a 9 س ر

إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠٢١/التكميلي

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات (الورقة الأولى، ف١، م٣) رقم المبحث: 108 مدة الامتحان: ٣٠: ٢ د س
الفرع: العلمي + الصناعي (مسار الجامعات) رقم النموذج: (١) اليوم والتاريخ: السبت ٢٠٢٢/٠١/٠٨
اسم الطالب: رقم الجلوس:

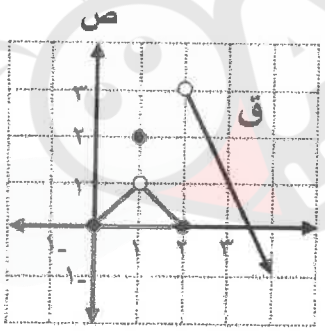
ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٣)؛ بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علمًا أنّ عدد صفحات الامتحان (٧).

السؤال الأول: (١٤٠ علامة)

❖ اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة ممّا يأتي، ثمّ ظلّل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علمًا أنّ عدد فقراته (٣٥).

❖ معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة $[0، \infty)$ ،

أجب عن الفقرات ١ ، ٢ ، ٣ الآتية:



١) $\lim_{س \to ١} (ق(س) - س^{٢} + ١)$ تساوي:

أ) ١ ب) ٢

ج) ٣ د) غير موجودة

٢) مجموعة قيم الثابت أ التي تكون عندها $\lim_{س \to أ} ق(س) = ١$ هي:

أ) $\{٠، ٢\}$ ب) $\{٢\}$ ج) $\{٤\}$ د) $\{١، ٣\}$

٣) مجموعة قيم س التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل هي:

أ) $\{٠\}$ ب) $\{١، ٢\}$ ج) $\{٠، ٣\}$ د) $\{٤\}$

٤) إذا كانت $\lim_{س \to ٤} \frac{١}{٢} ق(س) = ٨$ ، $\lim_{س \to ٤} (٤هـ(س) + ١) = ٥$ ، فإنّ $\lim_{س \to ٤} \frac{هـ(س)}{ق(س)}$ تساوي:

أ) $\frac{١}{١٦}$ ب) ٤ ج) $\frac{١}{٤}$ د) ١٦

يتبع الصفحة الثانية ....

٥) إذا كان ق كثير حدود ، وكانت $\lim_{س \to ٢} \frac{١ - ق(س)}{س - ٢} = ٧$ ، فإنّ $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) + س - ٣}{س - ٢}$ تساوي:

أ) ٤ ب) ٨ ج) −٦ د) −٧

٦) إذا كان $ق(س) = \sqrt{١٠ + ٣س - س^٢}$ ، فما جميع قيم الثابت ك التي تجعل $\lim_{س \to ك} ق(س)$ موجودة؟

أ) $[-٢ ، ٥]$ ب) $(-٢ ، ٥)$ ج) $[-٥ ، ٢]$ د) $(-٥ ، ٢)$

٧) $\lim_{س \to \frac{٢}{٣}^+} \frac{[٣س] - ٣س}{٩س^٢ - ٤}$ تساوي:

أ) $-\frac{١}{٤}$ ب) $-\frac{١}{٥}$ ج) $\frac{١}{٥}$ د) $\frac{١}{٤}$

٨) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتا٤س}{س^٢}$ تساوي:

أ) ٨ ب) ٦ ج) ٤ د) ١٠

٩) إذا كان $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا^٢ ٩س}{\sqrt{س^٢ + ١} - ١} = ١٨$ ، $٩ > ٠$ ، فإنّ قيمة الثابت ٩ تساوي:

أ) ٢ ب) ١ ج) ٣ د) ٤

١٠) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{|جاس|}{س} & ، س > ٠ \\ ٩ - جتاس & ، س \leq ٠ \end{cases}$ ، متصلاً عند س = ٠ ، فإنّ قيمة الثابت ٩ تساوي:

أ) ٢ ب) ١ ج) −١ د) صفر

١١) إذا كان $ق(س) = \frac{س^٢ - ١}{س + ٢}$ ، $هـ(س) = [س + ٢]$ ، $س \in [-١ ، ٠]$ ، فإنّ الفترة التي يكون فيها الاقتران ق×هـ متصلاً هي:

أ) $(-٢ ، ٠)$ ب) $[-١ ، ٠]$ ج) $[-٢ ، ٠)$ د) $(-١ ، ٢)$

يتبع الصفحة الثالثة ....

