) ٥ ب) ٦ جـ) ٣٦ د) ١٠٨



٤ معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران (ق) المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)

إذا علمت أن هـ(س) = س + ١

فإن $\lim\limits_{\text{س}\to 1^{+}} \left(\dfrac{\text{ق}(\text{س}-2)}{\text{هـ}(\text{س})} + \text{س}^2 \right)$ تساوي :

أ) $\frac{3}{2}$ ب) $\frac{1}{2}$ ج) غ م د) ٢

---

٥ $\lim\limits_{\text{س}\to 0} \left([2\text{س}+1] - [2\text{س}-1] \right)$ تساوي

أ) غير موجوده ب) صفر ج) ١ د) ٢

---

٦ إذا كانت $\lim\limits_{\text{س}\to \text{م}} [\text{س} + [3]] = 6$ ، فإن

مجموعة حل قيم (م) هي

أ) $[3، 4]$ ب) $(3، 4]$ ج) $[3، 4)$ د) $(3، 4)$

---

٧ ق(س) = $[2 - \text{س}]$ ، فإن قيم الثابت (م)

التي تجعل $\lim\limits_{\text{س}\to \text{م}^{+}} \text{ق}(\text{س}) = 2$ هي

أ) $[-1، 0]$ ب) $[-1، 0)$ ج) $(-1، 0)$ د) $(-1، 0]$

8 $\lim\limits_{س \to 1} \frac{1}{1-[\![|س|]\!]}$ تساوي

أ) صفر   ب) -1   جـ) 1   د) غير موجوده

9 إذا كان ق(س) = $\sqrt{3-س}$ ، فإن قيم الثابت (جـ) التي تجعل $\lim\limits_{س \to جـ}$ ق(س) غير موجوده هي

أ) $(-\infty ، -3]$ ب) $[3 ، \infty)$ جـ) $(-\infty ، 3)$ د) $(-\infty ، -3]$

10 إذا كان ق(س) كثير حدود وكان باقي قسمته على (س - 3) يساوي (6) ، ... (أ) ، حيث
$\lim\limits_{س \to 3}$ (2 ق(س) + أ س - 1) = ...

أ) 1   ب) -1   جـ) -2   د) 2

11 إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أ س^2 + 9 & ، س \in ص \\ 1 - 3س & ، س \notin ص \end{cases}$

حيث (ص) مجموعة الأعداد الصحيحة فإن $\lim\limits_{س \to 1}$ ق(س) تساوي

أ) -2   ب) -4   جـ) 10   د) غير موجوده

12 إذا كان ق اقتران كثير حدود يمر بالنقطة (-1، 2)
وكانت $\lim\limits_{س \to -1}$ (-1 - ل(س)) = -2، فإن $\lim\limits_{س \to -1}$ (ق(س) × ل²(س)) تساوي

أ) 2   ب) -9   جـ) 18   د) 9

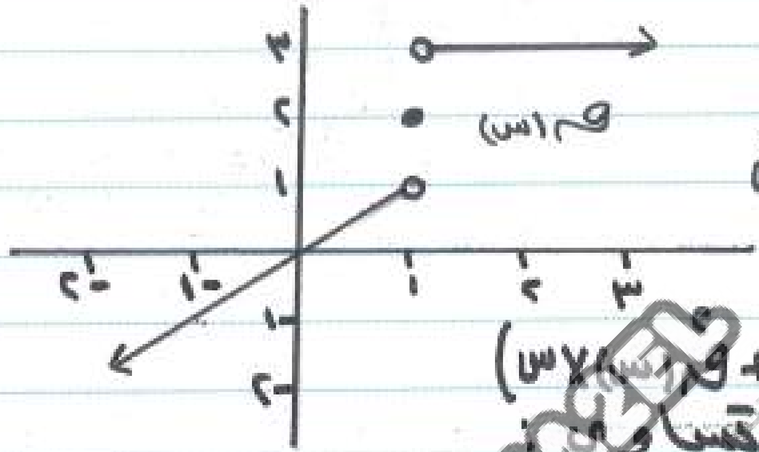
الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

١٣ $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نها}} \left([س+٢] + [٢-س] \right)$ تساوي

أ) ٥ ب) ٦ جـ) ٢ د) غير موجوده

---

١٤ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) المعرف ع(ح) فإن



$\underset{س \leftarrow -١}{\text{نها}} \left(ق(١-س) + ق(س) \times س \right)$ تساوي

أ) -٤ ب) ٤ جـ) ١ د) ٢

---

١٥ إذا كان ق كثير حدود باقي قسمته على (س-٤) = ٦ فإن قيمة $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نها}} \left(\sqrt[٣]{٢ + ق(س)} \right)$ تساوي

أ) صفر ب) ٢ جـ) $\frac{٢}{٣}$ د) غير موجوده

---

١٦ إذا كان $ق(س) = \frac{س^٢ + (ل-٧)س - ل}{س - ٣}$ ، س ≠ ٣

فإن قيمة الثابت ل التي تجعل $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نها}} ق(س)$ موجوده هي

أ) ٦ ب) -٦ جـ) ٣ د) -٣

١٧ قيمة $\text{نها}_{\text{س} \to ٣} \frac{(\text{س}^٢ - ٤)^٢}{(\text{س} - ٢)^٢}$ تساوي

أ) ١٦- ب) ٤ جـ) ٤- د) ١٦

١٨ $\text{نها}_{\text{س} \to ٠} \frac{٢^{\text{س}} - ٢^{-\text{س}}}{٢^{\text{س}} - ١}$ تساوي

أ) ١ ب) ٢ جـ) صفر د) غير موجود

١٩ إذا كانت هـ كثير حدود وكانت $\text{نها}_{\text{س} \to ٢} \frac{٢\text{هـ}(\text{س}) - ٨}{\text{س} - ٢} = ٤$ ، فإن

$\text{نها}_{\text{س} \to ٢} \frac{\text{س}^٢ - ٤}{\text{هـ}(\text{س}) - ٤}$ تساوي

أ) ٤ ب) ٢- جـ) $\frac{١}{٤}$ د) ٢

٢٠ $\text{نها}_{\text{س} \to ١} \frac{(\text{س}^٢ + ٢\text{س} - ٣)^٢}{\text{س}^٢ - ٢\text{س} + ١}$ تساوي

أ) ٤ ب) ٦ جـ) ٨ د) ١٦

٢١ $\text{نها}_{\text{س} \to ٢} \sqrt{\frac{\text{س}^٢ - ٤}{\text{س} - ٢}}$ تساوي

أ) غير موجود ب) ٢ جـ) ٤ د) صفر

٢٢ إذا كان ق كثير حدود وكانت $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{٢ق(س)}{س} = ٤$

فإن $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{(س+١)^٢ - ١}{ق(س)}$ تساوي

أ) ٤ ب) ١ ج) $\frac{١}{٤}$ د) ٢

---

٢٣ إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{س}{م - \sqrt{م^٢ - س}} = \underset{س \leftarrow ٣^+}{نها} [س - م]$ ،

م ∈ ص ، فإن قيمة الثابت (م) تساوي

أ) ٢ ب) ٣ ج) [illegible] د) صفر

---

٢٤ إذا كان ق كثير حدود وكانت $\underset{س \leftarrow ٣}{نها} \frac{ق(س) - ٩}{س - ٣} = ٥$

فإن $\underset{س \leftarrow ٣}{نها} \frac{ق(س) - س^٢}{س - ٣}$ تساوي

أ) ١١ ب) ٨ ج) ١ د) −١

---

٢٥ $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \frac{(٢س + س^٣)^٥}{٢س^٥}$ تساوي

أ) ٣٢ ب) ١٦ ج) −١٦ د) −٣٢

---

٢٦ $\underset{س \leftarrow ٤}{نها} \frac{(س-٤)^٤ - ٢س^٢ + ٣٢}{س^٢ - ١٦}$ تساوي

أ) −٢ ب) ٢ ج) ١٦ د) −١٦

27 $ق(س) = \begin{cases} \frac{3}{س+1} & ، \ 1 \geq س \geq 2 \\ س^2 & ، \ [س] = 2 \end{cases}$

$\lim_{س \to 2} ق(س)$ تساوي

أ) 4 ب) 1 جـ) صفر د) غير موجودة

---

28 $\lim_{س \to 1} \frac{1}{س-1} \left(\frac{1}{س^2+س} - \frac{1}{2} \right)$ تساوي

أ) $\frac{-3}{2}$ ب) $\frac{3}{2}$ جـ) $\frac{1}{4}$ د) $\frac{-1}{4}$

---

29 $ق(س) = \begin{cases} [س+2] & ، \ س > م \\ 9 - [س] & ، \ س < م \end{cases}$

$\lim_{س \to م} ق(س)$ موجودة ، فإن قيمة الثابت (م) حيث م ∋ ص هي:

أ) 8 ب) 4 جـ) 6 د) 2

---

30 إذا كانت $\lim_{س \to 2} \frac{3س^2 - (6-هـ)س - 2هـ}{س^2 - 4} = -2$

فإن قيمة الثابت (هـ) هي

أ) 2 ب) -2 جـ) -14 د) 14

---

31 إذا كانت $\lim_{س \to 1} \left(\frac{م}{س^2-1} - \frac{ب}{س-1} \right) = -1$

فإن قيمة الثوابت م ، ب على الترتيب تساوي

أ) 2 ، 1 ب) 4 ، 2 جـ) -2 ، -1 د) -4 ، -2

٣٢ إذا كانت $\lim_{س \to أ} \frac{س - ١}{٤س^٢ - س - ٣}$ غير موجودة

فإن قيمة / (قيم) (أ) هي

أ) ١ ب) $-\frac{٣}{٤}$ جـ) {١، $\frac{٣}{٤}$} د) {١، $-\frac{٣}{٤}$}

---

٣٣ إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{أس + ٣ب} - ٣}{س} = \frac{١}{٣}$

فإن قيمة كل من الثابتين أ، ب على الترتيب هي

أ) ٢، ٩ ب) ٢، ٣ جـ) ٣، ٢ د) ٤، ٩

---

٣٤ إذا كان $ق(س) = \frac{|[illegible]| - ١}{[illegible]}$ ، فإن مجموعة

قيم الثابت (أ) التي تكون عندها $\lim_{س \to ٢} ق(س) = ١$ هي

أ) {−١، −٣} ب) {١، ٣} جـ) {−١} د) {−٣}

---

٣٥ $\lim_{س \to ٤} \frac{[س + ٤] - ٣}{[س + ٣] - ٢}$ تساوي

أ) ٥ ب) ١ جـ) صفر د) غير موجودة

٣٦ إذا كان ق كثير حدود، وكانت $\underset{س \to 1}{نها} \dfrac{ق(س) - أ}{س - 1} = 2$ ،

$\underset{س \to 1}{نها} \dfrac{ق(س) - أس}{س - 1} = 3$

فإن قيمة الثابت (أ) تساوي

أ) -5 ب) 5 جـ) -1 د) 1

---

٣٧ إذا كان ق كثير حدود، وكانت $\underset{س \to 1}{نها} \dfrac{ق(س)}{س^2 - 1} = 4$

فإن $\underset{س \to 1}{نها} \dfrac{س^3 + 1}{ق(س)}$ تساوي

أ) $-\frac{1}{4}$ ب) $-\frac{3}{8}$ جـ) $\frac{1}{4}$ د) $\frac{3}{8}$

---

٣٨ $\underset{س \to 2}{نها} \dfrac{1}{س - 2} \left(\dfrac{2س}{س^2 + 2س} - \dfrac{س}{س + 2} \right)$ تساوي

أ) $-\frac{1}{4}$ ب) $\frac{1}{4}$ جـ) -4 د) 4

---

٣٩ إذا كانت $\underset{س \to 0}{نها} \dfrac{س - جاس}{س^3} = \dfrac{1}{6}$ ، فإن $\underset{س \to 0}{نها} \dfrac{جا^2 س - س^2}{س^4}$ تساوي

أ) $-\frac{1}{3}$ ب) صفر جـ) $\frac{1}{3}$ د) غير موجودة

---

٤٠ $\underset{س \to 0}{نها} \dfrac{جا2س \, جتاس - 2جاس \, جتا^2 س}{س^3}$ تساوي

أ) صفر ب) 1 جـ) 2 د) 4

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٤١ $ق(س) = \begin{cases} أس + ٣ب ، & س \neq ٧ \\ ١٠ ، & س = ٧ \end{cases}$

وكانت $\lim\limits_{س \to ٧} \left((٢ - س)\, ق(س)\right) = ١٠$ ، فإن قيمة (ب) تساوي

أ) -١ ب) -٣ ج) ١ د) ٣

---

٤٢ $\lim\limits_{س \to \frac{\pi}{٣}} \dfrac{٢جاس - \sqrt{٣}}{٢جتاس - ١}$ تساوي

أ) $\dfrac{١}{\sqrt{٣}}$ ب) $\dfrac{١}{-\sqrt{٣}}$ ج) $\sqrt{٣}$ د) $-\sqrt{٣}$

---

٤٣ $\lim\limits_{س \to ٠} \dfrac{جاس}{\sqrt{س^٣ + س^٢}}$ تساوي

أ) غير موجوده ب) ١ ج) -١ د) صفر

---

٤٤ $\lim\limits_{س \to ٠} \dfrac{٣جا^٢س}{١ - جتا^٣س}$ تساوي

أ) صفر ب) ٢ ج) $\dfrac{٤}{٣}$ د) غير موجوده

---

٤٥ $\lim\limits_{س \to ٠} \dfrac{١ + جتا٦س - ٢جتا^٢س}{س^٢}$ تساوي

أ) ١٦ ب) -١٦ ج) -٨ د) ٨

---

٤٦ $\lim\limits_{س \to ٠} (٩س^٣ ظتا^٣٣س قتا٤س)$ تساوي

أ) ٢ ب) ٢٧ ج) $\dfrac{١}{٢}$ د) $\dfrac{٤}{٣}$

47 إذا كانت $\lim_{س \to 0} \frac{(ب^2+2)\,س}{ظا 2س} = 6$ ، $ب > 0$

فإن قيمة الثابت (ب) تساوي

أ) 2 ب) $\sqrt{2}$ جـ) $\sqrt{10}$ د) 1

---

48 $\lim_{س \to 1^+} \frac{جا([3-س] - س^2)}{|س-1|}$ تساوي

أ) 2 ب) -2 جـ) -1 د) 1

---

49 إذا كانت $\lim_{س \to أ} \frac{ظتاس - ظتاأ}{س - أ} = -2$ ، $أ \in (0 ، \frac{\pi}{2})$

فإن قيمة الثابت (أ) تساوي

أ) $\frac{\pi}{6}$ ب) $\frac{\pi}{4}$ جـ) $\frac{\pi}{3}$ د) $\frac{5\pi}{12}$

---

50 $ق(س) = \begin{cases} 1 + جتا 2س & ، س \le \frac{\pi}{2} \\ (جـ-1)جاس - 1 & ، س > \frac{\pi}{2} \end{cases}$

متصل عند $س = \frac{\pi}{2}$ ، فإن قيمة الثابت (جـ) تساوي

أ) صفر ب) 1 جـ) -1 د) 2

---

51 $ق(س) = \frac{1-س}{\sqrt{1-س^2}}$ ، فإن الاقتران ق

متصل على الفترة

أ) $(-\infty ، -1)$ ب) $(1 ، \infty)$

جـ) $(-1 ، 1)$ د) $[-1 ، 1]$

٥٢ إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} \dfrac{س^2 + 2|س|}{أس} &، -1 \leq س < 0 \\ 2 &، س = 0 \\ [س] + ب &، 0 < س < 1 \end{cases}$$

متصل عند س = ٠ فإن قيمة الثوابت أ ، ب على الترتيب هي:

أ) -١ ، -٢   ب) -١ ، ٢   ج) ٢ ، -١   د) ١ ، ٢

---

٥٣ إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} أس^2 - (أ+ب)س &، س < 1 \\ 3 &، س = 1 \\ أس^3 - بس &، س > 1 \end{cases}$$

متصل عند س = ١ فإن قيمة كل من الثابتين أ ، ب على الترتيب هما

أ) $-\frac{1}{2}$ ، $\frac{5}{2}$

ب) $\frac{5}{2}$ ، $-\frac{5}{2}$

ج) ٦ ، ٣

د) صفر

---

٥٤ $ق(س) = \sqrt{[س+1] + س}$ ، س ∈ (١ ، ٢]

فإن ق(س) متصل على الفترة

أ) (١ ، ٢)   ب) (-∞ ، ١)   ج) [٢ ، ∞)   د) (١ ، ٢]

---

٥٥ إذا كان $ق(س) = \dfrac{س^2 + 5س + 1}{س^2 + 6س + 3ك}$ ما قيم الثابت (ك) التي تجعل الاقتران ق متصلاً على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟

أ) (-∞ ، -٣)   ب) (٣ ، ∞)

ج) (-٣ ، ٣)   د) (-∞ ، ٣)

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٥٦ $ق(س) = \begin{cases} س + ٢ ، & |س| \le ٢ \\ س^٢ ، & |س| > ٢ \end{cases}$

فإن الاقتران ق يكون غير متصل عند س تساوي

أ) ٤ ب) ٢ جـ) −٢ د) صفر

---

٥٧ $ق(س) = \begin{cases} ٢س - ١ ، & س < ٢ \\ [ص س + ٢] ، & ٢ \le س < ٤ \\ \frac{٥س}{س^٢ - ٣٦} ، & س \ge ٤ \end{cases}$

فإن قيم (س) التي يكون عندها الاقتران غير متصل هي

أ) {−٦، ٠، ٤} ب) {−٦، ٠، ٦} جـ) {−٦، ٢، ٠، ٤} د) {٢، ٤، ٦}

---

٥٨ أي من الاقترانات الآتية متصل في مجموعة الأعداد الحقيقية

أ) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ٢س ، & س \ge ١ \\ ٣س + ١ ، & س < ١ \end{cases}$ ب) $ق(س) = \frac{س + ١}{س + ١}$

جـ) $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢} ، & س \ne ٢ \\ ٣س - ٢ ، & س = ٢ \end{cases}$ د) $ق(س) = \sqrt{س + ٣}$

---

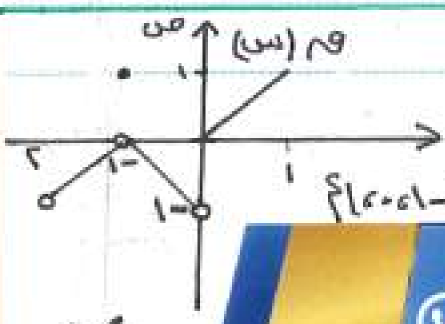
٥٩ $ق(س) = \sqrt{-س}$ فإن ق(س) متصل في الفترة

أ) (−∞، ٠] ب) (٠، ∞) جـ) [٠، ∞) د) (−∞، ٠)

---

٦٠ ق(س) معرف في الفترة (−٢، ١]

قيم م التي تجعل نهــا ق(س) غير موجودة هي
س←م



أ) {−١، ٠} ب) {−٢، −١، ٠، ١} جـ) {٠، ١} د) {−١، ٠، ١}

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

النهايات

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الرمز	د	أ	د	ج	د	د	ب	ج	ب	ب	أ	ج	أ	د	ب	أ	د	ب	د	د

الرقم	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
الرمز	ب	ب	ج	د	ب	أ	د	أ	ب	ج	ب	ب	ب	ج	ب	ج	ب	أ	أ	ب

الرقم	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠
الرمز	ب	ب	أ	ب	ب	ج	د	ب	ب	د	ج	ب	ب	أ	ب	ج	د	ج	أ	ج

السؤال الثاني :- أوجد كلاً من النهايات الآتيه

① $$\underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{\sqrt{س-١} - \frac{س+٣}{س-١}}{س^٢-٢٥}$$

± ٢

الحل :- $$\leftarrow \underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{\sqrt{س-١}-٢}{س^٢-٢٥} + \underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{٢ - \frac{س+٣}{س-١}}{س^٢-٢٥}$$

$$\underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{\sqrt{س-١}-٢}{س^٢-٢٥} \times \frac{\sqrt{س-١}+٢}{\sqrt{س-١}+٢} \quad ⊕ \quad \underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{٢ - \frac{س+٣}{س-١}}{س^٢-٢٥}$$

$$\underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{س-١-٤}{س^٢-٢٥} \times \underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{١}{\sqrt{س-١}+٢} \qquad \underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{٢س-٢-س-٣}{س^٢-٢٥} \times \underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{١}{س-١}$$

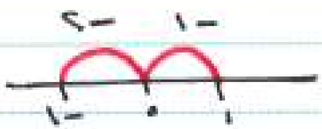
$$\underset{س \leftarrow ٥}{نها} \frac{\cancel{س-٥}}{(\cancel{س-٥})(س+٥)} \times \frac{١}{٤} \qquad \frac{\cancel{س-٥}}{(\cancel{س-٥})(س+٥)} \times \frac{١}{٤}$$

$$= \frac{١}{١٠} \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤٠} \qquad = \frac{١}{٤٠}$$

$$= \frac{١}{٤٠} + \frac{١}{٤٠} = \frac{٢}{٤٠} = \boxed{\frac{١}{٢٠}}$$

② $$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} (|س|+٢)^{[س-١]}$$

الحل $|س|$: $- - - \quad + + +$ ، $[س-١]$



$$\underset{س \leftarrow ^+٠}{نها} (س+٢)^{-١} = (٢)^{-١} = \frac{١}{٢}$$

$$\underset{س \leftarrow ^-٠}{نها} (-س+٢)^{-٢} = (٢)^{-٢} = \frac{١}{٤}$$

$$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} (|س|+٢)^{[س-١]}$$ غير موجوده

③ $\lim\limits_{س\to 1} \dfrac{\left|\dfrac{1}{س+3}\right| - \dfrac{1}{4}}{|1-س|}$:

$$\begin{array}{ccc} 1-س & & س-1 \\ - \; - & | & + \; + \\ & 1 & \end{array}$$

الحل $\left|\dfrac{1}{س+3}\right|$ ⊕

$\lim\limits_{س\to 1^+} \dfrac{\dfrac{1}{س+3} - \dfrac{1}{4}}{س-1} = \lim\limits_{س\to 1^+} \dfrac{\cancel{4-س-3}}{\cancel{س-1}} \times \lim\limits_{س\to 1^+} \dfrac{1}{4(س+3)}$ ، $\cancel{1-س} = (-1)$

$= \dfrac{-1}{16}$

$\lim\limits_{س\to 1^-} \dfrac{\dfrac{1}{س+3} - \dfrac{1}{4}}{1-س} = \lim\limits_{س\to 1^-} \dfrac{\cancel{4-س-3}}{\cancel{1-س}} \times \lim\limits_{س\to 1^-} \dfrac{1}{4(س+3)}$ ، $\cancel{1-س} = (1)$

$= \dfrac{1}{16}$

$\lim\limits_{س\to 1} \dfrac{\left|\dfrac{1}{س+3}\right| - \dfrac{1}{4}}{|1-س|}$ غير موجود

---

④ $\lim\limits_{س\to 0} \dfrac{(2+س)^5 - (2-س)^5}{(2+س)^2 - (2-س)^2}$

الحل :-

$\lim\limits_{س\to 0} \dfrac{\big((2+س)-(2-س)\big)\big((2+س)^4 + (2+س)^3(2-س) + (2+س)^2(2-س)^2 + (2+س)(2-س)^3 + (2-س)^4\big)}{(2+س-2+س)(2+س+2-س)}$

$\lim\limits_{س\to 0} \dfrac{\cancel{2س}\big((2+س)^4 + (2+س)^3(2-س) + (2+س)^2(2-س)^2 + (2+س)(2-س)^3 + (2-س)^4\big)}{\cancel{8س}\;④}$

$= \dfrac{80}{4} = \boxed{20}$

⑤ $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{٤\,جاس - جا٤س}{س^{٣}}$ ÷

الحل $\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{٤\,جاس - ٢جا٢س\,جتا٢س}{س^{٣}} = \underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{٤\,جاس - ٤\,جاس\,جتاس\,جتا٢س}{س^{٣}}$

$\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{٤\,جاس\,(١ - جتاس\,جتا٢س)}{س^{٣}} = \underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{٤\,جاس}{س} \times \underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{١ - جتاس\,جتا٢س}{س^{٢}}$

$= ٤\,\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{١ - جتاس\,(١ - ٢جا^{٢}س)}{س^{٢}} = ٤\,\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{١ - جتاس + ٢\,جتاس\,جا^{٢}س}{س^{٢}}$

$= ٤ \left(\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{١ - جتاس}{س^{٢}} + \underset{س \leftarrow ٠}{نها} ٢\,جتاس \times \underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{جا^{٢}س}{س^{٢}} \right)$

$= ٤ \left(\underset{س \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{٢\,جا^{٢}\frac{١}{٢}س}{س^{٢}} + ٢(١) \right)$

$= ٤ \left(\frac{١}{٢} + ٢ \right) = \boxed{١٠}$

⑥ $\underset{س \leftarrow ١}{نها} \dfrac{س\,جا\frac{\pi}{س}}{س - ١}$ ÷

الحل: $\underset{س \leftarrow ١}{نها} \dfrac{س\,جا(\pi - \frac{\pi}{س})}{س - ١} = \underset{س \leftarrow ١}{نها} \dfrac{\cancel{س}\,جا\pi(١ - \frac{١}{س})}{\cancel{س}(١ - \frac{١}{س})}$

$= \underset{ص \leftarrow ٠}{نها} \dfrac{جا\pi ص}{ص} = \boxed{\pi}$

$ص = ١ - \frac{١}{س}$

$ص \leftarrow ٠$

⑦ $\underset{س \leftarrow \frac{\pi}{٦}}{نها} \dfrac{\sqrt{٣}\,جتاس - ٣\,جاس}{٦س - \pi}$ ÷

الحل:- $\underset{س \leftarrow \frac{\pi}{٦}}{نها} \dfrac{\sqrt{٣}\,جتاس - \sqrt{٣}\sqrt{٣}\,جاس}{٦س - \pi} = \sqrt{٣}\,\underset{س \leftarrow \frac{\pi}{٦}}{نها} \dfrac{جتاس - \sqrt{٣}\,جاس}{٦س - \pi}$

$٢\sqrt{٣}\,\underset{س \leftarrow \frac{\pi}{٦}}{نها} \dfrac{\frac{١}{٢}\,جتاس - \frac{\sqrt{٣}}{٢}\,جاس}{٦س - \pi}$

$جا\frac{\pi}{٦} = \frac{١}{٢}$

$جتا\frac{\pi}{٦} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$$= 2\sqrt{3}\ \underset{س \to \frac{\pi}{6}}{نهـا}\ \frac{جا\frac{\pi}{6}\ جتاس - جتا\frac{\pi}{6}\ جاس}{6س - \pi}$$

$$= 2\sqrt{3}\ \underset{س \to \frac{\pi}{6}}{نهـا}\ \frac{جا(\frac{\pi}{6} - س)}{6(س - \frac{\pi}{6})}$$

$ص = \frac{\pi}{6} - س$

$ص \to 0$

$$= 2\sqrt{3}\ \underset{ص \to 0}{نهـا}\ \frac{جا ص}{-6ص} = \frac{-2\sqrt{3}}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \boxed{\frac{-1}{\sqrt{3}}}$$

---

⑧ $\underset{س \to \frac{\pi}{4}}{نهـا}\ \frac{جا2س - جتا2س - 1}{جاس - جتاس}$ ؟

الحل: $\underset{س \to \frac{\pi}{4}}{نهـا}\ \frac{2جاس\ جتاس - (2جتا^2س - 1) - 1}{جاس - جتاس}$

$$= \underset{س \to \frac{\pi}{4}}{نهـا}\ \frac{2جاس\ جتاس - 2جتا^2س}{جاس - جتاس} = \underset{س \to \frac{\pi}{4}}{نهـا}\ \frac{2جتاس\ \cancel{(جاس - جتاس)}}{\cancel{جاس - جتاس}}$$

$$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \boxed{\sqrt{2}}$$

---

⑨ $\underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{ظاس - جاس}{س(جتا5س - جتاس)}$ ؟

الحل: $\underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{\frac{جاس}{جتاس} - جاس}{-2س\ جا3س\ جا2س} = \underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{جاس - جاس\ جتاس}{-2س\ جا3س\ جا2س} \times \underset{س \to 0}{نهـا}\ جتاس$

$$= \underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{جاس\ (1 - جتاس)}{-2س\ جا3س\ جا2س} = \underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{جاس}{-2س} \times \underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{2جا^2\frac{1}{2}س}{جا3س\ جا2س}$$

$$= \frac{-1}{2} \times 2 \times \underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{جا\frac{1}{2}س}{جا3س} \times \underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{جا\frac{1}{2}س}{جا2س}$$

$$- \underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{\frac{جا\frac{1}{2}س}{س}}{\frac{جا3س}{س}} \times \underset{س \to 0}{نهـا}\ \frac{\frac{جا\frac{1}{2}س}{س}}{\frac{جا2س}{س}} = \frac{-1}{6} \times \frac{1}{4} = \boxed{\frac{-1}{24}}$$

(١٠) $\lim\limits_{س \to 0} \dfrac{جتا٥س + ٣\,جتاس - ٤}{س^{٢}}$

الحل: $\lim\limits_{س \to 0} \dfrac{١ - ٢جا^{٢}\frac{٥}{٢}س + ٣(١ - ٢جا^{٢}\frac{س}{٢}) - ٤}{س^{٢}}$

$= \lim\limits_{س \to 0} \dfrac{١ - ٢جا^{٢}\frac{٥}{٢}س + ٣ - ٦جا^{٢}\frac{س}{٢} - ٤}{س^{٢}} = \lim\limits_{س \to 0} \dfrac{-٢جا^{٢}\frac{٥}{٢}س - ٦جا^{٢}\frac{س}{٢}}{س^{٢}}$

$= -٢\lim\limits_{س \to 0} \left(\dfrac{جا\frac{٥}{٢}س}{س}\right)^{٢} - ٦\lim\limits_{س \to 0} \left(\dfrac{جا\frac{س}{٢}}{س}\right)^{٢}$

$= -٢ \times \dfrac{٢٥}{٤} - ٦ \times \dfrac{١}{٤} = \dfrac{-٢٥}{٢} - \dfrac{٣}{٢} = -\dfrac{٢٨}{٢} = \boxed{-١٤}$

---

(١١) $\lim\limits_{س \to 0} \dfrac{قا٢س - ١}{س^{٢}}$ $\boxed{٢}$

(١٢) $\lim\limits_{س \to -\frac{\pi}{٢}} \dfrac{١ + جتا٢س}{(٢س + \pi)^{٢}}$ $\boxed{\frac{١}{٢}}$

(١٣) $\lim\limits_{س \to 0} \dfrac{س^{٢} + ٢س}{\sqrt[٥]{س^{٢} + ٢س + ٣٢} - ٢}$ $\boxed{٨٠}$

(١٤) $\lim\limits_{س \to ٣} \dfrac{\sqrt[٣]{س + ٥} + \sqrt{س + ٦} - ٥}{س - ٣}$

(١٥) $\lim\limits_{س \to ٣} \dfrac{\sqrt{س - ٢} - س + ٢}{(س + ١)^{٣} - (س + ٥)^{٢}}$

(١٦) $\lim\limits_{س \to ١} \dfrac{٣^{(٢س+١)(٤س-١)} - ٣}{٣^{س} - ٣}$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

السؤال الثالث :-

① $ق(س) = \begin{cases} \dfrac{[س] - |٢س - ١|}{٨س^٢ - ٢} & ، س < ٢ \\ \dfrac{١}{١٠} & ، س = ٢ \\ \dfrac{جا(٢س - ٤)}{٢٠(س - ٢)} & ، س > ٢ \end{cases}$

ابحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = ٢$

الحل :- $ق(٢) = \boxed{\dfrac{١}{١٠}}$

$\lim_{س \to ٢^+} \dfrac{جا(٢س - ٤)}{٢٠(س - ٢)} = \lim_{س \to ٢^+} \dfrac{جا ٢(س - ٢)}{٢٠(س - ٢)}$ $ص = س - ٢$ ، $س \to ٢^+$ ، $ص \to ٠^+$

$\lim_{ص \to ٠^+} \dfrac{جا ٢ص}{٢٠ص} = \boxed{\dfrac{١}{١٠}}$

$\lim_{س \to ٢^-} \dfrac{[س] - |٢س - ١|}{٨س^٢ - ٢} = \lim_{س \to ٢^-} \dfrac{١ - (٢س - ١)}{٨س^٢ - ٢} = \lim_{س \to ٢^-} \dfrac{٢س - ١}{٨س^٢ - ٢}$

$= \lim_{س \to ٢^-} \dfrac{\cancel{٢س - ١}}{٢(٢س - ١)(٢س + ١)} = \boxed{\dfrac{١}{١٠}}$

$ق(٢) = \lim_{س \to ٢} ق(س) = \dfrac{١}{١٠}$ $ق(س)$ متصل عند $س = ٢$

---

② إذا كان $ق(س) = [٢ - ٣س]$ ، $هـ(س) = \begin{cases} س + ١ & ، س > ٣ \\ \sqrt{١٠ - ٢س} & ، س \le ٣ \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران $\dfrac{ق(س)}{هـ(س)}$ عند $س = ٣$

الحل :- $ل(س) = \dfrac{ق(س)}{هـ(س)} = \begin{cases} \dfrac{-١}{\sqrt{١٠ - ٢س}} & ، ٢.٥ < س \le ٣ \\ \dfrac{-٢}{س + ١} & ، ٣ < س \le ٤ \end{cases}$

$ل(٣) = \dfrac{-١}{٢}$

$\lim_{س \to ٣^+} \dfrac{-٢}{س + ١} = \dfrac{-١}{٢}$

$\lim_{س \to ٣^-} \dfrac{-١}{\sqrt{١٠ - ٢س}} = \dfrac{-١}{٢}$ $ل(٣) = \lim_{س \to ٣} ل(س) = \dfrac{-١}{٢}$

$\therefore \dfrac{ق(س)}{هـ(س)}$ متصل عند $س = ٣$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

③ إذا كان
$$ق(س) = \begin{cases} \dfrac{[س]}{س+1} & ، ٤ \le س < ٥ \\ |س-٥| & ، ٥ \le س \le ٦ \end{cases}$$
ابحث في اتصال الاقتران ق(س) على مجاله

