

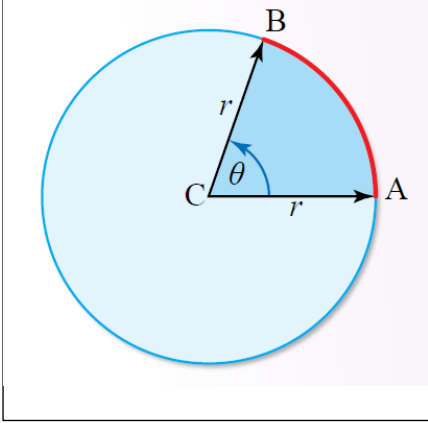
وَالْحَمْدُ لِلَّهِ
وَالْحَمْدُ لِلَّهِ

وَالْحَمْدُ لِلَّهِ
وَالْحَمْدُ لِلَّهِ

شجرة الحياة

الوحدة الثانية:- الحركة الدورانيةالراديان

- الراديان (Radian):- هو مقدار طول القوس (جزء من الدائرة) مقسومًا على نصف قطر الدائرة.
- ويُرمز له بالرمز (rad) وهو أحد طرق قياس الزوايا.



$$rad = \frac{\text{طول القوس}}{\text{نصف القطر}} = \frac{d}{r}$$

- عندما يكون طول القوس يساوي نصف القطر (d = r),

فإن الناتج يساوي (1 rad)

* ومنها نعرف أن:-

$$\pi \text{ rad} = 3.14 \text{ rad} = \text{نصف الدائرة}$$

* انتبه:-

$$\theta_{(rad)} = \frac{\pi}{180^\circ} \times \theta_{(deg)}$$

$$\theta = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$\left(\theta = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \right)$$

$$\theta = 90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$\theta = 180^\circ = \pi \text{ rad}$$

$$\theta = 360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

- ملاحظة :

$$1 \text{ rad} \approx 57.3^\circ$$

العزم والاتزان السكونيالعزم (τ)

* هو مقدار القوة (F) على إحداث دوران لجسم .

* النقطة (O) تمثل محور الدوران .

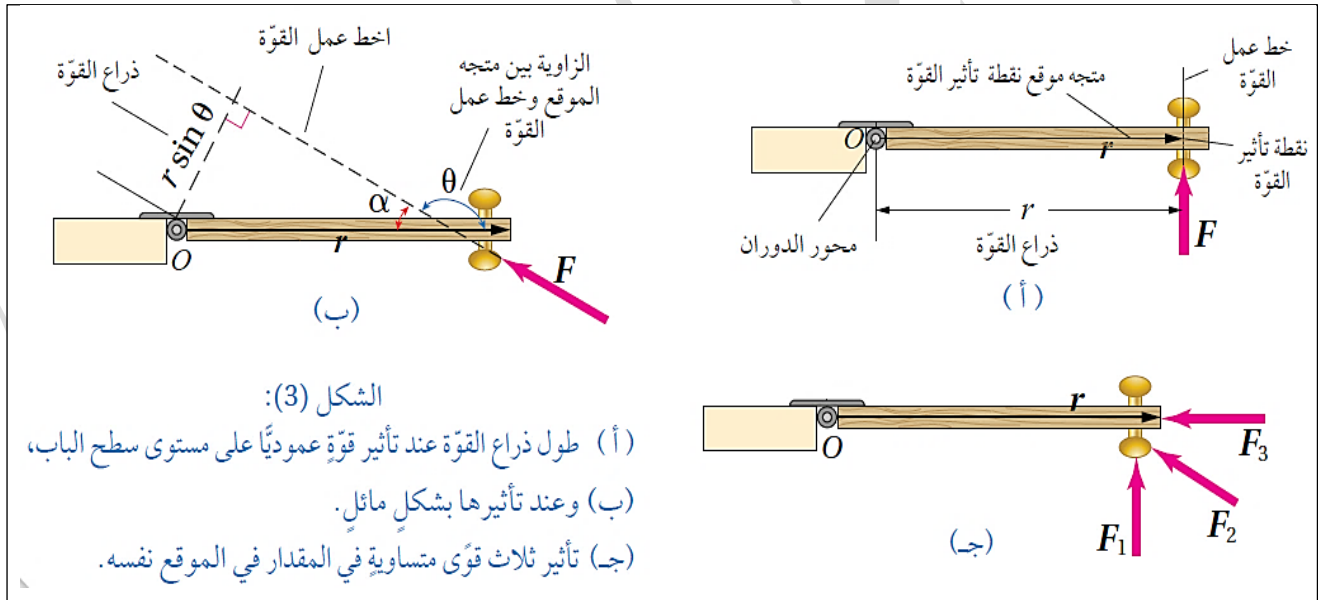
* مثل دوران الأبواب ، البراغي ، المفك ، المروحة

* العزم (τ) كمية متجهة ، ويُقاس بـ ($N.m$)

$$\tau = r \times F = r F \sin \theta$$

$\theta \equiv$ بين القوة (F) ومتجه موقع نقطة تأثير القوة (r) ، (الزاوية الصغرى) .

* (r) $\equiv$ يبدأ من نقطة على محور الدوران وينتهي عند تأثير القوة .



* الشكل أعلاه يوضح منظرًا علويًا لباب .

* أكبر مقدار للعزم عند التأثير بقوة في مقبضه (النقطة B)

بدلاً من التأثير عند (النقطة A)

أي بجعل نقطة تأثير القوة أبعد ما يمكن عن محور الدوران .

• يزداد مقدار عزم القوة كلما اقتربت الزاوية (θ) من الزاوية القائمة ($\theta = 90^\circ$) ($\sin \theta = 90^\circ$)

حيث يكون عزم القوة أكبر ما يمكن .

• ينعدم عزم القوة عندما يمر خط عمل القوة بمحور الدوران أي أن

$$\tau = 0 , \quad (\sin \theta = 0) , \quad \theta = 180^\circ \text{ أو } \theta = 0$$

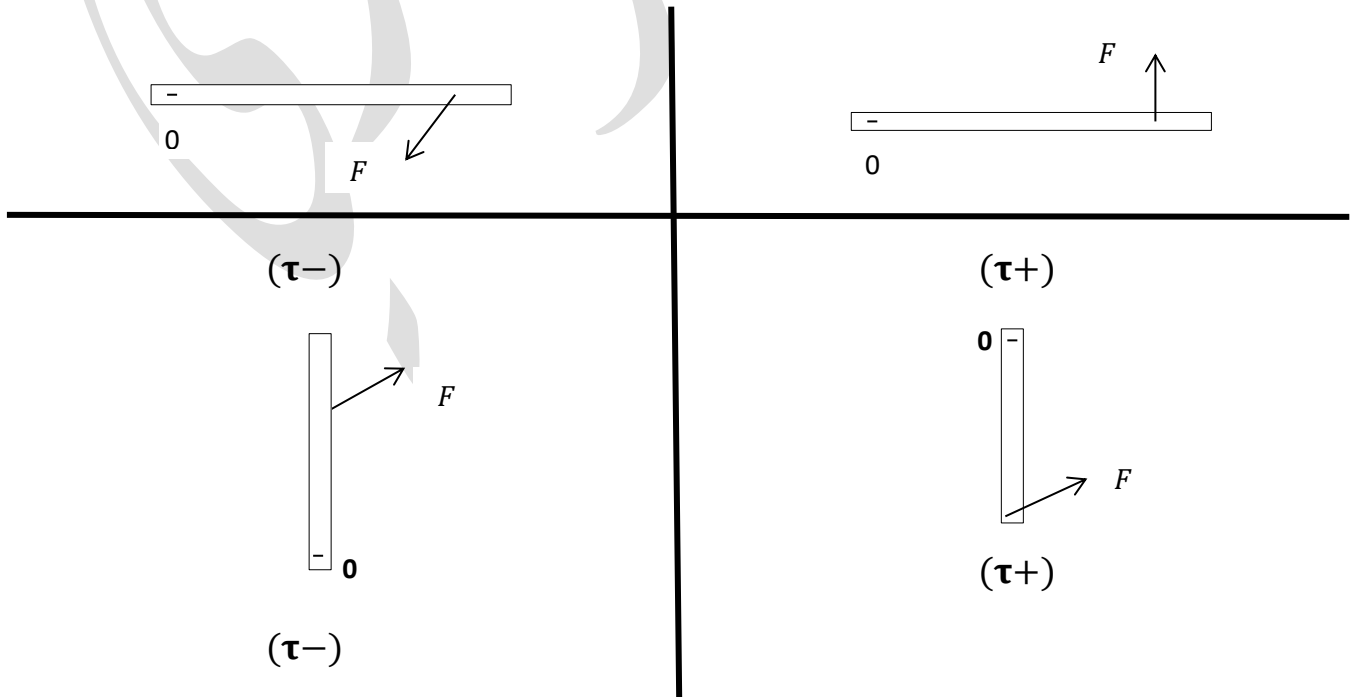
- خط عمل القوة $\equiv$ امتداد متجه القوة . (مهم)
ونحصل عليه برسم خط ينطبق مع متجه القوة .
- ذراع القوة $\equiv$ هو البعد العامودي بين خط عمل القوة ومحور الدوران (O) ومقداره $(r \sin \theta)$
- ذراع القوة دائماً يساوي أو أقل من مقدار (r) .
$$r \sin \theta = r \sin \alpha \equiv \text{ذراع القوة}$$

- يُمثل الشكل (3) كيفية تحديد ذراع القوة وتأثيرها العملي على مقدار عزم القوة (τ) ،
كما هو موضح بالشكل (أ ، ب ، ج) .
- الشكل (ج) ($\tau_3 = 0$) ($\tau_1 > \tau_2 > \tau_3$)
لأن (ذراع القوة (1) < ذراع القوة (2) < ذراع القوة (3))
* العوامل التي يعتمد عليها عزم القوة :-

- | | |
|------------|--|
| تناسب طردي | (1) مقدار القوة (F) |
| | (2) مقدار ذراع القوة ($r \sin \theta$) |

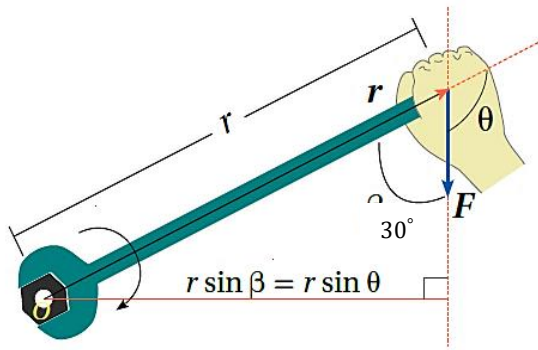
* دائماً :- (مهم)

- * أي دوران ناتج عن عزم القوة أو غيره مع عقارب الساعة نعهده (سالباً) .
- * أي دوران ناتج عن عزم القوة أو غيره عكس عقارب الساعة نعهده (موجباً) .



مثال (1)

المثال 1



الشكل (5): مفتاح شد لفك صامولة.

يستخدم زيد مفتاح شد طوله (25.0 cm) لشد صامولة في دراجة، حيث أثر بقوة مقدارها $(1.60 \times 10^2 \text{ N})$ في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح في الشكل (5). فإذا علمت أن مقدار الزاوية (β) يساوي (75°) ؛ أحسب مقدار العزم المؤثر في المفتاح وأحدد اتجاهه.

*الحل:- * الحركة مع عقارب الساعة

$$(\tau -) \rightarrow (\theta = 105^\circ) \rightarrow (B = 75^\circ)$$

$$\begin{aligned} \tau &= -r F \sin \theta = -0.25 \times 1.6 \times 10^2 \sin 105^\circ \\ &= -38.6 \text{ N.m} \end{aligned}$$

$$(\sin 105^\circ = 0.97)$$

مثال:-

بالأشكال المجاورة ، مسطرة قابلة للدوران طولها (50 cm)، تتأثر بقوة مقدارها (40 N) ، بزوايا مختلفة ، احسب عزم القوة في كل حالة مع تحديد اتجاه الدوران؟

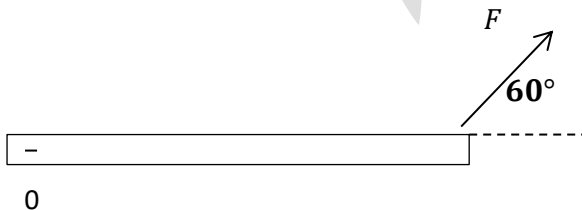
(أ)



$$\tau = -r F \sin 90^\circ$$

$$= -0.5 \times 40 \times 1 = -20 \text{ N.m}$$

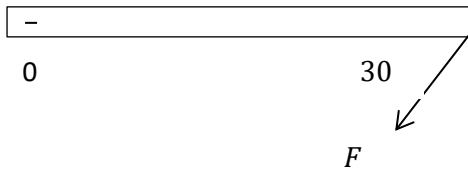
(ب)



$$\tau = r F \sin 60^\circ$$

$$= 0.5 \times 40 \times 0.87 = 17.4 \text{ N.m}$$

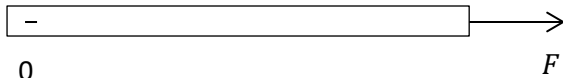
(ج)



$$\tau = -r F \sin 150^\circ$$

$$= 0.5 \times 40 \times 0.5 = -10 \text{ N.m}$$

(د)

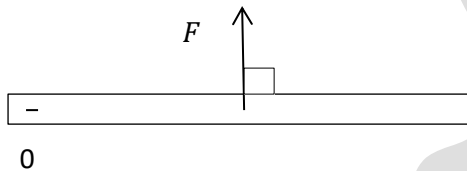


$$\tau = r F \sin 0^\circ$$

$$= 0.5 \times 40 \times 0 = 0$$

(لا يوجد عزم قوة ← إذن لا يوجد دوران)

(هـ)



$$\tau = r F \sin 90^\circ$$

$$= 0.25 \times 40 \times 1 = 10 \text{ N.m}$$

• إيجاد العزم المحصل ($\Sigma \tau$):-

عند تأثر جسم بأكثر من قوة ، فإنه يتأثر بأكثر من عزم قوة واحد، لذا نحسب له مجموع هذه العزوم لكل القوى ($\Sigma \tau$) ، مع مراعاة تعويض إشارة العزم حسب اتجاه تأثير القوة (مع أو عكس عقارب الساعة) كما يلي :-

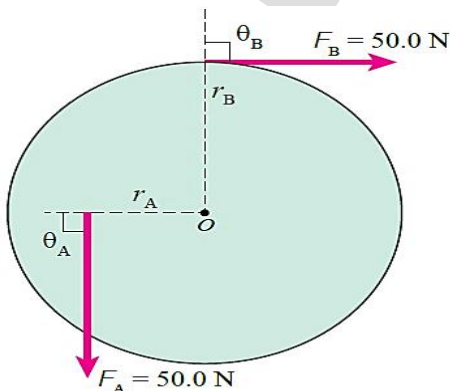
$$\Sigma \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \dots$$

(مهم) * تحديد الاتجاه النهائي الذي يتحرك به الجسم يتم عن طريق إشارة مجموع العزوم

($\Sigma \tau +$) الجسم يدور عكس عقارب الساعة .

($\Sigma \tau -$) الجسم يدور مع عقارب الساعة .

المثال 2



الشكل (6): بكرة مصمتة.