الصفحة الثالثة/نموذج(١)

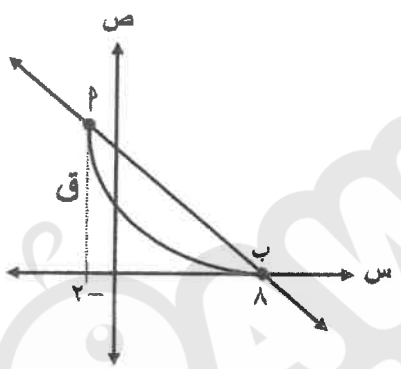
١٢) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٣}-٢٧}{س-٣} & ، س \geq ٢ \\ ٢٠-س & ، س < ٢ \end{cases}$ ، فإنّ الاقتران ق متصل على:

أ) ح−{٢}　　ب) ح−{٣}　　ج) $[٠ ، \infty)$　　د) $(-\infty ، ٣]$

١٣) إذا كان ق(س) ، ق^{٢}(س) اقترانين متصلين في الفترة $[١ ، ٢]$ ، وكان معدل التغيّر لكل منهما على الترتيب ٣ ، ١٢ على الفترة نفسها، فإنّ قيمة ق(١)+ق(٢) تساوي:

أ) −٣　　ب) ٣　　ج) −٤　　د) ٤

١٤) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرَّف على الفترة $[-٢ ، ٨]$ ، إذا كان ميل القاطع $\overleftrightarrow{أب}$ لمنحنى الاقتران ق يساوي $-\frac{١}{٢}$ ، فإنّ ق(−٢) تساوي:



أ) ١٠　　ب) ٤

ج) ٥　　د) ٨

١٥) إذا كان $\frac{ق(س)}{س+٣} = (س-٣)$ ، $س \neq -٣$ ، فإنّ ق$'$(−١) تساوي:

أ) ٢　　ب) −٢　　ج) −٨　　د) ٨

١٦) إذا كان ق(س)=أس^{٣} ، وكانت $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(٢س)-ق(٤)}{س-٢} = ٨$ ، فإنّ قيمة الثابت أ تساوي:

أ) $\frac{١}{١٢}$　　ب) $-\frac{٥}{١٢}$　　ج) $-\frac{١}{١٢}$　　د) $\frac{٥}{١٢}$

١٧) إذا كان ق(س)=$\frac{س^{٢}+١}{س}$ ، س≠٠ ، فإنّ ق$'$($\overline{٣|أ}$) تساوي:

أ) $-\frac{١}{٣}$　　ب) $\frac{٣}{٢}$　　ج) $\frac{٢}{٣}$　　د) ٣

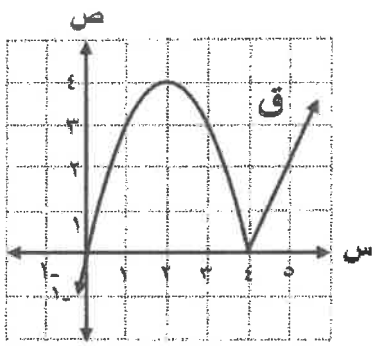
١٨) إذا كان ق(س)=[٢س + ٠,٦]−|س| ، فإنّ ق$'$(٠,٤) تساوي:

أ) ١　　ب) −١　　ج) ٣　　د) −٣

يتبع الصفحة الرابعة ....

الصفحة الرابعة/نموذج(١)

١٩) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق ، المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، ما قيمة س التي يكون عندها الاقتران ق غير قابل للاشتقاق؟



أ) صفر　　ب) ٢

ج) ٤　　د) ٥

٢٠) إذا كان ص = جتا٣س ، فإنّ $\frac{ع ص}{ع س}$ عند س = $\frac{\pi ٥}{٦}$ تساوي:

أ) $-\frac{٩}{٨}$　　ب) −٩　　ج) $\frac{٩}{٨}$　　د) ٩

٢١) إذا كان ق(س) = أ س (جاس − ١) ، وكان ق′(٠) = ٤ ، فإنّ قيمة الثابت أ تساوي:

أ) −٤　　ب) ٤　　ج) −٣　　د) ٣

٢٢) إذا كان ق(س) = أ س^{٤} + $\frac{١٦}{\sqrt{س}}$ ، س > ٠ ، وكان ق″(١) = ٣٦ ، فإنّ قيمة الثابت أ تساوي:

أ) ٣　　ب) ٢　　ج) ١　　د) ٤

٢٣) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان ق(س) = (س^{٢} − هـ(س))^{٢} ، هـ(١) = ٢ ، ق′(١) = ٤ ، فإنّ هـ′(١) تساوي:

أ) −٤　　ب) ٤　　ج) ٢　　د) −٢

٢٤) إذا كان ق′(س) = $\frac{١}{س^{٢}+١}$ ، هـ(س) = ظتاس ، فإنّ (ق ∘ هـ)′(س) تساوي:

أ) −١　　ب) جا^{٢}س　　ج) ١　　د) −جا^{٢}س

٢٥) إذا كان ق(س^{٢} + ٢) = − ٦س ، س > ٠ ، فإنّ ق′(٣) تساوي:

أ) −٢　　ب) ٢　　ج) −٣　　د) ٣

٢٦) إذا كان $\frac{١}{س} - \frac{١}{ص} = ٤$ ، س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠ ، فإنّ $\frac{ع ص}{ع س}$ تساوي:

أ) $-\frac{س^{٢}}{ص^{٢}}$　　ب) $\frac{س^{٢}}{ص^{٢}}$　　ج) $-\frac{ص^{٢}}{س^{٢}}$　　د) $\frac{ص^{٢}}{س^{٢}}$

يتبع الصفحة الخامسة ....

٢٧) يتحرك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ٣ن^{٢} + ٢ن ، حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني ، فإذا كانت السرعة المتوسطة للجُسيم في الفترة [١ ، ب] تساوي سرعته اللحظية بعد مرور ٣ ثوانٍ ، فإنّ قيمة الثابت ب تساوي:

أ) ٣ ب) ٥ ج) ٦ د) ١٠

٢٨) قذف جسم رأسيًا إلى الأعلى من نقطة على ارتفاع ٤٠ مترًا من سطح الأرض وفق العلاقة ف(ن) = ٤٠ن − ٥ن^{٢} ، حيث ف: المسافة بالأمتار ، ن: الزمن بالثواني ، ما الزمن بالثواني الذي يكون الجسم فيه على ارتفاع ١٠٠ متر عن سطح الأرض قبل أن يصل إلى أقصى ارتفاع ؟

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٢ د) ٣

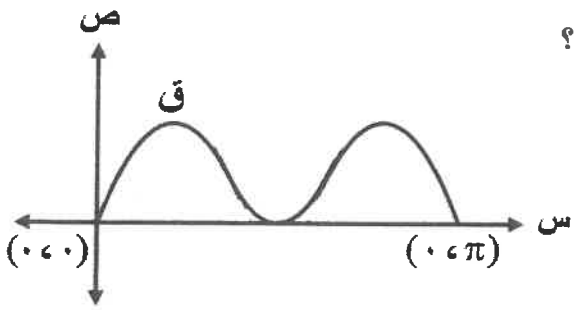
٢٩) يتسرب الهواء من بالون كروي بحيث يبقى محافظًا على شكله بمعدّل ٢٥ سم^{٣}/ د ، ما معدل التغير في طول نصف قطر البالون عندما يكون طول نصف قطره ٥ سم ؟

أ) $-\frac{١}{\pi ٢}$ سم/ د ب) $-\frac{٥}{\pi ٤}$ سم/ د ج) $-\frac{٥}{\pi ٢}$ سم/ د د) $-\frac{١}{\pi ٤}$ سم/ د

٣٠) يرتكز سلم طوله ١٠ أمتار بطرفه العلوي على حائط عمودي وبطرفه السفلي على أرض مستوية، إذا تحرك الطرف السفلي مبتعدًا عن الحائط بمعدل $\frac{١}{٢}$ م/ث، ما معدل تغيّر الزاوية بين أسفل السلم وسطح الأرض عندما يكون طرفه السفلي على بعد ٦ أمتار عن الحائط؟

أ) $-\frac{١}{١٦}$ راد/ث ب) $-\frac{١}{٨}$ راد/ث ج) $-\frac{١}{٣٢}$ راد/ث د) $-\frac{١}{٤}$ راد/ث

٣١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرَّف على الفترة [٠ ، π] ، ما عدد النقاط الحرجة للاقتران ق ؟



أ) ٢ ب) ٣

ج) ٤ د) ٥

يتبع الصفحة السادسة ....