الحل المجال [٤، ٦]

$$ق(س) = \begin{cases} \dfrac{٤}{س+1} & ، ٤ \le س < ٥ \\ س - ٥ & ، ٥ \le س \le ٦ \end{cases}$$

الأطراف س = ٤ من اليمين

$ق(٤) = \frac{٤}{٥}$ ، $\lim\limits_{س \to ٤^+} ق(س) = \lim\limits_{س \to ٤^+} \frac{٤}{س+1} = \frac{٤}{٥}$

ق(س) متصل عند س = ٤ من اليمين

القواعد

$ق(س) = \frac{٤}{س+1}$ ، (٤، ٥)
متصل على الفترة (٤، ٥)
لأن صفر المقام ليس من ضمن المجال

ق(س) = س − ٥ ، (٥، ٦)
متصل على الفترة (٥، ٦)
كثير حدود

نقاط التشعب س = ٥

ق(٥) = صفر

$\lim\limits_{س \to ٥^+} س - ٥ = $ صفر ، $\lim\limits_{س \to ٥^-} \frac{٤}{س+1} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

$\lim\limits_{س \to ٥} ق(س)$ غير موجودة

ق(س) غير متصل عند س = ٥

ق(س) متصل على [٤، ٦] − {٥}

④ إذا كان $ق(س) = \sqrt{[س+1] + 3س^2}$ ، $س \in [1، 3]$
ابحث في اتصال الاقتران ق(س) على مجاله

الحل:

$$ق(س) = \begin{cases} \sqrt{2+3س^2} & ، 1 \le س < 2 \\ \sqrt{3+3س^2} & ، 2 \le س < 3 \\ \sqrt{31} & ، س = 3 \end{cases}$$

أطراف:-

س = 1 من اليمين

$ق(1) = \sqrt{5}$

$\lim_{س \to 1^+} \sqrt{2+3س^2} = \sqrt{5}$

ق(س) متصل عند س = 1 من اليمين

س = 3 من اليسار

$ق(3) = \sqrt{31}$

$\lim_{س \to 3^-} \sqrt{30}$

ق(س) غير متصل عند س = 3 من اليسار

قواعد

$ق(س) = \sqrt{2+3س^2}$ ، (1، 2)

معرف على الفترة

ق(س) متصل على (1، 2)

$ق(س) = \sqrt{3+3س^2}$ ، (2، 3)

معرف على الفترة

ق(س) متصل على (2، 3)

نقاط تشعب س = 2

$ق(2) = \sqrt{15}$

$\lim_{س \to 2^+} \sqrt{3+3س^2} = \sqrt{15}$ ، $\lim_{س \to 2^-} \sqrt{2+3س^2} = \sqrt{14}$ ، $\lim_{س \to 2}$ ق(س) غ م

ق(س) غير متصل عند س = 2

ق(س) متصل على [1، 3) / {2}

⑤ ق(س) = س + ٢ ، هـ(س) = [٥ - س]

ابحث في اتصال $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ في الفترة (٤ ، ٧)

الحل ع(س) = $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ =
- غير معرف ، ٤ ≤ س < ٥
- -س - ٢ ، ٥ ≤ س < ٦
- -½س - ١ ، ٦ ≤ س < ٧

قواعد

س ∈ (٤ ، ٥)	ق(س) = -س - ٢ ، (٥ ، ٦)	ق(س) = -½س - ١
ق(س) غير معرف	كثير حدود	(٦ ، ٧)
ق(س) غير متصل ∀ (٤ ، ٥)	ق(س) متصل ∀ (٥ ، ٦)	كثير حدود
		ق(س) متصل ∀ (٦ ، ٧)

نقاط تشعب

س = ٥

غير متصل عند س = ٥

لأن ق(س) غير معرف عند س = ٥ من جهة اليسار

س = ٦

ق(٦) = -٤

نها (س ← ٦⁺) -½س - ١ = -٤

نها (س ← ٦⁻) -س - ٢ = -٨

ق(س) غير متصل عند س = ٦

ق(س) متصل ∀ (٥ ، ٧) - {٦}

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

⑥ ابحث في اتصال ق(س) عند س = ١

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{\left|\dfrac{1}{\text{س}-4}\right| - \dfrac{1}{3}}{1-\text{س}} & ، \quad 0 < \text{س} < 1 \\[2ex] \dfrac{\left[\frac{1}{3}\text{س} + 1\right]}{-9\text{س}} & ، \quad 1 \le \text{س} < 2 \end{cases}$$

---

⑦ ابحث في اتصال ق(س) عند س = ٠

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{\text{جا}\sqrt{\text{س}^2}}{2\text{س}} & ، \quad \text{س} < 0 \\[2ex] \dfrac{[\text{س}+3] - 1}{2\text{س} - \text{[illegible]}} & ، \quad \text{س} \ge 0 \end{cases}$$

---

⑧ إذا كان ق(س) = [س+٢] ، هـ(س) = $\dfrac{(\text{س}-1)^2}{\text{[illegible]}}$

ابحث في اتصال الاقتران (ق × هـ)(س) في الفترة [−١، ١]

متصل ع [−١، ١] − {٠}

---

⑨ ابحث في اتصال ق(س) لجميع قيم (س) الحقيقية

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} 2\text{س} - 1 & ، \quad \text{س} < 2 \\ [0.5\text{س} + 2] & ، \quad 2 \le \text{س} < 4 \\ \dfrac{2\text{س}}{\text{س}^2 - 36} & ، \quad \text{س} \ge 4 \end{cases}$$

متصل ع ح − {٤، ٦}

---

⑩ جد قيم الثوابت أ ، ب علماً أن ق(س) متصل ع ح

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{أ}\,\text{س}^2 + \text{ب}\,\text{س} & ، \quad \text{س} < 2 \\ 3\text{ب} & ، \quad \text{س} = 2 \\ \text{أ}\,\text{س} + \text{ب} + 12 & ، \quad \text{س} > 2 \end{cases}$$

أ = ٢ ، ب = ٨

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

التفاضل

السؤال الأول :-

يتكون هذا السؤال من (   ) فقرة ، لكل فقرة أربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، إختر رمز الإجابة الصحيحة ، ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير الى رمز الإجابة الصحيحة في نموذج الإجابة :-

١ $\underset{س \to \pi}{نها} \dfrac{جتا\pi - جتاس}{س - \pi}$ تساوي :-

أ) -١ ب) ١ ج) [illegible] د) غير موجودة.

٢ اذا كان $س = ظاص$ ، $ص \in (٠ ، \frac{\pi}{٢})$ فان $\frac{دص}{دس}$ تساوي :-

أ) $\dfrac{س}{١+س^٢}$ ب) $\dfrac{١}{١+س^٢}$ ج) $\dfrac{١}{١-س^٢}$ د) $\dfrac{س}{١-س^٢}$

٣ اذا كان ق اقتراناً قابلاً للإشتقاق ، حيث $ق(ص+٢) = س^٣ - ١$ ، وكان $قَ(٥) = ٣$ ، $ق(٥) = ٧$ ، فان قيمة $\frac{دص}{دس}$ عند $ص = ٣$:-

أ) ١ ب) ٢ ج) ٩ د) ٤

4) اذا كانت ص = ن^4 ، س = 2ن ، فان قيمة $\left.\frac{د^2 ص}{د س^2}\right|_{ن=1}$ تساوي :-

أ) 6 ب) 3 ج) 12 د) 24

---

5) اذا كان ق(س) = جاس − جتاس ، س ∈ [0 ، π] ، فان قيمة س التي تحقق المعادلة ق''(س) = صفر هي :-

أ) $\frac{3\pi}{4}$ ب) $\frac{5\pi}{6}$ ج) $\frac{2\pi}{3}$ د) $\frac{5\pi}{4}$

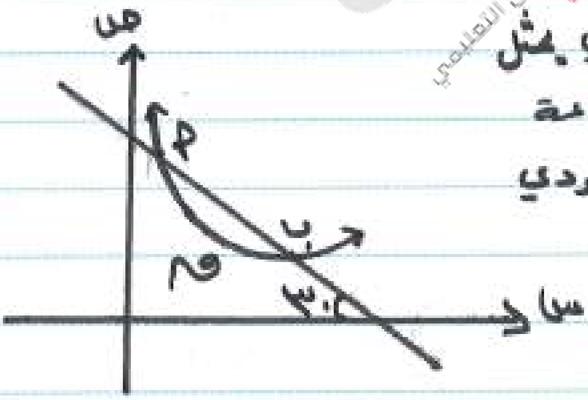
---

6) معدل تغير مساحة دائرة بالنسبة الى طول نصف قطرها (نق) عند أي نقطة (بوحدة القياس) يساوي :-

أ) π نق^2 ب) 4π نق ج) π نق د) 2π نق

---

7) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران (ق) المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقية ح ، ما ميل العمودي القاطع $\overleftrightarrow{أب}$ ؟



أ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ب) $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

ج) $\sqrt{3}$ د) $-\sqrt{3}$

٨ إذا كان ق(س) = ظا س ، س ∈ $(0, \frac{\pi}{12})$ ، فإن

$\lim_{هـ \to 0} \frac{ق(\frac{\pi}{4}) - ق(\frac{\pi}{4} + ٤هـ)}{هـ}$ تساوي :-

أ) ٨ ب) −٨ جـ) ٣ د) −٣

---

٩ إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان

ق(س) = هـ(س) − $\frac{١}{هـ(س)}$ ، هـ(س) ≠ ٠ ، هـ(٣) = $\frac{١}{٢}$ ،

هـَ(٣) = −١ ، قَ(٣) تساوي :-

أ) ٣ ب) −٣ جـ) [illegible] د) −٥

---

١٠ إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان

(ق ∘ هـ)َ(٣) = ١٠ ، (قَ ∘ هـ)(٣) = ٤ ، فإن قيمة

٢ هـَ(٣) تساوي :-

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) ٥ جـ) ٢ د) $\frac{٢}{٥}$

---

١١ إذا كان ق(س) = $\sqrt{٣}$ + جا ٢س ، فإن قيمة قَ$(\frac{\pi}{12})$ تساوي :

أ) ٢ ب) −٢ جـ) −٢$\sqrt{٣}$ د) ٢$\sqrt{٣}$

---

١٢ إذا كان ص² + ٢س ص = ٥ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند (٢ ، ١) تساوي :

أ) $\frac{-١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-١}{٢}$

١٣) اذا كان $ص = (١ + م^٢) س^٤ - \frac{١}{س}$ ، $س \neq ٠$ وكان

$\left. \frac{د^٣ص}{دس^٣} \right|_{س=١} = ٢٤٦$ فان قيم الثابت م :-

أ) $\{-٩ ، ٣\}$ ب) $\{-٣ ، ٣\}$ جـ) $\{-٢ ، ٢\}$ د) $\{٣ ، -٣\}$

---

١٤) اذا كان متوسط التغير في الاقتران هـ على الفترة $[-١ ، ٢]$ يساوي (-٣) وكان $ع(س) = ٢ - هـ(س)$ ، فان متوسط التغير في الاقتران (ع) على الفترة $[-١ ، ٢]$ يساوي :-

أ) -٣ ب) ٣ جـ) ٥ د) -٥

---

١٥) اذا كان $هـ(س) = س^٣ +$ [illegible] فان $\lim_{س \to ١} \frac{هـ(س) - ٦}{س^٢ + س - ٢}$ تساوي

أ) ١ ب) ٣ جـ) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

---

١٦) اذا كان $ص جتاس = -١$ ، $س \in (٠ ، \frac{\pi}{٢})$ ، فان $\frac{دص}{دس}$ عند $س = \frac{\pi}{٦}$ تساوي :-

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $-٢\sqrt{٣}$ جـ) $٢\sqrt{٣}$ د) $-\frac{٢}{٣}$

---

١٧) اذا كان $ص = جا^٢س + جتا^٢س$ ، فان $\frac{دص}{دس}$ تساوي :

أ) ٤ ب) ٢ جـ) صفر د) ١

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

١٨) إذا كان $(٣س - ص)^٣ = ٢٥ + \sqrt{س}$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٤ تساوي :

أ) $\frac{٢١٥}{١٠٨}$ ب) $\frac{١}{١٠٨}$ ج) $\frac{-١}{١٠٨}$ د) $\frac{-٢١٥}{١٠٨}$

---

١٩) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق ، وكان ق(س² - ١) = ٦س ، س > ٠ فإن قيمة قَ(٨) تساوي :

أ) -١ ب) ١ ج) -٣ د) ٣

---

٢٠) إذا كان ص = س جاس + جتاس ، فإن $\frac{د^٢ص}{دس^٢}$ عند س = ... هي :

أ) ٩ ب) صفر ج) ١ د) ٥

---

٢١) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان قَ(-٢) = -٤ ، ق(-٢) = ١ ، هـَ(-٢) = هـ(-٢) = ١ ،

فإن $\frac{د}{دس}\left(\frac{ق(س)}{١ + هـ(س)}\right)$ عند س = -٢ تساوي :

أ) -٣ ب) -٤ ج) صفر د) -٢

---

٢٢) صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها ، ما معدل تغير مساحة الصفيحة بالنسبة الى طول ضلعها عندما يكون طول ضلعها ١٠ سم ؟

أ) ٣٠ سم ب) ٤٠ سم ج) ١٠ سم د) ٢٠ سم

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٤٣) إذا كان متوسط التغير في الاقتران ق(س) = س² على الفترة [ب ، ٣] يساوي (٣) ، فإن قيمة الثابت ب تساوي :-

أ) -٩   ب) صفر   جـ) -٣   د) -٦

---

٤٤) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان قَ(٣) = ٣ ، هـَ(٣) = ٤ فإن

$$\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ق(٣)}{٣\,هـ(س) - ٣\,هـ(٣)}$$ تساوي :

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٩}$ جـ) ١   د) ٣

---

٤٥) إذا كان ق(س) = س[illegible] ، س ∈ [-١ ، ٤] ، فإن قَ(-١) تساوي :

أ) ٣   ب) -٣   جـ) -١   د) غير موجودة .

---

٤٦) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان (ق × هـ)(س) = س² + ٣ ، هـ(١) = ق(١) = ٢ ، هـَ(١) = ٣
فما قيمة قَ(١) تساوي :

أ) -١   ب) -٣   جـ) $-\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

٢٧) إذا كان ق(س) = جا ٢س ، فإن قً(س) + ٦ ق(س) تساوي:

أ) − ١٠ جا ٢س ب) ١٠ جا ٢س جـ) ٤ جا ٢س د) ٢ جا ٢س

---

٢٨) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان ق(٢) = ٣ ، قَ(٢) = ٦ ، هـَ(٣) = ١ ، فإن (هـ ∘ ق)َ(٢) تساوي:

أ) ٦ ب) ١٨ جـ) ٣ د) ١

---

٢٩) إذا كان ق اقتراناً قابلاً للاشتقاق ، وكان ق(س^{٣}) = $\frac{٢٧}{س}$ ، فإن قَ(٢٧) تساوي:

أ) $\frac{-١}{٩}$ ب) $\frac{١}{٩}$ جـ) −٩ د) ٩

---

٣٠) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان هـ(س) = ق(س^{٢} + ٤س) [illegible] ، قَ(٥) = ٢ ، فإن هـَ(١) تساوي:

أ) ١٢ ب) ٣٦ جـ) ٦ د) ٣

---

٣١) إذا كان ق(س) = س^{٢} − ٦س ، فإن نها$_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق(٤) - ق(٤ + ٢هـ)}{٣هـ}$ تساوي:

أ) −٢ ب) ٢ جـ) $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{-٤}{٣}$

---

٣٢) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان (ق ∘ هـ)(س) = ل(س) ، هـ(٢) = ٣ ، لَ(٢) = −١ ، قَ(٣) = ٢ ، فإن هـَ(٢) تساوي:

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) −٣ جـ) ٣ د) $\frac{١}{٢}$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٣٣) إذا كان ص = جتا ٤س ، فإن $\frac{د^2ص}{دس^2}$ عند س = $\frac{\pi}{٢}$ تساوي:

أ) صفر ب) -٨ ج) ١٦ د) -١٦

٣٤) إذا كان ق(س) = |٨ - ٤س| ، فإن قيمة قَ(٢) تساوي:

أ) ٤ ب) -٤ ج) صفر د) غير موجودة

٣٥) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان ق(س) = $\frac{٥}{هـ(س)}$ ، وكان هـَ(٣) = ٤ ، هـ(٣) = ١ ، فإن قَ(٣) تساوي:

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $-\frac{٤}{٥}$ ج) ٢٠ د) $-\frac{٣}{٥}$

٣٦) يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٤ن² - ٢ن - ١ ، حيث ف: المسافة بالأمتار ، ن: الزمن بالثواني ، ما السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة [١ ، ٢]:

أ) ٨م/ث ب) -٢٨م/ث ج) ١٤م/ث د) -١٤م/ث

٣٧) إذا كان ق(س) = ٤س² - م ، م ∈ ح ، فإن معدل التغير في الاقتران (ق) عندما تتغير س من (-٣) إلى (٢) يساوي:

أ) ٤ ب) -٢٠ ج) -٤ د) -٨

٣٨) إذا كان ق(س) = (٢س + ١)³ ، فإن قً(-١) تساوي:

أ) -٦ ب) ٩ ج) -١٢ د) -٢٤

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٣٩) اذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان
$ق(١) = ٢$ ، $قَ(١) = ٥$ ، $هـ(١) = ٢$ ، $هـَ(١) = -١$ ،
فإن $\left(\frac{هـ}{ق}\right)'(١)$ تساوي :

أ) -٦ ب) -٣ ج) $\frac{-٣}{٢}$ د) ٢

---

٤٠) اذا كان $ق(س) = |٩ - ٣س|$ ، فإن $قَ(٣)$ تساوي :

أ) ٣ ب) -٣ ج) صفر د) غير موجودة.

---

٤١) يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة $ف(ن) = م ن^٢$ ،
حيث ف : المسافة بالأمتار ، ن : الزمن بالثواني . فإذا كانت السرعة
المتوسطة للجسيم في الفترة [٠، [illegible]] تساوي ٨ م/ث فإن قيمة
الثابت م :

أ) ٢ ب) ١ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{٩}{٤}$

---

٤٢) اذا كان $\frac{٤}{ص} - ٢س = ٣$ ، $ص \neq ٠$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند
$(-٢ ، -٤)$ تساوي :

أ) ٢٠ ب) ٨ ج) -٨ د) -٢٠

---

٤٣) اذا كان $س = جاص$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند $\left(\frac{١}{٢} ، \frac{\pi}{٦}\right)$ تساوي :

أ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٤٤

اذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^2 - ٢ ، & س \geq ١ \\ ١ + ٢س ، & س < ١ \end{cases}$ ، فإن $قَ(١)$ تساوي:

أ) ٣ ب) -٢ ج) -١ د) غير موجودة.

---

٤٥ اذا كان القاطع المار بالنقطتين $(٠ ، ق(٠))$ ، $(-٣ ، ٣\sqrt{٣})$ الواقعتين على منحنى الاقتران ق يصنع زاوية قياسها $(\frac{٥\pi}{٦})$ راد، مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ، فإن $ق(٠)$ تساوي:

أ) صفر ب) ٦ ج) -٦ د) $٣\sqrt{٣}$

---

٤٦ اذا كان $ق(س) = ٢$ [illegible] ، $\frac{د}{دس}(ق(س) \times قَ(س))$ عند $س = ١$ تساوي:

أ) ٦ ب) -٥ ج) ٣ د) ١٥

---

٤٧ اذا كانت ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان $ق(س) = \frac{هـ(س)}{س^2 + ١}$ ، $قَ(١) = ١$ ، $ق(١) = ٠$ ، فإن قيمة $هـَ(١)$ تساوي:

أ) -١ ب) صفر ج) ٢ د) ١

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٤٨) اذا كان $ص = \frac{1}{قا^2 س}$ فانه $\frac{د^2ص}{دس^2}$ عند $س = \frac{\pi}{4}$ هي :

أ) ٤ ب) صفر ج) -٤ د) -٨

---

(٤٩) اذا كان مقدار التغير في الاقتران ق عندما تتغير س من (س) الى (س + هـ) يساوي (٣س هـ + هـ² - ٣هـ) حيث هـ عدد حقيقي يقترب من الصفر فان قيمة ق'(٣) تساوي :

أ) ٦ ب) ٣ ج) ٩ د) صفر

---

(٥٠) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = $ن^3 + أن$ ف : المسافة بالامتار ، ن الزمن بالثواني ، فاذا كانت السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة [١ ، ٢] تساوي (١٠ م/ث) فان قيمة الثابت (أ) :-

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ٢ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) ٣

---

(٥١) اذا كان $ق(س) = \frac{1}{س^2}$ وكان $(ق \circ ص)'(1) = 4$ ، $ص(1) = 2$ ، فان $ص'(1)$ تساوي :

أ) ٨ ب) ١٦ ج) -١٦ د) $-\frac{1}{4}$

---

(٥٢) اذا كان $ص = ل^2$ ، $ل = (س+١)^2$ ، فانه $\frac{دص}{دس}$ عند س = ١ هي :

أ) ١٦ ب) ٨ ج) ٣٢ د) ٦٤

٥٣) إذا كان ق(س) = ٣س − |١ − ٢س| ، فإن قَ(١) تساوي:

أ) ٥ ب) ٣ ج) ١ د) ٤

---

٥٤) إذا كان ق(س) = { أس² + بس³ ، س ≥ ٢ ؛ ٢ − أس + بس⁴ ، س < ٢ }

قابلاً للاشتقاق عند س = ٢ ، فإن قيمة كل من الثابتين أ ، ب على الترتيب :-

أ) { −١/٨ ، ١/٢ } ب) { −١ ، ١/٨ } ج) { −١/٢ ، ١/٤ } د) { ١/٢ ، −١/٤ }

---

٥٥) إذا كان س = جاص ، فإن صً تساوي:

أ) س صَ ب) (صَ)³ − [illegible] ج) ظا(صَ)³ د) جا ص − (صَ)²

---

٥٦) إذا كان قَ(٠) = ٤ ، فإن نها (ق(٠) − ق(٣هـ)) / ٢هـ عندما هـ ← ٠ تساوي:

أ) ٦ ب) −٣/٢ ج) −٦ د) ٢/٣

---

٥٧) إذا كان ص = جتا ن ، س = جا ن فإن دص/دس عند ن = π تساوي:

أ) صفر ب) −١ ج) ١ د) ١/٢

---

٥٨) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق وكان ق(π/٤) = ١ ، قَ(π/٤) = ٢ ، هـ(س) = أس² ، أ ∈ ح ، (هـ∘ق)َ(π/٤) = −٢٠ ، فإن قيمة الثابت "أ" تساوي:

أ) −١٠ ب) ١٠ ج) ٥ د) −٥

٥٩ اذا كان ق(س) = س × هـ(س) وكان معدل التغير في الاقتران ق في الفترة [−١، ٣] يساوي ٨ ، ق(٣) = ٤ ، فان هـ(−١) تساوي:

أ) ٢٨   ب) ٣٢   جـ) −٣٢   د) −٢٨

---

٦٠ اذا كان ص = $ع^2$ ، ع = $(س-1)^2$ ، فان $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٢ تساوي :-

أ) ٣   ب) −٤   جـ) ٤   د) −٣

---

٦١ اذا كان ق′(٣) = ٢ ، فان $\lim_{ع \to 1} \frac{ق(\sqrt{ع+8}) - ق(3)}{ع-1}$ هي:

أ) $-\frac{1}{3}$ ب) $\frac{1}{6}$ جـ) [illegible]   د) $\frac{1}{3}$

---

٦٢ اذا كان ق(س) = (١ − جتا س)$(1 + جا س)^3$ ، فان قيمة ق′($\frac{ط}{2}$) تساوي :

أ) ١٢   ب) ٨   جـ) ٢٠   د) ٤

---

٦٣ اذا كان ق(س) = $\frac{س^2 |2 - 3س|}{س+2}$ ، فان ق′(−١) تساوي :

أ) −٨   ب) ٨   جـ) −١٨   د) ١٨

٦٤ إذا كان ق كثير حدود من الدرجة الثانية فيه ق(١) = ٤ ، ق'(١) = -٢ ، ق''(١) = ٦ ، فإن قاعدة الاقتران له هي :

أ) ق(س) = ٣س² - ٨س + ٩ ب) ق(س) = ٣س² - ٨س - ٩

ج) ق(س) = ٣س² + ٨س + ٧ د) ق(س) = -٣س² + ٨س - ٧

---

٦٥ إذا كان ق(س) = س³ - ٤ ، فإن (ق ∘ ق)'(١) تساوي :

أ) -٥٤ ب) ٥٤ ج) -١٨ د) ١٨

---

٦٦ إذا كان س = جا٢ص ، ص ∈ (٠ ، $\frac{\pi}{2}$) ، فإن قيمة المقدار ٢ص'' جتا³ ٢ص تساوي :

أ) $\frac{1}{2}$ س ب) س ج) صفر د) ٢س

---

٦٧ $\lim_{ه \to 0} \frac{4(8+ه)^{\frac{2}{3}} - [illegible]}{ه}$ تساوي :

أ) $\frac{1}{4}$ ب) ٤ ج) $\frac{1}{3}$ د) ٢

---

٦٨ إذا كان ق(س) × هـ(س) = ل (حيث ل عدد ثابت) ، هـ'(١) = ٤ ، هـ(١) = -٢ ، فإن ق'(١) تساوي :

أ) -ل ب) -٢ل ج) $\frac{-ل}{4}$ د) -٤ل

---

٦٩ إذا كان س(١ + ص) - ص(١ + س) = ٠ ، (س ≠ ص) ، فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي :

أ) -١ ب) -س ج) ١ د) س

٧٠ اذا كان $ص = ٢ع^٢ + ٤ع$ ، $ع^٢ = ٢س^٢ + ١$ (حيث $ع > ٠$) فإن $\frac{دص}{دس}$ عند $س = ١$ تساوي:

أ) ٦ ب) ١٨ ج) ١٢ د) ٣٦

---

٧١ اذا كان هـ، ق اقترانين قابلين للاشتقاق على مجاليهما ومعرفين على مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)، وكان $ق(٢) = ٢$ ، $هـَ(٣) = ٤$ ، $(هـ \circ ق)َ(٢) = -٢٤$ ، فإن $قَ(٢)$ تساوي:

أ) -٦ ب) -٨ ج) ٦ د) ٨

---

٧٢ اذا كان $ق(س) = \frac{جا س}{١ + أ جتا س}$ ، $جتا س \neq \frac{-١}{أ}$ ، $أ \neq ٠$ ،

وكان $قَ(٠) = ٢$ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) -٢ د) ٢

---

٧٣ اذا كان ق كثير حدود، وكانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ٣}{س - ١} = ٥$ ،

وكانت $ل(س) = \frac{س^٢}{ق(س)}$ ، فإن $لَ(١)$ تساوي:

أ) ٩ ب) $\frac{٩}{٤}$ ج) $\frac{-١}{٣}$ د) $\frac{-١}{٤}$

---

٧٤ اذا كان $ق(س^٣ - ١) = أس^٢ - ٢س$ ، وكانت $قَ(٧) = \frac{١}{٢}$ فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٣ ج) $\frac{١}{٤}$ د) ٤

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٧٥ إذا كانت ص = $\left(\frac{\text{١ + جاس}}{\text{جتاس}}\right)^{\text{ن}}$ ، جتاس ≠ ٠ ، فإن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$:-

أ) ن قاس　　ب) ن ظاس　　جـ) ن ص قاس　　د) ن ص ظاس

---

٧٦ إذا كان ق(س) = $\frac{\text{٢جـ}}{\text{س}}$ ، س ≠ ٠ ، وكان ق‴(٢) = ٩ ، فإن قيمة الثابت "جـ" تساوي:

أ) ١　　ب) ٦　　جـ) ١٢　　د) −١٢

---

٧٧ إذا كان س = ظاص ، ص ∈ $\left(٠ ، \frac{\pi}{٢}\right)$ فإن س² صَ تساوي:

أ) جا²س　　ب) جا²ص　　جـ) جتا²س　　د) جتا²ص

---

٧٨ إذا كان قَ(٣) = ٤ ، فإن $\underset{\text{س}\to ١}{\text{نهـا}}$ $\frac{\text{ق}\left(\frac{\text{٢س+١}}{\text{س}}\right) - \text{ق(٣)}}{\text{س} - ١}$:-

أ) $-\frac{١}{٤}$　　ب) $\frac{١}{٤}$　　جـ) −٤　　د) ٤

---

٧٩ $\underset{\text{هـ}\to ٠}{\text{نهـا}}$ $\frac{\text{جا (٣س + ٢هـ) − جا (٣س − ٢هـ)}}{\text{هـ}}$ تساوي:

أ) ٣ جتا ٢س　　ب) ٤ جتا ٣س　　جـ) صفر　　د) ٨ جتا ٣س

---

٨٠ إذا كان ق(س) = ٢س³ − ٥س + ١ ، فإن

$\underset{\text{هـ}\to ٠}{\text{نهـا}}$ $\frac{\text{قً(٢ + هـ) − قً(٢)}}{\text{هـ}}$ تساوي:

أ) ٤٨　　ب) ٢٤　　جـ) ١٢　　د) −٤٨

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٨١ إذا كان $ص = ل^{٣} - ٥$ ، $س = ل - ٣$ ، فإن $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ تساوي :

أ) $٣(س + ٣)^{٢}$ ب) $٦(س + ٣)$

جـ) $٢(س + ٣)$ د) $س + ٣$

٨٢ إذا كان $ص = ظتا س + \frac{١}{٣} ظتا^{٣} س$ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي :

أ) $-قتا^{٤} س$ ب) $-قتا^{٢} س$ جـ) $قتا^{٢} س$ د) $قتا^{٤} س$

٨٣ إذا كان $س = جا ن$ ، $\frac{دن}{دم} = ٨$ ، فإن $\frac{دس}{دم}$ عندما $ن = \frac{٢\pi}{٣}$ تساوي :

أ) ٨ ب) ٤ جـ) −٨ د) −٤

٨٤ إذا كان $ق(س) = \left| \frac{س + ٢}{٣س - ٢} + ١ \right|$ ، فإن $قَ(٣)$ تساوي :

أ) غير موجودة ب) ١ جـ) −٦ د) $\frac{-٣}{٢}$

٨٥ إذا كان $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$ ، $ص \neq ٠$ ، فإن $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ تساوي :

أ) $\frac{-س^{٢}}{ص^{٢}}$ ب) $\frac{-٢٥}{ص^{٣}}$ جـ) $\frac{-س}{ص}$ د) $\frac{-٢٥س}{ص^{٣}}$

٨٦ إذا كان $ق(\frac{١}{٢}س) = (١ - س)^{٣}$ ، فإن $قً(-١)$ تساوي :

أ) ٤٨ ب) −٤٨ جـ) −٢٤ د) ٢٤

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

87 اذا كان س = ظا ص ، فان $\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=٣}$ تساوي :

أ) $\frac{-١}{١٠}$ ب) $\frac{١}{١٠}$ جـ) $\frac{١}{٨}$ د) $\frac{-١}{٨}$

---

88 اذا كان ق(س+ص) = ق(س) × ق(ص) + ق(س) + ق(ص) ، وكانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ق(س)}{س} = ٨$ ، ق(٣) = ٥ ، جد قَ(٣) :

أ) ١٦ ب) ٣٢ جـ) ٤٨ د) صفر

التفاضل

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢
الرمز	ج	ب	د	ب	أ	د	ج	ب	د	ب	ب	أ	ب	ب	أ	د	ج	أ	ب	ج	ب	د

الرقم	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٤٤
الرمز	ب	ج	د	ب	د	أ	أ	أ	د	أ	ج	أ	ب	ج	ج	د	ب	د	أ	ج	أ	د

الرقم	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠	٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦
الرمز	أ	ج	د	أ	ب	ب	ج	ج	ج	ب	ج	ج	أ	أ	أ	ج	د	ب	ج	أ	أ	ب

الرقم	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠	٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨
الرمز	ج	أ	ج	ب	أ	أ	د	ب	ج	د	ب	ج	ب	ج	ب	ب	د	د	ب	أ	ب	د

السؤال الثاني :-

جد المشتقة الأولى في كل من الآتي مستخدماً القانون العام للمشتقة الأولى

① $\text{ق}(\text{س}) = (٢\text{س} - ٣)^{-٤}$ ، جد $\text{قَ}(٣)$

الحل $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{١}{(٢\text{س} - ٣)^{٤}}$

$$\text{قَ}(٣) = \text{نها}_{\text{ع} \to ٣} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(٣)}{\text{ع} - ٣} = \text{نها}_{\text{ع} \to ٣} \frac{\frac{١}{(٢\text{ع} - ٣)^{٤}} - \frac{١}{٨١}}{\text{ع} - ٣}$$

$$= \text{نها}_{\text{ع} \to ٣} \frac{٨١ - (٢\text{ع} - ٣)^{٤}}{\text{ع} - ٣} \times \frac{١}{(٢\text{ع} - ٣)^{٤} \times ٨١} = \frac{١}{(٨١)^{٢}} \times \text{نها}_{\text{ع} \to ٣} \frac{٨١ - (٢\text{ع} - ٣)^{٤}}{\text{ع} - ٣}$$

$$= \frac{١}{(٨١)^{٢}} \times \text{نها}_{\text{ع} \to ٣} \frac{\left(٩ - (٢\text{ع} - ٣)^{٢}\right)\left(٩ + (٢\text{ع} - ٣)^{٢}\right)}{\text{ع} - ٣}$$

$$= \frac{١}{(٨١)^{٢}} \times \text{نها}_{\text{ع} \to ٣} \frac{\left(٣ - (٢\text{ع} - ٣)\right)\left(٣ + (٢\text{ع} - ٣)\right)\left(٩ + (٢\text{ع} - ٣)^{٢}\right)}{\text{ع} - ٣}$$

$$= \frac{١}{(٨١)^{٢}} \times \text{نها}_{\text{ع} \to ٣} \frac{-٢\cancel{(\text{ع} - ٣)} \times ٢\text{ع} \times \left(٩ + (٢\text{ع} - ٣)^{٢}\right)}{\cancel{\text{ع} - ٣}}$$

$$= \frac{١}{(٨١)^{٢}} \times -٢ \times ٦ \times ١٨ = \frac{-٢ \times \cancel{٦}^{٢} \times \cancel{١٨}^{٢}}{\cancel{٨١}_{٣} \times ٨١}$$

$$\text{قَ}(٣) = \frac{-٨}{٢٤٣}$$

---

② $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt[٣]{\text{س} + ١} + ٣$ ، جد $\text{قَ}(٧)$