بكرة مُصَمَّتة قُطْرُهَا (r_B)، يَمُرُّ فِي مَرْكَزِهَا (O) مَحْوَرٌ دَوْرَانٍ عَمُودِيٌّ عَلَى مَسْتَوَى الصَّفْحَةِ؛ كَمَا هُوَ مَوْضَّحٌ فِي الشَّكْلِ (6). إِذَا عَلِمْتُ أَنَّ الْقُوَّةَ (F_A) تَوْثِّرُ فِي الْبَكْرَةِ عَلَى بُعْدٍ ($r_A = 30.0 \text{ cm}$) مِنْ مَحْوَرِ الدَّوْرَانِ، وَتَوْثِّرُ الْقُوَّةَ (F_B) عِنْدَ حَافَةِ الْبَكْرَةِ حَيْثُ ($r_B = 50.0 \text{ cm}$)، وَاعْتِمَادًا عَلَى الْمَعْلُومَاتِ الْمُثْبِتَةِ فِي الشَّكْلِ؛ أَحْسَبُ مِقْدَارَ الْعِزْمِ الْمُحْصَلِّ الْمُؤَثِّرِ فِي الْبَكْرَةِ، وَأُحَدِّدُ اتِّجَاهَهُ.

الحل:- * (τ_A) عكس عقارب الساعة (موجب) . (τ_B) مع عقارب الساعة (سالب) .

$$\Sigma \tau = \tau_1 + \tau_2 = F_A r_A \sin \theta_A - F_B r_B \sin \theta_B$$

$$= 50 \times 0.30 \sin 90^\circ - 50 \times 0.5 \sin 90^\circ$$

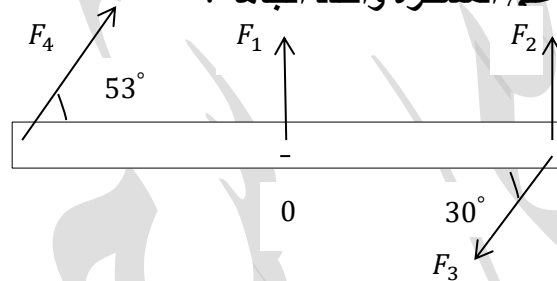
$$= 15 - 25 = -10 \text{ N.m}$$

*بما أنّ العزم المُحصّل سالب ، فإنّ البكرة تدور باتجاه حركة عقارب الساعة .

مثال:-

مسطرة مترية (1m) ، محور دورانها بالمنتصف ، إذا علمت أنّ القوى المؤثرة بها متساوية تساوي (20 N) ،

أوجد مقدار العزم المحصّل المؤثر على المسطرة وأحدد اتجاهه ؟



الحل

$$\Sigma \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$$

$$= r F_1 \sin \theta + r F_2 \sin 90^\circ + r F_3 \sin 150^\circ + r F_4 \sin 127^\circ$$

$$= 0 + 0.5 \times 20 \times 1 - 0.5 \times 20 \times \frac{1}{2} - 0.5 \times 20 \times 0.8$$

$$= 10 - 5 - 8 = -3 \text{ N.m}$$

*العزم المُحصّل سالب ، تدور المسطرة مع عقارب الساعة .

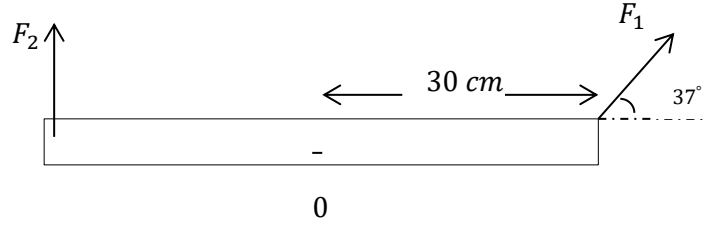
سؤال (1):-

بالمثال السابق ، إذا قمنا بإلغاء القوة الرابعة من الشكل (F_4) ، أوجد مقدار العزم المحصّل بالمؤثر في المسطرة

وحدد اتجاهه؟

$$[\Sigma \tau = 5^+ \text{ N.m, عكس عقارب الساعة}]$$

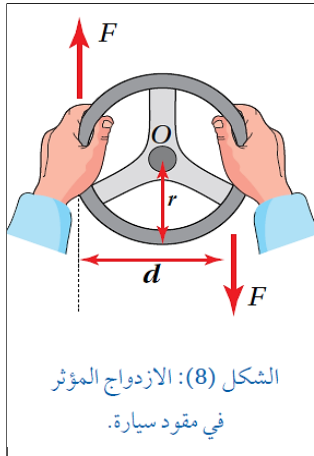
سؤال (2):-



مسطرة طولها (60 cm) كما بالشكل أعلاه ، تعرضت لقوتين متساويتين ($F_1 = F_2$) مقدارًا . إذا علمت أن مقدار العزم المحصل المؤثر في المسطرة يساوي (-4.8 N.m)، أوجد مقدار كل من القوتين ؟

$$[F_1 = F_2 = 40 \text{ N}]$$

$$[\tau = 243^+ \text{ N.m}]$$

الازدواج τ_{couple} 

* الشكل التالي يمثل منظراً علوياً لمقود سيارة نصف قطره (r) ، (القطر $= 2r = d$) ، تؤثر اليد اليمنى في المقود بقوة مقدارها (F) عمودياً إلى أسفل تؤدي إلى دورانه باتجاه عكس عقارب الساعة حول محور دورانه الذي يمر بالنقطة (O) ، بينما تؤثر اليد اليسرى في المقود بنفس مقدار القوة (F) لكن عمودياً إلى أعلى فتديره باتجاه حركة عقارب الساعة أيضاً . نستطيع حساب العزم المحصل الناتج من القوتين كما يلي :-

$$\Sigma \tau = \tau_1 + \tau_2 = -Fr - Fr = -F(2r)$$

$$= -Fd \equiv \tau_{couple}$$

عزم الازدواج كمية مُتجهة

* إذا كان اتجاه القوتين عكس عقارب الساعة يصبح العزم المحصل كما يلي :-

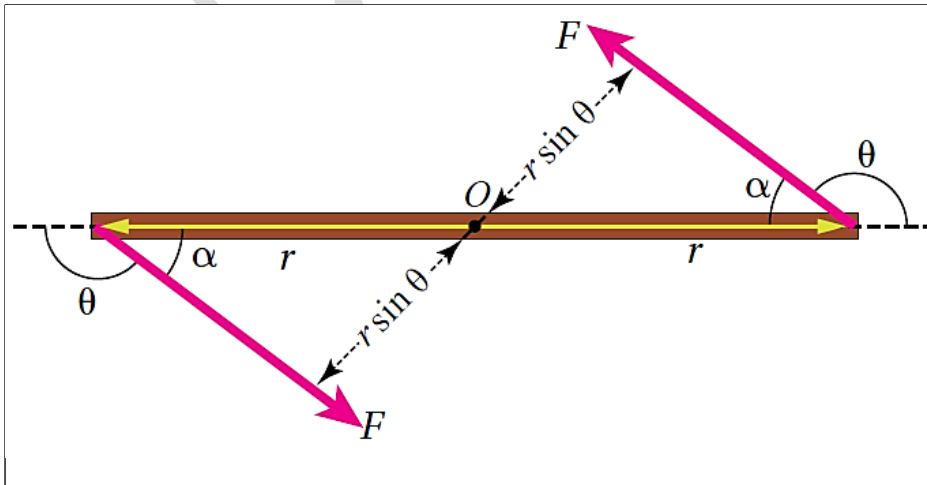
$$\Sigma \tau = Fr + Fr = Fd \equiv \tau_{couple}$$

[وحدة قياسه $(N.m)$] ، حيث (d) البعد العمودي بين خطي عمل القوتين .

• يتولد عزم الازدواج عندما تتوافر الشروط التالية :

- 1- القوتان متساويتان مقداراً .
- 2- متعاكستان اتجاهًا .
- 3- خطّا عملهما غير متطابقين (الخطان متوازيان) .

* بالشكل (9) نستطيع حساب عزم الازدواج كما يلي :-



الشكل (9): تصنع قوتا الازدواج زاوية غير قائمة مع قضيب فلزّي قابل للدوران حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة يمرّ في منتصف القضيب عند النقطة (O) .

$$* \tau_{couple} = 2 F r \sin \theta = F (2 r \sin \theta) = F d$$

- يكون عزم الازدواج أكبر ما يمكن عندما $(\theta = 90^\circ)$ ، وكلما ابتعدت الزاوية عن (90°) يقل عزم الازدواج تدريجياً .

* أمثلة على عزم الازدواج :-

* مفتاح براغي إطار السيارة .

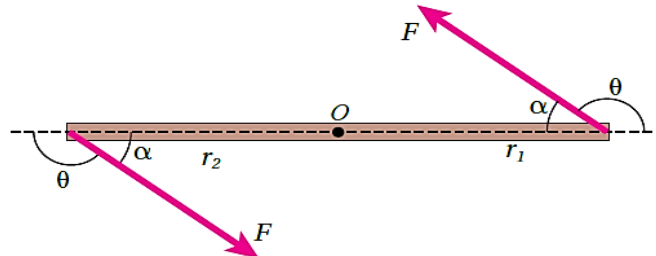
* الغفانوميتر .

* المحرك الكهربائي .

* عزم الازدواج :- هو العزم المحصل عن قوتان متساويتان مقداراً ومتعاكستان اتجاهاً وخطاً عملهما غير متطابقين .

مثال (3)

مسطرة متریة قابلة للدوران حول محور ثابت يمر في منتصفها عند النقطة (O) عمودي على مستوى الصفحة، كما هو موضح في الشكل (10). أثر فيها قوتان شكلتا ازدواجاً، فإذا علمت أن مقدار كل من القوتين (80.0 N)، ومقدار الزاوية (θ) يساوي (143°) ؛ أحسب مقدار عزم الازدواج المؤثر في المسطرة، وأحدد اتجاهه.

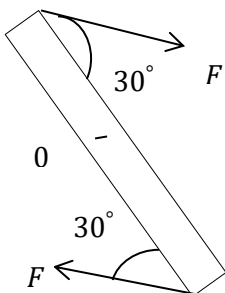


$$* \tau_{couple} = 2 F r \sin \theta = 2 \times 80 \times 0.5 \times \sin 143^\circ$$

$$= 80 \times 0.6 = 48 \text{ N.m}$$

$$[\sin 143^\circ = \sin 37^\circ = 0.6]$$

مثال:-



مسطرة متریة قابلة للدوران حول محور عمودي يمر في منتصفها ،

تؤثر فيها قوتان متساويتان كما في الشكل مقدار كل منهما (36 N) ،

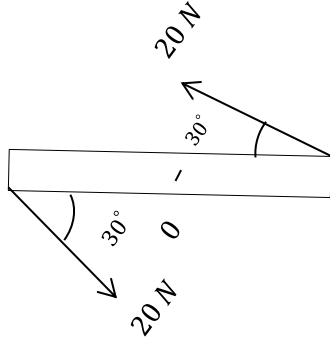
احسب عزم الازدواج المؤثر بالمسطرة مع تحديد الاتجاه؟

$$\tau_{couple} = -2Fr \sin \theta = -2 \times 36 \times 0.5 \times \sin 30^\circ$$

$$= 36 \times 0.5 = 18 \text{ N.m}$$

سؤال :-

مسطرة طولها (d) ، قابلة للدوران حول النقطة (0) التي تشكل محورها الذي يوجد في منتصفها ، كما بالشكل المجاور إذا علمت أن المسطرة تتأثر بعزم ازدواج مقداره (8 N.m) ، أوجد طول المسطرة (d) ؟



$$[d = 80 \text{ cm}]$$

سؤال :-

مسطرة متريّة تتأثر بقوتين متساويتين مقداراً و متعاكستين اتجاهًا من طرفيها مقدار كلٍ منهما (60 N) ، بحيث تدور حول محورها الموجود في المنتصف ، إذا علمت أن المسطرة تتأثر بعزم ازدواج مقداره $[\tau_{couple} = 42 \text{ N.m}]$ ، أجب عما يلي:-

1- أوجد مقدار الزاوية (θ) ؟

$$[\theta = 45^\circ]$$

2- حدد اتجاه عزم الازدواج الذي يؤثر بالمسطرة؟

[مع عقارب الساعة]

سؤال :-

اذكر شروط حدوث عزم ازدواج يؤثر في جسم ؟

الاتزان

- القوة المحصلة المؤثرة في الأجسام تساوي صفراً ($\sum F = 0$)

حالات الاتزان:-

- 1- اتزان سكوني :- الجسم ساكن [جميع الأجسام الساكنة متزنة]

- له شرطان :-

أ- القوة المحصلة المؤثرة بالجسم تساوي صفراً . $[\sum F = 0]$

ب- العزم المحصل المؤثر بالجسم يساوي صفراً . $[\sum \tau = 0]$

- 2- اتزان انتقالي:- الجسم متحرك بسرعة ثابتة وبخط مستقيم , أو متحرك حركة دورانية .

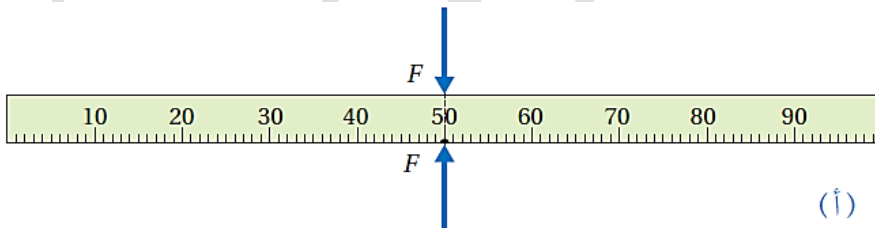
- له شرط واحد :- القوة المحصلة المؤثرة بالجسم تساوي صفراً $[\sum F = 0]$

مهم:-

* الجسم بالأصل ساكن ثم تأثر بقوة محصلة تساوي صفراً يبقى ساكن .

* الجسم بالأصل متحرك ثم تأثر بقوة محصلة تساوي صفراً فإنه يتحرك بسرعة ثابتة وبخط مستقيم

أو يتحرك بحركة دورانية .



(أ)

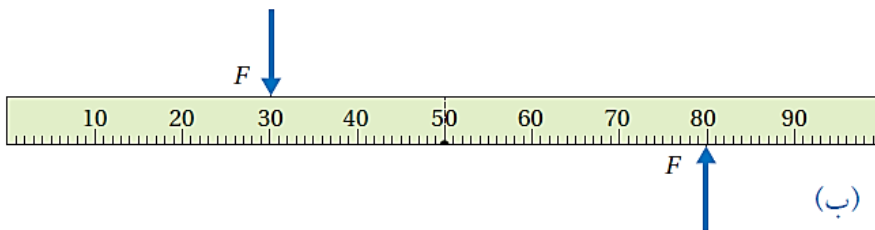
الشكل (11):

(أ) خطأ عمل القوتين المؤثرتين في

المسطرة متطابقان،

(ب) خطأ عمل القوتين المؤثرتين

غير متطابقين.



(ب)

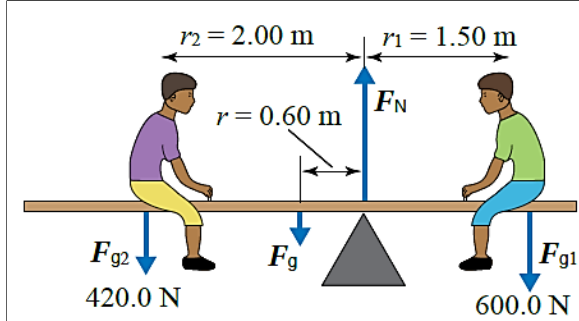
* الشكل (أ) أعلاه يوضح اتزان مسطرة انتقاليًا أو سكونيًا (التأثير بنقطة) لأن القوة المحصلة عليها تساوي صفراً.

* الشكل (ب) يوضح اتزان مسطرة انتقاليًا فقط ، لأن القوة المحصلة عليها تساوي صفراً ، لكن العزم المحصل المؤثر

بالمسطرة لا يساوي صفراً . وتتحرك بحركة دورانية نتيجة لذلك . (التأثير بنقطتين أو أكثر) .