الصفحة السادسة/نموذج(١)

❖ إذا كان ق(س)=س^{٣} (٤−س) ، س∈[−٢ ، ١٠] ، فأجب عن الفقرات ٣٢ ، ٣٣ ، ٣٤ الآتية:

٣٢) الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق متناقصًا هي:

أ) [٠ ، ٣]　　ب) [٣ ، ١٠]　　ج) [−٢ ، ٠]　　د) [−٢ ، ٣]

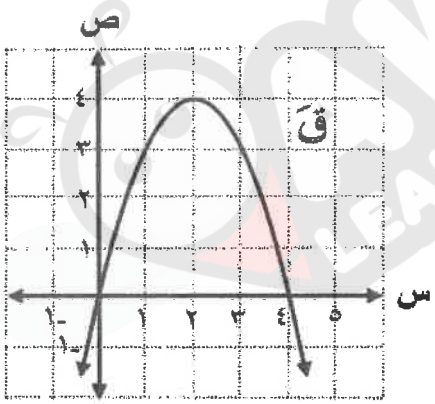
٣٣) للاقتران ق قيمة عظمى محلية ومطلقة عند س تساوي:

أ) −٢　　ب) صفر　　ج) ٣　　د) ١٠

٣٤) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعرًا للأعلى هي:

أ) [٠ ، ٢]　　ب) [−٢ ، ٠]　　ج) [٢ ، ١٠]　　د) [−٢ ، ٠] ، [٢ ، ١٠]

٣٥) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق المعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، ما الفترة التي يقع فيها منحنى الاقتران ق تحت جميع مماساته؟



أ) [٠ ، ٢]　　ب) (−∞ ، ٢]

ج) [٢ ، ∞)　　د) (−∞ ، ٠]

يتبع الصفحة السابعة ....

الصفحة السابعة/نموذج(١)

السـؤال الثاني: (٣٦ علامة)

أ) جد: $\lim_{س \to ١} \frac{س\left(س + \frac{١}{س}\right)^{٢} - ٤}{\frac{٢}{س} - ٢}$ (١٢ علامة)

ب) إذا كان ق(س) $= \begin{cases} (أ+١)س^{٢} - بس & ، س \geq ٢ \\ ٤ + أس - بس^{٣} & ، س < ٢ \end{cases}$ ، قابلاً للاشتقاق عند س = ٢ ،

فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (١٢ علامة)

ج) جد $\frac{ء ص}{ء س}$ لكل ممّا يأتي:

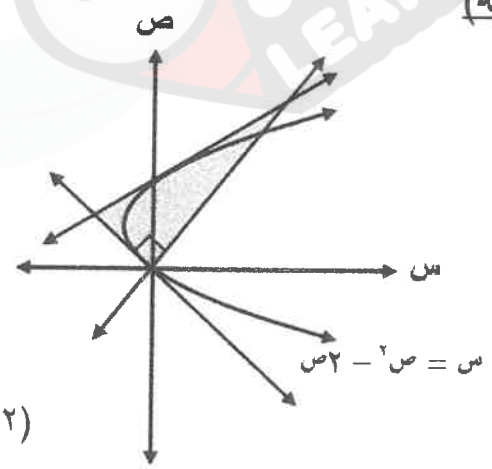
١) $(س - ص)^{٣} = س^{٣}$ ، عند س = ١ (٦ علامات)

٢) ص جتا٢س = س جا٢ص ، عند النقطة $(\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٤})$ (٦ علامات)

السـؤال الثالث: (٢٤ علامة)

أ) جد مساحة المثلث القائم الزاوية المكوَّن من المماسين المرسومين لمنحنى العلاقة س = ص^{٢} − ٢ص عند نقطتي تقاطع منحناها مع محور الصادات والعمودي على أحد المماسين عند نقطة التماس.

(انظر الشكل التوضيحي المجاور)



(١٢ علامة)

ب) يُراد صنع صندوق من الصفيح مفتوح من الأعلى حجمه ٣٢م^{٣} على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مستطيلة الشكل أحد بُعديها مثلَي الآخر، إذا كانت تكلفة المتر المربع الواحد من القاعدة (٩) دنانير ومن الجوانب (٣) دنانير، ما أبعاد الصندوق التي تجعل تكلفة تصنيعه أقل ما يمكن؟ (١٢ علامة)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