الحل $\text{قَ}(٧) = \text{نها}_{\text{ع} \to ٧} \dfrac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(٧)}{\text{ع} - ٧} = \text{نها}_{\text{ع} \to ٧} \dfrac{\sqrt[٣]{\text{ع} + ١} + ٣ - ٥}{\text{ع} - ٧}$

$$= \text{نها}_{ع \leftarrow ٧} \frac{\sqrt[٣]{ع+١} - ٢}{ع - ٧} \times \frac{\sqrt[٣]{ع+١}^{\,٢} + ٢\sqrt[٣]{ع+١} + ٤}{\sqrt[٣]{ع+١}^{\,٢} + ٢\sqrt[٣]{ع+١} + ٤}$$

$$= \text{نها}_{ع \leftarrow ٧} \frac{\cancel{ع+١-٨}}{\cancel{ع-٧}} \times \frac{١}{١٢} \qquad ق'(٧) = \frac{١}{١٢}$$

---

٣) $ق(س) = \frac{\sqrt{س}}{س+١}$ ، $س > ٠$ ، جد $ق'(١)$

$$ق'(١) = \text{نها}_{ع \leftarrow ١} \frac{ق(ع) - ق(١)}{ع - ١} = \text{نها}_{ع \leftarrow ١} \frac{\frac{\sqrt{ع}}{ع+١} - \frac{١}{٢}}{ع - ١}$$

$$= \text{نها}_{ع \leftarrow ١} \frac{٢\sqrt{ع} - (ع+١)}{ع - ١} \times \text{نها}_{ع \leftarrow ١} \frac{١}{٢(ع+١)}$$

$$= \frac{١}{٤} \text{نها}_{ع \leftarrow ١} \frac{٢\sqrt{ع} - (ع+١)}{ع - ١}$$

$ص = \sqrt{ع}$
$ص \leftarrow ١$
$ع = ص^٢$

$$= \frac{١}{٤} \text{نها}_{ص \leftarrow ١} \frac{٢ص - ص^٢ - ١}{ص^٢ - ١}$$

$$= -\frac{١}{٤} \text{نها}_{ص \leftarrow ١} \frac{(ص-١)^{\cancel{٢}}}{(\cancel{ص-١})(ص+١)} = \text{صفر} \qquad ق'(١) = \text{صفر}$$

---

٤) $ق(س) = \frac{٣س}{٢س - ١}$ ، $س \neq \frac{١}{٢}$ ، جد $ق'(س)$

الحل

$$ق'(س) = \text{نها}_{ع \leftarrow س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \text{نها}_{ع \leftarrow س} \frac{\frac{٣ع}{٢ع-١} - \frac{٣س}{٢س-١}}{ع - س}$$

$$= \text{نها}_{ع \leftarrow س} \frac{\cancel{٦عس} - ٣ع - \cancel{٦عس} + ٣س}{ع - س} \times \text{نها}_{ع \leftarrow س} \frac{١}{(٢ع-١)(٢س-١)}$$

$$= -٣ \text{نها}_{ع \leftarrow س} \frac{\cancel{ع-س}}{\cancel{ع-س}} \times \frac{١}{(٢س-١)^٢} \qquad ق'(س) = \frac{-٣}{(٢س-١)^٢}$$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

⑤ $ق(س) = قا\,2س$ ، جد $ق'(س)$

الحل $ق'(س) = \lim\limits_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} = \lim\limits_{ع \to س} \frac{قا\,2ع - قا\,2س}{ع - س}$

$= \lim\limits_{ع \to س} \frac{\frac{1}{جتا\,2ع} - \frac{1}{جتا\,2س}}{ع - س} = \lim\limits_{ع \to س} \frac{جتا\,2س - جتا\,2ع}{ع - س} \times \lim\limits_{ع \to س} \frac{1}{جتا\,2ع\,جتا\,2س}$

$= \lim\limits_{ع \to س} \frac{-2\,جا\left(\frac{2س+2ع}{2}\right) جا\left(\frac{2س-2ع}{2}\right)}{ع - س} \times \frac{1}{جتا^2\,2س}$

$= \lim\limits_{ع \to س} \frac{جا(س-ع)}{ع - س} \times \lim\limits_{ع \to س} جا(س+ع) \times \frac{-2}{جتا^2\,2س}$

$\lim\limits_{ص \to 0} \frac{جا\,ص}{-ص} \times جا\,2س \times \frac{-2}{جتا^2\,2س} = -1 \times -2\,ظا\,2س\,قا\,2س$

$ق'(س) = 2\,قا\,2س\,ظا\,2س$

⑥ $ق(س) = \begin{cases} \frac{س - 9}{\sqrt{س} - 3} & س \neq 9 \\ 6 & س = 9 \end{cases}$ جد $ق'(9)$

الحل $ق'(9) = \lim\limits_{ع \to 9} \frac{ق(ع) - ق(9)}{ع - 9} = \lim\limits_{ع \to 9} \frac{\frac{ع - 9}{\sqrt{ع} - 3} - 6}{ع - 9} = \lim\limits_{ع \to 9} \frac{\frac{\cancel{(\sqrt{ع} - 3)}(\sqrt{ع} + 3)}{\cancel{\sqrt{ع} - 3}} - 6}{ع - 9}$

$= \lim\limits_{ع \to 9} \frac{\sqrt{ع} - 3}{ع - 9} = \lim\limits_{ع \to 9} \frac{\cancel{\sqrt{ع} - 3}}{\cancel{(\sqrt{ع} - 3)}(\sqrt{ع} + 3)} = \frac{1}{6}$

$ق'(9) = \frac{1}{6}$

⑦ $ق(س) = س + \sqrt{س}$ ، $س > 0$ ، $ق'(4)$

⑧ $ق(س) = س^2 + \frac{4}{س}$ ، $س \neq 0$ ، $ق'(2)$

⑨ $ق(س) = س^2 - \frac{4}{س}$ ، $س \neq 0$ ، $ق'(س)$

⑩ $ق(س) = ظا\,2س$ ، $ق'(س)$

السؤال الثالث :-

① $ق(س) = \dfrac{\left(س + [س + \frac{1}{2}]\right)^4}{4 - س^2}$ ، $هـ(س) = س^3 + 8$

جد $\dfrac{d}{dس}(ق \times هـ)(س)$ عند $س = 1$

الحل عند $س = 1$ ، $ق(س) = \dfrac{(س+1)^4}{4-س^2}$ ، $هـ(س) = س^3 + 8$

$$ق'(س) = \dfrac{(4-س^2)\times 4(س+1)^3 - (س+1)^4 \times -2س}{(4-س^2)^2}$$

$هـ'(س) = 3س^2$

$$\dfrac{d}{dس}\, ق(س)\times هـ(س)\Big|_{س=1} = ق(1)\times هـ'(1) + هـ(1)\times ق'(1)$$

$ق(1) = \frac{16}{3}$ ، $ق'(1) = \frac{128}{9}$ ، $هـ(1) = 9$ ، $هـ'(1) = 3$

$= \frac{16}{3}\times 3 + 9 \times \frac{128}{9} = 144$

② $ق(س) = \dfrac{|س^2 - 5س + 4|}{س^2 - س}$ ، $س \in (1, 5]$

ابحث في قابلية اشتقاق $ق(س)$ على مجاله

الحل $|س^2 - 5س + 4|$

$(س-4)(س-1) = 0$

$س = 4$ ، $س = 1$

$\dfrac{(س-4)(\cancel{س-1})}{س(\cancel{س-1})}$ — $\dfrac{(س-4)(\cancel{س-1})}{س(\cancel{س-1})}$

1 − − − − 4 + + 5

$\frac{4}{س} - 1$ $1 - \frac{4}{س}$

$$ق(س) = \begin{cases} \frac{4}{س} - 1 & ، 1 < س \le 4 \\ 1 - \frac{4}{س} & ، 4 < س \le 5 \end{cases}$$

$$ق'(س) = \begin{cases} \frac{-4}{س^2} & ، 1 < س < 4 \\ \frac{4}{س^2} & ، 4 < س < 5 \\ غ.م & ، س = 4 ، 5 \end{cases}$$

$\frac{4}{س} - 1$ متصل على $(1 ، 4)$

$1 - \frac{4}{س}$ متصل على $(4 ، 5)$

عند $س = 4$ ق(س) متصل

$ق'^{+}(4) = \frac{1}{4}$ ، $ق'^{-}(4) = \frac{-1}{4}$

③ ق(س) = |(س − ٣)(س + ١)| ، س ∈ (−١ ، ٤] ، جد قَ(س)

الحل

$$ق(س) = \begin{cases} -س^2 + ٢س + ٣ ، & -١ < س < ٣ \\ س^2 - ٢س - ٣ ، & ٣ \le س \le ٤ \end{cases}$$

$-س^2 + ٢س + ٣ \quad\quad س^2 - ٢س - ٣$

+ −١ — ٣ + ٤

ق(س) متصل في (−١ ، ٣) ، (٣ ، ٤) كثيرات حدود

ق(س) متصل عند س = ٣ ، $ق(٣) = \lim_{س \to ٣} ق(س) = ٠$

$$قَ(س) = \begin{cases} -٢س + ٢ ، & -١ < س < ٣ \\ ٢س - ٢ ، & ٣ < س < ٤ \\ \text{غير موجوده} ، & س = ٤ ، ٣ \end{cases}$$

$قَ_{+}(٣) = ٤$

$قَ_{-}(٣) = -٤$

قَ(٣) غير موجوده

④ $$ق(س) = \begin{cases} [\frac{١}{٢} س + ٣] ، & س < ٤ \\ \frac{١٦}{٢س - ٤} ، & س \ge ٤ \end{cases}$$

جد قَ(٤)

⑤ ص = |٢س − ١٢| − |س| ، جد $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٠

⑥ $$ق(س) = \begin{cases} أس^3 + ب س ، & س < -١ \\ أس^2 + ٩ب س - ١٢ ، & س \ge -١ \end{cases}$$

قابل للاشتقاق عند س = −١ ، جد قيمة الثوابت أ ، ب

الحل $$قَ(س) = \begin{cases} ٣أس^2 + ب ، & س < -١ \\ ٢أس + ٩ب ، & س > -١ \end{cases}$$

$قَ_{+}(-١) = قَ_{-}(-١) \leftarrow -٢أ + ٩ب = ٣أ + ب \quad \boxed{٥أ - ٨ب = ٠}$ — ①

ق(س) متصل عند س = −١ ← $\lim_{س \to -١^{+}} ق(س) = \lim_{س \to -١^{-}} ق(س)$

$أ - ٩ب - ١٢ = -أ - ب \leftarrow \boxed{٢أ - ٨ب = ١٢}$ — ②

① − ② ← ٣أ = −١٢ ، $\boxed{أ = -٤}$ ، $\boxed{ب = \frac{-٥}{٢}}$

السؤال الرابع :-

① ق(س) = $\frac{\text{ل(س)}}{\text{هـ(س)}}$ ، هـ(س) ≠ صفر ، ل(س) ، هـ(س) قابلة للاشتقاق عند س = أ ، قَ(أ) = ٠ ، أثبت أن ق(أ) = $\frac{\text{لَ(أ)}}{\text{هـَ(أ)}}$

الحل

قَ(س) = $\frac{\text{هـ(س) لَ(س) − ل(س) هـَ(س)}}{(\text{هـ(س)})^2}$ ← قَ(أ) = $\frac{\text{هـ(أ) لَ(أ) − ل(أ) هـَ(أ)}}{(\text{هـ(أ)})^2}$

قَ(أ) = صفر ← البسط = صفر ← هـ(أ) لَ(أ) − ل(أ) هـَ(أ) = ٠

هـ(أ) لَ(أ) = ل(أ) هـَ(أ)

$\frac{\text{لَ(أ)}}{\text{هـَ(أ)}}$ = $\frac{\text{ل(أ)}}{\text{هـ(أ)}}$ ← ق(أ)

ق(أ) = $\frac{\text{لَ(أ)}}{\text{هـَ(أ)}}$

② إذا كان ل ، ق ، هـ اقترانات قابلة للاشتقاق ، حتى المشتقة الثالثة وكان هـ(س) = ل(س) × ق(س) ، لَ(س) × قَ(س) = جـ (ثابت)

أثبت أن هـ'''(س) = ل(س) ق'''(س) + ق(س) ل'''(س)

الحل هـَ(س) = ل(س) قَ(س) + ق(س) لَ(س)

هـ''(س) = ل(س) ق''(س) + $\underbrace{\text{قَ(س) لَ(س)}}_{\text{جـ}}$ + ق(س) ل''(س) + $\underbrace{\text{لَ(س) قَ(س)}}_{\text{جـ}}$

هـ''(س) = ل(س) ق''(س) + ق(س) ل''(س) + ٢ جـ

هـ'''(س) = ل(س) ق'''(س) + ق''(س) لَ(س) + ق(س) ل'''(س) + ل''(س) قَ(س) + ٠

هـ'''(س) = ل(س) ق'''(س) + ق(س) ل'''(س) + $\underbrace{\text{ق''(س) لَ(س) + ل''(س) قَ(س)}}_{\text{جـَ = ٠}}$

هـ'''(س) = ل(س) ق'''(س) + ق(س) ل'''(س)

③ إذا كان $3ص = \sqrt{(ع+1)^3} - \sqrt{(ع-1)^3}$ ، $ع = 2س$ ، $س \geq \frac{1}{2}$

أثبت أن

$$\left|\frac{دص}{دس}\right| = \sqrt{4س + \sqrt{4س^2 - 1}}$$

الحل $ص = \frac{1}{3}(ع+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}(ع-1)^{\frac{3}{2}}$ ، $ع = 2س$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$$

$$\frac{دص}{دس} = \left(\frac{1}{2}(ع+1)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(ع-1)^{\frac{1}{2}}\right) \times 2$$

$$\frac{دص}{دس} = \left(\sqrt{ع+1} + \sqrt{ع-1}\right) -$$ تربيع الطرفين

$$\left(\frac{دص}{دس}\right)^2 = ع + 1 + 2\sqrt{(ع+1)(ع-1)} + ع - 1$$

$$\left|\frac{دص}{دس}\right| = \sqrt{2ع + 2\sqrt{ع^2 - 1}}$$ ، $ع = 2س$

$$\left|\frac{دص}{دس}\right| = \sqrt{4س + 2\sqrt{4س^2 - 1}}$$

④ إذا كان $ص^2 = \frac{س}{س+2}$ ، $س \neq -2$ ، أثبت أن $س^2 صَ - ص^3 = صفر$ ، ص

الحل $2ص صَ = \frac{(س+2) - س}{(س+2)^2}$

$$ص^2 = \frac{س}{س+2}$$

$$س + 2 = \frac{س}{ص^2}$$

$$(س+2)^2 = \frac{س^2}{ص^4}$$

$$2ص صَ = \frac{2}{(س+2)^2}$$

$$ص صَ = \frac{1}{(س+2)^2}$$

$$ص صَ = \frac{ص^4}{س^2}$$

$$س^2 صَ = ص^3$$

$$س^2 صَ - ص^3 = صفر$$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

⑤ إذا كان $ص = ظا(س ص)$ ، أثبت أن $\frac{دص}{دس} = \frac{ص^3 + ص}{1 - س(1+ص^2)}$

الحل

$ص' = قا^2(س ص) \times (س ص' + ص)$

$ص' = س ص' قا^2(س ص) + ص قا^2(س ص)$

$ص' = س ص' (1 + ظا^2 س ص) + ص (1 + ظا^2 س ص)$

$ص' = س ص' (1 + ص^2) + ص (1 + ص^2)$

$ص' - س ص' (1 + ص^2) = ص + ص^3$

$ص' \left(1 - س(1 + ص^2)\right) = ص + ص^3$

$ص' = \frac{ص + ص^3}{1 - س(1 + ص^2)}$

---

⑥ إذا كان $\frac{1}{س+ص} - \frac{1}{س-ص} = 2$ ، أثبت أن $\frac{دص}{دس} = \frac{2س ص}{س^2 + ص^2}$

الحل بعد توحيد المقام

$ص = ص^2 - س^2$

$ص' = 2ص ص' - 2س$

$ص' - 2ص ص' = -2س$

$ص' = \frac{-2س}{1 - 2ص} \times \frac{ص}{ص}$

$ص' = \frac{-2س ص}{ص - 2ص^2}$ | $ص = ص^2 - س^2$

$ص' = \frac{2س ص}{2ص^2 - ص^2 + س^2}$

$ص' = \frac{2س ص}{ص^2 + س^2}$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

⑦ إذا كان جاص = ظاس ، أثبت أن ظاص = $\frac{ص''}{2قا^2س + ص'^2}$

الحل

جتاص ص' = قا²س

جتاص ص'' − جاص ص'² = 2قا²س ظاس

جتاص ص'' − جاص ص'² = 2قا²س جاص   القسمة ع جتاص

ص'' − ظاص ص'² = 2 قا²س ظاص

ص'' = 2قا²س ظاص + ظاص ص'²

ظاص = $\frac{ص''}{2قا^2س + ص'^2}$

⑧ إذا كان جا² 3س = 1 − ص [illegible]

أثبت أن 2ص ص' = (ص − 1) [illegible] س

⑨ إذا كان س + ص = س ص ، أثبت أن ص'' = $\frac{2ص^2}{س^3}$

تطبيقات التفاضل.

السؤال الأول.

يتكون هذا السؤال من ( ) فقرة، لكل فقرة اربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. اختر رمز الإجابة الصحيحة ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير الى رمز الإجابة الصحيحة في نموذج الإجابة.

1) اذا كان $ق(س) = جـس^٢ - ٣س + ١$ وكان قياس زاوية ميل المماس لمنحنى ق عند النقطة (١، ق(١)) هو ١٣٥° فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) −٢ ب) −١ جـ) ٢ د) ١

---

2) اذا كان $ق(س) = س^٢ - م س^٣ + ٥س$، فإن قيمة م التي تجعل للاقتران ق(س) مماس افقي عند س = ١، تساوي:

أ) −٤ ب) −١ جـ) ٤ د) −٣

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٣) إذا كانت ظا هـ = $\frac{جا س}{س}$ هي العلاقة التي تربط زاوية هـ والضلع س في مثلث، فإن أكبر قياس ممكن للزاوية هـ عندما تكون س تساوي:

أ) ١٠ ب) ١٥ ج) $\frac{ط}{٣}$ د) ١٠٠

٤) إذا كانت معادلة العمودي على مماس منحنى الاقتران ق المرسوم من النقطة (٦، ٢) الواقعة على منحنى الاقتران هي: ص = $\frac{١}{٣}$ س، فإن قَ(٦) تساوي:

أ) ٣ ب) $-\frac{١}{٣}$ ج) -٣ د) $\frac{١}{٣}$

٥) ما إحداثيا النقطة الواقعة على منحنى العلاقة ٨ص = ٨١ - $س^٢$ والتي عندها يكون المماس للمنحنى موازيًا للمستقيم الذي معادلته ٣س + ٧ = ٤ص ؟

أ) (٥، ٧) ب) (٣، ٩) ج) (-٣، ٩) د) (-٥، ٧)

٦) إذا كان المستقيم س - ص + ج = ٠ يمس منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{١}{س}$ عند النقطة ($س_١$، $ص_١$)، فإن قيم الثابت ج تساوي:

أ) ١، -١ ب) ١، -٢ ج) ٢، -٢ د) ٢، -١

7) مساحة المثلث الناتج من تقاطع محور السينات مع المماس و العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = س^2 + 1$ عند النقطة $(1 ، 2)$ تساوي :

أ) 3 وحدات مربعة ب) 4 وحدات مربعة

ج) 5 وحدات مربعة د) 6 وحدات مربعة.

8) رسم مماس لمنحنى $ق(س) = س^2 + أ$ من النقطة $(1 ، ب)$ الواقعة على المنحنى، فقطع المماس محور السينات عند $س = -1$ جد قيمة الثوابت أ ، ب على الترتيب :

أ) $3 ، 4$ ب) $4 ، 3$ ج) $-1 ، 2$ د) $0 ، 2$

9) قذفت كرة رأسياً إلى أعلى من سطح الأرض، فإذا كانت المسافة المقطوعة $ف(ن) = 30ن - 5ن^2$ ، ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، فإن سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض تساوي :

أ) 60 م/ث ب) 30 م/ث ج) -30 م/ث د) -60 م/ث

10) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة $ف(ن) = 20ن - 5ن^2$ حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، ما اللحظة التي يكون فيها تسارع الجسيم يساوي مثلي سرعته ؟

أ) 2.5 ثانية ب) 4 ثوانٍ ج) 1 ثانية د) 1.5 ثانية

١١) يتحرك جسيم في خط مستقيم وفق العلاقة $ع(ن) = ٣\sqrt{ف(ن)}$ ، $ف(ن) > ٠$ ، حيث ع : السرعة ، ف : المسافة بالأمتار ، ن : الزمن بالثواني فإن تسارع الجسيم يساوي :

أ) ٣ م/ث² ب) ٤٫٥ م/ث² جـ) ١٫٠ م/ث² د) ٢ م/ث²

١٢) قذفت كرة رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض ، فإذا كانت المسافة المقطوعة $ف(ن) = ٢٠ن - ٥ن^٢$ ، حيث ف : المسافة بالأمتار ، ن : الزمن بالثواني ، فإن سرعة الكرة لحظة وصولها سطح الأرض تساوي :

أ) −٣٠ م/ث ب) ٦٠ م/ث جـ) ٢٠ م/ث د) −٢٠ م/ث

١٣) قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض ، بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الأرض بالأقدام بعد ن ثانية معطى وفق العلاقة $ف(ن) = ٩٦ن - ١٦ن^٢$ ، فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم يساوي :

أ) ٣٢ قدم ب) ٩٦ قدم جـ) ٢٨٨ قدم د) ١٤٤ قدم

١٤) قذف جسيم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض وفق العلاقة $ف(ن) = جا ن - جتا ن$ ، $ن \in [٠ ، \pi]$ ، حيث ف : المسافة بالأمتار ، ن : الزمن بالثواني ، فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم هو :

أ) $\sqrt{٢}$ م ب) $٢\sqrt{٢}$ م جـ) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ م د) $\frac{١}{٢}$ م

١٥ قذف جسم من سطح برج رأسياً لأعلى حيث ان ارتفاعه بالأمتار عن سطح البرج بعد ن ثانية من بدء الحركة يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٢٥ن - ٥ن^٢ فإن ارتفاع البرج اذا كانت سرعة الجسم لحظة وصوله الأرض تساوي -٥٥م/ث :

أ) ٦٠ ب) ١٢٠ جـ) ٢٥ د) ٥٠

١٦ اذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة معرفاً على ح ، فإن أكبر عدد ممكن من القيم الحرجة للاقتران ق(س) هو :

أ) ٣ ب) ٢ جـ) ١ د) لا يمكن تحديد ذلك

١٧ اذا كان ق(س) = (س+٣)^٢ (س-٢) ، فإن الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق(س) متزايداً هي :

أ) [-٣ ، ∞) ب) (-∞ ، -٣] جـ) [٠ ، ∞) د) ح

١٨ اذا كان ق(س) = جا٣س + ٥س ، س ∈ [٠ ، ٢π] فإن ق(س) متزايد على الفترة :

أ) [٠ ، π/٢] ب) [٠ ، π/٢] ، [٣π/٢ ، ٢π] جـ) [٠ ، π] د) [٠ ، ٢π]

١٩ اذا كان ق(س) = س + ٩/(س+٢) ، س ∈ [-١ ، ٤] ، فإن قيم (س) الحرجة للاقتران ق(س) هي :

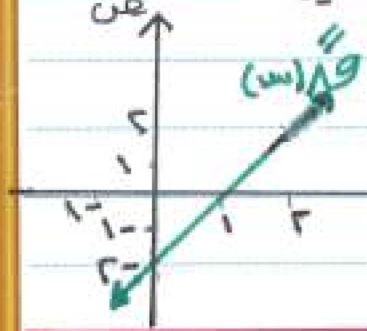
أ) {-٣ ، -١ ، ٤} ب) {-١ ، ١ ، ٤} جـ) {-٣ ، ١} د) {-١ ، ٤}

٢٠ اذا كان ق(س) = $(م س - ب)^{\frac{٣}{٢}}$ + ٥ب ، م ≠ ٠ ، وكان للإقتران ق(س) قيمة قصوى عند النقطة (٤ ، ١) فان قيم الثوابت م ، ب على الترتيب هي :

م) ٢ ، $\frac{١}{٢}$ ب) −١ ، ٢ جـ) $\frac{١}{٢}$ ، ٢ د) ٢ ، −١

---

٢١ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الثانية لكثير الحدود ق(س) ، اذا كان للإقتران (ق) نقطة حرجة عند (٢ ، ق(٢)) ، فان ق(٢) تمثل قيمة :



م) عظمى محلية ب) صغرى محلية

جـ) عظمى مطلقة د) صغرى مطلقة

---

٢٢ اذا كان للاقتران ق(س) = ٣م $س^٣$ − ... $س^٢$ − ٤س + ٥ نقطة انعطاف عند س = ١ ، فان قيمة الثابت م تساوي :

م) ١ ب) $\frac{٥}{٣}$ جـ) ٣ د) $\frac{١}{٢}$

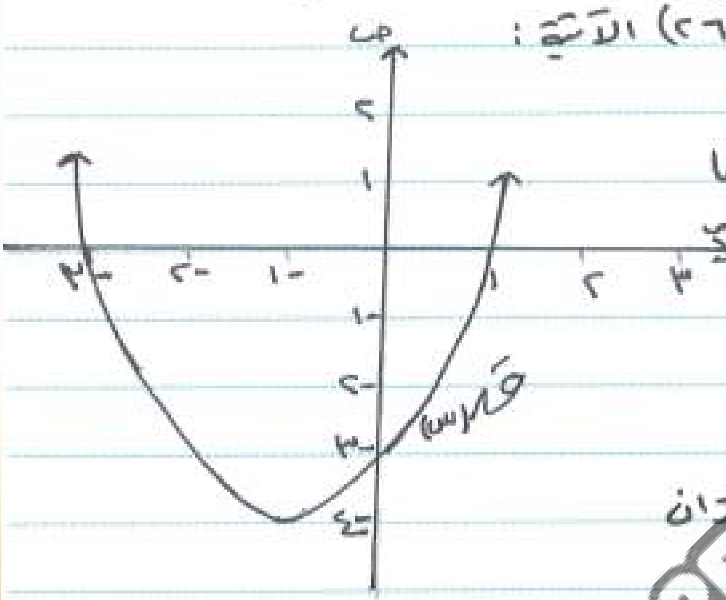
---

٢٣ تتحرك النقطة م(س ، ص) على منحنى العلاقة ص + س = $س^٢$ ، ما احداثيا النقطة م(س ، ص) في اللحظة التي يكون عندها معدل التغير في احداثيها السيني بالنسبة الى الزمن مساوياً لمعدل التغير في احداثيها الصادي بالنسبة الى الزمن :

م) (٢ ، ٢) ب) (١ ، ٠) جـ) (٣ ، ٦) د) (−١ ، ٢)

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى لكثير الحدود (هـ) ،
اجب عن الفقرات (٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦) الآتية :



٢٤) مجموعة قيم (س) التي يكون عندها للاقتران (هـ) نقطة حرجة هي :

أ) (−٣ ، −١) ب) (−١ ، ١)
جـ) (١ ، −٣) د) {−١}

٢٥) الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران (هـ) متناقصاً هي :

أ) [−٣ ، ١] ب) [−∞ ، −٣]
جـ) [١ ، ∞) د) (−∞ ، −٤]

٢٦) الفترة التي يكون فيها منحنى (هـ) مقعراً للأسفل هي :

أ) [−٣ ، ١] ب) (−∞ ، −١] جـ) [−١ ، ∞) د) [١ ، ∞)

٢٧) اذا كان ق(س) = $\sqrt{س^٢ - ١٦س}$ ، فإن مجموعة قيم (س) التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقط حرجة :

أ) ∅ ب) {٨} جـ) {٠ ، ١٦} د) {٠ ، ٨ ، ١٦}

٢٨) اذا كان للاقتران ق(س) = ٣س + (٤ − أ) س^٣ قيمة عظمى محلية عند س = ١ ، حيث أ عدد ثابت ، فإن الاقتران ق(س) متزايداً في الفترة :

أ) (−∞ ، −١] ب) [−١ ، ١] جـ) [١ ، ∞) د) ∅

٢٩ إذا كان ق(س) = جاس − جتاس ، س ∈ [٠ ، π] ، فإن قيمة (س) التي يكون عندها للاقتران ق(س) قيمة صغرى مطلقة هي :

أ) صفر   ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) π د) $\frac{٣\pi}{٤}$

---

٣٠ إذا كان ق(س) = جتا٢س ، س ∈ [٠ ، π] ، فإن قيمة (س) التي يكون للاقتران (ق) عندها قيمة صغرى مطلقة هي :

أ) صفر   ب) π ج) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{٣\pi}{٢}$

---

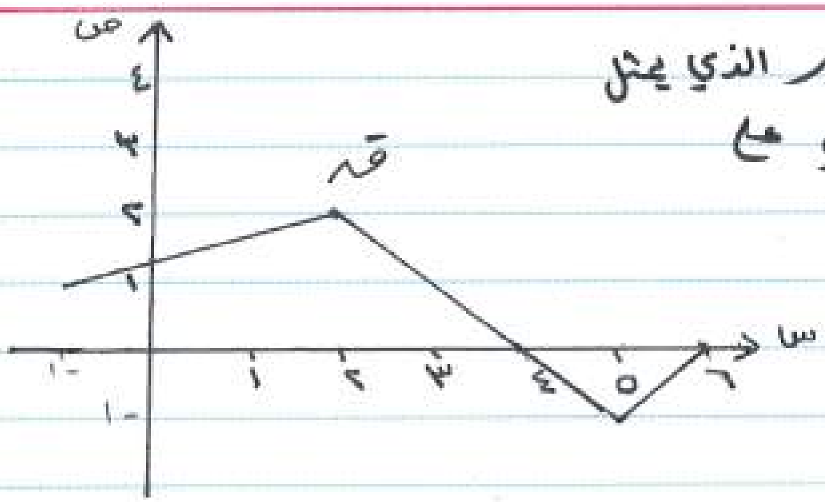
٣١ إذا كان ق(س) = ٨س − ٤(م − ٣) س² ، فإن قيم الثابت م ، التي تجعل منحنى الاقتران (ق) "مقعراً" للأسفل هي :

أ) (٣ ، ∞)   ب) [−٣ ، ∞)   ج) (−∞ ، ٣]   د) [−٣ ، ٣]

---

٣٢ إذا كان ق(س) = جاس − جتاس ، س ∈ [$\frac{\pi}{٢}$ ، π] ، فإن لمنحنى الاقتران (ق) نقطة انعطاف عند (س) تساوي :

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) $\frac{\pi}{٥}$ د) $\frac{\pi}{٣}$



م) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران (ق) المعرف على الفترة [−١ ، ٦] ، أجب عن (٣٣ ، ٣٤ ، ٣٥) :-

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٣٣) ما مجموعة قيم (س) التي يكون عندها للاقتران (ق) نقطة حرجة :

أ) {٢، ٥}   ب) {-١، ٦}

جـ) {-١، ٤، ٥، ٦}   د) {-١، ٢، ٥، ٦}

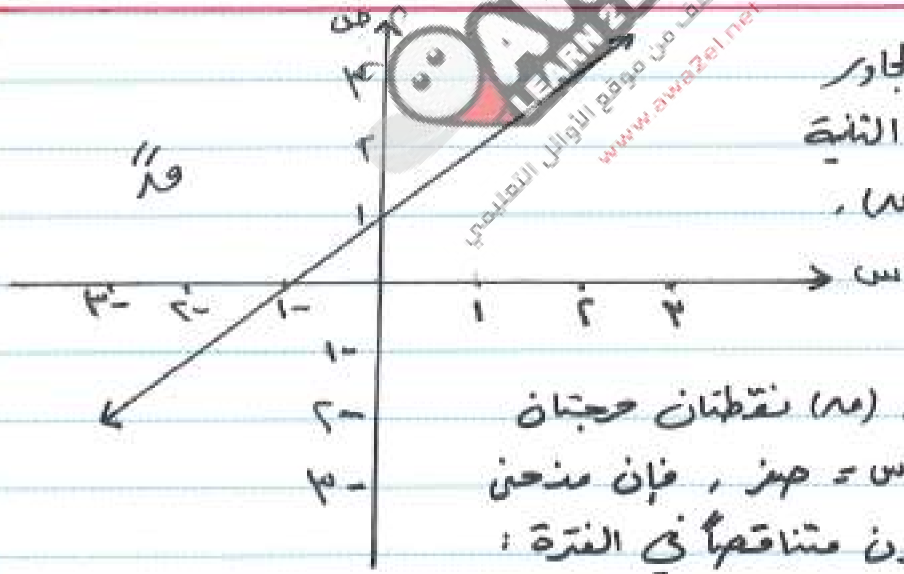
٣٤) الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران (ق) متناقصاً :

أ) {٤، ٦}   ب) {٢، ٥}   جـ) {-١، ٤}   د) {-١، ٢}

٣٥) قَ (٤) تساوي :

أ) صفر   ب) غير موجودة   جـ) ٤   د) -١

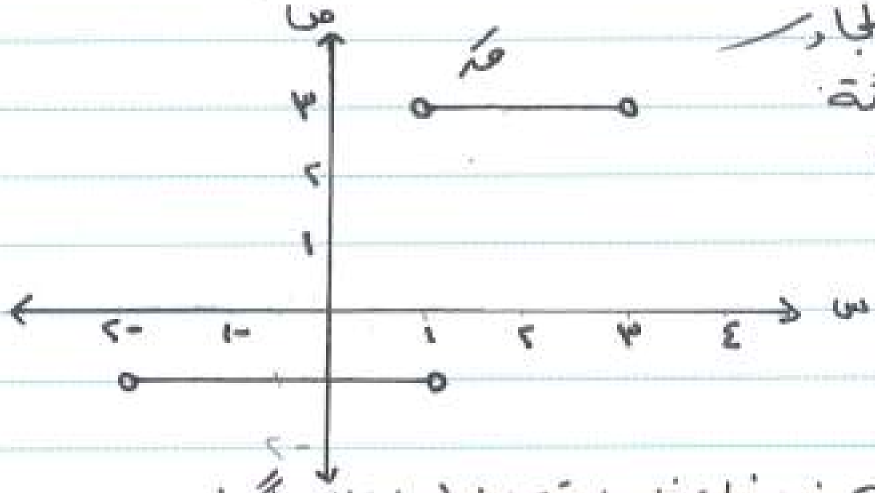
٣٦) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران كثير الحدود (ق)،