سؤال: اذكر شروط اتزان جسم سكونيًا ؟

مثال(4):



الشكل (12): طفلان يجلسان على لعبة
متزنة أفقيًا. See - saw

يجلس فادي (F_{g1}) وصقر (F_{g2}) على جانبي لعبة أتران (see - saw) تتكوّن من لوح خشبي منتظم متماثل وزنه (F_g) يؤثر في منتصفه، يرتكز على نقطة تبعد (0.60 m) يمين منتصف اللوح الخشبي، كما هو موضح في الشكل (12). إذا كان النظام المكوّن من اللعبة والطفلين في حالة أتران سكوني واللوح الخشبي في وضع أفقي، ومستعينًا بالبيانات المثبتة في الشكل؛ أحسب مقدار ما يأتي:

أ. وزن اللوح الخشبي (F_g).
ب. القوة (F_N) التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح الخشبي.

$$(أ) \sum \tau = 0 \Rightarrow F_{g2}r_2 + F_g r - F_{g1}r_1 = 0$$

$$F_{g1}r_1 = F_{g2}r_2 + F_g r \Rightarrow 600 \times 1.5 = 420 \times 2 + F_g \times 0.6$$

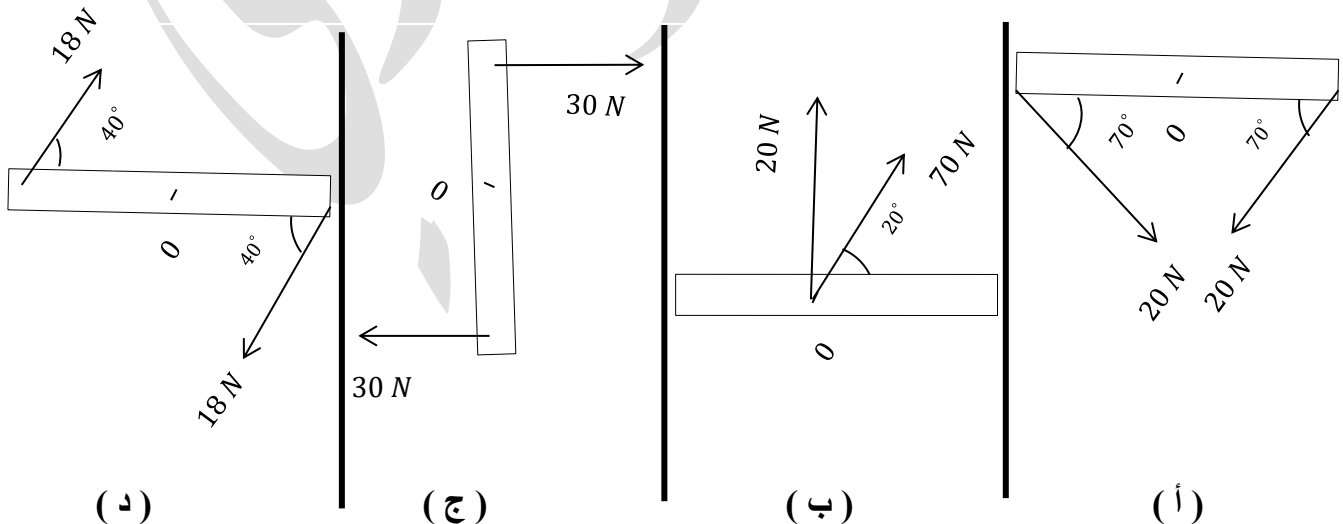
$$900 = 840 + 0.6 F_g \Rightarrow F_g = \frac{60}{0.6} = 100\text{ N}$$

$$(ب) \sum F_y = m a_y = 0$$

$$F - (F_g + F_{g1} + F_{g2}) = 0 \Rightarrow F = F_g + F_{g1} + F_{g2}$$

$$F = 100 + 600 + 420 \Rightarrow F = 1120\text{ N}$$

مثال :- حدد الاتزان السكوني من الاتزان الانتقالي بالأشكال التالية :-

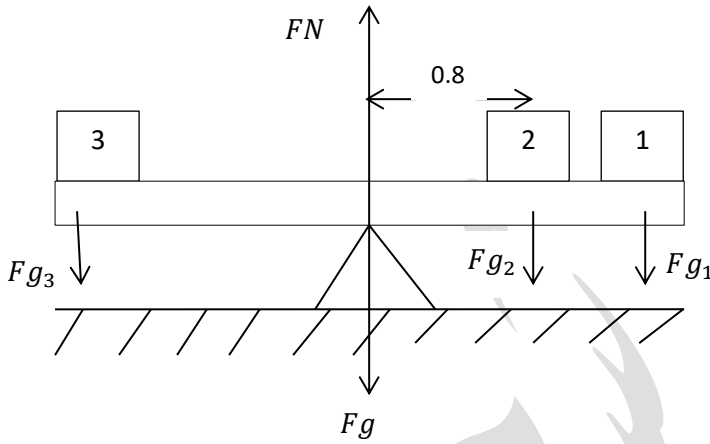


* مثال :-

لوح خشبي طوله (4 m) ، وزنه (300 N) ، يرتكز من منتصفه على دعامة ، وُضِعَ على اللوح ثلاث أوزان كما يلي
 $(Fg_1 = 300N)$ $(Fg_2 = ??)$ $(Fg_3 = 600 N)$ ، بحيث يكون اللوح متزن سکونيًا ، احسب :-

(أ) مقدار الوزن الثاني ؟

(ب) القوة (FN) العمودية التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح الخشبي ؟



(أ)

$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow -Fg_1 r_1 - Fg_2 r_2 + Fg_3 r_3 = 0$$

$$Fg_3 r_3 = Fg_1 r_1 + Fg_2 r_2 \Rightarrow 600 \times 2 = 300 \times 2 + Fg_2 \times 0.8$$

$$1200 = 600 + 0.8 Fg_2 \Rightarrow 600 = 0.8 Fg_2$$

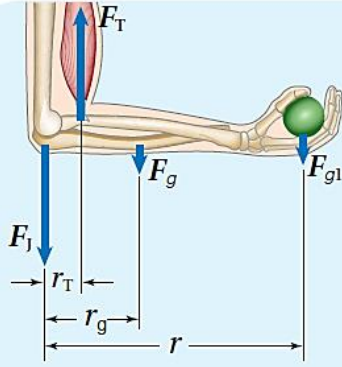
$$Fg_2 = \frac{600}{0.8} \Rightarrow Fg_2 = 750 \text{ N}$$

(ب)

$$\Sigma Fy = 0 \Rightarrow FN = Fg_1 + Fg_2 + Fg_3 + Fg$$

$$FN = 300 + 750 + 600 + 300 \Rightarrow FN = 1950 \text{ N}$$

لقرئ



الشكل (13): تسحب العضلة ثنائية الرأس عظمة الساعد بقوة (F_T) رأسياً لأعلى.

أحلل وأستج: ترفع جمان بيدها ثقلاً وزنه (40.0 N) ، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في نادٍ رياضي. إذا علمت أن نقطة التقاء العضلة ثنائية الرأس بالساعد تبعد $(r_T = 5.0 \text{ cm})$ عن المرفق، ووزن عظم الساعد والأنسجة فيه (30.0 N) ويؤثر على بُعد $(r_g = 15.0 \text{ cm})$ عن المرفق، وبُعد نقطة تأثير القوة في اليد $(r = 35.0 \text{ cm})$ عن المرفق، والساعد متزن أفقياً في الوضع الموضح في الشكل (13)، فأحسب مقدار ما يأتي:

أ. قوة الشد في العضلة (F_T) المؤثرة في الساعد بافتراضها رأسياً لأعلى.

ب. القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد (F_J) .

$$(F_T = 370 \text{ N}, F_J = 300 \text{ N}).$$

(إجابة س⁶ ص⁵¹)

• انتبه :-

نوع الاتزان	العزم المُحصل	القوة المحصلة	السرعة الخطية	التسارع الخطي
الاتزان السكوني	$\Sigma \tau = 0$	$\Sigma F = 0$	$v = 0$	$a = 0$
الاتزان الانتقالي	$\Sigma \tau \neq 0$	$\Sigma F = 0$	$v = \text{ثابتة}$	$a = 0$

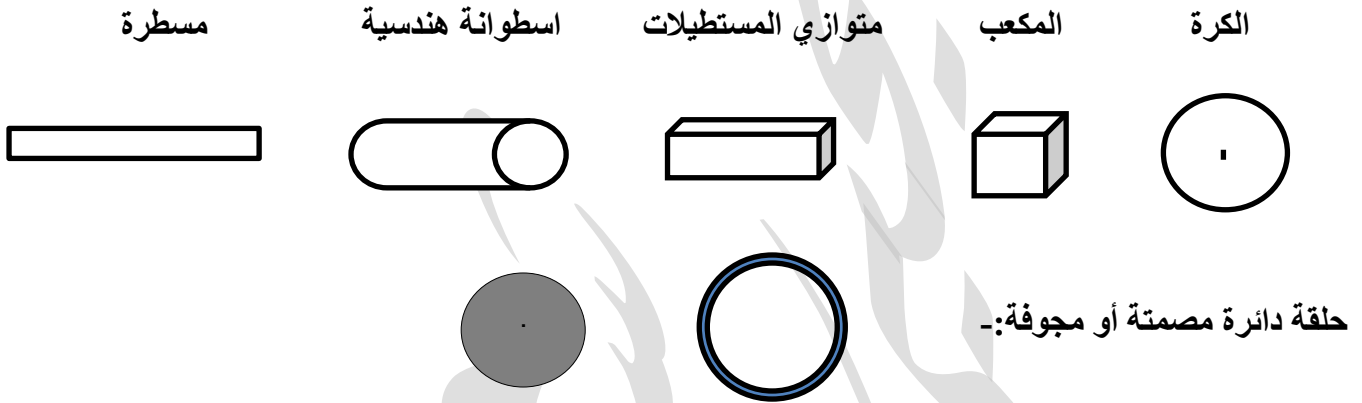
مركز الكتلة (CM)

* النقطة التي يمكن افتراض كتلة الجسم كاملة مركزة فيها .

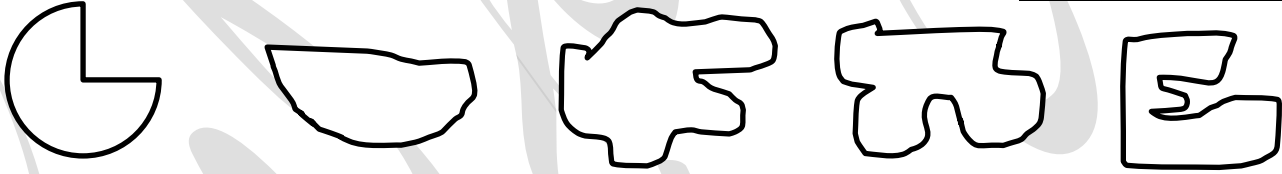
* يقع مركز الكتلة داخل الجسم أو خارجه حسب شكل الجسم أو هل الجسم مُصمت أو مجوف .

* موقع مركز الكتلة :-

1- الأجسام الهندسية المتماثلة :- يقع مركز الكتلة في منتصف الجسم الهندسي المتماثل . مثل :-



2- الجسم غير منتظم الشكل :- يكون مركز الكتلة أقرب للمنطقة ذات الكتلة الأكبر .

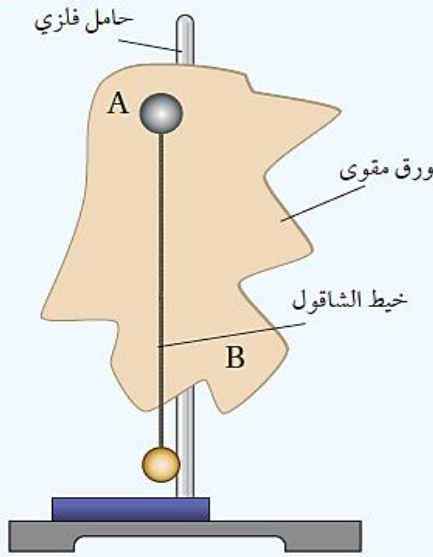


* هذه الاجسام تكون متزنة إذا تم تعليقها من مركز الكتلة بحيث يكون مقدار العزم المحصل المؤثر فيها يساوي صفراً .

* (أي لا يدور) .

التجربة ١

تحديد مركز الكتلة



المواد والأدوات: مسطرة ممتريّة، خيطٌ خفيف غير قابلٍ للاستطالة، قطعة ورقٍ مقوّى، حامل فلزيّ، خطّاف، قلمٌ رصاص، مقصّ، مثقب، خيطُ الشاقول.

إرشادات السلامة:

ارتداء المعطف واستعمال النظارات الواقية للعينين، والحذر من سقوط الأجسام والأدوات على القدمين.

خطوات العمل:

بالتعاون مع أفراد مجموعتي؛ أنفذ الخطوات الآتية:

الجزء الأول.

1. أضع الحامل الفلزيّ على سطح طاولة أفقيّ، ثم أثبت أحد طرفي الخيط بالحامل وطرفه الآخر بالخطّاف.

2. **ألاحظ:** أعلّق المسطرة الممتريّة بالخطّاف من مواقع مختلفة حتى أصل إلى نقطة التعليق التي تصبح عندها المسطرة مستقرّة بوضع أفقيّ (مُتزنّة)، وأضع عندها إشارة باستخدام قلم الرصاص. وألاحظ موقع هذه النقطة بالنسبة للمسطرة، مع الانتباه إلى سُمك المسطرة.

3. **أقيس** بُعد النقطة التي اتزنت المسطرة عند تعليقها منها عن كلّ من نهايتها. أدون بُعد هذه النقطة.

الجزء الثاني.

4. أقصّ قطعة الورق المقوّى لأحصل على شكلٍ غير منتظم، وأثقبه عند حافّته ثقباً عدّة صغيرة متباعدة؛ ثقبان على الأقل عند النقطتين مثل: A و B.

5. **أجرب:** أعلّق قطعة الورق المقوّى (الشكل غير المنتظم) من أحد الثقيبين في الحامل الرأسي، وأعلّق خيط الشاقول بالحامل الرأسي أيضاً، وأنظر حتى يستقرّ كلّ منهما ويتوقّف عن التارّجح. ثم أرسّم خطّاً رأسياً على قطعة الورق المقوّى على امتداد خيط الشاقول؛ كما هو موضّح في الشكل.

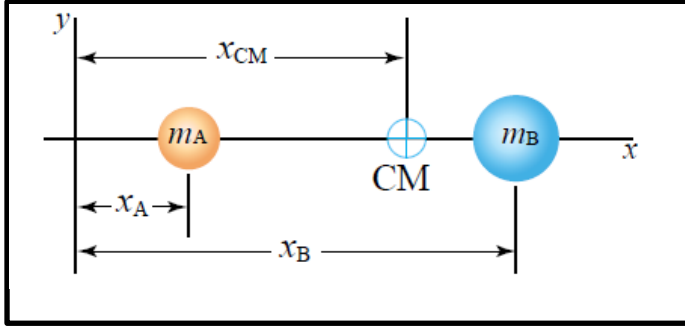
6. أكرّر الخطوة السابقة بتعليق قطعة الورق المقوّى من الثقب الآخر.

التحليل والاستنتاج:

1. **أحلّل وأستنتج:** عند أي المواقع اتزنت المسطرة الممتريّة عند تعليقها؟ ماذا تسمّى هذه النقطة؟ ماذا أستنتج؟
2. **أحلّل وأستنتج:** أحدد نقطة تقاطع الخطّين على قطعة الورق المقوّى، ما الذي تمثّله هذه النقطة؟ ماذا أستنتج؟
3. **أقارن** بين موقع مركز الكتلة للمسطرة الممتريّة وموقع مركز الكتلة للشكل غير المنتظم من قطعة الورق المقوّى. ماذا أستنتج؟ أفسّر إجابتي.
4. **أتوقّع** ما يحدث لقطعة الورق المقوّى غير المنتظمة عند تعليقها من نقطة تقاطع الخطّين. أفسّر إجابتي.