إذا علمت أن للاقتران (ق) نقطتان حرجتان عند س = -٣ ، س = صفر ، فإن منحنى الاقتران (ق) يكون متناقصاً في الفترة :

أ) [-٣، ٠]   ب) (-∞، -٣]   جـ) [٠، ٣]   د) [٠، ∞)

أ) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران (هـ) المعرف على الفترة [-٢، ٣]، أجب عن (٣٧، ٣٨):



٣٧) ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران (هـ) متزايداً؟ :

أ) [-٢، ١] ب) [١، ٣] جـ) [٠، ١] د) [-١، ٠]

٣٨) ما ميل المماس المرسوم لمنحنى الاقتران (هـ) عند س = صفر :

أ) ١ ب) -١ جـ) د) ٣

٣٩) صندوق حجمه معطى بالاقتران ح = $س^3 - ٦٥س^2 + ١٠٠٠س$، حيث س تمثل ارتفاع الصندوق، فإن قيمة (س) التي تجعل حجم الصندوق أكبر ما يمكن تساوي :

أ) $\frac{١٠٠}{٣}$ ب) ١٠ جـ) $\frac{١٠٠}{٣}$ د) ١٠٠

٤٠) مثلث متطابق الضلعين، طول كل من ضلعيه المتطابقين ٦ سم، يزداد قياس الزاوية المحصورة بينهما بمعدل (٢/٩٠ د)، فإن معدل تغير مساحة المثلث عندما يكون قياس الزاوية المحصورة بينهما (٦٠°) :-

أ) ١٨ سم²/د ب) ٧٢ سم²/د جـ) ٣٦ سم²/د د) ٩ سم²/د

٤١ خزان ماء على شكل مخروط دائري قائم قاعدته للأعلى، فإذا كان ارتفاع الخزان ٤م، وطول نصف قطر قاعدته ٢م، صب فيه الماء بمعدل ٢م³/د، فإن معدل تغير ارتفاع الماء في الخزان عندما يكون ارتفاع الماء ١م يساوي:

أ) $\frac{٤}{\pi}$ م/د ب) $\frac{٨}{\pi}$ م/د ج) $\frac{\pi}{٤}$ م/د د) $\frac{\pi}{٨}$ م/د

---

٤٢ مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ١٢ − س² تساوي:

أ) ٨ وحدات مربعة ب) ٣٢ وحدة مربعة ج) ١٦ وحدة مربعة د) ٤٠ وحدة مربعة

---

٤٣ مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة طول نصف قطرها (٥) سم بحيث تنطبق قاعدته على قطر الدائرة، ورأساه الآخران على الدائرة تساوي:

أ) ١٠ سم² ب) ٢٥ سم² ج) $\frac{٥}{\sqrt{٢}}$ سم² د) ٢٥$\sqrt{٢}$ سم²

---

٤٤ إذا كانت ق(س) = س$^{\frac{1}{3}}$ (س − ٢)$^{\frac{1}{3}}$ ، س ∈ [−١، ٥]، فإن قيم (س) التي تجعل قَ(س) غير موجودة هي:

أ) س = {−١، ٠، ١، ٢، ٥} ب) س = {−١، ٠، ٣، ٥}

ج) س = {−١، ٢، ٥} د) س = {−١، ١، ٢، ٥}

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٤٥ إذا كان ق(س) = أس^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د ، أ ≠ ٠ الذي يمر منحناه بالنقطة (١ ، ٥) و معادلة المماس لمنحناه هي ص + ٣س − ٧ = ٠ عند نقطة الانعطاف هي (٢ ، ١) ، فإن قاعدة الاقتران هي :

أ) ق(س) = ٢س^{٣} + ٦س^{٢} − ٥س + ١٥
ب) ق(س) = س^{٣} + ٦س^{٢} − ١٥س + ١٠
جـ) ق(س) = س^{٣} + ٦س^{٢} − ١٥س + ١٥
د) ق(س) = − س^{٣} + ٩س^{٢} + ٥س − ٩

٤٦ مصنع للأجهزة الكهربائية ينتج (س) جهازاً سنوياً ، يبيع كل جهاز بسعر (٢٠٠ − ٠,١س) ديناراً ، فإذا كانت تكلفة انتاج هذه الأجهزة (٥٠س + ٤٠) ديناراً ، فإن عدد الأجهزة التي ينتجها المصنع لتحقيق أكبر ربح ممكن سنوياً هو :

أ) ٨٧٥ جهاز ب) ٨٥٠٠ جهاز جـ) ٧٥٠٠ جهاز د) ٧٥٠ جهاز

٤٧ قطعة خشب على شكل اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية (٢٤٠٠π سم^{٢}) ، حفر في هذه القطعة نصف كرة طول قطرها مساوي لطول قطر قاعدة الاسطوانة ، فإن طول نصف قطر قاعدة الاسطوانة الذي يجعل حجم الجزء المتبقي من الاسطوانة أكبر ما يمكن يساوي :

أ) ١٥ سم ب) ٦٠ سم جـ) ٢٠ سم د) ١٦ سم

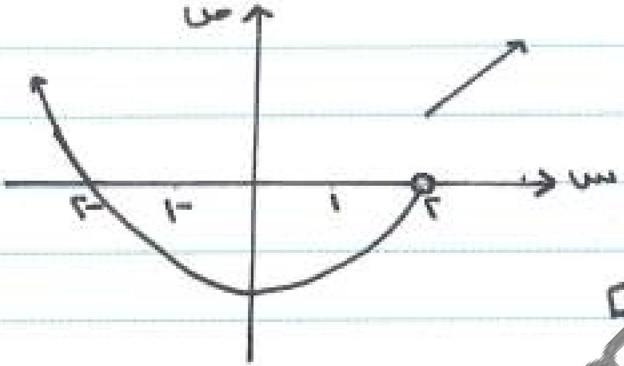
الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٤٨) إذا كان ق(س) = $\sqrt{٣٦ - س^2}$ ، |س| ≤ ٦ ، فإن ق(س) متزايد عندما:

أ) س ≥ ٠   ب) س ≥ -٦   ج) -٦ ≤ س ≤ ٠   د) ٠ ≤ س ≤ ٦

---

٤٩) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران (هـ) المعرف على ح ، فإن الاقتران قد يكون متزايداً في الفترة:

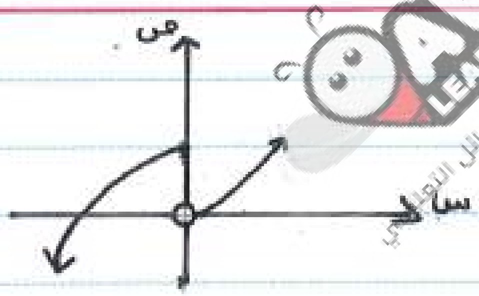


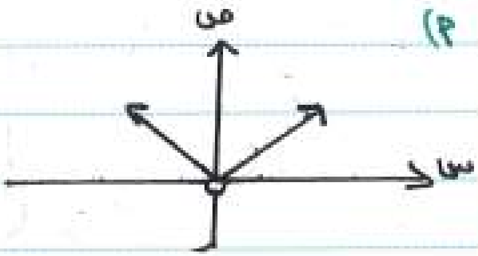
أ) (-∞ ، -٢]   ب) (-∞ ، ٠] - {٣}

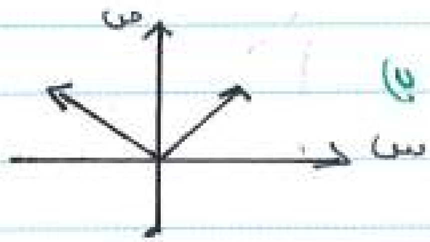
ج) [٠ ، ∞)   د) [٠ ، ٢]

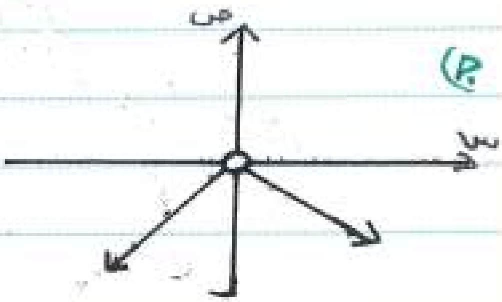
---

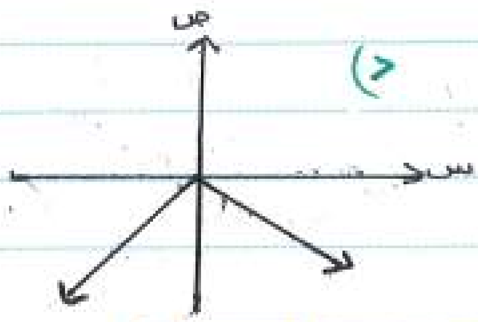
٥٠) يمثل الشكل المجاور منحنى ق(س) ، فإن الشكل التقريبي لمنحنى ق َ(س) هو:



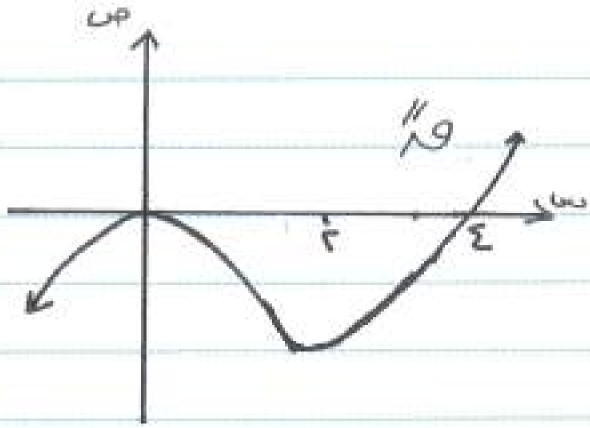
أ)


ب)


ج)


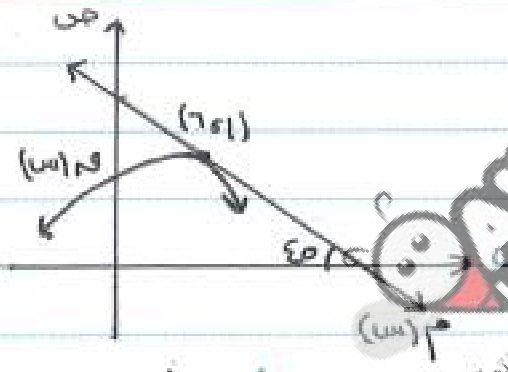
د)


٥١ إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران ق(س) المعرف على ح ، فإن مجموعة قيم (س) التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقطة انعطاف هي:



أ) {٤} ب) {٠}
ج) {٠ ، ٤} د) {٠ ، ٢ ، ٤}

٥٢ إذا كان ق(س) ، ل(س) اقترانين قابلين للاشتقاق بحيث أن ق(س) = (س^٢ + ٢) ل′(٢ − س) ، م(س) مماس للاقتران ق(س) عند النقطة (١ ، ٦) ، فإن ل″(١) هي:



أ) ٢ ب) −٢ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $-\frac{١}{٢}$

٥٣ يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ٢٠ − ٦٣ن + ١٥ن^٢ − ن^٣ فإن مجموعة قيم (ن) التي تكون فيها السرعة موجبة هي:

أ) (٣ ، ٧) ب) [٣ ، ٧] ج) [٠ ، ٧] د) (٠ ، ٧]

تطبيقات التفاضل

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨
الرمز	د	أ	أ	ب	ج	ج	ج	ب	ج	أ	ب	أ	د	أ	ب	ب	أ	د

الرقم	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦
الرمز	ب	ج	ب	د	ب	ج	أ	ب	ج	ب	أ	ج	أ	أ	د	ب	د	أ

الرقم	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	
الرمز	ب	ب	ب	ج	ب	ب	ب	ب	ج	د	ب	ج	ج	أ	أ	د	أ	

السؤال الثاني

1) اثبت أن المماسان المرسومان لمنحنيي العلاقتين $٤س^2 + ٩ص^2 = ٤٠$ ، $س^2 - ٤ص^2 = ٥$ ، عند نقطة تقاطع المنحنيين في الربع الأول متعامدان

الحل:

نجد نقطة التقاطع : $٤س^2 + ٩ص^2 = ٤٠$

$-٤س^2 + ١٦ص^2 = -٢٠$ +

$٢٥ص^2 = ٢٥ \leftarrow ص^2 = ١ \leftarrow ص = \pm ١$

$(س_١ ، ص_١)$ الأول , ص = ١

$س^2 - ٤ص^2 = ٥ \leftarrow$ نعوض $س^2 - ٤ = ٥ \leftarrow س^2 = ٩ \leftarrow س = \pm ٣$

س = ٣ الربع الأول

النقطة (٣،١) : علاقة (١) : $٤س^2 + ٩ص^2 = ٤٥$

$٨س + ١٨ص ص' = ٠$ (٣،١)

$٢٤ + ١٨ص' = ٠ \leftarrow ١٨ص' = -٢٤ \leftarrow ص' = \frac{-٢٤}{١٨}$

$ص' = \frac{-٤}{٣}$ ∴ م المماس = $\frac{-٤}{٣}$

علاقة (٢) : $س^2 - ٤ص^2 = ٥$ (٣،١)

$٢س - ٨ص ص' = ٠ \leftarrow ٦ - ٨ص' = ٠ \leftarrow ٦ = ٨ص'$

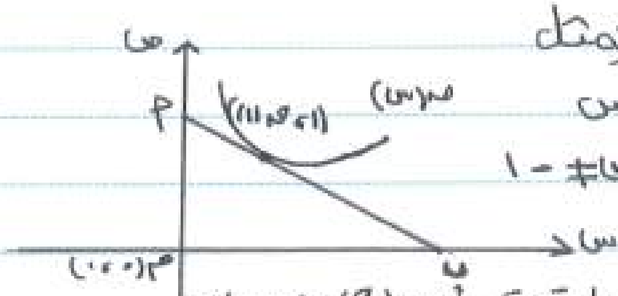
$ص' = \frac{٦}{٨} \leftarrow ص' = \frac{٣}{٤}$ ∴ ميل المماس = $\frac{٣}{٤}$

لإثبات أن المماسان متعامدان : م المماس(١) × م المماس(٢) = −١

$-\frac{٤}{٣} \times \frac{٣}{٤} = \boxed{-١}$

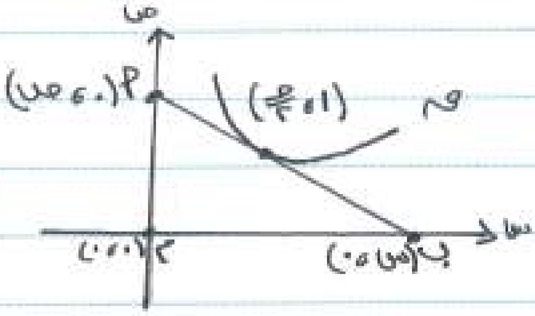
∴ متعامدان .

٢ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل المثلث أ م ب الذي ضلعه أب يمس منحنى الاقتران $ق(س) = \frac{جـ}{١+س}$ ، $س \neq -١$ عند النقطة $(١، ق(١))$



جد قيمة الثابت (جـ) الذي تجعل مساحته تساوي $(\frac{٩}{٤})$ وحدة مساحة

الحل $\overline{أب}$ مماس



ميل المماس ← $\frac{دص}{دس}$ $(١، \frac{جـ}{٢})$ ، $(س، ٠)$

$= \frac{-جـ}{(١+س)^٢}$

$ق'(١) = \frac{-جـ}{٤}$

$\frac{-جـ}{٤} = \frac{\frac{جـ}{٢}}{١-س}$ $\boxed{س = ٣}$ $ب(٣، ٠)$

ميل المماس ← $\frac{دص}{دس}$ $(١، \frac{جـ}{٢})$ ، $(٠، ص)$ ← $\frac{جـ}{٢} - ص$

$ق'(١) = \frac{-جـ}{٤}$

$\frac{-جـ}{٤} = \frac{جـ}{٢} - ص$ ← $ص = \frac{٣}{٤}جـ$ ← $أ(٠، \frac{٣}{٤}جـ)$

$\frac{٩}{٤} = \frac{١}{٢} \times ٣ \times \frac{٣}{٤}جـ$ ← $جـ = ٢$

---

٣ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = س^٢ + ٣$ ، إذا كان العمودي عليه مار بالنقطة $(٠، \frac{٩}{٢})$

الحل :- نقطة تماس $(س، ص)$

ميل العمودي ← $\frac{دص}{دس} = \frac{ص - \frac{٩}{٢}}{س}$

$\frac{-١}{ق'(س)} = \frac{-١}{٢س}$

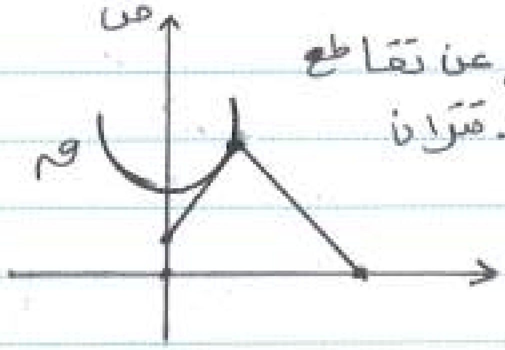
$\frac{ص - \frac{٩}{٢}}{س} = \frac{-١}{٢س}$

$\frac{س^٢ - \frac{٣}{٢}}{س} = \frac{-١}{٢س}$

$س = ٠، ١، -١$

حالة (٣) $س = -١$	حالة (٢) $س = ١$	حالة (١) $س = ٠$
$ص = ق(-١) = ٤$	$ص = ق(١) = ٤$	$ص = ق(٠) = ٣$
$م = ق'(-١) = -٢$	$م = ق'(١) = ٢$	$م = ق'(٠) = ٠$
المعادلة	معادلة المماس	مماس أفقي
$ص - ٤ = -٢(س + ١)$	$ص - ٤ = ٢(س - ١)$	معادلة المماس $ص = ٣$

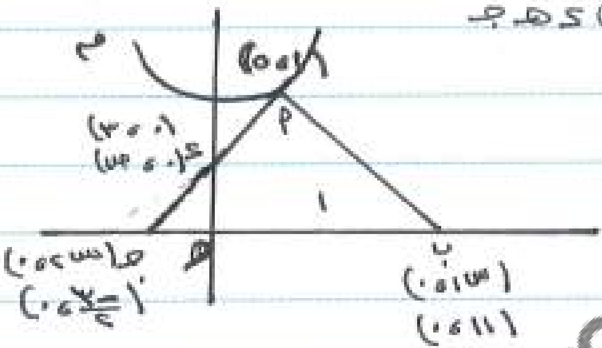
الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752



٤) جد مساحة الشكل الرباعي الناتج عن تقاطع المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = س^2 + ٤$ عند النقطة $(١ ، ٥)$ ومحوري السينات والصادات الموجبين.

الحل مساحة الشكل الرباعي =

مساحة المثلث أ ب جـ − مساحة المثلث د هـ جـ



نجد نقاط التقاطع

المماس أ جـ

م المماس ← $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٥}{١ - س}$

$ق'(١) = ٢$

$\frac{٥}{١ - س_2} = ٢ \leftarrow س_2 = \frac{-٣}{٢}$

م المماس = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٥ - ص}{١}$

$ق'(١) = ٢$

$٥ - ص = ٢ \leftarrow ص = ٣$

ميل العمودي ← $\frac{٥}{١ - س_1}$

$\frac{-١}{ق'(١)} = \frac{-١}{٢}$ ، $\frac{٥}{١ - س_1} = \frac{-١}{٢}$ ، $س_1 = ١١$

مساحة الشكل الرباعي $= \frac{١}{٢} \times (١١ - - \frac{٣}{٢}) \times ٥ - \frac{١}{٢}(٠ - - \frac{٣}{٢}) \times ٣$

$= ٢٩$ وحدة مربعة

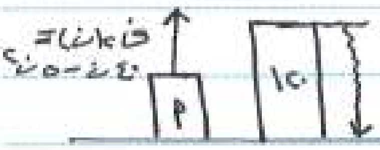
الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

السؤال الثالث:

١ اسقط جسم من ارتفاع ١٢٠م عن سطح الأرض سقوطاً حراً حسب الاقتران ف١(ن) = ٥ن²، وفي اللحظة نفسها قذف جسم آخر من سطح بناية للأعلى وفق الاقتران ف٢(ن) = ٤٠ن − ٥ن²،
حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، جد ارتفاع البناية
إذا علمت أن سرعة الجسم الأول تساوي ٢٠م/ث
في اللحظة التي يكون للجسمين الارتفاع نفسه

الحل:- لهما نفس الارتفاع عن سطح الأرض ف١(ن) + ف٢(ن) = ١٢٠

٥ن² + ٤٠ن − ٥ن² + م = ١٢٠

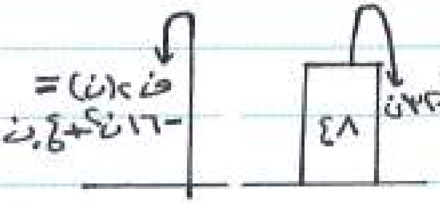


٤٠ن + م = ١٢٠ ← $\boxed{\text{م} = ١٢٠ - ٤٠\text{ن}}$

ع١(ن) = ١٠ن = ٢٠ ← ن = ٢

م = ١٢٠ − ٨٠ = ٤٠م

٢ من قمة برج ارتفاعه ٤٨قدم، قذف جسم رأسياً للأعلى وفق الاقتران ف١(ن) = −١٦ن² + ٣٢ن، وفي اللحظة نفسها قذف جسم ثانٍ من سطح الأرض للأعلى وفق الاقتران ف٢(ن) = −١٦ن² + ع٠ن
حيث ف١، ف٢ المسافة بالأقدام، (ن) الزمن بالثواني،
جد السرعة الابتدائية (ع٠) للجسم الثاني عندما يتساوى أقصى ارتفاع للجسمين عن سطح الأرض



الحل

ف١ = ف٢
ع١ = ٠   ع٢ = ٠

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

$ف_{١}(ن) = -١٦ن^{٢} + ٣٢ن + ٤٨$

$ع_{١}(ن) = -٣٢ن + ٣٢$

$ع_{١}(ن) = ٠$

$-٣٢ن = -٣٢ \leftarrow \boxed{ن = ١}$

$ف_{١}(١) = -١٦ + ٣٢ + ٤٨ = ٦٤$

$ف_{٢}(ن) = -١٦ن^{٢} + ع_{٠}ن$

$ع_{٢}(ن) = -٣٢ن + ع_{٠}$

$ع_{٢}(ن) = ٠ \leftarrow ع_{٠} = ٣٢ن$

$ف_{٢}(ن) = -١٦ن^{٢} + ع_{٠}ن = ٦٤$

$-١٦ن^{٢} + ٣٢ن^{٢} = ٦٤$

$\boxed{ن = ٢}$

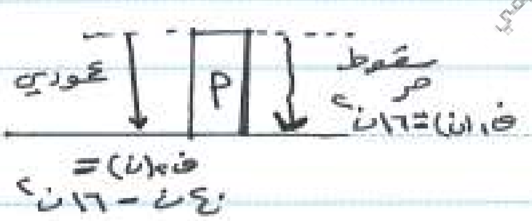
$ع_{٠} = ٣٢ن = \boxed{٦٤}$

---

٣ اسقط جسم من نقطة على سطح بناية سقوطاً حراً بحيث أن المسافة التي يقطعها بعد (ن) ثانية هي $ف_{١}(ن) = ١٦ن^{٢}$، وفي اللحظة نفسها رمي شخص ما "عمودياً" للأسفل من ... المسافة التي يقطعها بعد (ن) ثانية هي $ف_{٢}(ن) = ع_{٠}ن + ١٦ن^{٢}$ ارتطم الجسم الأول بالأرض بعد ثانية من ارتطام الجسم الثاني، جد:

① سرعة كل من الجسمين لحظة ارتطامهما بالأرض

② ارتفاع البناية عند تلك اللحظة



الحل ① $ف_{١}(ن) = ف_{٢}(ن)$

$١٦(ن+١)^{٢} = ع_{٠}ن + ١٦ن^{٢}$

$\boxed{ن = ٢}$

$ع_{١}(ن) = ٣٢ن \quad ، ن = ٣ \leftarrow ع_{١}(٣) = ٩٦$ م/ث

$ع_{٢}(ن) = ع_{٠} - ٣٢ن \quad ، ن = ٢ \leftarrow ع_{٢}(٢) = ١٠٤$ م/ث

② ارتفاع البناية $= ف_{١}(٣) = ف_{٢}(٢) = ١٤٤$م

السؤال الرابع

في كل من الاقترانات الآتية جد ما يلي
① النقط الحرجة
② فترات التزايد والتناقص والثبات
③ القيم القصوى إن وجدت وحدد نوعها

$\boxed{1}$ ق(س) = س(س − ٣)^٢ − ٢ ، س ∈ [−١، ٤]

الحل ق′(س) = ٣س^٢ − ١٢س + ٩

القيم الحرجة ← ق′ غ.م ، س = −١

ق′ = ٠ ، س = ٣، ١

النقط الحرجة (−١، −١٨)، (٣، −٢)، (١، ٢)

ق متزايد في [−١، ١] ، [٣، ٤] ، ق متناقص في [١، ٣]

قيمة صغرى محلية عند س = ٣ وهي −٢

قيمة صغرى مطلقة عند س = −١ وهي −١٨ أصغر قيمة

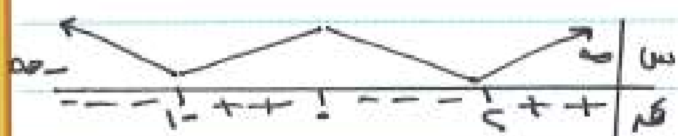
قيمة عظمى محلية مطلقة عند س = ١ وهي ٢ أكبر قيمة

$\boxed{2}$ ق(س) = (س − ٢)^٤ (س + ١)^٣ ، س ∈ ح

الحل ق′(س) = (س + ١) (س − ٢)^٣ (٦س)

القيم الحرجة ← ق′ غ.م

ق′ = ٠ ، س = ٠ ، −١ ، ٢



النقط الحرجة (٠، ١٦)، (−١، ٠)، (٢، ٠)

ق متزايد في [−١، ٠] ، [٢، ∞) ، ق متناقص في (−∞، −١] ، [٠، ٢]

قيمة عظمى محلية عند س = ٠ وهي ١٦ ، قيمة صغرى محلية مطلقة عند س = −١ وهي ٠ ، قيمة صغرى مطلقة محلية عند س = ٢ وهي ٠

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

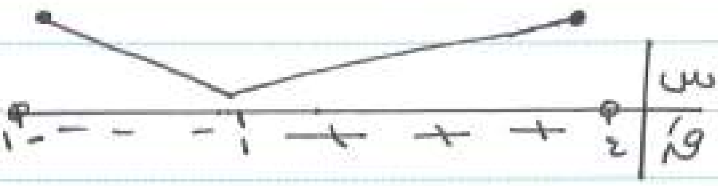
٣) $ق(س) = س + \frac{9}{س+2}$ ، س ∈ [-١، ٤]

الحل أصفار المقام س = -٢ ∉ [-١، ٤]

$ق'(س) = 1 - \frac{9}{س^2}$

الحرجة ← ق' غ.م س = -١، ٤

ق' = ٠ : س = ١



النقط الحرجة

(١، ٤) (-١، ٨) (٤، $\frac{11}{2}$)

ق متزايدة ع [١، ٤]   ق متناقصة ع [-١، ١]

قيمة صغرى محلية ومطلقة عند س = ١ وهي ٤

قيمة عظمى مطلقة عند س = -١ وهي ٨

---

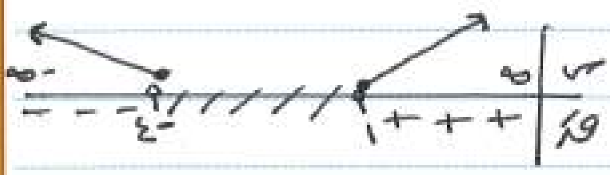
٤) $ق(س) = \sqrt{س^2 + 3س - 4}$

الحل المجال (-∞، -٤] ، [١، ∞)

$ق'(س) = \frac{2س + 3}{2\sqrt{س^2 + 3س - 4}}$

القيم الحرجة ← ق' غ.م -٤ ، ١

ق' = ٠



ق متزايدة ع [١، ∞)

ق متناقصة ع (-∞، -٤]

صغرى مطلقة عند س = ١ وهي صفر

صغرى مطلقة عند س = -٤ وهي صفر

5 ق(س) = $س^{\frac{1}{3}}(س-2)^{\frac{1}{3}}$ ، س ∈ [-1 ، 5]

الحل: ق(س) = $(س^2-2س)^{\frac{1}{3}}$

$ق'(س) = \frac{1}{3}(س^2-2س)^{\frac{-2}{3}}(2س-2) = \frac{2س-2}{3\sqrt[3]{(س^2-2س)^2}}$

القيم الحرجة ← ق' غ م : -1 ، 5 ، 0 ، 2

ق' = 0 : 1

ق متزايدة [1 ، 5]

ق متناقصة [-1 ، 1]

القيم القصوى المحلية فقط

قيمة صغرى محلية ومطلقة عند س = 1 وهي -1

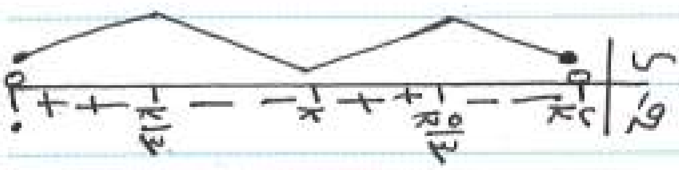
6 ق(س) = جتاس − $\frac{1}{2}$ جتا2س ، س ∈ [0 ، 2π]

الحل: ق'(س) = −جاس + جا2س

ق'(س) = جاس (2جتاس − 1)

القيم الحرجة ← ق' غ م : 0 ، 2π

ق' = 0 : $\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{5\pi}{3}$ ، π



ق متزايدة [0 ، $\frac{\pi}{3}$] ، [π ، $\frac{5\pi}{3}$]

ق متناقصة [$\frac{\pi}{3}$ ، π] ، [$\frac{5\pi}{3}$ ، 2π]

عظمى مطلقة محلية عند س = $\frac{\pi}{3}$ وهي $\frac{3}{4}$

عظمى مطلقة محلية عند س = $\frac{5\pi}{3}$ وهي $\frac{3}{4}$

صغرى مطلقة محلية عند س = π وهي $\frac{-3}{2}$

٧ ق(س) =
$$\begin{cases} س^2 + ٦س + ٤ & ، \quad س \le ٠ \\ [س + ٤] & ، \quad ٠ < س < ١ \\ |٣س| + ١ & ، \quad س \ge ١ \end{cases}$$

<u>الحل</u> ق(س) =
$$\begin{cases} س^2 + ٦س + ٤ & ، \quad س \le ٠ \\ ٤ & ، \quad ٠ < س < ١ \\ ٣س + ١ & ، \quad س \ge ١ \end{cases}$$

ق'(س) =
$$\begin{cases} ٢س + ٦ & ، \quad س < ٠ \\ صفر & ، \quad ٠ < س < ١ \\ ٣ & ، \quad س > ١ \\ غ.م & ، \quad س = ٠ ، ١ \end{cases}$$

القيم الحرجة ← ق' غ.م : ٠ ، ١
↓
ق' = ٠ : س ∈ (٠ ، ١) ، -٣

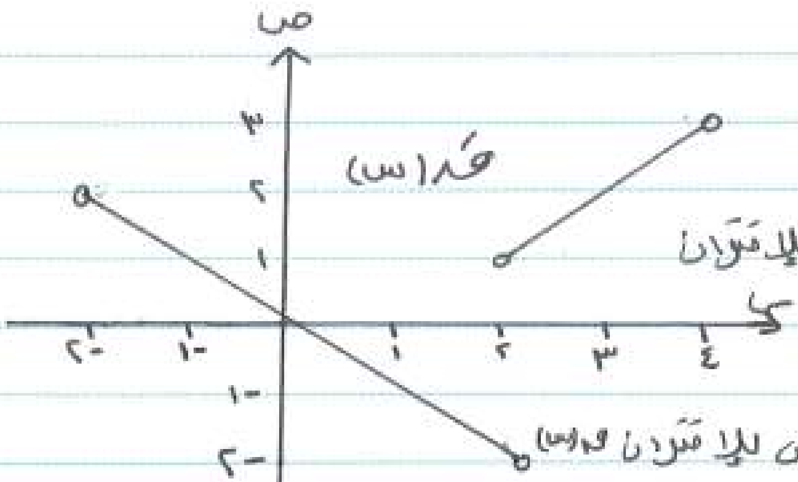
ق متزايدة [-٣ ، ٠] ، [١ ، ∞)
ق متناقصة (-∞ ، -٣]

قيمة صغرى محلية ومطلقة عند س = -٣ وهي -٥

قيم صغرى محلية س ∈ (٠ ، ١] وهي ٤

قيم عظمى محلية س ∈ [٠ ، ١) وهي ٤

السؤال الخامس :-



يمثل الشكل المجاور منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق(س) المتصل على [-٢ ، ٤] أجب عن الآتي

① فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)
② قيم (س) التي يكون عندها للاقتران ق قيم قصوى محلية
③ مجالات التقعر للاقتران ق(س)
④ قيم (س) التي يكون عندها الاقتران ق(س) نقط انعطاف
⑤ ق″(٠) ، ق″(٣)