3- نظام يتكون من جسمين أو أكثر :-

مثل:- رفع الأثقال (ثقلين متساويين متصلين معًا بقضيب فلزي منتظم)



يقع مركز الكتلة في منتصف المسافة بينهما .

* أما النظام المتكون من جسمين مختلفين في الكتلة

فإن مركز الكتلة يقع على الخط الواصل بينهما

وأقرب للجسم الذي كتلته أكبر (الشكل المجاور) .

(غالبًا يتم إهمال كتلة القضيب الفلزي المتصل بالكتلتين)

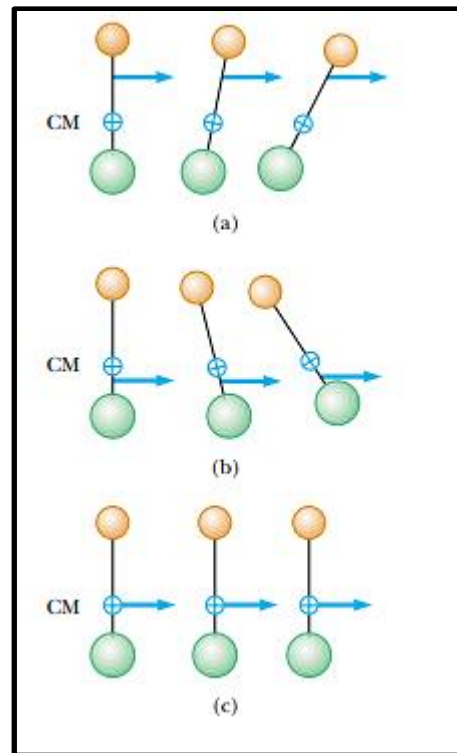
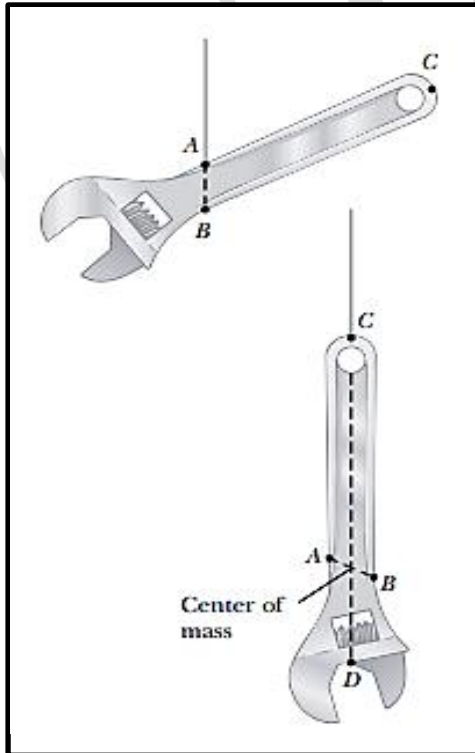
- يمكن تحديد موقع مركز (X_{cm}) أو (Y_{cm}) باستخدام العلاقة التالية :-

$$X_{cm} = \frac{m_A X_A + m_B X_B}{m_A + m_B}$$

- إذا كان النظام يتكون من أكثر من جسمين عددها (n) موزعة على المحور نفسه $(X$ أو $y)$ ولنفرض (X) ، نُحدد موقع مركز الكتلة كما يلي :-

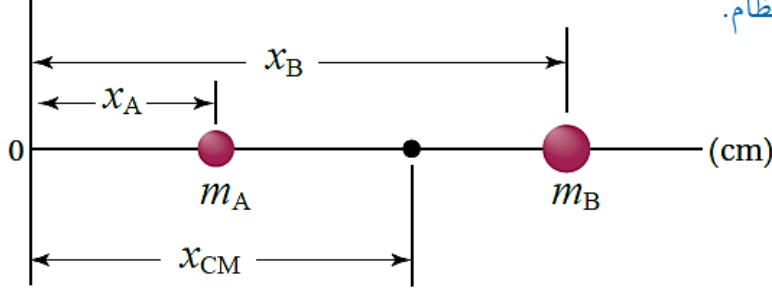
$$X_{cm} = \frac{m_A X_A + m_B X_B + \dots + m_n x_n}{m_A + m_B + \dots + m_n} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M}$$

بحيث $(M = \sum_i m_i)$ الكتلة الكلية للنظام (مجموع كتل الأجسام كاملة) .



المثال 5

نظام يتكون من كرتين $(m_A = 1.0 \text{ kg})$ و $(m_B = 3.0 \text{ kg})$ ؛ كما هو موضح في الشكل (17). إذا علمت أن $(x_A = 5.0 \text{ cm})$ و $(x_B = 15.0 \text{ cm})$ ؛ أحدد موقع مركز كتلة النظام.



$$X_{cm} = \frac{m_A X_A + m_B X_B}{m_A + m_B} = \frac{1 \times 5 \times 10^{-2} + 3 \times 15 \times 10^{-2}}{1 + 3}$$

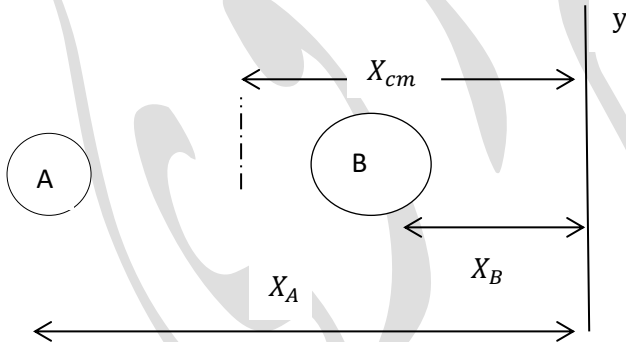
$$= \frac{50 \times 10^{-2}}{4} = 12.5 \times 10^{-2} \text{ m} = 12.5 \text{ cm}$$

• (مهم) تحديد مركز الكتلة على الرسم.

• أو إذا كانت نقطة المرجع من جهة الكرة (B) كما بالشكل

$$(X_A = 15 \text{ cm}), (X_B = 5 \text{ cm})$$

(مهم)



$$X_{cm} = \frac{1 \times 15 \times 10^{-2} + 3 \times 5 \times 10^{-2}}{1 + 3} = \frac{30 \times 10^{-2}}{4} = 7.5 \times 10^{-2} \text{ m} = 7.5 \text{ cm}$$

• (مهم) نستطيع تحديد نقطة المرجع من أي جهة نريد على المحور نفسه الذي توجد به الكرات.

مهم/مثال (5) بالحالتين :

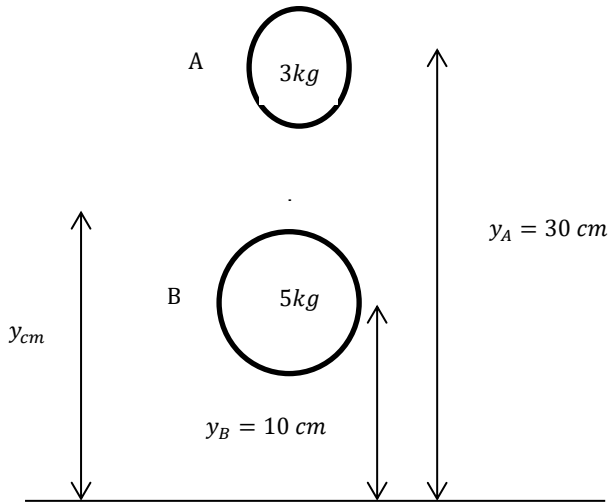
* يبعد مركز الكتلة عن الكرة (A) (7.5 cm) .

* يبعد مركز الكتلة عن الكرة (B) (2.5 cm) .

مثال:-

نظام يتكون من كرتين كما بالشكل المجاور ،

حدد موقع مركز كتلة النظام ؟

الحل :

$$y_{cm} = \frac{m_A y_A + m_B y_B}{m_A + m_B} = \frac{3 \times 0.3 + 5 \times 0.1}{3 + 5}$$

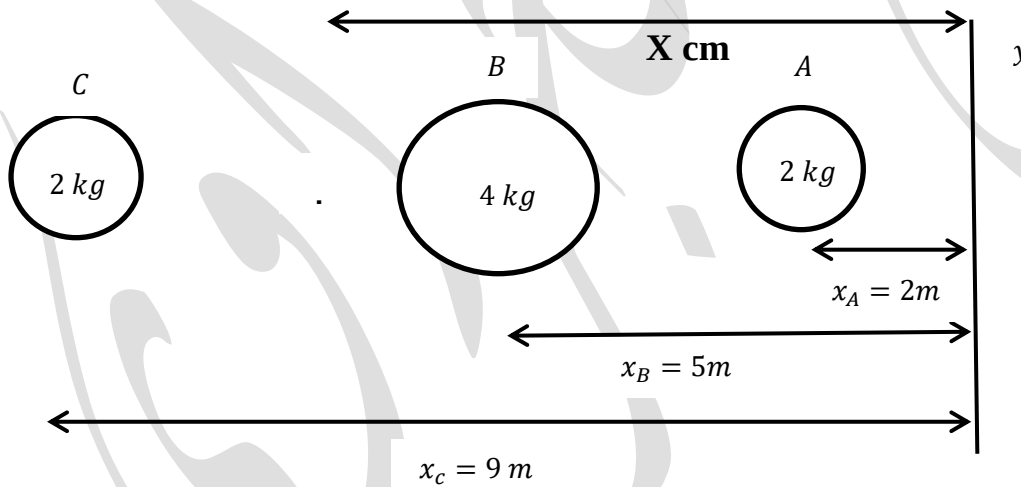
$$y_{cm} = \frac{1.4}{8} = 0.175m = 17.5 \text{ cm}$$

* تبعد الكرة (A) عن مركز الكتلة (12.5 cm) .

* تبعد الكرة (B) عن مركز الكتلة (7.5 cm) .

مثال :-

نظام يتكون من ثلاث كرات كما بالشكل ، حدد موقع مركز كتلة النظام ؟

الحل :

$$X_{cm} = \frac{m_A X_A + m_B X_B + m_C X_C}{m_A + m_B + m_C} = \frac{2 \times 2 + 4 \times 5 + 2 \times 9}{2 + 4 + 2}$$

$$= \frac{42}{8} = 6 \text{ m}$$

* تبعد الكرة (A) عن مركز الكتلة (4 m)

* تبعد الكرة (B) عن مركز الكتلة (1 m)

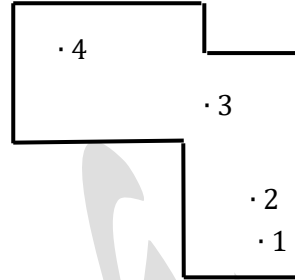
* تبعد الكرة (C) عن مركز الكتلة (3 m)

مهم : اذا تم وضع مكعبات بدلاً من الكرات فيكون الحل نفسه .

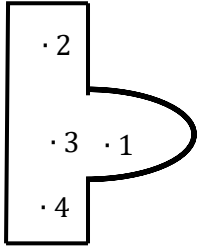
سؤال :-

أي النقاط يُمكن أن تمثل مركز الكتلة للجسم بالأشكال التالية :-

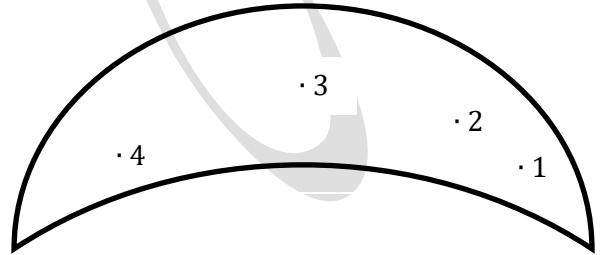
(أ)



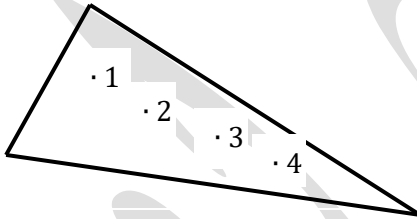
(ب)



(جـ)



(د)



ديناميكا الحركة الدورانية

* وصف الحركة الدورانية :- لجميع الأجسام التي تدور بزاوية معينة حول محورها .

* من أنواع الحركة :-

1- حركة خطية مستقيمة :- بعض مفاهيمها :

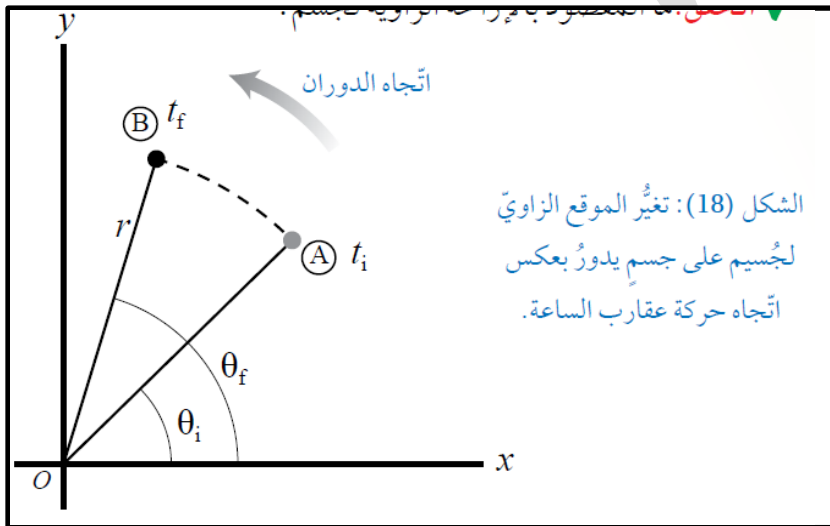
الإزاحة (Δx) ، السرعة (v) ، التسارع (a) ،

2- الحركة الدورانية :- بعض مفاهيمها :

الإزاحة الزاوية ($\Delta \theta$) ، السرعة الزاوية (ω) ، التسارع الزاوي (α) ،

* الموقع الزاوي :- هو الزاوية (θ) التي يصنعها الخط الواصل بين الجسم ونقطة الأصل (0) مع الخط المرجعي

(محور $+x$) (0°) .



* حسب الشكل (18) فإن الموقع الزاوي

للجسم عند النقطة (A) هو (θ_i) عند

اللحظة (t_i) ، والموقع الزاوي للجسم

نفسه عن النقطة (B) هو (θ_f) عند

اللحظة (t_f) .

نتيجة دوران الجسم بعكس عقارب الساعة .

• الإزاحة الزاوية :- هي التغير في الموقع الزاوي ($\Delta \theta$) .

• وتساوي الزاوية التي يمسحها نصف قطر المسار الدائري الذي يدور مع الجسم .

$$\Delta \theta = \theta_f - \theta_i \quad (rad)$$

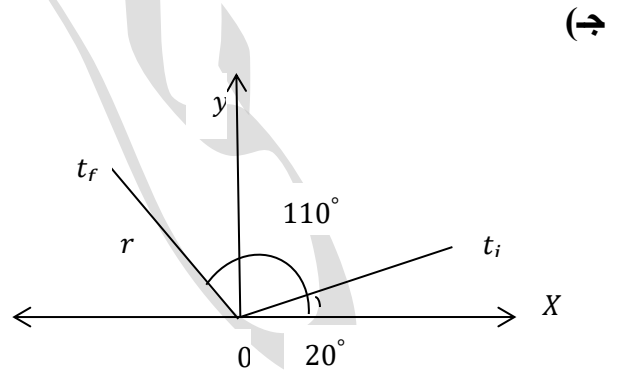
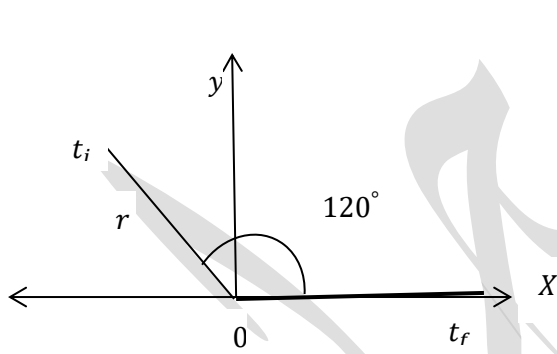
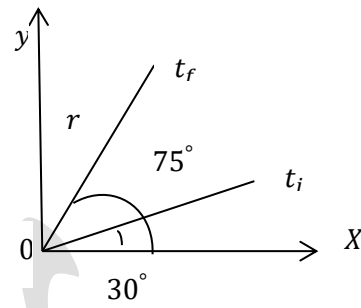
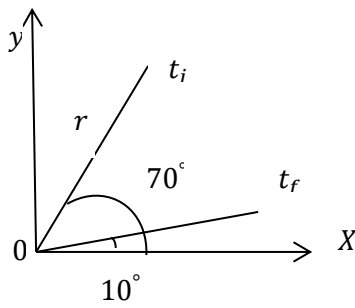
• (مهم) تُعد الإزاحة الزاوية موجبة عند الدوران عكس عقارب الساعة ،

وسالبة عند الدوران مع حركة عقارب الساعة .

• تذكر :

$$\theta_{(rad)} = \frac{\pi}{180^\circ} \times \theta_{(deg)}$$

مثال :- أوجد الإزاحة الزاوية بوحدة (rad) في الأشكال التالية مع تحديد اتجاه الدوران :-



- السرعة الزاوية المتوسطة ($\bar{\omega}$) :- هي نسبة الإزاحة الزاوية ($\Delta\theta$) لجسيم ما إلى الفترة الزمنية (Δt) التي حدثت خلالها هذه الإزاحة.

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_i}{\Delta t} \quad (rad/s)$$

* أما السرعة الزاوية لجسم ما عند لحظة معينة تسمى السرعة الزاوية اللحظية (ω) .

* مهم : إذا كانت السرعة الزاوية ثابتة ، فإن [السرعة الزاوية المتوسطة = السرعة الزاوية اللحظية]

$$\omega = \bar{\omega}$$

* السرعة الزاوية $\equiv$ تعني اللحظية دائماً .

* إشارة السرعة الزاوية تتبع إشارة الإزاحة الزاوية دائماً .

← الدوران مع عقارب الساعة $(-\Delta\theta)$ ، $(-\omega)$

← الدوران عكس عقارب الساعة $(+\Delta\theta)$ ، $(+\omega)$

• (مهم) يتم تحديد اتجاه جميع الكميات المتجهة عن طريق المحاور التالية :

(1) محور (x) : ويشمل المحور الاتجاه الموجب والاتجاه السالب .

(2) محور (y) : ويشمل المحور الاتجاه الموجب والاتجاه السالب .

(3) المحور العمودي على الورقة (محور z) :

• العمودي على الورقة وللخارج (نحو الناظر) $(+z)$ $(\odot)$.

• العمودي على الورقة وللداخل (بعيداً عن الناظر) $(-z)$ $(\otimes)$.

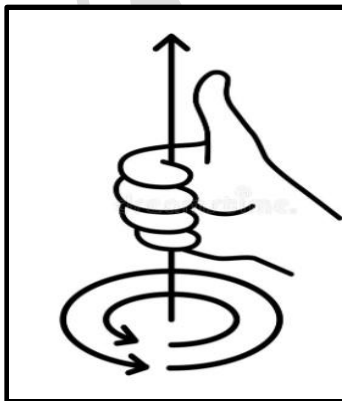
* تحديد اتجاه السرعة الزاوية :- نستخدم قاعدة قبضة اليد اليمنى كما يلي :-

* نضع اليد اليمنى بحيث تُشير الأصابع الأربعة في اتجاه دوران الجسم ،

عندها يُشير الإبهام إلى اتجاه السرعة الزاوية .

(أي تأخذ اتجاه المحور الثالث) .

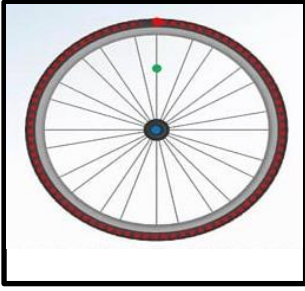
مثال:-



دوران الجسم حول المحور (Z) .

1- اتجاه دوران الجسم عكس عقارب الساعة ← اتجاه السرعة الزاوية خارجاً من الصفحة (.) .

2- اتجاه دوران الجسم مع عقارب الساعة ← اتجاه السرعة الزاوية داخلاً في الصفحة (x) .



- (مهم) السرعة الزاوية لجسم يتحرك حركة دورانية عند نقطة على الجسم ؛ تساوي السرعة الزاوية عند أي نقطة أخرى على الجسم نفسه .

$$\omega_A = \omega_B = \omega_C \dots$$

مثال :-

جسم يتحرك حركة دورانية على محوره ، إذا علمت أن الإزاحة الزاوية له تساوي (20 rad) خلال فترة زمنية (0.02 s) ، أوجد :-

(1) السرعة الزاوية المتوسطة للجسم ؟

(2) اتجاه دوران الجسم ؟

الحل

(1)

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{20}{0.02} = 1 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

(2) عكس عقارب الساعة (موجب) .

مثال:- جسم يتحرك بسرعة زاوية متوسطة مقدارها ($-2 \times 10^3 \text{ rad/s}$) ، أوجد مقدار الإزاحة الزاوية له

خلال (0.4 s) ؟

الحل

$$\Delta\theta = \bar{\omega} \times \Delta t = -2 \times 10^3 \times 0.4 = -8 \times 10^2 \text{ rad}$$

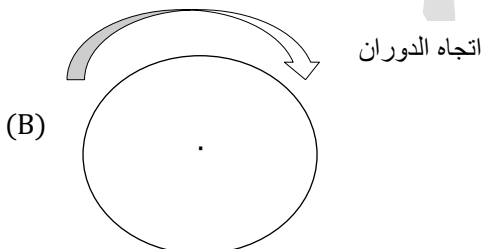
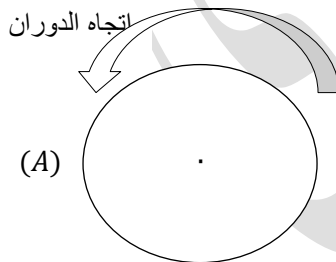
مثال :-

بالشكلين المجاورين حدد اتجاه السرعة الزاوية المتوسطة لكلا الجسمين ؟

الحل

(A) للخارج (⊙)

(B) للداخل (x)



* التسارع الزاوي ($\bar{\alpha}$) : ووحده (rad/s^2)

* التسارع الزاوي المتوسط ($\bar{\alpha}$)

هو نسبة التغير في مقدار السرعة الزاوية إلى الزمن اللازم لحدوث هذا التغير .

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t}$$

• التسارع الزاوي لجسم عند لحظة معينة يُسمى التسارع الزاوي اللحظي (α) .

إذا كان تسارع الجسم الزاوي ثابت فإن [التسارع الزاوي المتوسط = تسارعه الزاوي اللحظي]

$$[\alpha = \bar{\alpha}]$$

* مصطلح التسارع الزاوي يُشير إلى التسارع الزاوي اللحظي .

* (انتبه) إذا تحرك الجسم بسرعة زاوية ثابتة فإن التسارع الزاوي له يساوي صفراً .

* مهم : عند دوران جسم حول محور ثابت فإن كل نقطة (أو جسيم) على الجسم تدور بالزاوية نفسها خلال فترة

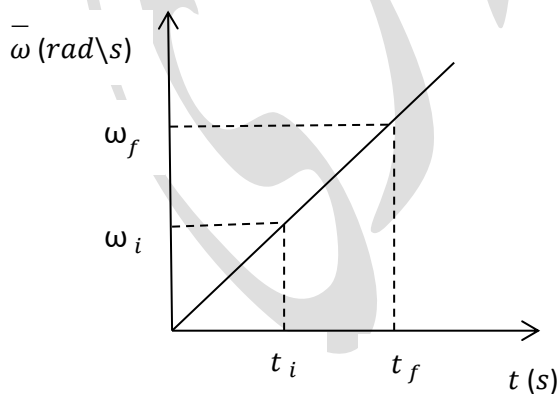
زمنية معينة ، وبالتالي فإن لأجزاء الجسم جميعها السرعة الزاوية نفسها ، والتسارع الزاوي نفسه .

* أي أنّ هذه الكميات تميز الحركة الدورانية للجسم كامل بجميع نقاطه وجسيماته .

* مهم جداً :

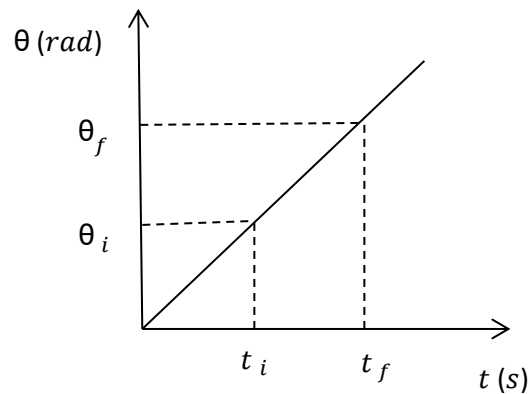
- يدور الجسم بتسارع عندما تكون إشارتا السرعة الزاوية والتسارع الزاوي متماثلتين .

- يدور الجسم بتباطؤ عندما تكون إشارتا السرعة الزاوية والتسارع الزاوي مختلفتين .



$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \text{الميل}$$

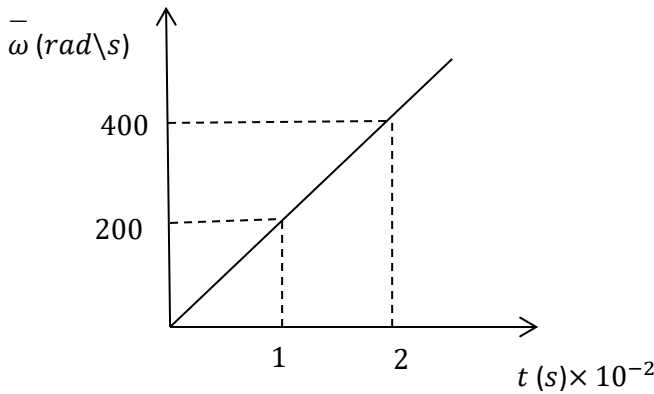
- عند نقطة أو نقطتين .



$$\bar{\omega} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \text{الميل}$$

- عند نقطة أو نقطتين .

مثال :- الشكل المجاور يمثل العلاقة بين السرعة الزاوية المتوسطة (ω) لجسم يدور بحركة دورانية



مع الفترة الزمنية (Δt) أجب عن الأسئلة التالية :-

(أ) ماذا يمثل ميل الخط المستقيم ؟

(ب) احسب مقدار هذه الكمية ؟

الحل

(أ) يمثل التسارع الزاوي المتوسط .

(ب)

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{400 - 200}{(2 - 1) \times 10^{-2}}$$

$$\alpha = 2 \times 10^4 \text{ (rads/s}^2\text{)}$$

(عكس عقارب الساعة)

مثال:-

يتسارع الجزء الدوار في جهاز فصل مكونات الدم من السكون إلى ($3 \times 10^3 \text{ rad/s}$) خلال (30 s) بتسارع زاوي ثابت ، احسب مقدار ما يلي :-

(أ) التسارع الزاوي المتوسط ؟

(ب) السرعة الزاوية بعد مرور (20 s) من بدء دورانه ؟

الحل

(أ)

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{3 \times 10^3 - 0}{30} = 100 \text{ (rads/s}^2\text{)}$$

(عكس عقارب الساعة)

(ب)

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t}$$

$$100 = \frac{\omega_f - 0}{20}$$

$$\omega_f = 2000 \text{ (rad/s)}$$

تمرين

أستخدم الأرقام: يدور إطار سيارة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة؛ بسرعة زاوية ثابتة مقدارها (2.0 rad/s) مدةً زمنية مقدارها (20.0 s) ، ثم يتسارع بعد ذلك بتسارع زاوي ثابت مقدارُه (3.5 rad/s^2) مدةً زمنية مقدارها (10.0 s) . أحسب مقدار ما يأتي:

- أ . الإزاحة الزاوية للإطار عند نهاية الفترة الزمنية لحركته بسرعة زاوية ثابتة.
ب . مقدار السرعة الزاوية للإطار عند نهاية الفترة الزمنية لحركته بتسارع زاوي ثابت.

الحل

مهم:

(أ)

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\theta = \omega \Delta t = 2 \times 20 = 40 \text{ rad}$$

(ب)

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} \longrightarrow 3.5 = \frac{\omega_f - 2}{10} \longrightarrow \omega_f - 2 = 35$$

$$\omega_f = 37 \text{ (rads\textbackslash s)}$$

تمرين :

جسم يتحرك بحركة دورانية وبتسارع زاوي متوسط مقداره (3.5 rad/s^2) ، إذا علمت أن السرعة الزاوية في بداية حركة تساوي (2 rad/s) ؛ أوجد السرعة الزاوية بعد مرور ثانيتين من بدء دورانه ؟

$$[8 \text{ rad/s}]$$

الحل:-

تمرين :- وضّح المقصود بكلٍ من :-

(أ) الموقع الزاوي:

(ب) الإزاحة الزاوية :

(ج) السرعة الزاوية المتوسطة :

(د) التسارع الزاوي المتوسط :

تمرين :- اجابة السؤالين (3 + 6) (ص 58) .

$[650 \text{ rad/s}^2]$

عزم القصور الذاتي والقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية

* قانون نيوتن الثاني في الحركة الخطية $(\sum F = m a) \leftarrow [\sum F \propto a]$

* (m) كتلة الجسم $\equiv$ ثابتة للجسم الواحد $[a \equiv \text{التسارع الخطي للجسم}]$

* $m \equiv$ تُمثِّل القصور الذاتي للجسم ، أي ممانعة الجسم في حركته الانتقالية .

* بالحركة الدورانية $\leftarrow [\text{التسارع الزاوي} \propto \text{العزم المحصل المؤثر فيه}]$

* عزم القصور الذاتي (I) بالحركة الدورانية يقابل الكتلة بالحركة الخطية . $[\alpha \propto \sum \tau]$

* $m \equiv$ بالحركة الانتقالية الخطية

* $I \equiv$ بالحركة الدورانية

* يعد عزم القصور الذاتي مقياساً لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية .

* قانون نيوتن الثاني بالحركة الدورانية يُعطى بالعلاقة التالية : $[\sum \tau = I \alpha]$

* يقاس عزم القصور الذاتي بوحدة $(kg.m^2)$. (بشكل عام : $[I = mr^2]$)

* يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم على كيفية توزيع كتلته حول محور دورانه ،

بالشكل (19) المجاور ، عزم القصور الذاتي للأسطوانة بالشكل (أ) أكبر منه

للأسطوانة بالشكل (ب) ، لأن نصف قطر الاسطوانة (أ) أكبر من نصف قطر (ب)

$(r_A > r_B)$ أو [قطر الاسطوانة (أ) أكبر من قطر الاسطوانة (ب)] .

* يظهر عزم القصور الذاتي جلياً بالحالات التالية :-

(1) تحريك الجسم حركة دورانية من السكون .