الحل
① ق متزايد على [-٢ ، ٠] ، [٢ ، ٤]
ق متناقص على [٠ ، ٢]
② عظمى محلية (٠ ، ق(٠)) ، صغرى محلية (٢ ، ق(٢))
③ ق(س) مقعر للأسفل على [-٢ ، ٢] ، مقعر للأعلى [٢ ، ٤]
④ نقطة انعطاف عند س = ٢
⑤ ق″(٠) = -١ ، ق″(٢) غير موجوده

السؤال السادس :-

جد فترات التقعر ونقط الانعطاف إن وجدت لكل من الاقترانات الآتيه

$\boxed{١}$ ق(س) = س^{٤} − ٦س^{٣} + ١٢س^{٢} ، س ∈ [−٥ ، ٥]

الحل ق$'$(س) = ٤س^{٣} − ١٨س^{٢} + ٢٤س

ق$''$(س) = ١٢س^{٢} − ٣٦س + ٢٤

قيم (س) ← ق$''$ ، ق.ح ، −٥ ، ٥

ق$''$ = ٠ ← ١ ، ٢

ق(س) مقعر للأعلى على [−٥ ، ١] ، [٢ ، ٥]

ق(س) مقعر للأسفل [١ ، ٢]

نقاط انعطاف (١ ، ٧) (٢ ، ١٦)

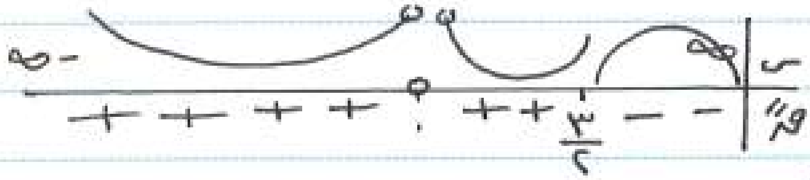
$\boxed{٢}$ ق(س) = $\left(\frac{س − ١}{س^{٢}}\right)$

الحل المجال ح − {٠} ، متصل على ح − {٠}

ق$'$(س) = $\frac{٢س − ٢}{س^{٣}}$ ، ق$''$(س) = $\frac{٦ − ٤س}{س^{٤}}$

قيم (س) ← ق$''$ ، ق.ح

ق$''$ = ٠ ← $\frac{٣}{٢}$



ق(س) مقعر للأسفل على [$\frac{٣}{٢}$ ، ∞)

ق(س) مقعر للأعلى (−∞ ، $\frac{٣}{٢}$] − {٠} ← (−∞ ، ٠) ، (٠ ، $\frac{٣}{٢}$]

نقط انعطاف [$\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{١}{٩}$]

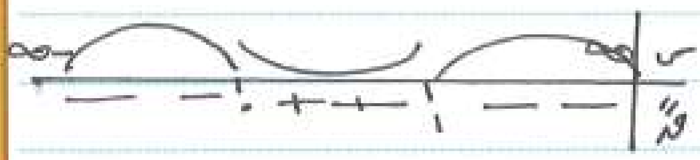
الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٣ ق(س) = $س^{\frac{٢}{٣}} - س^{\frac{١}{٣}}$ ، س ∈ ح

<u>الحل</u>: ق'(س) = $\frac{٢}{٣} س^{\frac{-١}{٣}} - \frac{١}{٣} س^{\frac{-٢}{٣}}$ ، ق متصل ع ح

ق''(س) = $\frac{-٢}{٩} س^{\frac{-٤}{٣}} + \frac{٢}{٩} س^{\frac{-٥}{٣}}$

ق''(س) = $\frac{٢ - ٢\sqrt[٣]{س}}{٩\sqrt[٣]{س^٥}}$



قيم (س) ← ق'' غ م ، س = ٠

ق'' = ٠ : س = ١

ق(س) مقعر للأسفل ع (−∞، ٠] ، [١، ∞)

ق(س) مقعر للأعلى ع [٠، ١]

نقاط الانعطاف (٠، ٠) ، (١، ٠)

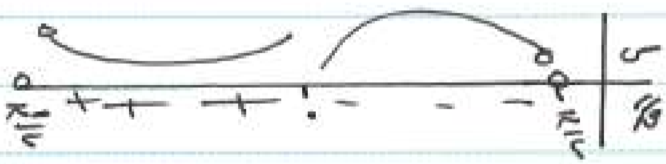
٤ ق(س) = س − ظا س ، س ∈ $(\frac{-π}{٢} ، \frac{π}{٢})$

<u>الحل</u> ق(س) متصل ع $(\frac{-π}{٢} ، \frac{π}{٢})$

ق'(س) = ١ − قا²س ، ق''(س) = −٢ قا²س ظا س

قيم س ← ق'' غ م

ق'' = ٠ س = ٠



ق مقعر للأعلى $(\frac{-π}{٢} ، ٠]$

ق مقعر للأسفل $[٠ ، \frac{π}{٢})$

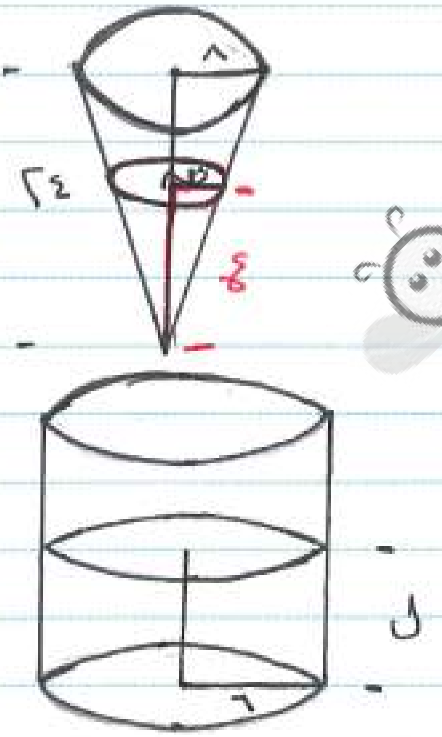
٥ ق(س) = ٢ جتاس + $\frac{١}{٢}$ جا٢س ، س ∈ [٠، ٢π]

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

السؤال السابع

① خزان على شكل مخروط دائري قائم رأسه إلى أسفل ، ارتفاعه ٢٤ دسم ، نصف قطر قاعدته ٨ دسم ينساب الماء من فتحة رأسه إلى اناء أسطواني الشكل موجود أسفله وقطر قاعدته ١٢ دسم ، جد معدل ارتفاع الماء في الإناء الأسطواني عندما يكون ارتفاع الماء في الخزان المخروطي ١٢ دسم ، ومعدل انخفاض الماء في الخزان المخروطي ١ دسم/د قيقة

الحل



$\frac{دع}{دن}\Big|_{ع=١٢} = -١$ دسم/د المطلوب $\frac{دل}{دن}$

ع = ١٢ دسم

معدل خروج الماء من المخروط

$ح = \frac{\pi}{٣} نق^٢ ع$ من تشابه المثلثات $نق = \frac{ع}{٣}$

$ح = \frac{\pi}{٢٧} ع^٣$

$\frac{دح}{دن} = \frac{\pi}{٩} ع^٢ \frac{دع}{دن} \leftarrow \frac{دح}{دن} = \frac{\pi}{٩} \times ١٤٤ \times -١$

$\frac{دح}{دن}$ خروج الماء من المخروط $= -١٦\pi$ دسم^٣/د

ملاحظة : معدل خروج الماء من المخروط يساوي معدل الماء الداخل في الإسطوانه بعكس موجب

$\frac{دح}{دن}$ اسطوانه $= ١٦\pi$ دسم^٣/د

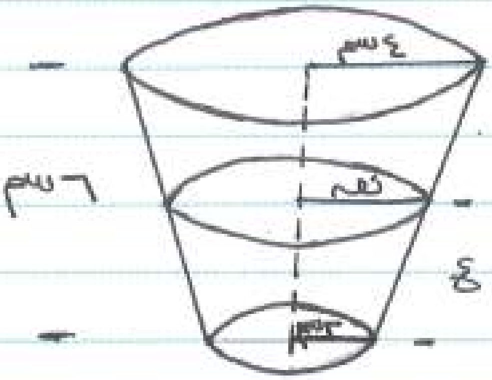
ح اسطوانه $= \pi نق^٢ ل = ٣٦\pi ل$

$\frac{دح}{دن} = ٣٦\pi \frac{دل}{دن}$

$١٦\pi = ٣٦\pi \frac{دل}{دن} \leftarrow \frac{دل}{دن} = \frac{٤}{٩}$ دسم/د

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

② كأس ماء على هيئة مخروط دائري قائم ناقص (كما في الشكل) يصب فيه الماء بمعدل ٢٠π سم³/د جد سرعة ارتفاع الماء في هذا الكأس عندما يصل الماء إلى نصف ارتفاع الكأس

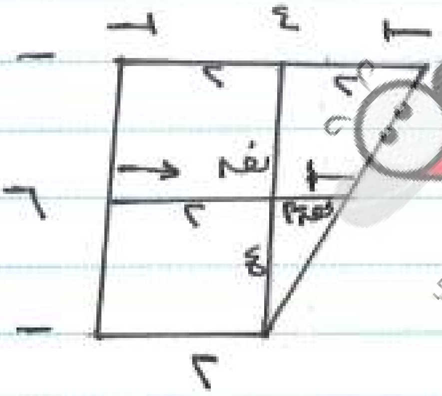


الحل: دح/دن للماء = ٢٠π سم³/د

المطلوب دع/دن |ع = ٣سم

ح = π/٣ ع (نق₁² + نق₂² + نق₁ نق₂)

ح = π/٣ ع (نق² + ٤ + ٢نق)



من تشابه المثلثان ع = ٣(نق − ٢)

ح = π/٣ × ٣(نق − ٢)(نق² + ٢نق + ٤)

ح = π(نق³ − ٨)

دح/دن = ٣π نق² دنق/دن

ع = ٣ ← ٣ = ٣(نق − ٢)
نق = ٣سم

٢٠π = ٢٧π دنق/دن ← دنق/دن = ٢٠/٢٧ سم/د

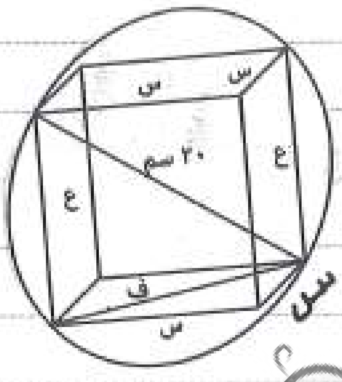
ع = ٣(نق − ٢)

دع/دن = ٣(دنق/دن) = ٢٠/٩ سم/د

٣) كرة مصمتة نصف قطرها ١٠ سم، يحفر بداخلها موشور رباعي قائم قاعدته مربعة الشكل وارتفاعه ع
جد أبعاد الموشور لتعطي أكبر حجم ممكن له

الحل

المقصود متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل



ح = س^2 ع

ف^2 = ٢س^2 من فيثاغورس

٤٠٠ = ف^2 + ع^2

٤٠٠ = ٢س^2 + ع^2 ⟵ $\boxed{\text{س}^2 = ٢٠٠ - \frac{١}{٢}\text{ع}^2}$

ح = (٢٠٠ − $\frac{١}{٢}$ع^2) ع

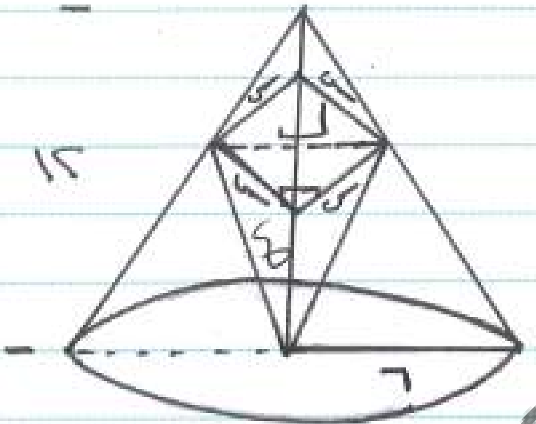
ح = ٢٠٠ع − $\frac{١}{٢}$ع^3

ح$'$ = ٢٠٠ − $\frac{٣}{٢}$ع^2

٢٠٠ − $\frac{٣}{٢}$ع^2 = ٠ ⟵ ع = $\frac{٢٠}{\sqrt{٣}}$

أكبر حجم عندما ع = $\frac{٢٠}{\sqrt{٣}}$ ، س = $\frac{٢٠}{\sqrt{٦}}$

٤ ما أكبر حجم هرم قاعدته مربعة الشكل يمكن وضعه داخل مخروط نصف قطره ٦ سم وارتفاعه ١٢ سم علماً أن رأس الهرم يقع في مركز قاعدته وقاعدته توازي قاعدة المخروط



الحل

$ح = \frac{1}{3} \times س^2 ع$

$ح = \frac{1}{3} س^2 (١٢ - ٢\sqrt{٢} س)$

$ح = ٤ س^2 - \frac{٢\sqrt{٢}}{٣} س^3$

$ح' = ٨ س - ٢\sqrt{٢} س^2$

$٨ س - ٢\sqrt{٢} س^2 = ٠$

$س = \frac{٨}{٢\sqrt{٢}} = \frac{٤}{\sqrt{٢}}$

ح' : + + + + | − − − − عند $\frac{٤}{\sqrt{٢}}$

أكبر حجم عندما $س = \frac{٤}{\sqrt{٢}}$

$ح(\frac{٤}{\sqrt{٢}}) = ٤(\frac{٤}{\sqrt{٢}})^2 - \frac{٢\sqrt{٢}}{٣}(\frac{٤}{\sqrt{٢}})^3$

$= \frac{٦٤}{٢} - \frac{٦٤}{٣ \times ٢}$

$= ٣٢ - \frac{٣٢}{٣}$

$= \frac{٩٦}{٣} - \frac{٣٢}{٣} = \frac{٦٤}{٣}$ سم³

$ل = \sqrt{٢} س$

من تشابه المثلثات

$\frac{١٢}{١٢ - ع} = \frac{٦}{\frac{١}{٢} ل}$

$\frac{٢}{١٢ - ع} = \frac{٢}{\sqrt{٢} س}$

$\sqrt{٢} س = ١٢ - ع$

$ع = ١٢ - \sqrt{٢} س$

عزيزي الطالب...

يرجى مراجعة جميع أفكار الكتاب المدرسي

و اسئلة الوزارة المتعلقة بالدروس :

١- المعدلات المرتبطة بالزمن .

٢- تطبيقات القيم القصوى .

مع تمنياتي لكم بالنجاح الباهر .

التكامل وتطبيقات التكامل

السؤال الأول :-

يتكون هذا السؤال من (   ) فقرة ، لكل فقرة اربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، إختر رمز الإجابة الصحيحة ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير الى رمز الإجابة الصحيحة في نموذج الاجابة :-

١) إذا كانت $\int_{١٤٣٣}^{٢٠٢١} \left(٢م + \int_{م}^{م} م^{٢}\, دم \right) دس = ٣$ ، فإن قيمة (قيم) م تساوي :

أ) صفر ب) {١-، ٢، ٣} ج) ٢- د) ٢

٢) اذا كانت $\int_{١-}^{٢} \left(٣ق(س) + ٢س \right) دس = ١٤$ ، $\int_{٥}^{٢} \left(ق(س) - ١ \right) دس = ١٠$

فإن $\int_{٥}^{٢} \left(\frac{٢}{س} - ٢ق(س) \right) دس$ يساوي :

أ) ٨- ب) ٨ ج) ١٦- د) ١٦

٣) $\int \frac{لوس}{\frac{١}{س}(لوس - ١)} دس$ يساوي :

أ) $لوس + لو_{هـ}|لوس - ١| + جـ$ ب) $٢(لو_{هـ}|س - ١| - ١) + جـ$

ج) $٢(لو_{هـ}|\frac{١}{س}| + لو_{هـ}|لوس - ١|) + جـ$ د) $\frac{١}{س} + لو_{هـ}|س - ١| + جـ$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٤) $\int هـ^{س}\sqrt{هـ^{2س}+6هـ^{س}+9}\,دس$ يساوي

أ) $\frac{1}{2}هـ^{2س}+\frac{1}{5}هـ^{5س}+جـ$ ب) $\frac{1}{6}هـ^{6س}-\frac{1}{5}هـ^{5س}+جـ$

جـ) $\frac{1}{6}هـ^{6س}+\frac{5}{2}هـ^{5س}+جـ$ د) $\frac{1}{6}هـ^{6س}+\frac{3}{5}هـ^{5س}+جـ$

---

٥) إذا كان م(س) اقتراناً معكوساً لمشتقة الاقتران م'(س) على الفترة [−٢، −١] وكان م(−١) = ٣ ، م(−٢) = ٢ ، فإن $\int_{-2}^{-1} م(س)\times م'(س)\,دس$ يساوي :

أ) $\frac{5}{2}$ ب) صفر جـ) ١ د) $\frac{3}{2}$

---

٦) $\int \frac{1}{س}\sqrt[5]{\frac{1}{س^5}-\frac{1}{س^6}}\,دس$ يساوي :

أ) $\frac{5}{6}\left(1-\frac{1}{س}\right)^{\frac{6}{5}}+جـ$ ب) [illegible] $^{\frac{6}{5}}+جـ$

جـ) $\frac{5}{6}\left(1-لو_{هـ}س\right)^{\frac{6}{5}}+جـ$ د) $\frac{5}{2}$ [illegible] $^{\frac{6}{5}}+جـ$

---

٧) إذا كان م(س)، هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقترانين م(س) وكان م(١) = ٢ ، هـ(س) = ٣س² + س + ٤ ، فإن $\int(هـ(س)-م(س))\,دس$ تساوي :

أ) $\frac{3}{5}س^5+\frac{س^3}{3}+2س^2+جـ$ ب) $\frac{س^2}{2}+جـ$

جـ) $\frac{3}{4}س^4+\frac{س^2}{2}+4س+جـ$ د) $3س^2+جـ$

---

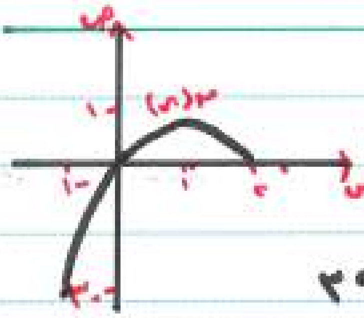
٨ ق(س) = $هـ^{س^٢}$ لو$_{هـ}$(جاس + ١٠) − ∫ ق'(س) دس ، فإن ق'(٠) تساوي :

أ) صفر		ب) ١		جـ) ٢		د) ٦

---

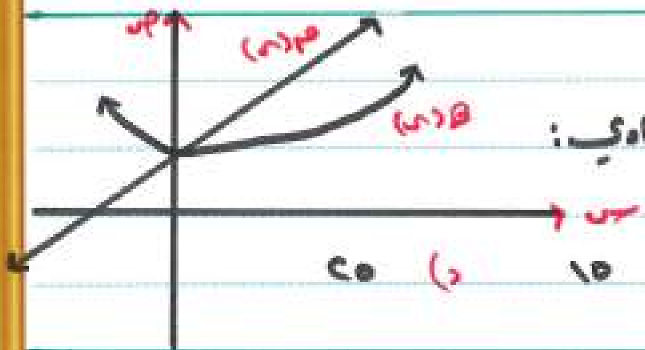
٩ إذا كانت ص : الأعداد الصحيحة ، $ص^+$: الأعداد الصحيحة الموجبة
$ط^*$ = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، .....} ($ص^+$ ∪ {٠}) ، فإن مجموعة قيم (ن)
حيث (ن) ∈ $ص^+$ التي تجعل $\int_{١} س^{ن+١}$ دس = ٢ $\int_{١} س^{ن}$ دس هي :

أ) (٢$ط^*$ + ١)		ب) ٢ص		جـ) ٢$ط^*$		د) ٢$ص^+$



١٠ يمثل الشكل المجاور منحنى ق(س)
فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{٣}^{٢}$ (٤ + ٣ق(س)) دس هي :

أ) −١٥		ب) ١		جـ) ٢١		د) ٣٩



١١ إذا كانت هـ(س) = س + ٥ ،
هـ'(س) = ٢س ٣٠ ، فإن هـ(٥) تساوي :

أ) ١٤		ب) ٢٤		جـ) ١٥		د) ٢٥

(١٢) $\int \frac{قا س}{قا ٣س}$ دس يساوي:

أ) جا٢س − س + جـ   ب) س − جا٢س + جـ

جـ) جا ٢س − ٢س + جـ   د) س − جا ٢س + جـ

---

(١٣) ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة، ق'(س) = ٣س² + أ،
وكان للاقتران ق(س) قيمة عظمى محلية قيمتها (١٦) عند س = −٢
فإن قاعدة ق(س) هي:

أ) س³ − ١٢س   ب) س³ + ١٢س + ٤٨

جـ) س² − ١٢س   د) س³ + ٨س + ٤٠

---

(١٤) ص = $٢^{س ص}$، فإن $\frac{دص}{دس}\Big|_{ص=١}$

أ) $لو_ه ٢$ ب) صفر   جـ) $لو_ه ٢^٢$ د) $لو_ه \sqrt{٢}$

---

(١٥) إذا كانت $\int_{٢}^{م-٢} ق(س)\, دس = \int_{٦}^{٤} ٢ ق(٢س − ١٠)\, دس$

فإن قيمة (أ) تساوي:

أ) ٦   ب) ٧   جـ) ٥   د) ٣

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

16 اذا كان ق(س) ، هـ(س) معكوسين للمشتقة لاقتران متصل م(س)، وكان ق(١) = ٤ ، هـ(١) = ٩ ، فإن ∫ (هـ(س) − ق(س)) لو_هـ س دس يساوي :

أ) ٣س لو_هـ س + ج ب) ٥س (لو_هـ س − ١) + ج

جـ) −٥س (لو_هـ س − ١) + ج د) −٥س لو_هـ س + ج

---

17 إذا كان ق(س) اقتران متصل جاله ، وكان ∫ ق(س) دس = هـ^جا٢س − لو_هـ جتاس − ١
فإن ق(٠) تساوي :

أ) ٢ ب) ١ جـ) هـ د) ٢هـ

---

18 اذا كانت أ(٣ ، −٢) تمثل نقطة [illegible] لمنحنى الاقتران (ق) وكان ق''(س) = ٦س − ٦ ، فإن قاعدة الاقتران ق(س) هي :

أ) ق(س) = ٣س² − ٦س − ٩ ب) ق(س) = ٣س² − ٦س + ٩

جـ) ق(س) = س³ − ٣س² − ٩س + ٢٥ د) ق(س) = س³ − ٣س² − ٩س − ٢٥

---

19 $\int \frac{٢ \, دس}{(جتا^٢س - جا^٢س)^٢}$ يساوي :

أ) ٢ ظاس + ج ب) $\frac{١}{٢}$ ظاس + ج

جـ) ظا٢س + ج د) $\frac{١}{٢}$ ظا٢س + ج

---

20 إذا كان ص = جا² لو_هـ(س − ١) فإن $\frac{دص}{دس}$ عند س = ٢ تساوي :

أ) ٢ ب) ١ جـ) −١ د) صفر

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٢١) $\int \frac{دس}{\sqrt{س+1} - \sqrt{س}}$ يساوي :

أ) $\frac{3}{2}\left((س+1)^{\frac{3}{2}} + س^{\frac{3}{2}}\right) + جـ$ ب) $3\left((س+1)^{\frac{3}{2}} + س^{\frac{3}{2}}\right) + جـ$

جـ) $\frac{2}{3}\left((س+1)^{\frac{3}{2}} + س^{\frac{3}{2}}\right) + جـ$ د) $2\left((س+1)^{\frac{3}{2}} + س^{\frac{3}{2}}\right) + جـ$

٢٢) إذا كانت $\int^{1} 2ق(س)\, دس = 4$ ، $\int_{2}^{1} \frac{ق(س)}{2}\, دس = 10$

فإن $\int_{1}^{هـ^2} \frac{ق(لوس)}{س}\, دس$ يساوي :

أ) -10 ب) 1 جـ) 2 د) 5

٢٣) $\int \frac{2هـ}{هـ^{س+2} - هـ^{س+1}}\, دس$ يساوي :

أ) $\frac{2}{(هـ-1) \times هـ^{س}} + جـ$ ب) $\frac{-2}{(هـ-1)\, هـ^{س}} + جـ$

جـ) $\frac{1}{هـ^{س}} + جـ$ د) $\frac{-1}{هـ^{س}} + جـ$

٢٤) إذا كانت $\int_{1}^{3} (2ق(س) - 1)\, دس = 6$ ، $\int_{3}^{7} ق(س)\, دس = 80$

فإن قيمة $\int_{1}^{7} (ق(س) - 2س)\, دس$ تساوي :

أ) -44 ب) -52 جـ) 44 د) 52

٢٥) إذا كان م(س)، هـ(س) اقترانين قابلين للتكامل وكان (م × هـ)(١) = ٤، (م × هـ)(٢) = ١٢، $\int$ هـ × دم = ٦ فإن قيمة $\int$ م × دهـ تساوي:

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٦ د) ٨

---

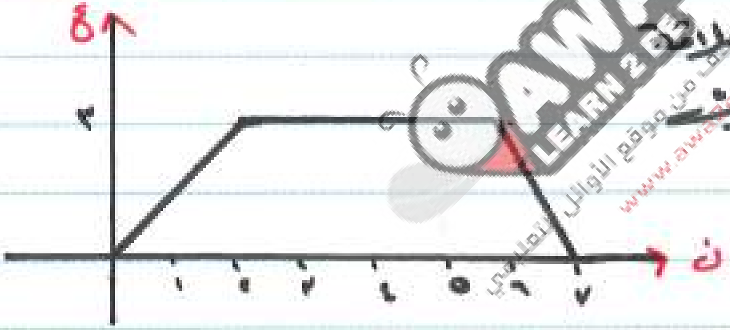
٢٦) إذا علمت أن م ≤ $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{2}\text{جتا س}}\ \text{دس}$ ≤ ن، جد قيمة كل من الثابتين م، ن دون حساب قيمة تكامل المقدار $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{2}\text{جتا س}}\ \text{دس}$:

أ) م = ٠، ن = $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$ ب) م = $\frac{\pi}{2}$، ن = π

ج) م = $\frac{\pi}{2}$، ن = $\frac{\pi\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ د) م = ٠، ن = $\frac{\sqrt{3}\,\pi}{4}$

---

٢٧) يمثل الشكل المجاور العلاقة بين السرعة ع والزمن ن لجسم يتحرك في خط مستقيم، فإن المسافة المقطوعة في [٠، ٧] تساوي:



أ) ١٥ م ب) $\frac{33}{2}$ م ج) $\frac{21}{2}$ م د) ٣٣ م

---

٢٨) إذا كان $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}$ س جاس دس = $\int_{0}^{2}$ (م س^2 + ٢ س) دس، فإن قيمة "م" تساوي:

أ) $\frac{15}{8}$ ب) $\frac{-15}{8}$ ج) $\frac{-9}{8}$ د) $\frac{9}{8}$

---

٢٩) إذا كان $\int$ (هـ′(س) + ٣س^2) دس = س^3 + م س^2 وكان هـ′(١) = ٤، فإن قيمة الثابت "م" تساوي:

أ) ٣- ب) ٣ ج) ٢- د) ٢

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

(٣٠) إذا علمت أن مَ(س) = مَ(س) ، مَ(س) ≠ صفر و أن مَ(٠) = ١ ، م(٠) = صفر ، فإن قاعدة الاقتران م(س) هي :

أ) م(س) = ١ − $هـ^{س}$ ب) م(س) = $هـ^{س}$ − ١
جـ) م(س) = ١ − $هـ^{٢س}$ د) م(س) = $هـ^{٢س}$ − ١

(٣١) إذا كان $\int_{-١}^{أ} |س - ١| \, دس = \frac{٥}{٢}$ ، حيث أ > ١ ، فإن قيمة الثابت "أ" هي :

أ) ٣ ب) $\frac{٥}{٢}$ جـ) $\frac{٣}{٢}$ د) ٢

(٣٢) حل المعادلة التفاضلية $\frac{دص}{دس} = \frac{٣س^{٢}ص - ص - ١٢س^{٢} + ٤}{ص^{٢} - ١٦}$ هو :

أ) $\frac{ص^{٢}}{٢} + ٤ص = \frac{٣}{٢}س^{٢} - س + جـ$ ب) $ص^{٢} - ٤ص = ٣س^{٢} - س + جـ$
جـ) $\frac{ص^{٢}}{٢} + ٤ص = \frac{٣}{٢}س^{٢} + س + جـ$ د) $ص^{٢} + ٢ص = ٣س^{٢} + س + جـ$

(٣٣) $\int \frac{س جتاس - جاس}{س^{٢}} \, دس$ يساوي :

أ) $\frac{جتاس}{س^{٢}} + جـ$ ب) $\frac{جاس}{س} + جـ$
جـ) س جتاس + جـ د) $س^{٢}$ جاس + جـ

(٣٤) إذا كان $ص = (س)^{س}$ فإن $\frac{دص}{دس}$ عند س = ١ تساوي :

أ) صفر ب) −١ جـ) ١ د) ٢

٣٥ $\int \sqrt{1 - \frac{1}{هـ^{س}}}\ دس$ يساوي:

أ) $٢\sqrt{1-هـ^{-س}} + لو_{هـ}\left|\sqrt{1-هـ^{-س}} - 1\right| - لو_{هـ}\left|\sqrt{1-هـ^{-س}} + 1\right| + جـ$

ب) $-٢\sqrt{1-هـ^{-س}} - لو_{هـ}\left|\sqrt{1-هـ^{-س}} - 1\right| + لو_{هـ}\left|\sqrt{1-هـ^{-س}} + 1\right| + جـ$

جـ) $\sqrt{1-هـ^{-س}} - لو_{هـ}\left|\sqrt{1-هـ^{-س}} - 1\right| + لو_{هـ}\left|\sqrt{1-هـ^{-س}} + 1\right| + جـ$

د) $\sqrt{1-هـ^{-س}} + لو_{هـ}\left|\sqrt{1-هـ^{-س}} - 1\right| - لو_{هـ}\left|\sqrt{1-هـ^{-س}} + 1\right| + جـ$

---

٣٦ $\int ق'(هـ(س))\ هـ'(س)\ دس$ يساوي:

أ) $ق'(هـ(س)) + جـ$ ب) $ق'(س) + جـ$

جـ) $هـ(ق(س)) + جـ$ د) $ق(هـ(س)) + جـ$

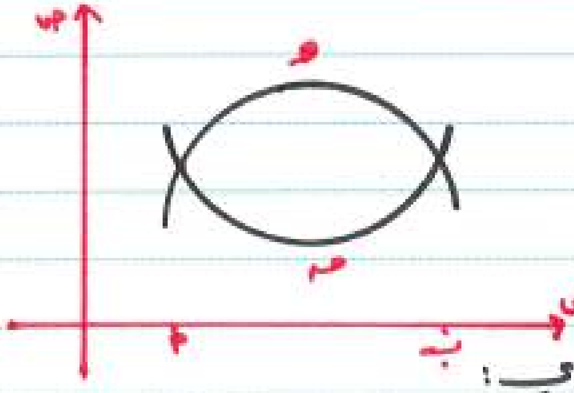
---

٣٧ إذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $(ق(س) = س^2)$ والمستقيم $(ص = جـ)$ الواقعة في الربع الأول تساوي $\frac{١٦}{٣}$ وحدة مساحية، فإن قيمة الثابت "جـ" تساوي:

أ) ٤ ب) ١٦ جـ) $\sqrt[3]{١٦}$ د) $\sqrt[3]{٤}$

---

٣٨ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى كل من الاقترانين ق، هـ، فإذا كانت المساحة المحصورة بين منحنى الاقترانين ق، هـ على الفترة [أ، ب] تساوي (٨) وحدات مربعة، وكان $\int_{أ}^{ب} ق(س)\ دس = ٦$، فإن $\int_{أ}^{ب} هـ(س)\ دس$ يساوي:



أ) -٢ ب) ٢ جـ) ١٤ د) -٦

٣٩ مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين منحنى ق(س) = |س − ٢| ومنحنى الاقتران هـ(س) = ١٠ − س² تساوي:

أ) ٢١ وحدة مربعة ب) $\frac{9}{2}$ وحدة مربعة

ج) ٢٣ وحدة مربعة د) $\frac{37}{2}$ وحدة مربعة.