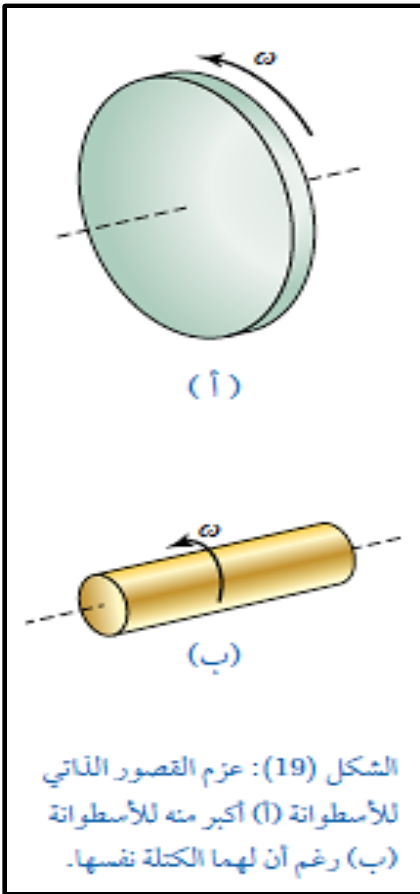
(2) إيقاف الجسم المتحرك .

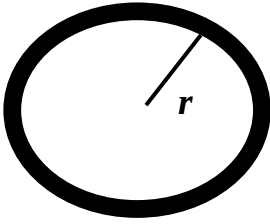
(3) تغيير الحالة الحركة الدورانية .

* وفي هذه الحالات يكون عزم القصور أكبر وأصعب كلما زاد نصف قطر الاسطوانة أو القطر .

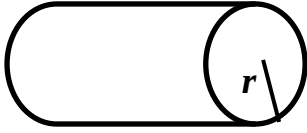
* عزم القصور الذاتي : هو ممانعة الجسم لتغيير الحركة الدورانية .

• (مهم) إذا كان توزيع كتلة الجسم بعيداً عن محور دورانه ، فإن عزم القصور الذاتي له يكون أكبر .

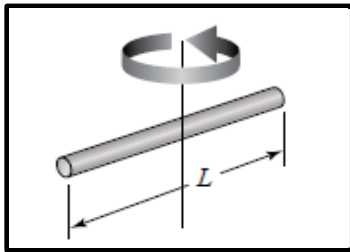


مثال:-

* حلقة رقيقة نصف قطرها (r) وكتلتها (m) فإنّ مقدار عزم القصور الذاتي لها يساوي ($I = mr^2$)



* اسطوانة مصمتة كتلتها (m) موزعة بانتظام على حجم الاسطوانة ونصف قطرها (r) فإنّ مقدار عزم القصور الذاتي لها يساوي $[I = \frac{1}{2} mr^2]$

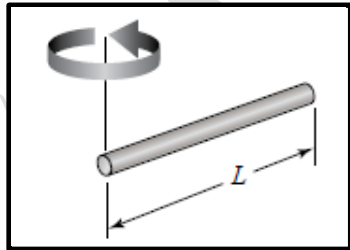


* الجدول (1) يبين حالات لأجسام مختلفة (ليس للحفظ) .

* يعتمد عزم القصور الذاتي على موقع محور الدوران مثل :-

* قضيب كتلته (m) وطوله (l) يدور حول محور عمودي على القضيب

مارًا بمنتصفه ، فإنّ عزم القصور الذاتي له يساوي $[I = \frac{1}{12} m l^2]$.



* قضيب كتلته (m) وطوله (l) يدور حول محور عمودي على القضيب

مارًا بطرفه ، فإنّ عزم القصور الذاتي له يساوي $[I = \frac{1}{3} m l^2]$.

* كلما كان محور الدوران أقرب للمنتصف احتاج إلى عزم قصور أقل مقارنة مع عندما يكون محور الدوران أقرب لأحد طرفيه .

* العوامل التي يعتمد عليها عزم القصور الذاتي للحركة الدورانية :-

(1) كتلة الجسم

(2) بُعد محور الدوران $[L , r]$

(3) كيفية توزيع كتلة الجسم [حول محور الدوران ، أو بعيدًا عن محور الدوران]

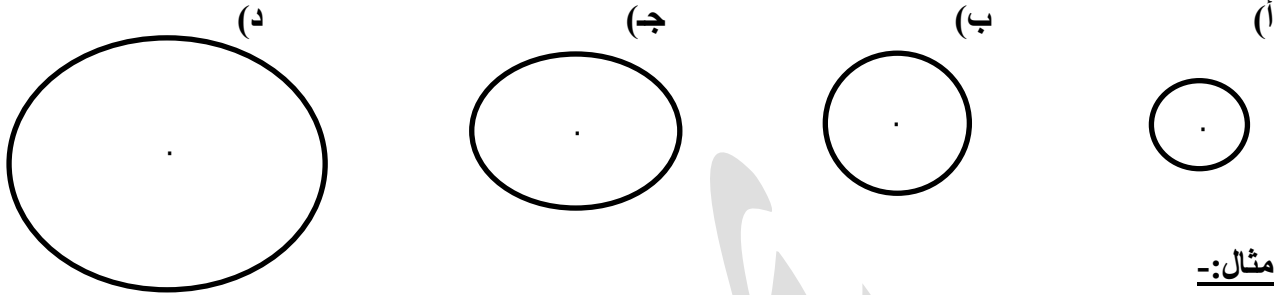
(4) موقع محور الدوران

(5) اتجاه محور الدوران

* (مهم) يمتلك الجسم الأجوف عزم قصور ذاتي أكبر من الجسم المصمت لنفس الشكل .

مثال:-

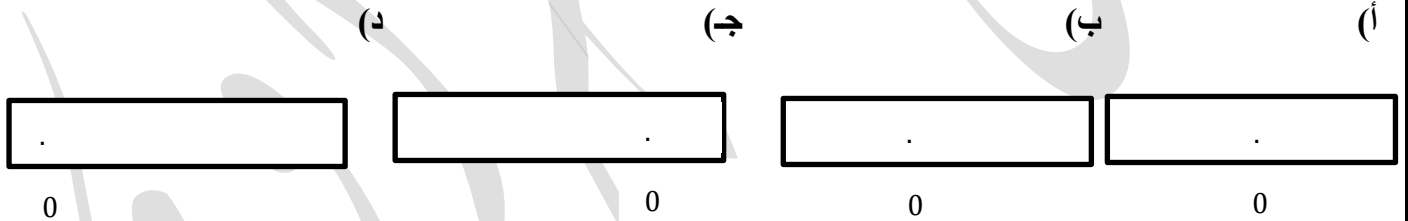
أي الأشكال التالية يلزم أكبر عزم قصور ذاتي لبداية حركته حركة دورانية ؟

مثال:-

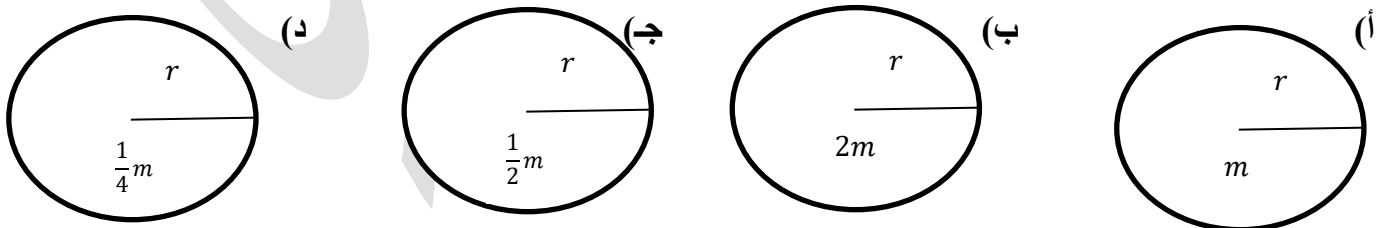
أي الأشكال التالية يلزم أكبر عزم قصور ذاتي لإيقاف حركته الدورانية :-

مثال:-

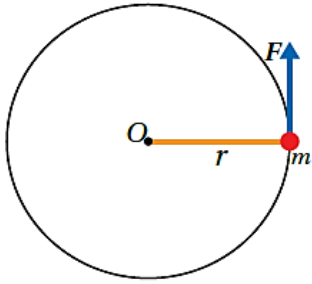
أي الأشكال التالية يلزم أكبر عزم قصور ذاتي لإيقاف حركته الدورانية :-

مثال:-

أي الأشكال التالية يلزم أكبر عزم قصور ذاتي لإيقاف حركته الدورانية :-



المثال 7



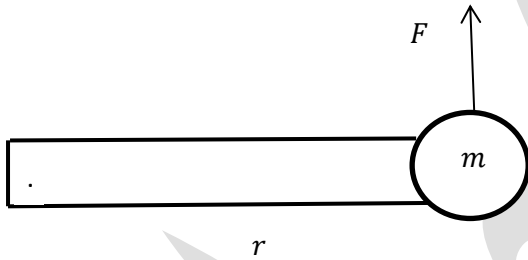
كرة كتلتها (3.0 kg) مثبتة في نهاية قضيب فلزيّ خفيف طوله (0.80 m)، وتتحرك حركة دورانية في مستوى أفقيّ حول محور ثابت عموديّ على مستوى الصفحة يمرّ في النهاية الأخرى للقضيب بتأثير قوة مماسية (F) ثابتة في المقدار، كما هو موضّح في الشكل (20). إذا بدأت الكرة حركتها من السكون بتسارع زاويّ ثابت؛ بحيث أصبح مقدار سرعتها الزاوية (8π rad/s) خلال (5.0 s)؛ فأحسب مقدار ما يأتي بإهمال كتلة القضيب الفلزيّ:

الشكل (20): كرة في نهاية قضيب فلزي
طوله r تتحرك حركة دورانية حول محور ثابت.

أ . التسارع الزاويّ للكرة.

ب . العزم المُحصّل المؤثر في الكرة.

جـ . القوة المماسية (F) المؤثرة في الكرة.



الحل :

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} = \frac{8\pi - 0}{5} = 5 \text{ rad/s}^2$$

(أ)

$$I = m r^2 = 3 \times 0.64 = 1.92 \text{ kg.m}^2$$

(ب)

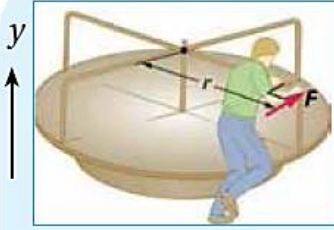
$$\sum \tau = I \alpha = 1.92 \times 5 = 9.6 \text{ N.m}$$

$$\sum \tau = F r \Rightarrow F = \frac{\sum \tau}{r} = \frac{9.6}{0.8}$$

(جـ)

$$F = 12 \text{ N}$$

لتدريسه



الشكل (21): لعبة
القرص الدوار.

أ. العزم المحصل
المؤثر في اللعبة.

ب. التسارع الزاوي للعبة.

ج. السرعة الزاوية للعبة بعد (2.0 s) من بدء دورانها.

د. التسارع الزاوي للعبة عندما يجلس طفل كتلته (20.0 kg) على بُعد (1.5 m) من محور الدوران، بافتراض الطفل نقطة مادية.

لعبة القرص الدوار الموضحة في الشكل (21)؛ تتكوّن من قرصٍ مُصمّمٍ قابلٍ للدوران حول محورٍ ثابتٍ يمرُّ في مركزه باتجاه محور y . أثر شخصٍ بقوةٍ مماسيةٍ (F) ثابتةٍ في المقدار عند حافة القرص مقدارها (250 N). إذا علمتُ أنّ كتلة القرص الدوار (50.0 kg) ونصف قطره (2.0 m)، وبإهمال قوى الاحتكاك وافترض قرص اللعبة منتظم توزيع الكتلة، وبدأت اللعبة الدوران من السكون بتسارع زاويّ ثابتٍ بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فأحسب مقدار ما يأتي:

$$\sum \tau = F r = 250 \times 2 = 500 \text{ N.m} \quad (\text{أ})$$

$$I = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 4 = 100 \text{ kg.m}^2 \quad (\text{ب})$$

$$\sum \tau = I \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{\sum \tau}{I} = \frac{500}{100} = 5 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t} \Rightarrow 5 = \frac{\omega_f - 0}{2} \Rightarrow \omega_f = 10 \text{ rad/s} \quad (\text{ج})$$

$$I = m r^2 = 20 \times 2.25 = 45 \text{ kg.m}^2 \quad (\text{د})$$

$$\sum I = I + I' = 100 + 45 = 145 \text{ kg.m}^2$$

$$\alpha = \frac{\sum \tau}{I} = \frac{500}{145} = 3.45 \text{ rad/s}^2$$

ملاحظة :- (مهم)

عندما يكون محصلة العزم ثابتة تكون العلاقة عكسية بين عزم القصور الذاتي والتسارع الزاوي.

$$(\sum \tau = I \alpha)$$

الزخم الزاوي (L)

* أنواع الطاقة الحركية :

(تُقاس بوحدة الجول (J) .

(1) الطاقة الحركية الخطية للحركة الإنتقالية الخطية (KE)

$$KE = \frac{1}{2} mv^2$$

(2) الطاقة الحركية الدورانية للحركة الدورانية حول محور ثابت (KE_R)

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$

 $\omega \equiv$ السرعة الزاوية للجسم . $I \equiv$ عزم القصور الذاتي للجسم .مهم : لاحظ تشابه قوانين أنواع الطاقة الحركية .• تعتمد الطاقة الحركية الدورانية لجسم على :-

1- عزم القصور الذاتي للجسم (I)

2- مربع السرعة الزاوية للجسم (ω^2)**المثال 8**

يتحرك جزيء أكسجين (O_2) حركةً دورانيةً حول محورٍ ثابتٍ باتجاه محور z ، عموديً على مُنتصف المسافة بين ذرتي الأكسجين المكونتين له، بسرعةٍ زاويةٍ ثابتةٍ مقدارها $(4.6 \times 10^{12} \text{ rad/s})$. إذا علمتُ أنَّ عزم القصور الذاتي لجزيء الأكسجين حول محور دورانه z يساوي $(1.95 \times 10^{-46} \text{ kg.m}^2)$ عند درجة حرارة الغرفة؛ فأحسب مقدار الطاقة الحركية الدورانية للجزيء.

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \times 1.95 \times 10^{-46} \times (4.6 \times 10^{12})^2$$

$$= 2.06 \times 10^{-21} \text{ J}$$

مثال:- يدور قرص مُصمت متماثل بعزم قصور ذاتي مقداره (220 kg.m^2) حول محور ثابت بسرعة زاوية مقدارها (15 rad/s) باتجاه محور (Z) ، أوجد مقدار الطاقة الحركية الدورانية للقرص ؟

الحل

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \times 220 \times 225$$

$$= 24750 \text{ J}$$

مثال:- قضيب فلزي يدور بسرعة زاوية مقدارها (8 rad/s) حول محور عمودي على القضيب مارًا بمنتصفه وبطاقة حركة دورانية مقدارها (768 J) ، أوجد مقدار عزم القصور الذاتي للقضيب ؟

الحل

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2 \Rightarrow 768 = \frac{1}{2} \times I \times 64$$

$$I = 24 \text{ kg.m}^2$$

تمرين (ص 60)

قرص مصمت منتظم متماثل كتلته (2 kg) ، ونصف قطره (0.5 m) ، يتحرك حركة دورانية بسرعة زاوية ثابتة مقدارها (8 rad/s) حول محور ثابت عمودي على مركزه ، احسب الطاقة الحركية الدورانية للقرص ؟

الحل

$$I = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 0.25 = 0.25 \text{ kg.m}^2$$

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \times 0.25 \times 8 = 1 \text{ J}$$

مثال :- ماذا يحدث للطاقة الحركية الدورانية لجسم في الحالات التالية :-

(أ) زيادة عزم القصور للجسم للضعف ؟

(ب) نقصان عزم القصور للجسم للربع ؟

(ج) زيادة السرعة الزاوية للجسم للضعف ؟

(د) نقصان السرعة الزاوية للجسم للنصف ؟

(هـ) زيادة عزم القصور للجسم (4 أضعاف) ونقصان السرعة الزاوية للجسم للنصف ؟

(و) زيادة عزم القصور للجسم للضعف ونقصان السرعة الزاوية للجسم للنصف ؟

الزخم الزاوي وحفظه

• أنواع الزخم :-

1- الزخم الخطي (P) للأجسام المتحركة حركة خطية .

$$P = m v$$

2- الزخم الزاوي (L) للأجسام المتحركة حركة دورانية .

$$L = I \omega$$

هو ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاوية .

* و يُقاس بوحدة (gK . m² / s)

* هو كمية متجهة ويكون له نفس اتجاه السرعة الزاوية المتجهة

(قاعدة قبضة اليد اليمنى)

الزخم الزاوي :-

* موجب ← عند دوران الجسم بعكس اتجاه عقارب الساعة (خارجاً من الصفحة)

* سالب ← عند دوران الجسم مع اتجاه عقارب الساعة (داخلاً بالصفحة)

* قاعدة قبضة اليد اليمنى :- (لف أصابع اليد اليمنى الأربعة حول محور الدوران

بحيث تشير إلى اتجاه دوران الجسم فيشير الإبهام إلى اتجاه الزخم الزاوي (L))

• يعتمد الزخم الزاوي على :-

1- عزم القصور الذاتي للجسم .

تناسب طردي

2- السرعة الزاوية للجسم .

* (مهم) القانون الثاني لنيوتن بالحركة الخطية والحركة الدورانية

* القوة المحصلة ($\sum F$) تسبب تغير الزخم الخطي (Δp) للجسم .

$$\Delta p = \sum F \Delta t$$

بالحركة الخطية

* العزم المحصل ($\sum \tau$) يسبب الزخم الزاوي (Δl) للجسم .

$$\Delta l = \sum \tau \Delta t$$

بالحركة الدورانية

الشكل (23):

(أ) الزخم الزاوي موجب .

(ب) الزخم الزاوي سالب .

(ج) استخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى

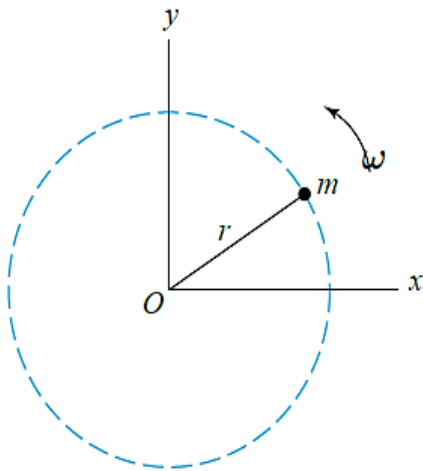
لتحديد اتجاه الزخم الزاوي .

$$\sum \tau = \frac{\Delta l}{\Delta t} \quad \sum \tau \propto \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta t} \equiv \text{المعدل الزمني لتغير الزخم الزاوي} .$$

* (مهم) يكون اتجاه الزخم الزاوي دائماً باتجاه المحور الذي يدور حوله الجسم .

المثال 9



يتحرك جسيم كتلته (50.0 g) حول محور ثابت (محور z) عند النقطة (O)، في مسار دائري نصف قطره (20.0 cm)، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها (5.0 rad/s) بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة، كما هو موضح في الشكل (24). أحسب مقدار الزخم الزاوي للجسيم حول هذا المحور، وأحدد اتجاهه.

الشكل (24): جسيم يتحرك في مسار دائري نصف قطره (r) حول محور z.

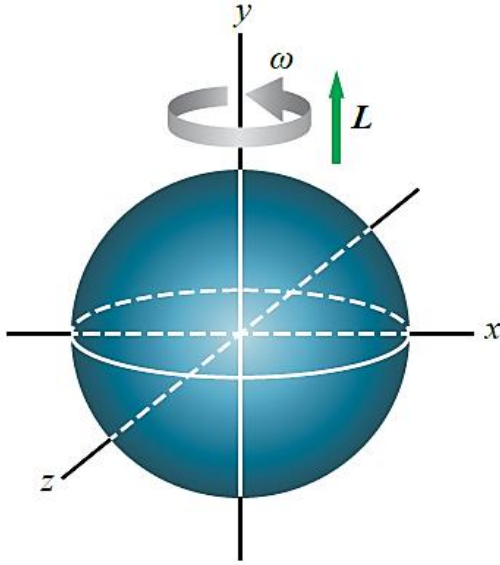
• الحل

$$\begin{aligned} L &= I w \\ &= 20 \times 10^{-4} \times 5 \\ &= 1 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2\text{/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= m r^2 \\ &= 5 \times 10^{-2} \times 4 \times 10^{-2} \\ &= 20 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2 \end{aligned}$$

- اتجاه الدوران عكس عقارب الساعة (+ L) ، ويكون اتجاه الزخم الزاوي خارجاً من الصفحة على امتداد محور الدوران .

المثال ١٥



أستخدم المتغيرات: كرة مُصمَّنة منتظمة متماثلة كتلتها (5.0 kg) ونصف قطرها (10.0 cm)، تتحرك حركة دورانية حول محور ثابت (محور y) يمر في مركزها، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها (20 rad/s) بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة عند النظر إليها من أعلى، كما هو موضح في الشكل (25). أحسب مقدار الزخم الزاوي للكرة حول هذا المحور، وأحدد اتجاهه.

المُعطيات: $m = 5.0 \text{ kg}$, $r = 10.0 \times 10^{-2} \text{ m}$,

$$\omega = 20 \text{ rad/s}, I = \frac{2}{5} m r^2.$$

المطلوب: $L = ?$

الحل:

الشكل (25): كرة مُصمَّنة متماثلة منتظمة

تدور حول محور ثابت يمر في مركزها.

$$\begin{aligned} L &= I \omega \\ &= 2 \times 10^{-2} \times 20 \\ &= 40 \times 10^{-2} = 0.4 \text{ kg.m}^2/\text{s} \text{ (y+)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{2}{5} m r^2 \\ &= \frac{2}{5} \times 5 \times 10^{-2} \\ &= 2 \times 10^{-2} \text{ kg.m}^2 \end{aligned}$$

* الزخم الزاوي موجب ، يكون اتجاهه باتجاه محور (y الموجب) عند النظر إلى الكرة من الأعلى .

مثال:-

وضّح ماذا يحدث للزخم الزاوي لجسم يتحرك حركة دورانية بالحالات التالية :-

[يقل للنصف]

(أ) نقصنا عزم القصور الذاتي للنصف ؟

[يزداد 4 أضعاف]

(ب) زدنا السرعة الزاوية (4 أضعاف) ؟

[يزداد 4 أضعاف]

(ج) زدنا مقدار (r) للضعف ؟

[يزداد للضعف]

(د) ضاعفنا كتلة الجسم للضعف ؟

* نظام يتكون من عدة جسيمات وإيجاد الزخم الزاوي للنظام :-

← لإيجاد محصلة الزخم الزاوي لعدة جسيمات نحسب الزخم الزاوي لكل جسيم على حدة ثم نجد مجموع الزخم الزاوي مع مراعاة إشارة الموجب والسالب.

$$\sum L = L_1 + L_2 + L_3 \dots$$

• إذا كانت إشارة محصلة الزخم الزاوي :-

1- موجبة ← اتجاه دوران النظام كامل عكس عقارب الساعة .

2- سالبة ← اتجاه دوران النظام كامل مع عقارب الساعة .

لتبريه

نظامٌ يتكوّن من جُسيمين يتحرّكان حركةً دورانيّةً حول محورٍ ثابتٍ (محور z)، في مسارٍ دائريّ. إذا علمتُ أنّ لهما عزم القصور الذاتيّ نفسه ويساوي $(2 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2)$ ، ويدور الجُسيم الأول بسرعة زاويّة (4 rad/s) باتجاه حركة عقارب الساعة، بينما يدور الجُسيم الثاني بسرعة زاويّة (8 rad/s) بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة؛ أحسبُ مقدار ما يأتي:

أ . الزخم الزاويّ للجُسيم الأوّل حول هذا المحور، وأحدّد اتجاهه.

ب . الزخم الزاويّ للنظام حول هذا المحور، وأحدّد اتجاهه.

$$(I_1 = I_2 = 2 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2), (\omega_1 = -4 \text{ rad/s}), \omega_2 = +8 \text{ rad/s})$$

$$L_1 = I \omega_1 = 2 \times 10^{-3} \times -4 = -8 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s} \quad (\text{أ})$$

• اتجاه الزخم الزاوي للداخل (- z) وذلك حسب قاعدة قبضة اليد اليمنى .

$$L_2 = I \omega_2 = 2 \times 10^{-3} \times 8 = +16 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

• اتجاه الزخم الزاوي للخارج (+ z) وذلك حسب قاعدة قبضة اليد اليمنى .

$$\sum L = L_1 + L_2 = -8 \times 10^{-3} + 16 \times 10^{-3} \quad (\text{ب})$$

$$= +8 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

• اتجاه محصلة الزخم الزاوي للخارج (+ z) حسب إشارة مجموع الزخم الزاوي .

• مهم

الطاقة الحركية الدورانية ($KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$) والزخم الزاوي ($L = I \omega$) يتناسبان طردياً مع عزم القصور الذاتي .

• وكلاهما يتناسبان أيضاً مع السرعة الزاوية (ω) لكن :-

$$(L \propto \omega) , (KE_R \propto \omega^2)$$

مثال : قرص يدور بسرعة زاوية مقدارها (ω) , اذا زادت هذه السرعة للضعف , وضح ماذا يحدث لكل من :

(1) الطاقة الحركية الدورانية ؟

(2) الزخم الزاوي للقرص ؟

• حل (س² + س³) ص 66 .

حفظ الزخم الزاوي• قانون حفظ الزخم الزاوي :-

(الزخم الزاوي لنظام معزول يظل ثابتاً في المقدار والاتجاه)

أي يكون العزم المحصل المؤثر في النظام صفراً ($\sum \tau = 0$)مقدار ثابت ($constant$) $l_f = l_i \rightarrow I_f \omega_f = I_i \omega_i =$ * أي أنّ العلاقة بين عزم القصور الذاتي والسرعة الزاوية علاقة عكسية .

* إذا زاد عزم القصور الذاتي تقل السرعة الزاوية ليبقى الزخم الزاوي ثابت .

* إذا قل عزم القصور الذاتي تزداد السرعة الزاوية ليبقى الزخم الزاوي ثابت .

* الصورة المجاورة توضح العلاقة العكسية بين عزم القصور الذاتي

والسرعة الزاوية ، عندما يقوم المتزلج بضم يديه ورجليه نحو جسمه

فإنّ عزم القصور الذاتي يقل ، ويزداد مقدار سرعته الزاوية ليبقى

مقدار الزخم الزاوي له ثابت .

* قوة وزن المتزلج تؤثر بشكل رأسي للأسفل ، والقوة العمودية تؤثر

بشكل رأسي للأعلى ، وعزم كلٍ منها حول محور الدوران يساوي صفراً .

* بإهمال قوة الاحتكاك بين الزلاجات والجليد وإهمال العزم الناتج منه .* (مهم) بما أن السرعة الزاوية تزداد إذن الطاقة الحركية الدورانية تزداد

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$



الشكل (26): يقل عزم القصور الذاتي للمتزلج عندما يضم يديه نحو جسمه ويضم قدميه معاً، فيزداد مقدار سرعته الزاوية بحسب قانون حفظ الزخم الزاوي.

المثال ١١

ثلاثة أطفال كتلتهم (20 kg، 28 kg، 32 kg) يقفون عند حافة لعبة دوّارة على شكل قرصٍ دائري منتظم كتلته $M = 100 \text{ kg}$ ، ونصف قطره $r = 2.0 \text{ m}$ ، ويدور بسرعةٍ زاويّةٍ ثابتةٍ مقدارها 2.0 rad/s ، حول محور دوران ثابت عموديّ على سطح القرص ويمرّ في مركزه باتجاه محور y . تحرّك الطفل الذي كتلته 20 kg ووقف عند مركز القرص. أحسب مقدار السرعة الزاويّة الجديد للعبة الدوّارة.

$$l_f = l_i \rightarrow I_f \omega_f = I_i \omega_i$$

$$I_i = \frac{1}{2} M r^2 + (m_1 + m_2 + m_3) r^2 \quad \text{نقوم بحساب } I_i$$

$$= \frac{1}{2} \times 100 \times 4 + 80 \times 4 = 520 \text{ kg.m}^2$$

* نقوم بحساب (I_f) بدون كتلة الطفل الذي كتلته (20 kg) لأنه لا يوجد عزم قصور ذاتي له

$$I_f = \frac{1}{2} M r^2 + (m_2 + m_3) r^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 4 + 60 \times 4$$

$$= 440 \text{ kg.m}^2$$

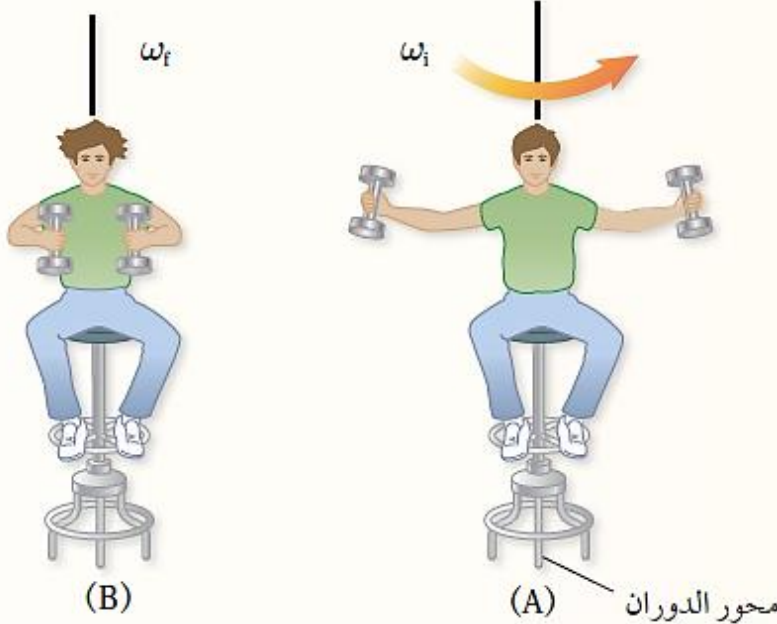
* نطبّق على قانون حفظ الزخم الزاوي :-

$$I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

$$520 \times 2 = 440 \times \omega_f \Rightarrow \omega_f = \frac{1040}{440}$$

4. **التفكير الناقد:** يجلس طالب على كرسي قابل للدوران حول محور رأسي، ويُمسك ثقلاً بكل يد. بدايةً؛ يدور الطالب والكرسي بسرعة زاوية (ω_i) ويده ممدودتان، كما هو موضح في الشكل A. إذا طلب المعلم من الطالب ضم ذراعيه؛ كما في الشكل B؛ فماذا يحدث لكل من:

- أ. عزم قصوره الذاتي؟
ب. سرعته الزاوية النهائية؟



- أ) عزم القصور الذاتي يقل .
ب) السرعة الزاوية النهائية تزداد .

مثال :- متزلج على الجليد يدور فاتحاً ذراعيه بعزم قصور ذاتي يساوي (20 kg.m^2) ، وبسرعة زاوية مقدارها (10 rad/s) ، إذا قام المتزلج بضم ذراعيه لجسمه فزادت سرعته الزاوية لتصبح (10 rad/s) ، أوجد :-

- أ) الزخم الزاوي النهائي للمتزلج ؟
ب) عزم القصور الذاتي له ؟

الحل

$$L_i = I_i \omega_i = 20 \times 6 = 120 \text{ kg.m}^2\text{/s} \quad (\text{أ})$$

• وبما أنّ الزخم الزاوي محفوظ

$$l_f = l_i = 120 \text{ kg.m}^2\text{/s}$$

(ب)

$$L_f = I_f \omega_f \Rightarrow 120 = I_f \times 10 \Rightarrow I_f = 12 \text{ kg.m}^2$$

• لاحظ زيادة السرعة الزاوية ونقصان عزم القصور الذاتي .