٤٠ اذا كان ص = $\sqrt{هـ^{أس}}$ وكان ص'' + ٤ص' − ١٢ص = ٠، جد قيمة الثابت أ:

أ) ٤ ب) −٤ ج) ٢ د) −٢

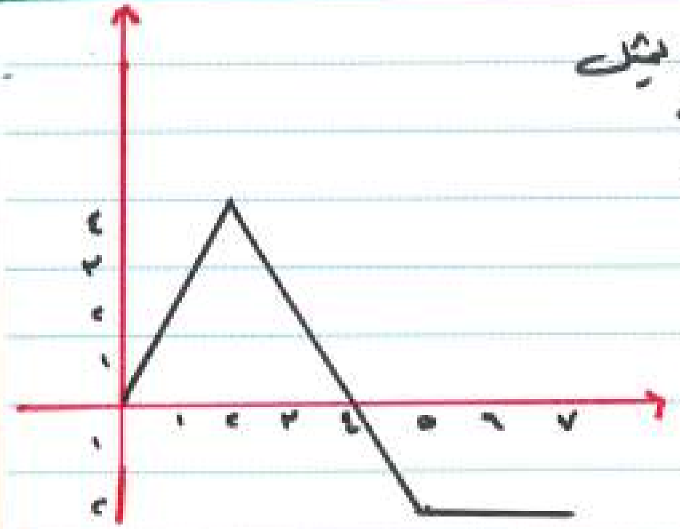
٤١ اذا كان $\int$ (ق(س) − ١) دس = س جا($\frac{\pi}{2}$ س)، فإن ق(٢) تساوي:

أ) ١ − π ب) ١ + π ج) −π د) ٢

٤٢ قيمة $\int_{هـ}^{هـ^2} \frac{1}{س\ لو_{هـ} س}$ دس = :

أ) ١ ب) لو$_{هـ}$٢ ج) ٢لو$_{هـ}$٢ د) $\frac{1}{2}$ لو$_{هـ}$٢

٤٣ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س)، فإن قيمة $\int_{1}^{7}$ |ق(س)| دس تساوي:



أ) ٣ ب) ٤

ج) ١١ د) ١٣

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٤٤ إذا كانت $\int_{0}^{2} (2س - \int_{0}^{ج} 3\,دس)\,دس = 16$ ، فإن قيمة "ج" تساوي:

أ) -4 ب) -2 ج) 4 د) 2

---

٤٥ إذا كانت $\int (ق'(س) + س)\,دس = س^3 + ك س^2 + 1$ ، وكان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة $(1, 3)$ يساوي (٥) فإن قيمة الثابت ك تساوي:

أ) 1 ب) 0.6 ج) 1.5 د) 4.5

---

٤٦ إذا كانت $\int_{1}^{3} ق(س)\,دس = $ [illegible] ، ق(١) = ٥ ، ق(٣) = ٨ ، فإن قيمة

$\int_{1}^{3} س\,ق'(س)\,دس$ تساوي:

أ) -1 ب) 4.5 ج) [illegible]   د) 8

---

٤٧ إذا كان م ≠ ٠ ، ق(س) = م $س^{ن}$ ، وكان $\int_{-3}^{3} (ق(س) - 5)\,دس = 16$ ، ن ≠ ٦ ، ٢٠ ،
فإن قيم الثابتين م ، ن على الترتيب:

أ) ٧ ، ١١   ب) ‎-٤ ، ٠   ج) ٤ ، ٥   د) ‎-١ ، ٠

---

٤٨ إذا كان ق(س) = س جا س ، فإن قيمة $\int_{1}^{?} ق''(س)\,دس$ تساوي:

أ) $\frac{3}{2}$ ب) $-\frac{3}{2}$ ج) $\frac{3}{4}$ د) $-\frac{3}{2}$

---

٤٩ إذا كان ق اقتراناً معرفاً على الفترة [٠ ، ٣] ، وكان ق(س) ≥ س فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{0}^{3} (2 - 2ق(س))\,دس$ يساوي:

أ) 12 ب) 3 ج) -3 د) 15

٥٠) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) في الفترة [١، ٥] فإذا كانت مساحة المنطقة (م) تساوي (٨) وحدات مربعة فإن قيمة $\left|\int_{١}^{٥} (ق(س) - ٤)\, دس\right|$ تساوي:

أ) ٨ ب) ١٢ ج) ١٦ د) ٢٤

---

٥١) إذا كان $\int ق(س)\, دس = هـ^{٢} + هـ^{١-س^{٢}}$ ، فإن قيمة $\sqrt{ق'(١) - ق(١)}$ تساوي

أ) $\sqrt{٨}$ ب) صفر ج) ٢ د) $\sqrt{٦}$

---

٥٢) إذا كان $\int_{١}^{٢} (\frac{١}{٢} ق(س))\, دس = \int_{١}^{٢} (٢س - \frac{ق(س)}{٢})\, دس$ فإن قيمة $\int_{١}^{٢} ق(س)\, دس$ تساوي

أ) −١ ب) ١ ج) ٣ د) $\frac{١}{٣}$

---

٥٣) إذا كان $س هـ^{ص} = ١ + هـ^{ص}$ ، فإن $ص'$ تساوي:

أ) $هـ^{٢ص}$ ب) $-هـ^{٢ص}$ ج) $-هـ^{ص}$ د) $هـ^{ص}$

---

٥٤) إذا كان م(س) معكوساً لمشتقة الاقتران ق المتصل على الفترة [−١، ٤] وكان $م''(-١) = ٢$ ، $م''(٤) = -٣$ ، فإن قيمة $\int_{-١}^{٤} (\frac{١}{٥} - \frac{٢}{٥} م''(س))\, دس$ تساوي:

أ) $هـ^{٢} + ١$ ب) $\frac{١}{هـ^{٢} - ١}$ ج) $\frac{١}{هـ^{٢} + ١}$ د) $هـ^{٢} - ١$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٥٥ قيمة $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{٣ + ٢ظتا^٢س}{ظتا^٢س}$ دس تساوي:

أ) $-٢لو_{هـ}\frac{١}{٢}$ ب) $لو_{هـ}\frac{١}{٣}$ ج) $٢لو_{هـ}\frac{١}{٢}$ د) $-لو_{هـ}\frac{١}{٢}$

---

٥٦ حل المعادلة التفاضلية: دص − ظا²س دص = ٢ظاس دس ،
س ∈ $(٠ ، \frac{\pi}{٢})$ هو:

أ) ص = ٢لو$_{هـ}$|جتا٢س| + جـ ب) ص = −٢لو$_{هـ}$|جتا٢س| + جـ

ج) ص = $\frac{١}{٢}$ لو$_{هـ}$|جتا٢س| + جـ د) ص = $-\frac{١}{٢}$ لو$_{هـ}$|جتا٢س| + جـ

---

٥٧ اذا كان م(س) ، هـ(س) [illegible] مشتقة للاقتران [illegible] م
وكان $\int_{-٢} (م(س) - هـ(س))$ دس [illegible] فإن قيمة $\int \frac{م(س) - هـ(س)}{س + ٣}$ دس ؟

أ) لو$_{هـ}$٤ ب) ٥ لو$_{هـ}$٤ ج) لو$_{هـ}$٣ د) ٥ لو$_{هـ}$٣

---

٥٨ اذا كان م(س) = $(هـ^{س+١} + ٥)(هـ^{-س})$ ، فإن م$'$(٠) تساوي:

أ) ٨ هـ ب) هـ + ٥ ج) ٣ هـ + ٥ د) ٢ هـ

---

٥٩ اذا كان $\int_{١}^{جـ} \frac{١}{س}$ دس = ٢ ، جـ > ١ ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) ٢ ب) $٢^{هـ}$ ج) هـ د) $هـ^٢$

---

٦٠ قيمة $\int_{٠}^{١} \frac{هـ^{٢س} - ٩}{هـ^{س} + ٣}$ دس تساوي:

أ) هـ − ٤ ب) هـ + ٤ ج) هـ − ٣ د) هـ + ٣

٦١ إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{س+٣}{س}$ وكانت النقطة (١ ، ٠) تقع على منحناها ، فإن قاعدة العلاقة ص هي :

أ) ص = س + ٣ لوهـ |س|^{٣} + ١ ب) ص = س + ٣ لوهـ |س| − ١

جـ) ص = ٣ لوهـ |س + ٣| + ١ د) ص = ٣ لوهـ |س + ٣| − ١

٦٢ إذا كان ∫ ق(س) دس = (أ^{٢} + ٢) س^{٤} ، قً(٣) = ٤٨ ، فإن قيمة الثابت "أ" تساوي :

أ) −١ ب) ٣ جـ) −٣ د) ٢

٦٣ إذا كان الاقترانان م(س) ، هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل (ق) ، وكان ل(س) = ٣ هـ(س) − ٧ م(س) ، فإن لَ(س) تساوي :

أ) ٣ ق(س) ب) ٣ جـ) −٣ ق(س) د) −٣

٦٤ إن قيمة $\int_{١}^{٢}$ (س^{٢} − ٢س + ١)^{٣} دس تساوي :

أ) $\frac{١}{٧}$ ب) ٧ جـ) صفر د) $\frac{١}{٦}$

٦٥ إذا كان لوهـ ($\frac{س}{ص}$) = لوهـ ص^{٢} ، س > ٠ ، ص > ٠ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي :

أ) $\frac{ص}{٣س}$ ب) $\frac{٣ص}{س}$ جـ) $\frac{س}{٣ص}$ د) $\frac{٣س}{ص}$

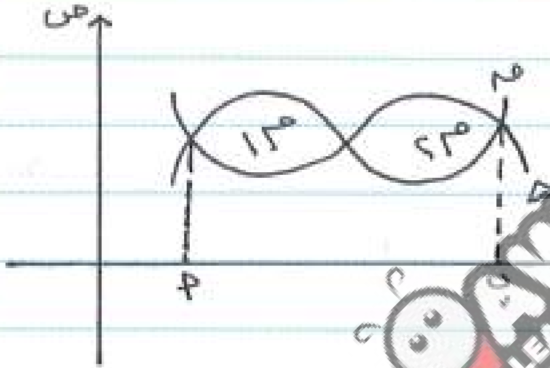
الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٦٦ إذا كان $\text{ص} = \left(\text{هـ}^{\text{س}^{٤}} + \text{س}^{٢}\right)^{\frac{1}{2}}$ ، فإن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ تساوي :

أ) $\dfrac{٤\text{س}^{٣} + ٢\text{س}}{\sqrt{\text{هـ}^{\text{س}^{٤}} + \text{س}^{٢}}}$ ب) $\dfrac{٤\text{س}^{٣}\text{هـ}^{\text{س}^{٤}} + \text{س}}{\sqrt{\text{هـ}^{\text{س}^{٤}} + \text{س}^{٢}}}$

ج) $\dfrac{٢\text{س}^{٣}\text{هـ}^{\text{س}^{٤}} + \text{س}}{\sqrt{\text{هـ}^{\text{س}^{٤}} + \text{س}^{٢}}}$ د) $\dfrac{٢\text{س}\,\text{هـ}^{\text{س}^{٤}} + ٢\text{س}}{\sqrt{\text{هـ}^{\text{س}^{٤}} + \text{س}^{٢}}}$

٦٧ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س)، هـ(س) على الفترة [أ، ب] ، إذا كانت المساحة $\text{م}_{١} = ٤$ وحدات مربعة ، والمساحة $\text{م}_{٢} = ٥$ وحدات مربعة ، فإن



$\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \left(\text{ق(س)} - \text{هـ(س)}\right) \text{دس}$ تساوي :

أ) ٩ ب) −١ ج) −٩ د) ١

٦٨ إن حل المعادلة التفاضلية $\text{دس} - ٥\,\text{دص} = \text{جتاس}\,\text{دس}$ هو :

أ) $\text{ص} = ٥\left(\text{س} - \text{جاس}\right) + \text{جـ}$

ب) $\text{ص} = \frac{1}{5}\left(\text{س} + \text{جاس}\right) + \text{جـ}$

ج) $\text{ص} = \frac{1}{5}\left(\text{س} - \text{جاس}\right) + \text{جـ}$

د) $\text{ص} = ٥\left(\text{س} + \text{جاس}\right) + \text{جـ}$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٦٩) إن $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{جاس}}{١+\text{جتاس}}$ دس يساوي :

أ) لو$_ه \frac{١}{٢}$ ب) لو$_ه ٢$ ج) صفر د) − لو$_ه ٢$

٧٠) إن $\int \frac{س - ٤}{٢ - \sqrt{س}}$ دس يساوي :

أ) $\frac{٢}{٣}$ س$^{\frac{٣}{٢}}$ + ٢س + جـ ب) $-\frac{٢}{٣}$ س$^{\frac{٣}{٢}}$ − ٢س + جـ

ج) $\frac{س^٢}{٢}$ + ٢س + جـ د) $-\frac{س^٢}{٢}$ − ٢س + جـ

٧١) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س , ص) يساوي $\frac{٢س}{ص}$, ص ≠ ٠ فإن قاعدة العلاقة ص هي :

أ) ص^٢ = س^٢ + جـ ب) ص^٢ = ٢س^٢ + جـ

ج) ص = س + جـ د) ص = ٢س + جـ

٧٢) $\int \frac{\text{جا}^٢س}{١ - \text{جتاس}}$ دس تساوي :

أ) س − جاس + جـ ب) جاس + جـ

ج) س + جاس + جـ د) − جاس + جـ

٧٣) إذا كان $\int_{٠}^{٢}$ ٢ق(س) دس = ١٢ , فإن قيمة $\int_{٠}^{١}$ س^٢ ق(س^٣ + ١) دس تساوي :

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٦ د) ١٢

[٧٤] $\int \frac{لو_{هـ} س}{٢س} \, دس$ يساوي :

أ) $\frac{١}{٢}(لو_{هـ} س)^{٢} + جـ$ ب) $\frac{١}{٤}(لو_{هـ} س)^{٢} + جـ$

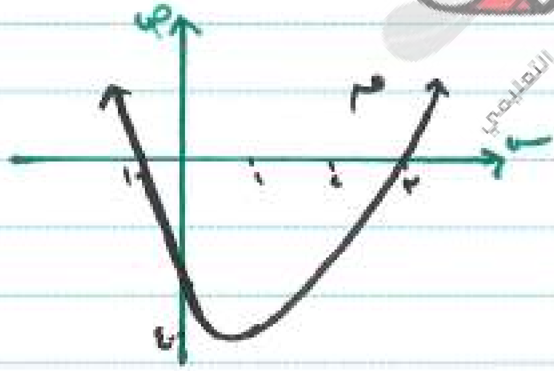
جـ) $\frac{١}{٢}(لو_{هـ} \sqrt{س})^{٢} + جـ$ د) $\frac{١}{٤}(لو_{هـ} \sqrt{س})^{٢} + جـ$

[٧٥] ان $\int \frac{-٤}{س^{٢}-٤} \, دس$ يساوي :

أ) $لو_{هـ}|س-٢| - لو_{هـ}|س+٢| + جـ$ ب) $لو_{هـ}|س+٢| - لو_{هـ}|س-٢| + جـ$

جـ) $لو_{هـ}|س-٢| + لو_{هـ}|س+٢| + جـ$ د) $-لو_{هـ}|س+٢| - لو_{هـ}|س-٢| + جـ$

[٧٦] معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) ، اذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) ومحور السينات تساوي ($١٠ \frac{٢}{٣}$) وحدة مربعة ، فان قيمة



$\int_{-١}^{٣} (١ - ق(س)) \, دس$ تساوي :

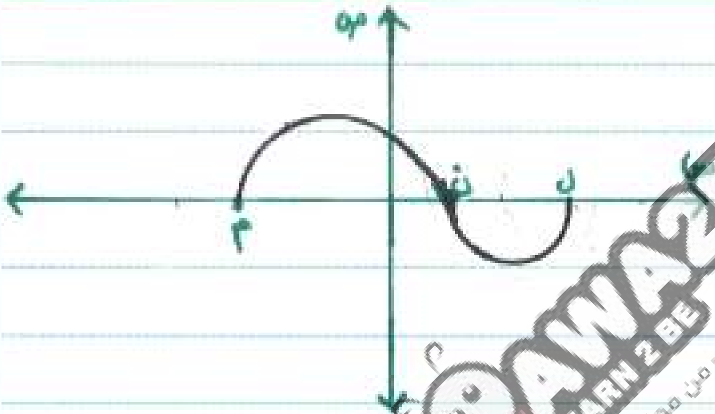
أ) $١٤ \frac{٢}{٣}$ ب) $٨ \frac{٢}{٣}$ جـ) $- ٨ \frac{٢}{٣}$ د) $- ١٤ \frac{٢}{٣}$

٧٧ قذف جسيم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض بسرعة مقدارها ع(ن) = ٤٠ - ١٠ن ، حيث ن: الزمن بالثواني ، إذا كان ارتفاعه عن سطح الأرض بعد ثانية واحدة من البدء يساوي ٣٥ ، فإن الزمن بالثواني الذي يستغرقه الجسم حتى يعود إلى سطح الأرض هو:

أ) ٤ ب) ٩ جـ) ٨ د) ١٨

---

٧٨ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س)، فإذا كان $\int_{م}^{هـ}$ ق(س) دس = ٢ ، و $\int_{م}^{هـ}$ |ق(س)| دس = ١٢ ، فإن قيمة $\int_{هـ}^{ل}$ ق(س) دس تساوي:



أ) ٥ ب) -٥ جـ) ٧ د) -٧

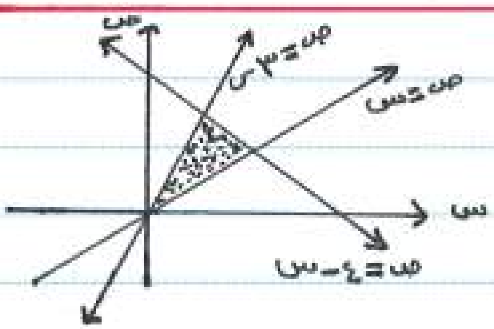
---

٧٩ إذا كان ص = هـ^م س ، فإن قيم الثابت م التي تحقق المعادلة ص'' - ٥ص' + ٦ص = ٠

أ) {٠،٢} ب) {٠،٣} جـ) {١،٢،٣} د) {٢،٣}

---

٨٠ معتمداً الشكل المجاور ، إن مساحة المنطقة المظللة تساوي:



أ) ٤ وحدة مساحية .
ب) ٨ وحدة مساحية .
جـ) ٢ وحدة مساحية .
د) ٦ وحدة مساحية .

التكامل

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الاجابة	ب	جـ	جـ	د	أ	ب	د	ب	أ	جـ	جـ	جـ	أ	د	ب	ب	أ	جـ	جـ	د

الرقم	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
الاجابة	جـ	د	ب	ب	أ	جـ	ب	جـ	د	ب	د	أ	ب	جـ	ب	د	أ	جـ	د	ب

الرقم	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠
الاجابة	أ	ب	د	ب	جـ	د	د	أ	جـ	د	جـ	ب	أ	جـ	أ	د	ب	جـ	د	أ

الرقم	٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠	٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠
الاجابة	ب	أ	جـ	أ	أ	جـ	ب	جـ	ب	ب	ب	جـ	أ	ب	ب	أ	جـ	ب	د	جـ

السؤال الثاني :

جد كلاً من التكاملات الآتية :

1) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^3\text{س} + \frac{1}{2}\text{جا}2\text{س}\,\text{جتاس}}\ \text{دس}$ ؟

الحل: $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^3\text{س} + \text{جاس}.\text{جتاس}.\text{جتاس}}\ \text{دس} = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^3\text{س} + \text{جتا}^2\text{س}\,\text{جاس}}\ \text{دس}$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^2\text{س}\,(1+\text{جاس})}\ \text{دس} = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \sqrt{\text{جتا}^2\text{س}}\ \sqrt{1+\text{جاس}}\ \text{دس}$.

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} |\text{جتاس}|\ \sqrt{1+\text{جاس}}\ \text{دس}$ | $|\text{جتاس}|$

$\frac{\pi}{4}$ + + + $\frac{\pi}{2}$ - - - π ; جتاس ، -جتاس

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \text{جتاس}\sqrt{1+\text{جاس}}\ \text{دس} + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\text{جتاس}\sqrt{1+\text{جاس}}\ \text{دس}$

$\text{ص} = \sqrt{1+\text{جاس}}$

$\text{ص}^2 = 1+\text{جاس}$

$2\text{ص}\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{جتاس}$.

$\text{دس} = \frac{2\text{ص}}{\text{جتاس}}\ \text{دص}$

$\text{س} = \frac{\pi}{4} \leftarrow \text{ص} = \sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$\text{س} = \frac{\pi}{2} \leftarrow \text{ص} = \sqrt{2}$

$\text{س} = \pi \leftarrow \text{ص} = 1$

$= \int_{\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}}^{\sqrt{2}} \text{جتاس}\ \text{ص} \times \frac{2\text{ص}}{\text{جتاس}}\ \text{دص} + \int_{\sqrt{2}}^{1} -\text{جتاس}\ \text{ص} \times \frac{2\text{ص}}{\text{جتاس}}\ \text{دص}$

$= \int_{\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}}^{\sqrt{2}} 2\text{ص}^2\ \text{دص} + \int_{\sqrt{2}}^{1} -2\text{ص}^2\ \text{دص}$.

$= \frac{2}{3}\text{ص}^3 \Big|_{\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}}^{\sqrt{2}} - \frac{2}{3}\text{ص}^3 \Big|_{\sqrt{2}}^{1}$

$\frac{2}{3}(\sqrt{2})^3 - \frac{2}{3}\left(\sqrt{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^3 - \frac{2}{3} + \frac{2}{3}(\sqrt{2})^3$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٢) $\int س^{14} (س^{5}+1)^{7} \, دس$

الحل:

$ص = س^{5}+1$ ، $\frac{دص}{دس} = 5س^{4}$ ، $دس = \frac{دص}{5س^{4}}$ ، $س^{5} = ص - 1$

$\int س^{14} ص^{7} \frac{دص}{5س^{4}} = \int \frac{1}{5} س^{10} ص^{7} \, دص = \frac{1}{5}\int (س^{5})^{2} ص^{7} \, دص$

$= \frac{1}{5}\int ص^{7} (ص-1)^{2} \, دص = \frac{1}{5}\int ص^{7} (ص^{2} - 2ص + 1) \, دص$

$= \frac{1}{5}\int (ص^{9} - 2ص^{8} + ص^{7}) \, دص = \frac{1}{5}\left(\frac{ص^{10}}{10} - \frac{2ص^{9}}{9} + \frac{ص^{8}}{8}\right) + ج$

$= \frac{1}{5}\left(\frac{(س^{5}+1)^{10}}{10} - \frac{2(س^{5}+1)^{9}}{9} + \frac{(س^{5}+1)^{8}}{8}\right) + ج$

٣) $\int \frac{\sqrt{ظتاس}}{جا2س} \, دس$

$ص = \sqrt{ظتاس}$

$ص^{2} = ظتاس$

$2ص \frac{دص}{دس} = - قتا^{2}س$

$دس = \frac{-2ص}{قتا^{2}س} \, دص$

الحل:

$\int \frac{ص}{2 جاس جتاس} \times \frac{-2ص}{قتا^{2}س} \, دص$

$= \int \frac{-ص^{2}}{جتاس قتاس} \, دص$

$= \int \frac{-ص^{2}}{ظتاص} \, دص$

$= \int \frac{-ص^{2}}{ص^{2}} \, دص$

$= \int - دص = -ص + ج \leftarrow = -\sqrt{ظتاس} + ج$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٤) $\int \sqrt[3]{س^{-\frac{3}{4}} + 1}\ دس$

الحل: $\int \sqrt[3]{\frac{1}{س^{\frac{3}{4}}} + 1}\ دس = \int \sqrt[3]{\frac{س^{\frac{3}{4}}+1}{س^{\frac{3}{4}}}}\ دس$

$= \int \frac{\sqrt[3]{1 + س^{\frac{3}{4}}}}{س^{\frac{1}{4}}}\ دس$

$= \int \frac{٤ص^{٣}\ س^{\frac{1}{4}}}{س^{\frac{1}{4}}}\ دص$

$= \int ٤ص^{٣}\ دص = ص^{٤} + جـ$

$= \left(\sqrt[3]{س^{\frac{3}{4}} + 1}\right)^{٤} + جـ$

$ص = \sqrt[3]{س^{\frac{3}{4}} + 1}$

$ص^{٣} = س^{\frac{3}{4}} + 1$

$٣ص^{٢} \frac{دص}{دس} = \frac{3}{4} س^{-\frac{1}{4}}$

$دس = ٤ص^{٢} س^{\frac{1}{4}}\ دص$

٥) $\int \frac{س^{٣}}{(س+1)^{٥}}\ دس$

الحل: $\int \frac{س^{٣}}{س^{٥}(1+\frac{1}{س})^{٥}}\ دس \leftarrow \int \frac{1}{س^{٢}(1+\frac{1}{س})^{٥}}\ دس$

$\int \frac{-س^{٢}}{س^{٢} ص^{٥}}\ دص \leftarrow -\int ص^{-٥}\ دص$

$= \frac{-ص^{-٤}}{-٤} + جـ = \frac{1}{٤ص^{٤}} + جـ$

$= \frac{1}{٤(1+\frac{1}{س})^{٤}} + جـ$

$ص = 1 + \frac{1}{س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-1}{س^{٢}}$

$دس = -س^{٢}\ دص$

٦) $\int \frac{1}{س^{١٠} + س}\, دس$.

الحل:

$\int \frac{1}{س^{١٠}(١ + س^{-٩})}\, دس = \int \frac{س^{١٠}}{-٩ س^{١٠} ص}\, دص$

$ص = ١ + س^{-٩}$

$\frac{دص}{دس} = -٩ س^{-١٠}$

$دس = \frac{-س^{١٠}}{٩}\, دص$.

$= \int \frac{-١}{٩ص}\, دص = \frac{-١}{٩} لو_{هـ} |ص| + جـ = \frac{-١}{٩} لو_{هـ} |١ + س^{-٩}| + جـ$

٧) $\int_{١}^{٢} س^{٤} \sqrt{\left(\frac{٢ - س}{س^{٢}}\right)^{٣}}\, دس$:

الحل: $\int_{١}^{٢} س^{٤} \sqrt{\frac{(٢ - س)^{٣}}{س^{٦}}}\, دس = \int_{١}^{٢} \frac{س^{٤}}{|س^{٣}|} (٢ - س)^{\frac{٣}{٢}}\, دس$.

$= \int_{١}^{٢} س (٢ - س)^{\frac{٣}{٢}}\, دس$

$= \int_{١}^{٠} -(٢ - ص)\, ص^{\frac{٣}{٢}}\, دص$

$= \int_{٠}^{١} ٢ص^{\frac{٣}{٢}} - ص^{\frac{٥}{٢}}\, دص$

$ص = ٢ - س$

$\frac{دص}{دس} = -١$

$دس = -دص$

$س = ١ \leftarrow ص = ١$

$س = ٢ \leftarrow ص = ٠$

$س = ٢ - ص$

$= \frac{٤}{٥} ص^{\frac{٥}{٢}} - \frac{٢}{٧} ص^{\frac{٧}{٢}} \Big|_{٠}^{١}$

$= \frac{٤}{٥} \sqrt{ص^{٥}} - \frac{٢}{٧} \sqrt{ص^{٧}} \Big|_{٠}^{١} = \frac{١٨}{٣٥}$

[٨] $\int_{1}^{2} \frac{(س+1)^{5}}{س^{7}}\, دس$:

الحل : $\int_{1}^{2} \frac{س^{5}\left(1+\frac{1}{س}\right)^{5}}{س^{7}}\, دس$.

$= \int_{1}^{2} \frac{\left(1+\frac{1}{س}\right)^{5}}{س^{2}}\, دس$

$= \int_{2}^{\frac{3}{2}} -\frac{ص^{5}}{س^{2}} \cdot س^{2}\, دص$

$= \int_{2}^{\frac{3}{2}} -ص^{5}\, دص \leftarrow = -\frac{ص^{6}}{6}\Big|_{2}^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{-1}{6}\left(\frac{729}{64} - 64\right) = \frac{-243}{128} + \frac{32}{3} = \frac{3367}{384}$

$ص = 1 + \frac{1}{س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-1}{س^{2}}$

$دس = -س^{2}\, دص$

$س = 1 \leftarrow ص = 2$

$س = 2 \leftarrow ص = \frac{3}{2}$

---

[٩] $\int_{1}^{3} \frac{(س^{2} - 6س + 9)^{\frac{7}{2}}}{س^{9}}\, دس$

الحل: $\int_{1}^{3} \frac{\sqrt{((س-3)^{2})}^{\,7}}{س^{9}}\, دس = \int_{1}^{3} \frac{(|س-3|)^{7}}{س^{9}}\, دس$

$= \int_{1}^{3} \frac{(3-س)^{7}}{س^{9}}\, دس = \int_{1}^{3} \frac{-(س-3)^{7}}{س^{9}}\, دس = \int_{1}^{3} \frac{-س^{7}\left(1-\frac{3}{س}\right)^{7}}{س^{9}}\, دس$

$= \int_{1}^{3} \frac{-\left(1-\frac{3}{س}\right)^{7}}{س^{2}}\, دس = \int_{-2}^{0} -\frac{ص^{7}}{س^{2}} \cdot \frac{س^{2}}{3}\, دص$

$= \int_{-2}^{0} -\frac{1}{3} ص^{7}\, دص = -\frac{ص^{8}}{24}\Big|_{-2}^{0} = \frac{32}{3}$

$ص = 1 - \frac{3}{س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{3}{س^{2}}$

$دس = \frac{س^{2}}{3}\, دص$

$س = 1 \leftarrow ص = -2$

$س = 3 \leftarrow ص = 0$

10 $\int$ جا^{4} ٥س جتا^{3} ٥س دس :

الحل :

ص = جا ٥س

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = ٥ جتا ٥س

دس = $\frac{\text{دص}}{\text{٥ جتا ٥س}}$

$\int$ ص^{4} جتا^{3} ٥س $\frac{\text{دص}}{\text{٥ جتا ٥س}}$ = $\int \frac{1}{5}$ ص^{4} جتا^{2} ٥س دص

= $\int \frac{1}{5}$ ص^{4} (١ − جا^{2} ٥س) دص

= $\frac{1}{5}$ ص^{4} (١ − ص^{2}) دص = $\int \frac{1}{5}$ ص^{4} − $\frac{1}{5}$ ص^{6} دص

= $\frac{1}{25}$ ص^{5} − $\frac{1}{35}$ ص^{7} + جـ $\leftarrow$ $\frac{1}{25}$ جا^{5} ٥س − $\frac{1}{35}$ جا^{7} ٥س + جـ

11 $\int$ جتا^{2} س جا^{4} س دس .

الحل :

= $\int$ جتا^{2} س جا^{2} س جا^{2} س دس = $\int$ (جتا س جا س)^{2} جا^{2} س دس

= $\int \frac{1}{4}$ جا^{2} ٢س جا^{2} س دس = $\int \frac{1}{4}$ جا^{2} ٢س جا^{2} س دس .

= $\int \frac{1}{4}$ جا^{2} ٢س × $\frac{1}{2}$ (١ − جتا ٢س) دس . = $\int \frac{1}{8}$ جا^{2} ٢س − $\frac{1}{8}$ جا^{2} ٢س جتا ٢س دس .

= $\int \frac{1}{8}$ جا^{2} ٢س دس − $\int \frac{1}{8}$ جا^{2} ٢س جتا ٢س دس .

(أ) (ب)

أ = $\int \frac{1}{8}$ جا^{2} ٢س دس = $\int \frac{1}{16}$ (١ − جتا ٤س) دس . = $\frac{1}{16}$ (س − $\frac{1}{4}$ جا ٤س) + جـ

ب = $\int \frac{1}{8}$ جا^{2} ٢س جتا ٢س دس . = $\int \frac{1}{8}$ ص^{2} جتا ٢س $\frac{\text{دص}}{\text{٢ جتا ٢س}}$

ص = جا ٢س .

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = ٢ جتا ٢س

دس = $\frac{\text{دص}}{\text{٢ جتا ٢س}}$

= $\int \frac{1}{16}$ ص^{2} دص . = $\frac{1}{48}$ ص^{3} + جـ

= $\frac{1}{48}$ جا^{3} ٢س + جـ $\leftarrow$ أ − ب = $\frac{1}{16}$ (س − $\frac{1}{4}$ جا ٤س) − $\frac{1}{48}$ جا^{3} ٢س + جـ

(١٢) $\int$ ظتا^5 س قتا س دس .

الحل :

$\int$ ظتاس قتاس ظتا^4 س دس . = $\int$ ظتاس قتاس (ظتا^2 س)^2 دس .

= $\int$ ظتاس قتاس (قتا^2 س - ١)^2 دس .

ص = قتاس

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = - قتاس ظتاس .

دس = $\frac{\text{دص}}{\text{- قتاس ظتاس}}$.

= $\int$ ظتاس قتاس (ص^2 - ١)^2 $\frac{\text{دص}}{\text{- قتاس ظتاس}}$

= - $\int$ (ص^2 - ١)^2 دص .

= $\int$ (- ص^4 + ٢ ص^2 - ١) دص = $\frac{\text{- ص}^5}{5}$ + $\frac{\text{٢ ص}^3}{3}$ - ص + جـ

= $\frac{-1}{5}$ قتا^5 س + $\frac{2}{3}$ قتا^3 س - قتاس + جـ

(١٣) $\int \frac{\sqrt{\text{١ + س}} - \sqrt{\text{١ - س}}}{\sqrt{\text{١ + س}} + \sqrt{\text{١ - س}}}$ دس .

113 أثبت $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^{ن}}{س^{ن+2}}\, دس = \begin{cases} \frac{-1}{ن+1} & \text{، ن عدد فردي} \\ \frac{1}{ن+1} & \text{، ن عدد زوجي} \end{cases}$

الحل: $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^{ن}}{س^{2} \times س^{ن}}\, دس = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{س^{2}} \left(\frac{س-1}{س}\right)^{ن} دس$

$= \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{س^{2}} \left(1 - \frac{1}{س}\right)^{ن} دس$

$ص = 1 - \frac{1}{س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{1}{س^{2}}$

$دس = س^{2}\, دص$

$س = \frac{1}{2} \longrightarrow ص = -1$

$س = 1 \longrightarrow ص = 0$.

$= \int_{-1}^{0} \cancel{\frac{1}{س^{2}}}\, ص^{ن}\, \cancel{س^{2}}\, دص$

$= \int_{-1}^{0} ص^{ن}\, دص$

$= \frac{ص^{ن+1}}{ن+1} \Big|_{-1}^{0}$

$= 0 - \left(\frac{(-1)^{ن+1}}{ن+1}\right) = -\left(\frac{(-1)^{ن+1}}{ن+1}\right)$

* $(-1)^{ن+1}$ ← $= -1$ ← $ن+1$ عدد فردي ← ن عدد زوجي
$-1 \times -1 = 1$

$(-1)^{ن+1}$ ← $= 1$ ← $ن+1$ عدد زوجي ← ن عدد فردي
$-1 \times 1 = -1$

$\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^{ن}}{س^{ن+2}}\, دس = \begin{cases} \frac{-1}{ن+1} & \text{، ن عدد فردي} \\ \frac{1}{ن+1} & \text{، ن عدد زوجي} \end{cases}$

(١٤) $\int \frac{دس}{س^{-2}\ قتا(4س-1)}$

$هـ = س^2$ ، $دع = جا(4س-1)\ دس$.
$دهـ = 2س\ دس$ ، $ع = -\frac{1}{4} جتا(4س-1)$

الحل:

$\int س^2 جا(4س-1)\ دس$.

$= -\frac{1}{4} س^2 جتا(4س-1) - \int -\frac{1}{2} س\ جتا(4س-1)\ دس$.

** $\int \frac{1}{2} س\ جتا(4س-1)\ دس$.

$هـ = \frac{1}{2} س$ ، $دع = جتا(4س-1)\ دس$
$دهـ = \frac{1}{2} دس$ ، $ع = \frac{1}{4} جا(4س-1)$

$= \frac{1}{8} س\ جا(4س-1) + \int \frac{1}{8} جا(4س-1)\ دس$.

$= \frac{1}{8} س\ جا(4س-1) + \frac{1}{32} جتا(4س-1)\ دس$.