اتزان الجسور

* يعمل القائمين على بناء الجسور على تحديد القوى المؤثرة في هياكلها وتراكيبتها للمحافظة عليها ثابتة ومتزنة سكونياً وعدم انهيارها .

• وهذه القوى نوعان :-

1- قوى شد :- تعمل على تمدد وزيادة طول مكونات الجسور .

2- قوى ضغط :- تعمل على انكماش وتقلص هذه المكونات .

* يجب العمل على أخذ هذه القوى بالحسبان عند تصميم أي جسر كي لا يتعرّض الجسر للتصدع والإلتواء والانكماش لعدم مقدرة الجسر على تحمل هذه القوى ولإيجاد وسائل وتصاميم مناسبة تعمل على توزيع هذه القوى على مختلف أجزاء الجسر بحيث يمنع تركزها في منطقة واحدة .

* يعمل مهندسو الجسور على أخذ قياسات دقيقة لهذه القوى ولدعامات الجسر والمسافات بينها ومقدار أكبر ثقل يمكن أن يتحمله الجسر دون انهيار .

ورقة عمل (2)

(س1)

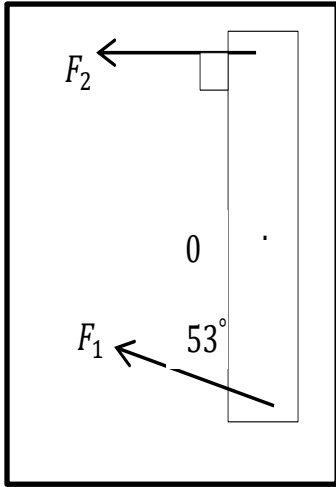
مسطرة مترية محور دورانها بالمنتصف ، إذا علمت أن القوى متساوية (60 N) ، أوجد :

(1) مقدار العزم المُحصل المؤثر في المسطرة واتجاهه ؟

(2) إذا علمت أن مقدار عزم القصور الذاتي للمسطرة يساوي (4 kg.m^2) ،

أوجد مقدار واتجاه التسارع الزاوي للمسطرة ؟

[عكس عقارب الساعة $\sum \tau = 6\text{ N.m}$, [عكس عقارب الساعة $\alpha = 1.5\text{ rad/s}^2$]



(س2) بالشكل المجاور قرص يدور حركة دورانية حول منتصفه ،

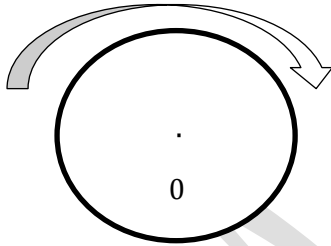
اتجاه الزخم الزاوي والسرعة الزاوية للقرص على التوالي :

(ب) للخارج , للداخل .

(أ) للخارج , للخارج .

(د) للداخل , للخارج .

(ج) للداخل , للداخل .



(س3) الزاوية التي تساوي (60°) تساوي بوحدة الراديان :-

(د) π

(ج) $\frac{\pi}{2}$

(ب) $\frac{\pi}{3}$

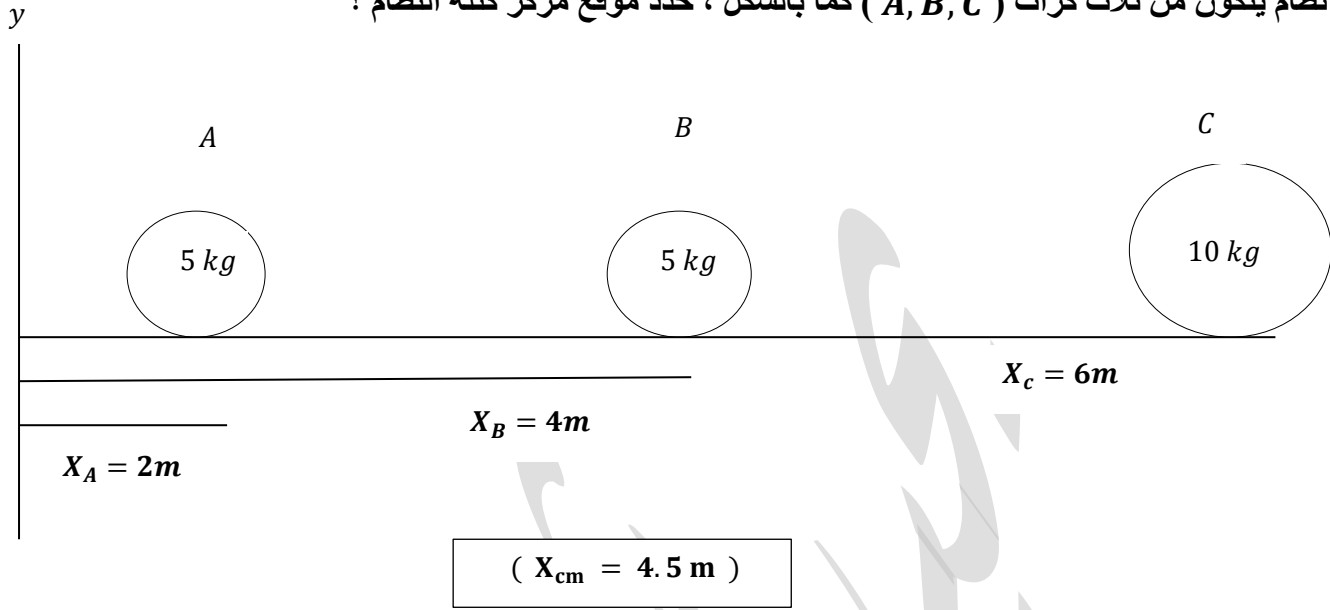
(أ) $\frac{\pi}{4}$

(س4) اذكر مثالين عمليين على عزم الازدواج ؟

(س5) اذكر أنواع الاتزان مع الفرق بينهم ؟

(س6)

نظام يتكون من ثلاث كرات (A, B, C) كما بالشكل ، حدد موقع مركز كتلة النظام ؟



(س7) وضّح المقصود بكلٍ من :-

- | | | | |
|-------------------|---------------------|--------------------|--------------------|
| (أ) الموقع الزاوي | (ب) الإزاحة الزاوية | (ج) السرعة الزاوية | (د) التسارع الزاوي |
| (هـ) الزخم الزاوي | (و) مركز الكتلة | (ز) عزم الازدواج | (ح) العزم |

(س8) اذكر الحالات التي يظهر فيها عزم القصور الذاتي جلياً ؟

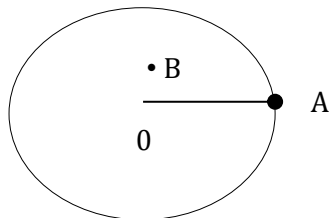
(س9)

يدور قرص مصمت متماثل بعزم قصور ذاتي مقداره (350 kg.m^2) حول محور ثابت في منتصفه بسرعة زاوية مقدارها (12 rad/s) ، باتجاه محور (Z) ، أوجد مقدار الطاقة الحركية الدورانية للقرص ؟

$$[KE_R = 25200 \text{ J }]$$

(س10)

بالشكل المجاور كرة مصمتة تدور حول مركزها حركة دورانية ، قارن بين مقدار ما يلي للنقطتين (A , B) :-



(أ) السرعة الزاوية للنقطتين ؟

(ب) المسافة التي تقطعها كل نقطة كل دورة كاملة ؟

(س11)

بالروافع العالية الثقيلة يجب أن يكون العزم المحصل المؤثر في الرافعة صفرًا ، علل ؟

(س12)

بالسؤال (14) من أسئلة الوحدة ، إذا كان النظام يدور حول محوره (Z) ، أوجد :-

(أ) عزم القصور الذاتي للنظام ؟

$$[I = 12 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2]$$

(ب) الطاقة الحركية الدورانية للنظام ؟

$$[KE_R = 24 \times 10^{-3} \text{ J}]$$

إجابات أسئلة الوحدة (2)

8	7	6	5	4	3	2	1	(س1)
ج	أ	أ	أ	أ	ب	د	أ	
17	16	15	14	13	12	11	10	9
أ	ج	ب	أ	ب	ج	ب	ب	ب

(س2)

(أ) لأن مقدار العزم (صفر) .

(ب) بسبب اختلاف مقدار (r أو L) .

(س3)

* كتلة الجسم (m) هي ممانعة الجسم للحركة الخطية أو الدورانية .* عزم القصور الذاتي (I) هي ممانعة الجسم للحركة الدورانية فقط ومن عواملها الكتلة .

(س4)

لهما نفس مقدار السرعة الزاوية لأنهما موجودتان على نفس الجسم الدوار .

(س5)

(أ) يفتح فيها الباب لأنه يوجد ذراع للقوة .

(ب) لا يفتح الباب لأنه لا يوجد ذراع للقوة .

(ج) لا يفتح الباب لأنه لا يوجد ذراع للقوة .

(س6)

تجربة (1) ص 49

(س7)

(أ) ليقفل عزم القصور الذاتي ، ويزيد مقدار السرعة الزاوية .

(ب) الزخم الزاوي ثابت .

(ج) تزداد .

(د) تزداد .

(س 8)

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2} \text{ rad}\backslash s$$

(س9)

(أ)

$$F = 400 \text{ N}$$

(ب) مع عقارب الساعة .

(س 10)

$$\theta = 120^\circ$$

(س 11)

(أ)

$$L_i = 3600 \text{ kg.m}^2\backslash s$$

(ب)

$$w_f = 2.12 \text{ rad}\backslash s$$

(س 12)

$$X_{cm} = 4 \text{ m}$$

(س13)

(أ)

$$F_N = 700 \text{ N } (y+)$$

(ب)

$$r_1 = 3 \text{ m}$$

(س14)

(أ)

$$I = 8 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

(ب)

$$KE_R = 16 \times 10^{-3} \text{ J}$$

(س15)

(أ)

$$r_2 = 1.8 \text{ m}$$

(ب)

$$m = 5 \times 10^3 \text{ kg}$$

شجرة الحياة

شجرة الحياة

شجرة الحياة

شجرة الحياة

شجرة الحياة

ملخص قوانين الوحدة الأولى (الزخم الخطي والتصادمات)

$p = m v$	الزخم الخطي
$\sum F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow (\Delta p = \sum F \Delta t)$	محصلة القوة
$I = \Delta p = \sum F \Delta t = p_f - p_i$	الدفع
$KE = \frac{1}{2} m v^2$	الطاقة الحركية الخطية
قانون حفظ الزخم بالتصادمات $I_{AB} = -I_{BA} \Rightarrow \Delta P_B = -\Delta P_A$ $P_{Bf} - P_{Bi} = -(P_{Af} - P_{Ai})$ $\sum P_i = \sum P_f$ $m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf}$	
$\sum KE_i = \sum KE_f$	الطاقة الحركية محفوظة
$\sum KE_i > \sum KE_f$	الطاقة الحركية غير محفوظة
$v_f = \frac{m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi}}{m_A + m_B}$	تصادم عديم المرونة
$v_{1A} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$	قانون البندول القذفي
• أنواع التصادمات :- 1- تصادم مرن 2- تصادم غير مرن 3- تصادم عديم المرونة	

ملخص قوانين الوحدة الثانية (الحركة الدورانية)

$\theta_{rad} = \frac{\pi}{180^\circ} \times \theta_{deg}$	تحويل الزاوية من (deg) إلى (rad)
$\tau = r F \sin \theta$	عزم القوة
$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 + \dots$	مجموع عزم القوة (مراعاة الإشارة)
$\tau_{couple} = F d = F d \sin \theta = F 2 r \sin \theta$	عزم الازدواج
1- اتران سكوني 2- اتران انتقالي	أنواع الاتزان
$X_{cm} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$ (أو Ycm)	مركز الكتلة
$\Delta \theta = \theta_f - \theta_i$	الإزاحة الزاوية
$\bar{\omega} = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta_f - \theta_i}{\Delta t}$	السرعة الزاوية
$\bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t}$	التسارع الزاوي
$\sum \tau = I \alpha$	قانون نيوتن الثاني للحركة الدورانية
$I = m r^2$	عزم القصور الذاتي (عام)
$L = I \omega$ ($\Delta L = \sum \tau \Delta t$)	الزخم الزاوي
$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$	الطاقة الحركية الدورانية
$\sum L = L_1 + L_2 + L_3 \dots$	محصلة الزخم الزاوي لعدة جسيمات
$L_f = L_i \Rightarrow I_f \omega_f = I_i \omega_i$	حفظ الزخم الزاوي

جدول الاقترانات المثلثية

tanθ	cosθ	sinθ	الزاوية	tanθ	cosθ	sinθ	الزاوية
1.036	0.695	0.719	46	0.000	1.000	0.0000	صفر
1.072	0.682	0.731	47	0.018	1.000	0.018	1
1.110	0.669	0.743	48	0.035	0.999	0.035	2
1.150	0.656	0.756	49	0.052	0.999	0.052	3
1.192	0.643	0.766	50	0.070	0.998	0.070	4
1.235	0.629	0.777	51	0.088	0.996	0.087	5
1.280	0.616	0.788	52	0.105	0.995	0.105	6
1.327	0.602	0.799	53	0.123	0.993	0.122	7
1.376	0.588	0.809	54	0.141	0.990	0.139	8
1.428	0.574	0.819	55	0.158	0.989	0.156	9
1.483	0.559	0.829	56	0.176	0.985	0.174	10
1.540	0.545	0.839	57	0.194	0.982	0.191	11
1.600	0.530	0.848	58	0.213	0.978	0.208	12
1.664	0.515	0.857	59	0.231	0.974	0.225	13
1.732	0.500	0.866	60	0.249	0.970	0.242	14
1.804	0.485	0.875	61	0.268	0.966	0.259	15
1.880	0.470	0.883	62	0.287	0.961	0.276	16
1.963	0.454	0.891	63	0.306	0.956	0.292	17
2.050	0.438	0.899	64	0.325	0.951	0.309	18
2.145	0.423	0.906	65	0.344	0.946	0.326	19
2.246	0.407	0.914	66	0.364	0.940	0.342	20
2.356	0.391	0.921	67	0.384	0.934	0.358	21
2.475	0.375	0.927	68	0.404	0.927	0.375	22
2.605	0.384	0.935	69	0.425	0.921	0.391	23
2.748	0.342	0.940	70	0.445	0.914	0.407	24
2.904	0.326	0.946	71	0.466	0.906	0.423	25
3.078	0.309	0.951	72	0.488	0.899	0.438	26
3.271	0.292	0.956	73	0.510	0.891	0.454	27
3.487	0.276	0.961	74	0.531	0.883	0.470	28
3.732	0.259	0.966	75	0.554	0.875	0.485	29
4.011	0.242	0.970	76	0.577	0.866	0.500	30
4.331	0.225	0.974	77	0.604	0.857	0.515	31
4.705	0.208	0.978	78	0.625	0.848	0.530	32
5.145	0.191	0.982	79	0.650	0.839	0.545	33
5.671	0.174	0.985	80	0.675	0.829	0.559	34
6.314	0.156	0.988	81	0.700	0.819	0.574	35
7.115	0.139	0.990	82	0.727	0.809	0.588	36
8.144	0.122	0.993	83	0.754	0.799	0.602	37
9.514	0.105	0.995	84	0.781	0.788	0.616	38
11.43	0.087	0.996	85	0.810	0.777	0.629	39
14.30	0.070	0.998	86	0.839	0.766	0.643	40
19.08	0.052	0.998	87	0.869	0.755	0.656	41
28.64	0.035	0.999	88	0.900	0.734	0.669	42
57.29	0.018	1.000	89	0.932	0.731	0.682	43
∞	0.000	1.000	90	0.966	0.719	0.695	44
				1.000	0.707	0.707	45

يٰٓمُحَمَّدُ اَللّٰهُمَّ صَلِّ وَسَلِّمْ عَلٰى رَسُوْلِكَ وَآلِهِ

شجرة الحياة