** $\int س^2 جا(4س-1)\ دس = -\frac{1}{4} س^2 جتا(4س-1) + \frac{1}{8} س\ جا(4س-1) - \frac{1}{32} جتا(4س-1) + ج$

(١٥) $\int (لو_{هـ} س)^2\ دس$.

الحل: $هـ = (لو_{هـ} س)^2$ ، $دع = دس$.
$دهـ = \frac{2}{س} لو_{هـ} س\ دس$ ، $ع = س$

$\leftarrow = س(لو_{هـ} س)^2 - \int 2 لو_{هـ} س\ دس$.

** $\int 2 لو_{هـ} س\ دس$.

$هـ = لو_{هـ} س$ ، $دع = 2\ دس$.
$دهـ = \frac{1}{س} دس$ ، $ع = 2س$.

$= 2س\ لو_{هـ} س - \int 2\ دس$. $\leftarrow 2س\ لو_{هـ} س - 2س$

** $(لو_{هـ} س)^2 \leftarrow س(لو_{هـ} س)^2 - 2س\ لو_{هـ} س + 2س + ج$.

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

١٦ $\int$ قا² $\sqrt{س}$ ظا $\sqrt{س}$ دس

الحل :-

ص = $\sqrt{س}$

ص² = س

$\frac{٢ص\,دص}{دس} = ١$

دس = ٢ص دص

= $\int$ ٢ص قا²ص ظاص دص

ع = ٢ص   دهـ = قا²ص ظاص دص

دع = ٢دص   هـ = $\frac{١}{٢}$ ظا²ص

هـ = $\int$ قا²ص ظاص دص

ع = ظاص

$\frac{دع}{دص}$ = قا²ص

دص = $\frac{دع}{قا²ص}$

= $\int$ قا²ص ع $\frac{دع}{قا²ص}$

= $\frac{ع²}{٢}$

= $\frac{١}{٢}$ ظا²ص

= ص ظا²ص − $\int$ ظا²ص دص

= ص ظا²ص − $\int$ (قا²ص − ١) دص

= ص ظا²ص − ظاص + ص + جـ

= $\sqrt{س}$ ظا² $\sqrt{س}$ − ظا $\sqrt{س}$ + $\sqrt{س}$ + جـ

---

١٧ $\int$ جا³س لوهـ(١+جتاس) دس

ص = ١ + جتاس .

$\frac{دص}{دس}$ = − جاس .

دس = $\frac{دص}{−جاس}$.

الحل : $\int$ جا³س لوهـ ص $\frac{دص}{−جاس}$ = $\int$ −جا²س لوهـ ص دص

= $\int$ −جا²س لوهـ ص دص = $\int$ (جتا²س − ١) لوهـ ص دص

= $\int$ ((ص − ١)² − ١) لوهـ ص دص ← $\int$ (ص² − ٢ص) لوهـ ص دص .

ع = لوهـ ص   دهـ = ص² − ٢ص دص

دع = $\frac{١}{ص}$ دص   هـ = $\frac{ص³}{٣}$ − ص²

= ($\frac{ص³}{٣}$ − ص²) لوهـ ص − $\int$ ($\frac{ص²}{٣}$ − ص) دص .

= ($\frac{ص³}{٣}$ − ص²) لوهـ ص − ($\frac{ص³}{٩}$ − $\frac{ص²}{٢}$) دص .

= ($\frac{١}{٣}$ (١+جتاس)³ − (١+جتاس)²) لوهـ(١+جتاس) − $\frac{١}{٩}$ (١+جتاس)³ + $\frac{١}{٢}$ (١+جتاس)² + جـ .

١٨) $\int \text{٢ هـ}^{\text{س}}\,\text{جاس جتاس دس}$.

الحل:

$\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا٢س دس}$.

$\text{ع} = \text{جا٢س}$. ، $\text{دهـ} = \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{دس}$.

$\text{دع} = \text{٢جتا٢س دس}$ ، $\text{هـ} = \text{هـ}^{\text{س}}$

$= \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا٢س} - \int \text{٢هـ}^{\text{س}}\,\text{جتا٢س دس}$.

** $\int \text{٢ هـ}^{\text{س}}\,\text{جتا٢س دس}$.

$\text{ع} = \text{جتا٢س}$. ، $\text{دهـ} = \text{٢ هـ}^{\text{س}}$.

$\text{دع} = -\text{٢جا٢س}$. ، $\text{هـ} = \text{٢هـ}^{\text{س}}$

$\int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا٢س دس} = \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا٢س} - \text{٢هـ}^{\text{س}}\,\text{جتا٢س} - \int \text{٤هـ}^{\text{س}}\,\text{جا٢س دس}$.

$\text{٥} \int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا٢س دس} = \text{هـ}^{\text{س}}\,(\text{جا٢س} - \text{٢جتا٢س})$.

$= \int \text{هـ}^{\text{س}}\,\text{جا٢س دس} = \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{\text{٥}}(\text{جا٢س} - \text{٢جتا٢س}) + \text{ج}$.

١٩) اذا كان $\int_{\text{٠}}^{\pi} \frac{\text{جتاص}}{(\text{ص}+\text{٢})^{\text{٢}}}\,\text{دص} = \text{أ}$ ، جد بدلالة "أ" قيمة

$\int_{\text{٠}}^{\frac{\pi}{\text{٢}}} \frac{\text{جا٢س}}{\text{س}+\text{١}}\,\text{دس}$ ؟

$\text{ع} = \frac{\text{١}}{\text{س}+\text{١}}$ ، $\text{دهـ} = \text{جا٢س}$.

$\text{دع} = \frac{-\text{١}}{(\text{س}+\text{١})^{\text{٢}}}\,\text{دس}$ ، $\text{هـ} = \frac{-\text{١}}{\text{٢}}\,\text{جتا٢س}$

الحل:

$-\frac{\text{جتا٢س}}{\text{٢}(\text{١}+\text{س})}\Big|_{\text{٠}}^{\frac{\pi}{\text{٢}}} - \int_{\text{٠}}^{\frac{\pi}{\text{٢}}} \frac{\text{جتا٢س}}{\text{٢}(\text{١}+\text{س})^{\text{٢}}}$

$\frac{\text{١}}{\pi+\text{٢}} + \frac{\text{١}}{\text{٢}} - \int_{\text{٠}}^{\frac{\pi}{\text{٢}}} \frac{\text{جتا٢س}}{\text{٢}(\text{١}+\text{س})^{\text{٢}}}\,\text{دس}$

** $\int_{\text{٠}}^{\frac{\pi}{\text{٢}}} \frac{\text{جتا٢س}}{(\text{١}+\text{س})^{\text{٢}}}\,\text{دس} \leftarrow \int_{\text{٠}}^{\pi} \frac{\text{جتاص}}{\text{٢}(\text{١}+\text{س})^{\text{٢}}}\,\frac{\text{دص}}{\text{٢}}$

$\text{ص} = \text{٢س}$ ، $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{٢}$ ، $\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{٢}}$

$\text{س} = \text{٠}$ ، $\text{ص} = \text{٠}$

$\text{س} = \frac{\pi}{\text{٢}}$ ، $\text{ص} \leftarrow \pi$

$= \int_{\text{٠}}^{\pi} \frac{\text{جتاص}}{\text{٤}(\text{١}+\frac{\text{ص}}{\text{٢}})^{\text{٢}}}\,\text{دص} = \int_{\text{٠}}^{\pi} \frac{\text{جتاص}}{\frac{\text{٤}}{\text{٤}}(\text{٢}+\text{ص})^{\text{٢}}}\,\text{دص} = \int_{\text{٠}}^{\pi} \frac{\text{جتاص}}{(\text{٢}+\text{ص})^{\text{٢}}}\,\text{دص} = \text{أ} \leftarrow \int_{\text{٠}}^{\frac{\pi}{\text{٢}}} \frac{\text{جا٢س}}{\text{١}+\text{س}}\,\text{دس} = \frac{\text{١}}{\pi+\text{٢}} + \frac{\text{١}}{\text{٢}} - \text{أ}$

٢٠ $\int_{1}^{4} \frac{|س-١|}{س^{٢}-٥س+٦}\, دس$

$|س-١| \leftarrow س=١$

$س-١ \quad ١-س$

$- - - \;١\; + + +$

الحل: $\int_{1}^{4} \frac{س-١}{س^{٢}-٥س+٦}\, دس$

$$\frac{س-١}{س^{٢}-٥س+٦} = \frac{س-١}{(س-٢)(س-٣)} = \frac{أ}{س-٢} + \frac{ب}{س-٣}$$

$$س-١ = أ(س-٣) + ب(س-٢)$$

$$س=٢ \leftarrow ١ = -أ \leftarrow (أ=-١)$$

$$س=٣ \leftarrow ٢=ب \leftarrow (ب=٢)$$

$$\int_{1}^{4} \frac{س-١}{س^{٢}-٥س+٦}\, دس = \int_{1}^{4} \left(\frac{٢}{س-٣} - \frac{١}{س-٢}\right) دس$$

$$= ٢\,لو_{هـ}|س-٣| - لو_{هـ}|س-٢| \Big|_{1}^{4} = (٢\,لو_{هـ}١ - لو_{هـ}٢) - (٢\,لو_{هـ}٢ - لو_{هـ}١)$$

$$= -لو_{هـ}٢ - ٢\,لو_{هـ}٢ = -٣\,لو_{هـ}٢$$

---

٢١ $\int_{1}^{8} \frac{٣\, دس}{\sqrt[3]{س^{٤}} + ٤س + ٣\sqrt[3]{س^{٢}}}$

$س=١ \longrightarrow ص=١$

$س=٨ \longrightarrow ص=٢$

$ص = \sqrt[3]{س}$

$ص^{٣} = س$

$٣ص^{٢} \frac{دص}{دس} = ١$

$\therefore دس = ٣ص^{٢}\, دص.$

$$\int_{1}^{2} \frac{٦ص^{٢}}{ص^{٤}+٤ص^{٣}+٣ص^{٢}}\, دص = \int_{1}^{2} \frac{٦\cancel{ص^{٢}}}{\cancel{ص^{٢}}(ص^{٢}+٤ص+٣)}\, دص$$

$$= \int_{1}^{2} \frac{٦}{ص^{٢}+٤ص+٣}\, دص$$

... ثم أكمل لكسور جزئية !

الجواب: $٣\,لو_{هـ}\frac{٦}{٥}$

22 $\int \sqrt{1 - \frac{1}{هـ^{س}}}\ دس$.

الحل : $\int \sqrt{1 - هـ^{-س}}\ دس$.

$= \int ص \cdot \frac{2ص}{1 - ص^2}\ دص$.

←← أكمل قسمة طويلة ثم تجزئة كسور .

$ص = \sqrt{1 - هـ^{-س}}$

$ص^2 = 1 - هـ^{-س}$

$2ص \frac{دص}{دس} = هـ^{-س}$

$دس = \frac{2ص\ دص}{هـ^{-س}}$

$هـ^{-س} = 1 - ص^2$

---

23 $\int \frac{2 لو_{هـ} س}{(س-2)^2}\ دس \leftarrow \int 2 لو_{هـ} س\ (س-2)^{-2}\ دس$.

$ع = 2 لو_{هـ} س$ ، $دهـ = (س-2)^{-2}\ دس$

$دع = \frac{2}{س}\ دس$ ، $هـ = \frac{-1}{س-2}$

$= \frac{-2 لو_{هـ} س}{س-2} + \int \frac{2}{س(س-2)}$

←← $\int \frac{2}{س(س-2)}\ دس$ ← تجزئة كسور

$\int \frac{2 لو_{هـ} س}{(س-2)^2}\ دس = \frac{-2 لو_{هـ} س}{س-2} + لو_{هـ}|س-2| - لو_{هـ}|س| + ج$.

---

24 $\int \frac{\sqrt{س-2} + 1}{\sqrt{4س-8} - 2}\ دس$.

25 $\int \frac{دس}{س (لو_{هـ} س)^2 - 4س}$.

26 $\int \frac{دس}{س - \sqrt{س+2}}$

27 $\int \frac{قاس\ ظاس}{8 - ظا^2 س}\ دس$.

٢٨ $\int \frac{\text{جتاس}}{1+3\,\text{جاس}-\text{جتا}^2\text{س}}\,\text{دس}$

الحل:

$\int \frac{\text{جتاس}}{1+3\,\text{جاس}-1+2\,\text{جا}^2\text{س}}\,\text{دس} = \int \frac{\text{جتاس}}{3\,\text{جاس}+2\,\text{جا}^2\text{س}}\,\text{دس}$.

$= \int \frac{\cancel{\text{جتاس}}}{3\text{ص}+2\text{ص}^2}\cdot\frac{\text{دص}}{\cancel{\text{جتاس}}}$

$= \int \frac{1}{3\text{ص}+2\text{ص}^2}\,\text{دص}$

ص = جاس

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{جتاس}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{جتاس}}$

.... ثم أكمل بتجزئة الكسور.

الجواب: $\frac{1}{3}\text{لو}_\text{هـ}|\text{جاس}| - \frac{1}{3}\text{لو}_\text{هـ}|3+2\,\text{جاس}| + \text{ج}$.

السؤال الثالث: ① جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = جتاس والقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين (٠، ١)، ($\frac{\pi}{2}$، ٠) ؟

الحل: $\text{م} = \frac{1-0}{0-\frac{\pi}{2}} = \frac{-2}{\pi} \leftarrow \text{ص}-\text{ص}_1 = \text{م}(\text{س}-\text{س}_1) \leftarrow \text{ص}-1 = \frac{-2}{\pi}\text{س}$

$\text{ص} = 1 - \frac{2}{\pi}\text{س}$.

لجد نقاط التقاطع لاحظ أن جتا(٠) = ١ ، جتا $\frac{\pi}{2}$ = ٠ ∴

نقاط التقاطع (٠، ١)، ($\frac{\pi}{2}$، ٠) ← س = ٠ ، س = $\frac{\pi}{2}$

ه	>	م
٠		$\frac{\pi}{2}$

$\text{م} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\text{ق(س)} - \text{ص})\,\text{دس} \leftarrow \text{م} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\text{جتاس} + \frac{2}{\pi}\text{س} - 1)\,\text{دس}$

$\text{م} = \text{جاس} + \frac{1}{\pi}\text{س}^2 - \text{س} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$\text{م} = (1 + \frac{\pi^2}{4\pi} - \frac{\pi}{2}) - (0+0-0) \leftarrow \text{م} = 1 + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = 1 - \frac{\pi}{4}$

$\text{م} = \frac{4-\pi}{4}$ وحدة مساحية.

② جد المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = س³ + ٣ و مماس المنحنى عند النقطة (١، ٤) و محور الصادات و الواقعة في الربع الأول؟

الحل: نجد معادلة المماس.

م = قَ(١) ← قَ(س) = ٣س² ← م = ٣

المعادلة ص - ص١ = م (س - س١) ← ص - ٤ = ٣(س - ١) ← ص = ٣س + ١

نقاط التقاطع: ق(س) = ص.

س³ + ٣ = ٣س + ١ ← س³ - ٣س + ٣ = ٠

س³ - ٣س + ٢ = ٠   عوامل ٢ ← (±١)، (±٢)

س³	س²	س	ثابت
١	٠	-٣	٢
	+	+	+
	١	١	-٢
١	١	-٢	٠

(س - ١) ← س = ١

(س - ١)(س² + س - ٢) = ٠

(س - ١)(س + ٢)(س - ١) = ٠

س = ١ ، س = -٢ * تهمل ربع أول

الحدود (س = ١) ، س = ٠
← نقطة تماس

ق ≥ ص على الفترة [٠، ١]

م = ∫₀¹ (ق(س) - ص) دس.

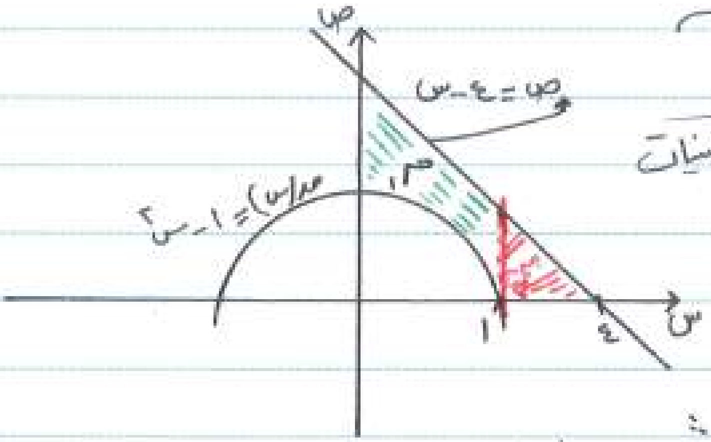
م = ∫₀¹ (س³ + ٣ - ٣س - ١) دس.

م = ∫₀¹ (س³ - ٣س + ٢) دس.

م = س⁴/٤ - ٣س²/٢ + ٢س]₀¹

م = ٣/٤ وحدة مساحية.

٣) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ١ - س² و المستقيم س + ص = ٤ ، و محوري السينات و الصادات ؟



الحل:

ق(س) = ١ - س² ، ص = ٤ - س ، ص = ٠

س = ٠ : بداية المنطقة (محور الصادات) + تقاطع ق(س) مع محور السينات

١ - س² = ٠

س² = ١

$\boxed{س = ١}$ ، س = -١ X

نهاية منطقة ص = ٤ - س مع محور السينات

٤ - س = ٠

س = ٤

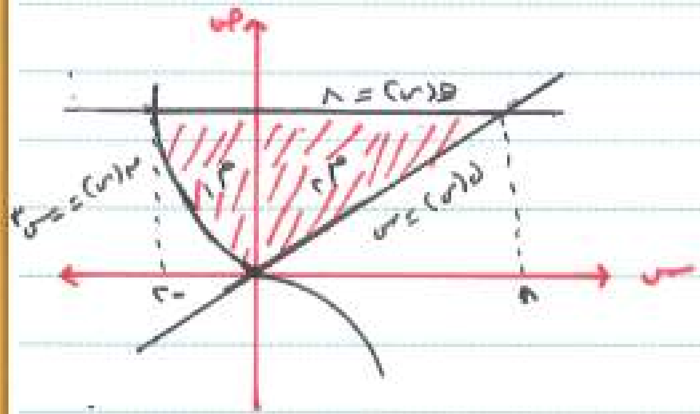
$$م = \int_{0}^{1} \left((٤ - س) - (١ - س^2)\right) دس + \int_{1}^{4} (٤ - س) دس .$$

$$م = \int_{0}^{1} (س^2 - س + ٣) دس + \int_{1}^{4} (٤ - س) دس .$$

$$= \frac{س^3}{٣} - \frac{س^2}{٢} + ٣س \Big|_{0}^{1} + ٤س - \frac{س^2}{٢} \Big|_{1}^{4}$$

$م = \frac{٢٢}{٣}$ وحدة مساحة. #

[٤] جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات $ق(س) = -س^٣$ ، $هـ(س) = ٨$ ، $ل(س) = س$ ؟



الحل: بداية المنطقة هـ(س) مع ق(س)

$ق(س) = ٨ = -س^٣$

$\boxed{س = -٢}$

نهاية المنطقة هـ(س) مع ل(س)

$(س = ٨)$

تقاطع ل(س) مع ق(س)

$س = -س^٣$

$س = ٠$

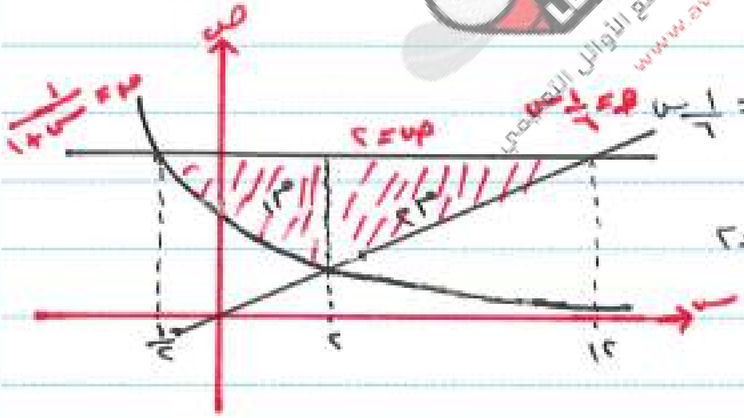
$$م = \underbrace{\int_{-٢}^{٠} (هـ(س) - ق(س))\,دس}_{م١} + \underbrace{\int_{٠}^{٨} (هـ(س) - ل(س))\,دس}_{م٢}$$

$$= \int_{-٢}^{٠} (٨ + س^٣)\,دس + \int_{٠}^{٨} (٨ - س)\,دس$$

$$= ٨س + \frac{س^٤}{٤} \Big|_{-٢}^{٠} + ٨س - \frac{س^٢}{٢} \Big|_{٠}^{٨}$$

م = ٤٤ وحدة مربعة

[٥] جد المساحة المحصورة بين منحنيات الاقترانات ، $ق(س) = \frac{١}{س+١}$ ، $هـ(س) = \frac{١}{٦}س$ والمستقيم ص = ٢ ؟؟



الحل: بداية المنطقة تقاطع ق(س) مع ص = ٢

$\frac{١}{س+١} = ٢ \leftarrow \boxed{س = -\frac{١}{٢}}$

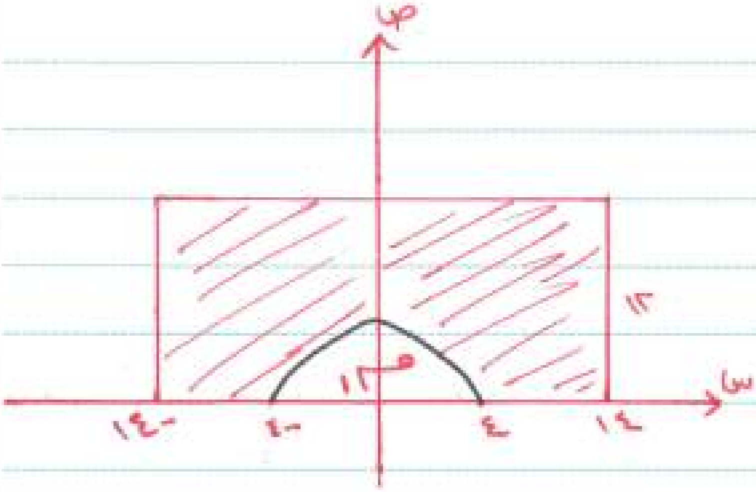
نهاية المنطقة تقاطع هـ(س) مع ص = ٢

$\frac{١}{٦}س = ٢ \leftarrow س = ١٢$

تقاطع ق(س) مع هـ(س)

$\frac{١}{س+١} = \frac{١}{٦}س \leftarrow س = ٢$

$$م = \int_{-\frac{١}{٢}}^{٢} \left(٢ - \frac{١}{س+١}\right) دس + \int_{٢}^{١٢} \left(٢ - \frac{١}{٦}س\right) دس$$



⑥ يمثل الشكل المجاور الواجهة الأمامية لمبنى، ومدخل هذا المبنى يمثل منحنى $ق(س) = ٨ - \frac{س^٢}{٢}$، جد التكلفة الكلية لدهان المنطقة المظللة، إذا علمت أن سعر دهان الوحدة المربعة (٣٠) قرش ؟؟

الحل: نجد تقاطع ق(س) مع محور السينات

$٨ - \frac{س^٢}{٢} = ٠ \leftarrow س = \pm ٤$

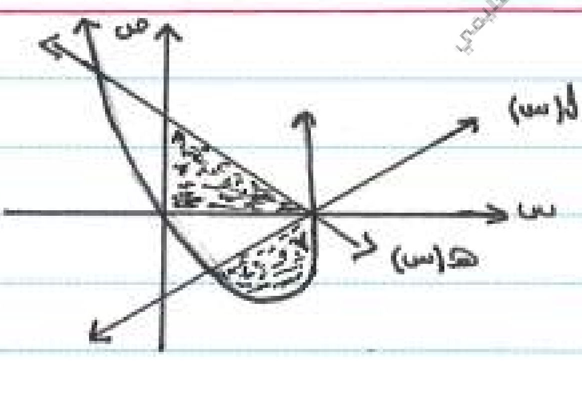
بداية المنطقة س = -١٤   نهاية المنطقة س = ١٤

$م = م_{مستطيل} - م_١ \leftarrow م = ١٢ \times ٢٨ - \int_{-٤}^{٤} \left(٨ - \frac{س^٢}{٢}\right) دس$.

$م = \frac{٨٨٠}{٣}$ وحدة مساحة مربعة.

* تكلفة الدهان = السعر × المساحة

$= ٣٠ \times \frac{٨٨٠}{٣} = \frac{١٧٦٠٠}{٢}$ قرش $\leftarrow \frac{١٧٦}{٢}$ دينار.



⑦ جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل حيث

$ق(س) = س^٢ - ٥س$

$ل(س) = س - ٥$

$هـ(س) = ٥ - س$

---

⑧ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = س(س-٣)^٢$ ومحور السينات والمستقيمين الرأسيين المارين بالنقط الصغرى والعظمى المحلية لهذا الاقتران

القطوع المخروطية

السؤال الأول :-

تتكون هذا السؤال من (   ) فقرة ، لكل فقرة اربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، اختر رمز الإجابة الصحيحة ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير الى رمز الإجابة الصحيحة في نموذج الإجابة :-

١) مركز الدائرة التي تقع في الربع الأول وتمس المستقيمات س = ٢ ، س = ٦ ، ص = ١ هو:

أ) (٢،٢)   ب) (٢،٤)   ج) (٣،٢)   د) (٣،٤)

٢) البعد البؤري للقطع الزائد ٢٥س² − ٩ص² = ٢٢٥ يساوي:

أ) ٤   ب) ٨   ج) √٣٤   د) ٢√٣٤

٣) اذا علمت ان النقطة (٢،٨) تقع على منحنى القطع المكافئ س² = ٤ص − ك فإن احداثيات رأس القطع هي:

أ) (٧−،٠)   ب) (−٧،٠)   ج) (٠،٧)   د) (٧،٠)

٤) احداثيات نهايتي المحور القاطع للقطع الزائد : (س+٢)² − (ص−٣)² = ١ :

أ) (−٢ ∓ ١،٣)   ب) (−٢ ، ٣ ∓ ١)

ج) (٢ ∓ ١،١)   د) (٢ ، −٣ ∓ ١)

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٥) الاختلاف المركزي لقطع ناقص يكون فيه قياس الزاوية المحصورة بين المستقيم الواصل بين طرفي المحور الأصغر والرأس ومحوره الأكبر (٣٠) يساوي:

أ) $\sqrt{\frac{٢}{٣}}$ ب) $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

---

٦) قطع زائد معادلته: $س^٢ - ٢ص^٢ + ١٢ص = ل$ ، فإن قيمة ل التي تجعل محوره القاطع موازياً لمحور السينات تساوي:

أ) $ل > ١٨$ ب) $ل < ١٨$ ج) $ل > -١٨$ د) $ل < -١٨$

---

٧) قطع زائد معادلته $ك ص^٢ - ٩س^٢ + ك = صفر$ ، $ك > ٠$ ومجموع مربعي طولي محوريه القاطع والمرافق (٣) وحدات فإن قيم الثابت ك:

أ) {٢،٢} ب) {٦،٤} ج) {٢،١} د) {٥،٣}

---

٨) تتحرك النقطة و(س، ص) في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة $ن \geq ٠$ بالمعادلتين $س = ن^٢ + ٢ن + ١$ ، $ص = ن + ٢$ ، فإن المحل الهندسي للنقطة و(س، ص) هو:

أ) قطع زائد ب) قطع ناقص

ج) قطع مكافئ د) دائرة.

---

٩) مركز الدائرة التي معادلتها $٢س^٢ + ٢ص^٢ + ١٢س - ٨ص = ١٨$ هو:

أ) (٣، ٢) ب) (−٣، ٢) ج) (٣، −٢) د) (−٣، −٢)

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

(١٠) الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي طول محوره القاطع ثلاثة أمثال طول محوره المرافق يساوي:

أ) $\frac{\sqrt{8}}{3}$ ب) $\frac{1}{3}$ ج) $\frac{8}{3}$ د) $\frac{\sqrt{10}}{3}$

---

(١١) تتحرك النقطة و (س، ص) في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين س = ٣ن ، $\text{ص}^2 = 6\text{ن} - 9\text{ن}^2$، فإن المحل الهندسي للنقطة و (س، ص) هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

---

(١٢) معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س، ص) في المستوى بحيث يكون على بعدين متساويين من النقطتين (٠، ٣) ، (٠، −٣) هي:

أ) س = ٠ ب) ص = ٠ ج) س = ٣ د) ص = −٣

---

(١٣) معادلة الدائرة التي يقع مركزها على محور الصادات وتمر بالنقطتان (١، ٢) ، (٢، ٥) هي:

أ) $\text{س}^2 + \text{ص}^2 - 8\text{ص} - 11 = 0$ ب) $\text{س}^2 + \text{ص}^2 + 8\text{ص} + 11 = 0$

ج) $\text{س}^2 + \text{ص}^2 - 8\text{ص} + 11 = 0$ د) $\text{س}^2 + \text{ص}^2 + 8\text{ص} - 11 = 0$

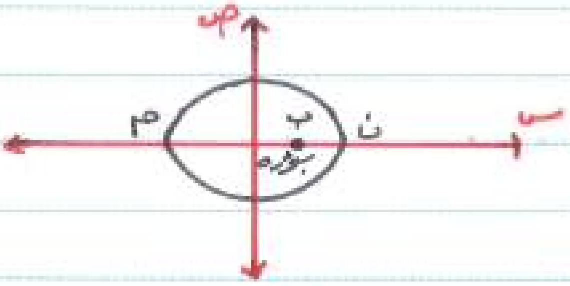
---

(١٤) قطع ناقص مساحته (١٥ π) وحدة مربعة ، ورأساه النقطتان (±٥، ٠)، ما معادلة هذا القطع؟

أ) $\frac{\text{س}^2}{25} + \frac{\text{ص}^2}{9} = 1$ ب) $\frac{\text{س}^2}{9} + \frac{\text{ص}^2}{25} = 1$

ج) $\frac{\text{س}^2}{16} + \frac{\text{ص}^2}{9} = 1$ د) $\frac{\text{س}^2}{25} + \frac{\text{ص}^2}{16} = 1$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752



١٥ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل قطعاً ناقصاً ، اذا كانت $\frac{\text{ن ب}}{\text{م ب}} = \frac{1}{4}$

فإن الاختلاف المركزي لهذا القطع يساوي:

أ) $\frac{5}{3}$　　ب) $\frac{3}{5}$　　جـ) $\frac{1}{4}$　　د) $\frac{1}{2}$

---

١٦ معادلة القطع الناقص الذي احد رأسيه (٣، ١) واحداثيا البؤرة القريبة من هذا الرأس (١، ١) والاختلاف المركزي $\frac{2}{3}$ هي :

أ) $\frac{(\text{س}+3)^2}{36} + \frac{(\text{ص}-1)^2}{20} = 1$　　ب) $\frac{(\text{س}-3)^2}{36} + \frac{(\text{ص}-1)^2}{20} = 1$

جـ) $\frac{(\text{ص}-1)^2}{36} + \frac{(\text{س}+3)^2}{20} = 1$　　د) $\frac{(\text{ص}-1)^2}{36} + \frac{(\text{س}-3)^2}{20} = 1$

---

١٧ قطع مكافئ معادلته $\text{ص}^2 + (2\text{م} - 4)\text{س} = 0$ ، ورأسه نقطة الأصل ودليله يمر بالنقطة (-٤، -٥) ومحوره هو محور السينات ، فما قيمة الثابت "م" ؟

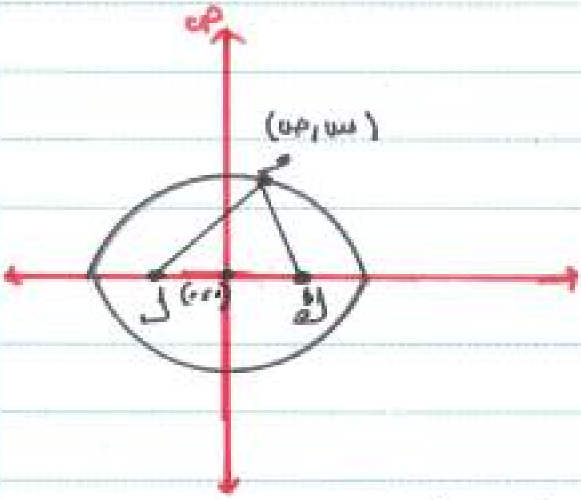
أ) ٣　　ب) -٣　　جـ) -٦　　د) ٦

---

١٨ المحل الهندسي للنقطة ن(س، ص) والتي تتحرك في المستوى البياني بحيث يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين يساوي مقداراً ثابتاً هو:

أ) دائرة　　ب) قطع مكافئ　　جـ) قطع ناقص　　د) قطع زائد

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752



١٩) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل قطعاً ناقصاً مركزه نقطة الأصل (٠،٠) وبؤرتاه النقطتان ك، ل والنقطة و (س، ص) تقع على منحناه بحيث أن محيط المثلث و ك ل يساوي ١٨ وحدة فإذا علمت أن طول محوره الأصغر (٦) وحدات، جد معادلة هذا القطع:

أ) $\frac{س^2}{٢٥} + \frac{ص^2}{٩} = ١$ ب) $\frac{س^2}{١٦} + \frac{ص^2}{٩} = ١$

جـ) $\frac{س^2}{٣٦} + \frac{ص^2}{٩} = ١$ د) $\frac{س^2}{\text{[illegible]}} + \frac{ص^2}{٩} = ١$

---

٢٠) قطع ناقص معادلته: $س^2 + ٤ص^2 = ١٠٠$ فإن مساحته بالوحدات المربعة تساوي:

أ) ٢٥π ب) ٥٠π جـ) ٢٠٠π د) ٥٠٠π

---

٢١) قطع زائد معادلته $\frac{(س-٣)^2}{٤} - \frac{(ص+٢)^2}{٩} = ١$، فإن معادلة محوره القاطع هي:

أ) $س = ٣$ ب) $س = -٢$ جـ) $ص = ٣$ د) $ص = -٢$

---

٢٢) قطع ناقص معادلته $\frac{س^2}{٩} + \frac{ص^2}{٢٥} = ١$، فإن مجموع طولي محوريه يساوي:

أ) ٨ ب) ٢٥ جـ) ١٦ د) ٢٤

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٢٣) إحداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته: ٣س² + ١٦٠ = ٨٠ص هي:

أ) (−٢، ٠) ب) (٠، ٢) ج) (٢، ٠) د) (٠، −٢)

٢٤) قطع ناقص فيه طول محوره الأكبر مثلي طول محوره الأصغر، فإن اختلافه المركزي يساوي:

أ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ج) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$

٢٥) إحداثيا المركز للقطع المخروطي الذي معادلته:
١٠س² + ص² − ٤٠س − ٢ص + ٣٤ = ٠، هو:

أ) (٢، ٥) ب) (٢، −١) ج) (٢، ١) د) (٢، ٢)

٢٦) ما طول المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته: $\frac{س^٢}{٩} - \frac{ص^٢}{٦} = ١$ ؟

أ) ٣ ب) $٢\sqrt{٦}$ ج) ٦ د) $\sqrt{٦}$

٢٧) معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) التي تتحرك في المستوى الإحداثي والتي يكون بعدها عن النقطة م (٣، ٠) مساوياً دائماً لبعدها عن المستقيم الذي معادلته س = −٥، هو:

أ) ص² = ١٦(س + ١) ب) ص² = ١٦(س − ١)
ج) ص² = ٨(س + ٢) د) ص² = ٨(س − ٢)

٢٨) ما إحداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته: ص = ٢س² + ٢ ؟

أ) (٠، ٢) ب) (٠، −٢) ج) (٢، ٠) د) (−٢، ٠)

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

29) قطع ناقص طول محوره الأصغر يساوي بعده البؤري، فإن اختلافه المركزي يساوي:

أ) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ جـ) $\frac{4}{5}$ د) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

30) ما طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها: $3س^2 + 3ص^2 + 6ص = 33$؟

أ) $\sqrt{2}$ ب) 12 جـ) $2\sqrt{3}$ د) 6

31) قطع زائد معادلته: $\frac{(س+3)^2}{9} - \frac{(ص-1)^2}{16} = 1$، فإن معادلة محوره القاطع هي:

أ) ص = -1 ب) ص = 1 جـ) س = 3 د) س = -3

32) تتحرك النقطة و(س، ص) في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ 0 بالمعادلتين س = جتان، ص = جتا2ن، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة و(س، ص) هي:

أ) $ص = 2س^2 + 1$ ب) $ص = 2 - 2س^2$

جـ) $ص = 2س^2 - 1$ د) $ص = 2 + 2س^2$

33) إذا قطع أحد فرعي مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى مائل قليلًا عن المحور فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ جـ) قطع زائد د) قطع ناقص

34) ما إحداثيا البؤرة للقطع المكافئ الذي معادلته: $ص = \frac{1}{4}(س-2)^2 - 3$؟

أ) (2، -4) ب) (2، -2) جـ) (2، -3) د) (2، -1)

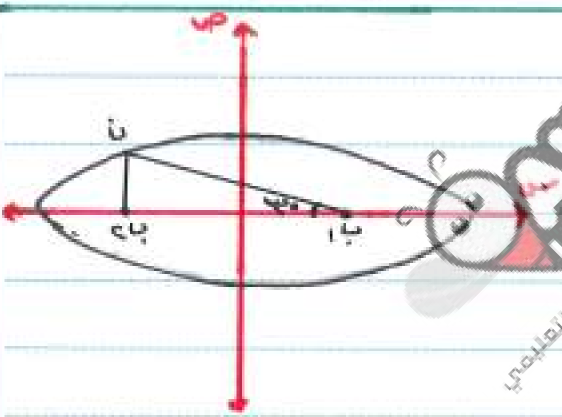
الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٣٥ معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) التي تتحرك في المستوى الإحداثي بحيث يكون بعدها عن المستقيم الذي معادلته ص = ٥ مساوياً دائماً لبعدها عن المستقيم الذي معادلته ص = -٣ ، هي:

أ) س = ١ ب) س = ٢ جـ) ص = ٤ د) ص = ١

٣٦ قطع مكافئ معادلته: ص² = ٨س + ك ، النقطة (٤، ٨) تقع على منحناه ، ما احداثيا رأس هذا القطع؟

أ) (٠، -٤) ب) (-٤، ٠) جـ) (-٥، ٠) د) (٠، -٥)



٣٧ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل قطعاً ناقصاً مركزه (٠، ٠) و بؤرتاه ب١، ب٢ فإن الاختلاف المركزي لهذا القطع يساوي:

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ ب) $\frac{١}{٢-\sqrt{٣}}$

جـ) $\sqrt{٣}$ د) $٢-\sqrt{٣}$

٣٨ رأسا القطع الزائد الذي معادلته: ص² - ٤(س + ٥)² = ٤ ، هما:

أ) (-٥، ٢) ، (-٥، -٢) ب) (-٥، ١) ، (-٥، -١)

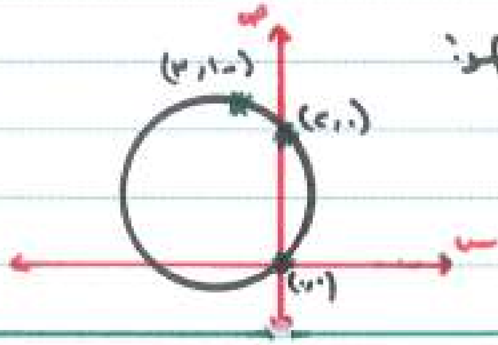
جـ) (٢، -٥) ، (-٢، -٥) د) (١، -٥) ، (-١، -٥)

٣٩ ما احداثيا البؤرة للقطع المكافئ الذي معادلته: (٢س - ٨)² = ١٦(ص - ٢) ؟

أ) (٤، ١) ب) (٤، ٢) جـ) (٤، ٣) د) (٤، ٤)

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٤٠) مركز الدائرة الممثلة في الشكل المجاور هو:



أ) (-١، ١)　　ب) (-٢٠، ١)
جـ) (-١، ٢)　　د) (-٢، ٢)

٤١) معادلة القطع المكافئ الذي معادلة محوره س = ٥ ومعادلة دليله ص = ٢ وتبعد بؤرته ٦ وحدات عن دليله ومفتوح نحو الأسفل هي:

أ) (س - ٥)^٢ = ١٢ (ص + ١)　　ب) (س - ٥)^٢ = -١٢ (ص + ١)
جـ) (ص + ١)^٢ = ١٢ (س - ٥)　　د) (ص + ١)^٢ = -١٢ (س - ٥)

٤٢) اذا كانت المعادلة: ٥ص^٢/ك^٢ - [illegible] = ١، ك > ٠، تمثل معادلة قطع زائد طول محوره القاطع يساوي ٦ وحدات، فإن قيمة الثابت ك تساوي:

أ) ٦√٥　　ب) ١٥　　جـ) ٣٠　　د) ٣√٥

٤٣) قطع مكافئ معادلته ص^٢ = ٨س + ك، النقطة (، ٨) تقع على منحناه، ما احداثيات بؤرة هذا القطع؟

أ) (٠، -٤)　　ب) (-٤، ٠)　　جـ) (-٢، ٠)　　د) (٠، -٢٠)

٤٤) اذا كانت النقطة (٩، ب) واقعة على منحنى القطع المكافئ الذي بؤرته (٣، ٠) وتبعد عن دليله مسافة √٥ وحدة، فإن قيم الثابت "ب" هي:

أ) (-٢، ٢)　　ب) (-٤، ٤)　　جـ) (-٨، ٨)　　د) (-١٦، ١٦)

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٤٥ معادلة المحل الهندسي للنقطة جـ(س، ص) المتحركة في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره ٣ وحدات عن المستقيم الذي معادلته ٣س + ٤ص = ٥ وتمر أثناء حركتها بمركز الدائرة التي معادلتها $(س - ٤)^2 + (ص - ٢)^2 = ٩$ هي:-

أ) ٦س − ٥ص − ١٤ = ٠   ب) ٣س + ٤ص − ٢٠ = ٠

جـ) س − ٢ص = ٠   د) ٧س − ٤ص − ١٢ = ٠

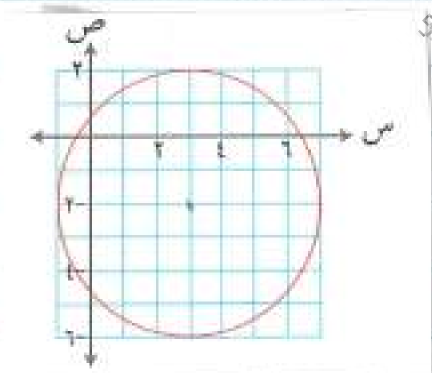
---

٤٦ تمثل المعادلة $٤س - ٣ص^2 + ٩ص + ١٢ = ٠$ معادلة قطع مخروطي، فإن بعد البؤرة عن الرأس يساوي:

أ) $\frac{٤}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) $\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{١}{٢}$

---

٤٧ معادلة الدائرة بالشكل هي:



أ) $س^2 + ص^2 - ٦س + ٤ص - ٩ = ٠$

ب) $س^2 + ص^2 - ٦س + ٤ص + ٩ = ٠$

جـ) $س^2 + ص^2 - ٦س - ٤ص - ٣ = ٠$

د) $س^2 + ص^2 - ٦س + ٤ص - ٣ = ٠$

القطوع المخروطية

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الرمز	د	ب	جـ	م	م	ب	م	جـ	ب	د	م	ب	م	م	ب	م	جـ	جـ	م	ب

الرقم	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
الرمز	د	جـ	د	ب	د	ب	م	م	ب	جـ	جـ	جـ	د	ب	د	ب	م	م	جـ	ب

الرقم	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧
الرمز	ب	د	جـ	م	ب	م	د

السؤال الثاني

① معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل دائرة مرسومة داخل المثلث أ ب جـ وتمس أضلاعه، جد معادلة هذه الدائرة

الحل :- الدائرة في الربع الأول وتمس المحورين المركز (ر، ر)، ر يساوي بعد المركز عن المستقيم أجـ

الميل $= \frac{٤}{-٤} = -١$

معادلة المستقيم :. $\text{ص} - ٠ = -١(\text{س} - ٤)$

$\text{ص} = -\text{س} + ٤ \longrightarrow \text{س} + \text{ص} - ٤ = ٠$

بعد المركز عن المستقيم يساوي (ر) $\longrightarrow \text{ر} = \frac{|\text{ر} + \text{ر} - ٤|}{\sqrt{٢}}$

$$|٢\text{ر} - ٤| = \sqrt{٢}\,\text{ر}$$

حالة (١)

$٢\text{ر} - ٤ = \sqrt{٢}\,\text{ر}$

$٢\text{ر} - \sqrt{٢}\,\text{ر} = ٤$

$\text{ر}(٢ - \sqrt{٢}) = ٤$

$\text{ر} = \frac{٤}{٢ - \sqrt{٢}}$ ، مرفوضة

حالة (٢)

$٢\text{ر} - ٤ = -\sqrt{٢}\,\text{ر}$

$٢\text{ر} + \sqrt{٢}\,\text{ر} = ٤$

$\text{ر}(٢ + \sqrt{٢}) = ٤$ ، ✓

$\text{ر} = \frac{٤}{٢ + \sqrt{٢}}$

لـ $\text{ر} = \frac{٤}{٢+\sqrt{٢}}$ ، المركز $\left(\frac{٤}{٢+\sqrt{٢}} ، \frac{٤}{٢+\sqrt{٢}}\right)$

المعادلة $\Leftarrow \left(\text{س} - \frac{٤}{٢+\sqrt{٢}}\right)^٢ + \left(\text{ص} - \frac{٤}{٢+\sqrt{٢}}\right)^٢ = \left(\frac{٤}{٢+\sqrt{٢}}\right)^٢$

② جد معادلة الدائرة التي تمس كلاً من المستقيمين $س = 0$ ، $ص = -2$ ، وتمر بالنقطة $(4 ، 0)$ ويقع مركزها في الربع الأول وطول نصف قطرها أكبر من وحدتين

<u>الحل</u> :- تمس محور الصادات ← $ر = |د|$

$ر = د$ ، المركز $(ر ، ر - 2)$

← $(س - ر)^2 + (ص - (ر - 2))^2 = ر^2$

$(4 ، 0)$ تحقق المعادلة ← $(4 - ر)^2 + (2 - ر)^2 = ر^2$

$16 - 8ر + ر^2 + 4 - 4ر + ر^2 = ر^2$

$ر^2 - 12ر + 20 = 0$

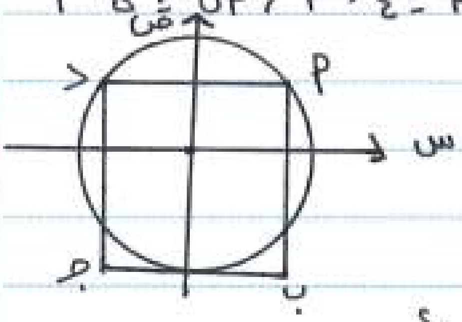
$(ر - 10)(ر - 2) = 0$

$ر = 10$ ، $ر = 2$ تهمل ، $ر > 2$

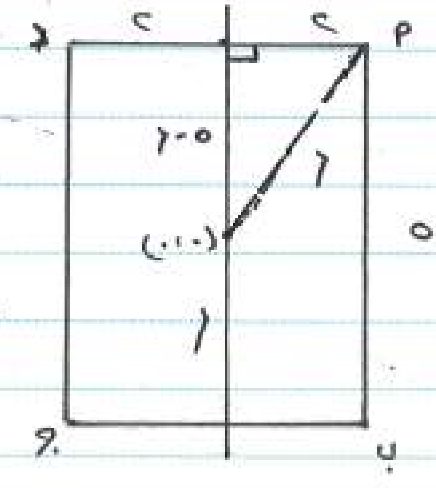
المركز $(10 ، 8)$

المعادلة ← $(س - 10)^2 + (ص - 8)^2 = 100$

③ معتمداً على الشكل المجاور الذي تظهر فيه دائرة مركزها نقطة الأصل و المستطيل أ ب ج د ، جد معادلة الدائرة حيث : أد = ٤ سم ، أب = ٥ سم



<u>الحل</u> :-



$ر^2 = (5 - ر)^2 + 4$

$ر^2 = ر^2 - 10ر + 25 + 4$

$29 = 10ر$ ← $ر = \frac{29}{10}$

المعادلة :- $س^2 + ص^2 = \frac{(29)^2}{100}$

④ دائرة تمر بالنقطتين (٢،٣) ، (-١،١) ويقع مركزها على المستقيم س-٣ص-١١=٠

الحل: س² + ص² + أس + ب ص + جـ = ٠

(٢،٣) ← ٤ + ٩ + ٢أ + ٣ب + جـ = ٠

$\boxed{\text{٢أ + ٣ب + جـ = -١٣}}$ ... ①

(-١،١) ← ١ + ١ - أ + ب + جـ = ٠

$\boxed{\text{-أ + ب + جـ = -٢}}$ ... ②

المركز يحقق معادلة المستقيم

(-أ/٢ ، -ب/٢) ، س - ٣ص - ١١ = ٠

-أ/٢ + ٣ب/٢ - ١١ = ٠

-أ + ٣ب - ٢٢ = ٠

$\boxed{\text{-أ + ٣ب = ٢٢}}$ ... ③ ، بحل النظام

أ = -٧ ، ب = ٥ ، جـ = -١٤

المعادلة: س² + ص² - ٧س + ٥ص - ١٤ = ٠

---

⑤ جد معادلة القطع المكافئ في كل من التالي:

① قطع مكافئ محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقطة (٠،٣) ، (١،٤) ، (-١،٦)

الحل: المعادلة: ص = أس² + ب س + جـ

(٠،٣) ← $\boxed{\text{جـ = ٣}}$ ← ص = أس² + ب س + ٣

(١،٤) ← ٤ = أ + ب + ٣ ← $\boxed{\text{أ + ب = ١}}$ ... ①

(-١،٦) ← ٦ = أ - ب + ٣ ← $\boxed{\text{أ - ب = ٣}}$ ... ②

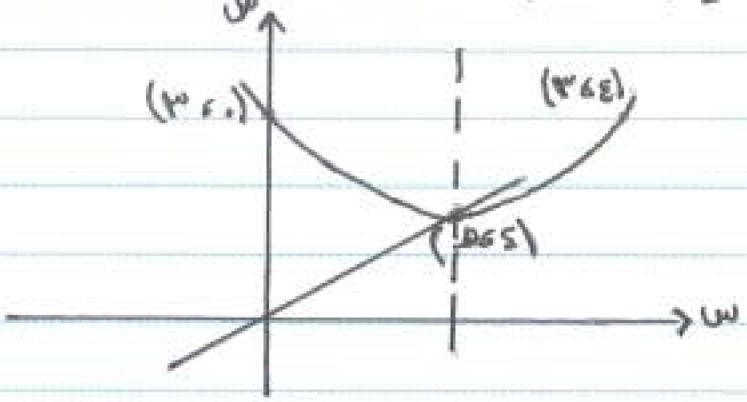
بحل المعادلتين:

أ = ٢ ، ب = -١

المعادلة:

ص = ٢س² - س + ٣

⑥ جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ورأسه يقع على المستقيم ص = س ويمر بالنقطتين (٤، ٣)، (٠، ٣)



الرأس (د، هـ) يحقق معادلة المستقيم ص = س ← $\boxed{هـ = د}$

← الرأس (د، د)

(س − د)^2 = ٤جـ(ص − د)

* (٠، ٣) ← د^2 = ٤جـ(٣ − د) ①
* (٤، ٣) ← (٤ − د)^2 = ٤جـ(٣ − د) ②

بعد حل النظام :-

$\boxed{د = ٢}$ عوض في ①

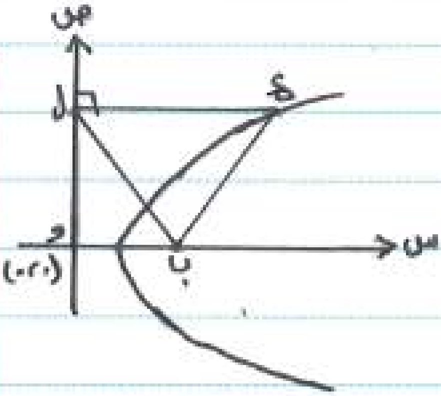
← جـ = ١

← الرأس (٢، ٢)، جـ = ١

← المعادلة :- (س − ٢)^2 = ٤(ص − ٢)

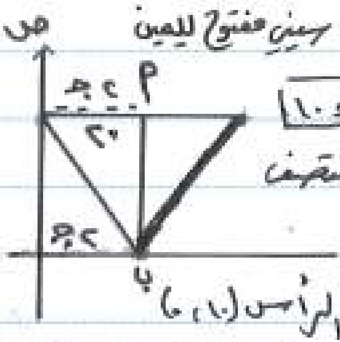
---

⑦ يمثل الشكل المجاور قطع مكافئ بؤرته النقطة (ب) اذا علمت أن المثلث ب ك ل متطابق الأضلاع طول ضلعه (٤٠) وحدة، جد معادلة القطع المكافئ.



ل ب = ك ب = ك ل

ك ل = بعد ك عن محور الصادات ∴ الدليل هو محور الصادات سيني مفتوح لليمين



٢جـ = ٢٠، $\boxed{جـ = ١٠}$

الرأس يقع في منتصف المسافة بين البؤرة والدليل الرأس (١٠، ٠)

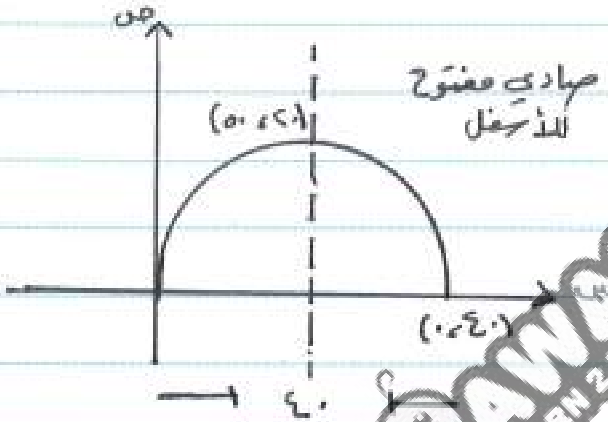
المعادلة :- ص^2 = ٤٠(س − ١٠)

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

⑧ انطلقت قذيفة من مستوى سطح الأرض افقية إلى الأعلى وعادت نفس المستوى و كان مسارها على منحنى قطع مكافئ ، فإذا كان أعلى ارتفاع وصلته القذيفة ٥٠م وأقصى مدى أفقي هو ٤٠م لها ، معتبراً نقطة انطلاق القذيفة النقطة (٠،٠) جد

① معادلة القطع المكافئ

② ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض عندما يكون هذا الارتفاع مساوياً للمسافة بين نقطة انطلاق القذيفة و مسقطها على الأرض



الحل :-

① المعادلة $(س - ٢٠)^2 = -٤ج(ص - ٥٠)$

(٠،٠) تحقق المعادلة

$٤٠٠ = ٢٠٠ج \leftarrow \boxed{ج = ٢}$

المعادلة $(س - ٢٠)^2 = -٨(ص - ٥٠)$

② المطلوب ارتفاع القذيفة عندما يكون مساوٍ للمدى الأفقي لها

← نفرض نقطة (ع، ع) وهي تحقق المعادلة

$(ع - ٢٠)^2 = -٨(ع - ٥٠)$

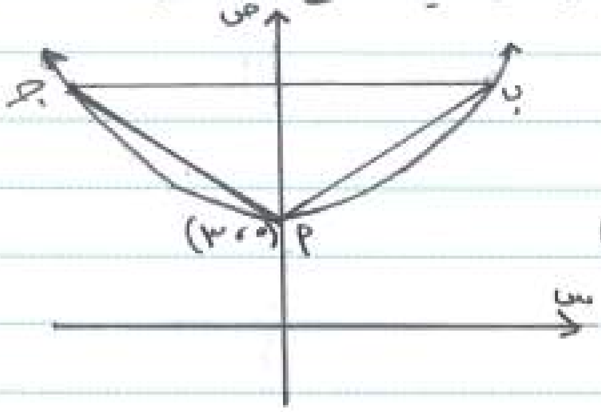
$ع^2 - ٤٠ع + ٤٠٠ = -٨ع + ٤٠٠$

$ع^2 - ٣٢ع = ٠ \leftarrow ع = ٣٢$ م

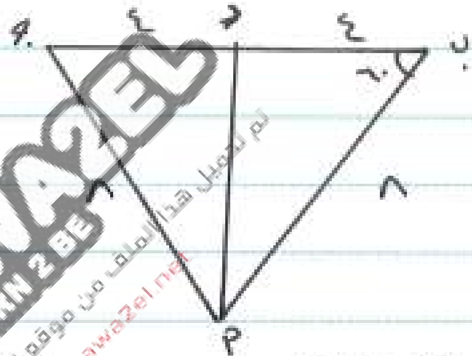
$ع = ٠$ ، تهمل

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

⑨ معتمداً الشكل الذي يمثل قطعاً مكافئاً، اذا علمت أن المثلث أ ب جـ متطابق الأضلاع طول ضلعه (٨) وحدات فيه الضلع ب جـ يوازي دليل القطع المكافئ، جد معادلة القطع:-



الحل:- صادي مفتوح للأعلى
الرأس (٠، ٣) معادلته $س^2 = ٤جـ (ص - ٣)$
نجد جـ من خلال نقطة واقعة على القطع تحقق المعادلة



جا٦٠ = $\frac{أد}{٨}$ ، أد = $٤\sqrt{٣}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{أد}{٨}$

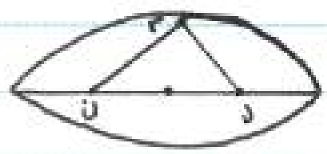
النقطة ب $(٤ ، ٤\sqrt{٣} + ٣)$ تحقق المعادلة

$١٦ = ٤جـ (٤\sqrt{٣} + ٣ - ٣)$ ، جـ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

المعادلة $س^2 = \frac{٤}{\sqrt{٣}} (ص - ٣)$

* ملاحظة:- يمكن إيجاد أد عن طريق فيثاغورس

⑩ يمثل الشكل المجاور قطع مركزه (١، ١) واختلافه المركزي (٠.٦)، اذا كان محيط المثلث م ل ن = (٦٤) وحدة، جد معادلة القطع



الحل:- المركز $(1 ، 1)$ ، هـ $= \frac{6}{10}$

$\frac{جـ}{أ} = \frac{6}{10}$ ، $3أ = 5جـ \leftarrow أ = \frac{5}{3}جـ$

$2أ + 2جـ = 64 \leftarrow أ + جـ = 32$

$\frac{5}{3}جـ + جـ = 32 \leftarrow \frac{9}{3}جـ = 32$

$\boxed{جـ = 12} \leftarrow \boxed{أ = 20}$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2 \leftarrow 144 = 400 - ب^2 \leftarrow ب^2 = 256$

المعادلة:- $\frac{(س-1)^2}{400} + \frac{(ص-1)^2}{256} = 1$

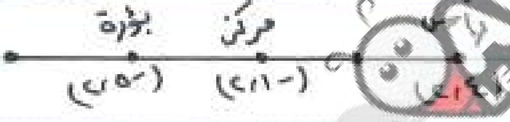
---

(11) جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الأصغر (6) وحدة وأحد رأسيه النقطة (4، 2) وإحداثيات البؤرة البعيدة عن [illegible] الرأس هي (−5، 2)

الحل:- $2ب = 6 \leftarrow ب = 3$ ، سيني

$\boxed{أ + جـ = 9}$ ---- (1)

$أ = 9 - جـ$



$أ = 9 - جـ$ ، $\boxed{أ = 5}$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2$ ، $جـ^2 = (9 - جـ)^2 - 9$

$18جـ = 72$ ، $\boxed{جـ = 4}$ ∴ المركز $(-1 ، 2)$

∴ المعادلة:- $\frac{(س+1)^2}{25} + \frac{(ص-2)^2}{9} = 1$

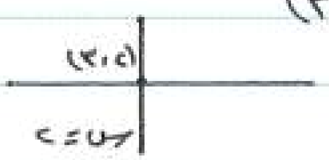
---

(12) جد معادلة القطع الناقص الذي يقع مركزه على المستقيم س = 2 ، وبؤرتاه تقعان على المستقيم ص = 3 واختلافه المركزي (0.6) ويمر منحناه بالنقطة (−8، 3)

الحل:- البؤرتان تقعان على المستقيم ص = 3

سيني حيث ص = 3 محور أكبر

المركز $(2 ، 3)$



$\frac{(س-2)^2}{أ^2} + \frac{(ص-3)^2}{ب^2} = 1$

النقطة (−8، 3) تحقق المعادلة

$\frac{100}{أ^2} + 0 = 1 \leftarrow أ^2 = 100$

هـ $= \frac{جـ}{أ} = \frac{6}{10}$

$\frac{جـ}{10} = \frac{6}{10} \leftarrow \boxed{جـ = 6}$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2$

$36 = 100 - ب^2$

$\boxed{ب^2 = 64}$

المعادلة:- $\frac{(س-2)^2}{100} + \frac{(ص-3)^2}{64} = 1$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(١٣) قطع مخروطي بعده البؤري أقل من البعد بين رأسيه، مركزه (٢،٢) وإحدى بؤرتيه النقطة (٧،٢) ويمر منحناه بالنقطة (٥،٦)، جد معادلته

الحل: ∵ ٢جـ < ٢أ ← قطع ناقص

المركز (٢،٢)

إحدى بؤرتيه (٧،٢) ← $\boxed{\text{سيني}}$

جـ = ٥

البؤرة الثانية (−٣،٢) من تعريف القطع الناقص

و ب١ + و ب٢ = ٢أ

و ب١ = $\sqrt{٤ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٠}$ = ٢$\sqrt{٥}$

و ب٢ = $\sqrt{٦٤ + ١٦}$ = $\sqrt{٨٠}$ = ٤$\sqrt{٥}$

و ب١ + و ب٢ = ٦$\sqrt{٥}$ = ٢أ ← $\boxed{\text{أ} = ٣\sqrt{٥}}$

جـ² = أ² − ب²

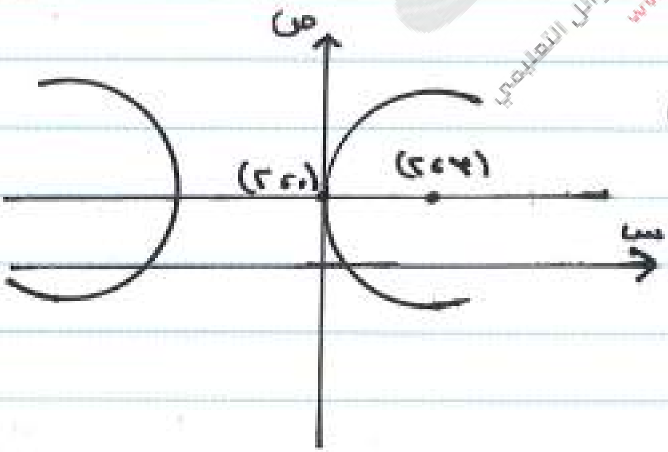
٢٥ = ٤٥ − ب² ← $\boxed{\text{ب}^2 = ٢٠}$

المعادلة: $\frac{(\text{س} - ٢)^2}{٤٥} + \frac{(\text{ص} - ٢)^2}{٢٠} = ١$

(١٤) جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه (١،٢)، (١،−٨) ويقع أحد رأسيه على محور السينات

الجواب: المعادلة: $\frac{(\text{ص} + ٣)^2}{٩} - \frac{(\text{س} - ١)^2}{١٦} = ١$

(١٥) معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل قطع مخروطي اختلافه المركزي يساوي (٣) وإحدى بؤرتيه (٣،٢)، جد معادلته



الجواب: $\frac{(\text{س} + ٣/٢)^2}{٩/٤} - \frac{(\text{ص} - ٢)^2}{١٨} = ١$

(١٦) جد معادلة القطع المخروطي الذي اختلافه المركزي (٢) وإحدى رأسيه (−١،٣) والبؤرة البعيدة عن هذا الرأس (−١،٩)

الجواب: $\frac{(\text{ص} - ٥)^2}{٤} - \frac{(\text{س} + ١)^2}{١٢} = ١$

(١٧) اذا كان هـ، هـ٢ يمثلان الاختلافين المركزيين للقطعين المخروطيين اللذين معادلتهما

$$\frac{س^2}{ل^2} - \frac{ص^2}{ك^2} = ١ ، \frac{ص^2}{ك^2} - \frac{س^2}{ل^2} = ١$$

أثبت أن $\frac{١}{هـ_١^2} + \frac{١}{هـ_٢^2} = ١$

---

(١٨) تتحرك النقطة و(س، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين

س = ظاهـ + ظتاهـ ، ص = ظتا ٢هـ حيث (هـ) زاوية متغيرة ،

جد معادلة مسار النقطة (و) ثم بين نوع هذا المسار.

الحل:

$$س = ظاهـ + ظتاهـ = \frac{جاهـ}{جتاهـ} + \frac{جتاهـ}{جاهـ}$$

$$س = \frac{جا^2هـ + جتا^2هـ}{جاهـ جتاهـ} = \frac{٢}{جا٢هـ}$$

$$س = ٢ قتا ٢هـ \Leftarrow \frac{س}{٢} = قتا٢هـ$$

$$قتا^2 ٢هـ - ظتا^2 ٢هـ = ١ \Leftarrow \frac{س^2}{٤} - ص^2 = ١ \text{ قطع زائد.}$$

---

(١٩) تتحرك نقطة و(س، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين

ص = (ن + $\frac{٢}{ن}$) ، س = ٢(ن - $\frac{٢}{ن}$) ، جد معادلة المحل الهندسي

للنقطة و(س، ص) وبين نوعه.

الحل:

$$س = ٢(ن - \frac{٢}{ن})$$

$$\frac{س}{٢} = ن - \frac{٢}{ن}$$

$$ص = ن + \frac{٢}{ن}$$

تربيع $\frac{س}{٢}$ ، ص

$$\frac{س^2}{٤} = ن^2 - ٤ + \frac{٤}{ن^2}$$

$$ص^2 = ن^2 + ٤ + \frac{٤}{ن^2}$$

$$\frac{س^2}{٤} - ص^2 = -٨$$

$$\frac{ص^2}{٨} - \frac{س^2}{٣٢} = ١$$

قطع زائد.

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

(٢٠) قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته: $ل س^٢ - ك ص^٢ = ٩٠$ وطول محوره القاطع $(٦\sqrt{٢})$ وحدة، وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته: $٩س^٢ + ١٦ص^٢ = ٥٧٦$ ، جد قيمة كل من ل، ك حيث ل، ك أعداد حقيقية.

الحل:-

نجد بؤرتي القطع الناقص

$٩س^٢ + ١٦ص^٢ = ٥٧٦ \Leftarrow \frac{س^٢}{٦٤} + \frac{ص^٢}{٣٦} = ١$ (سيني)

$أ^٢ = ٦٤$ ، $ب^٢ = ٣٦$ ، المركز $(٠،٠)$

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow جـ^٢ = ٢٨ \Leftarrow جـ = ٢\sqrt{٧}$

البؤر $(\pm ٢\sqrt{٧} ، ٠)$

القطع الزائد: $٢أ = ٦\sqrt{٢} \Leftarrow أ = ٣\sqrt{٢}$

البؤر $(\pm ٢\sqrt{٧} ، ٠) \Leftarrow جـ = ٢\sqrt{٧}$ ، المركز $(٠،٠)$ (سيني)

$ل س^٢ - ك ص^٢ = ٩٠ \Leftarrow \frac{ل س^٢}{٩٠} - \frac{ك ص^٢}{٩٠} = ١$

$\frac{س^٢}{\frac{٩٠}{ل}} - \frac{ص^٢}{\frac{٩٠}{ك}} = ١$

$أ = ٣\sqrt{٢} \Leftarrow أ^٢ = ١٨ \Leftarrow \frac{٩٠}{ل} = ١٨ \Leftarrow \boxed{ل = ٥}$

$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ١٠ \Leftarrow \frac{٩٠}{ك} = ١٠ \Leftarrow \boxed{ك = ٩}$

$\therefore ل = ٥ ، ك = ٩$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752