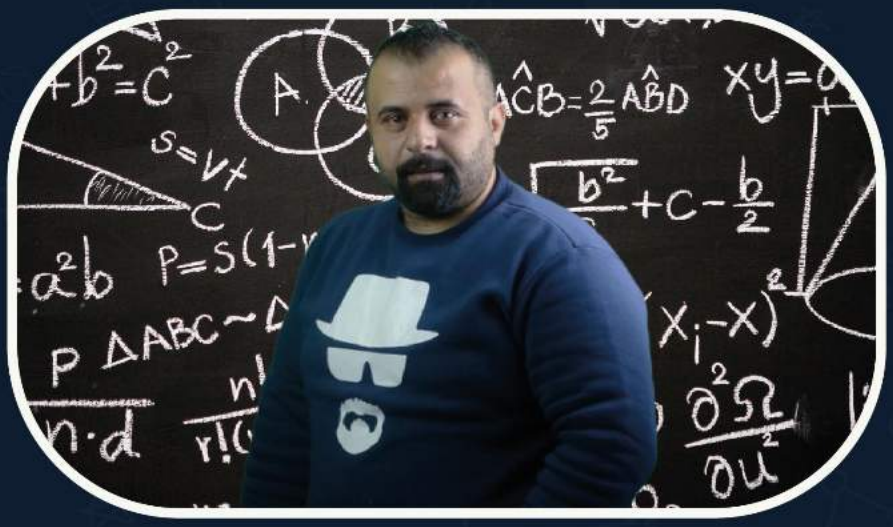


مكثف الرياضيات

الفرع العلمي

أسئلة موضوعية وأسئلة مقالية

330 سؤال اختيار من متعدد

2004

إعداد الأستاذ

حمدالله الطوباسي

للتواصل مع المعلم :

07 7935 8752

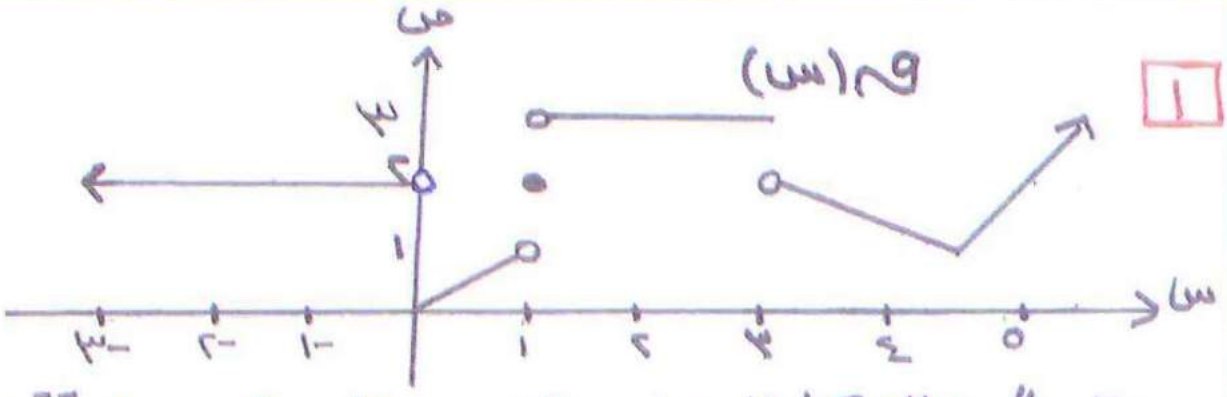
/hamdallahteach

النهايات والاتصال

السؤال الأول :-

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقره، لكل فقره أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح اختر رمز الإجابه الصحيحه ثم ظلل بشكل غامق الدائره التي تشير إلى رمز الإجابه الصحيحه في نموذج الإجابه

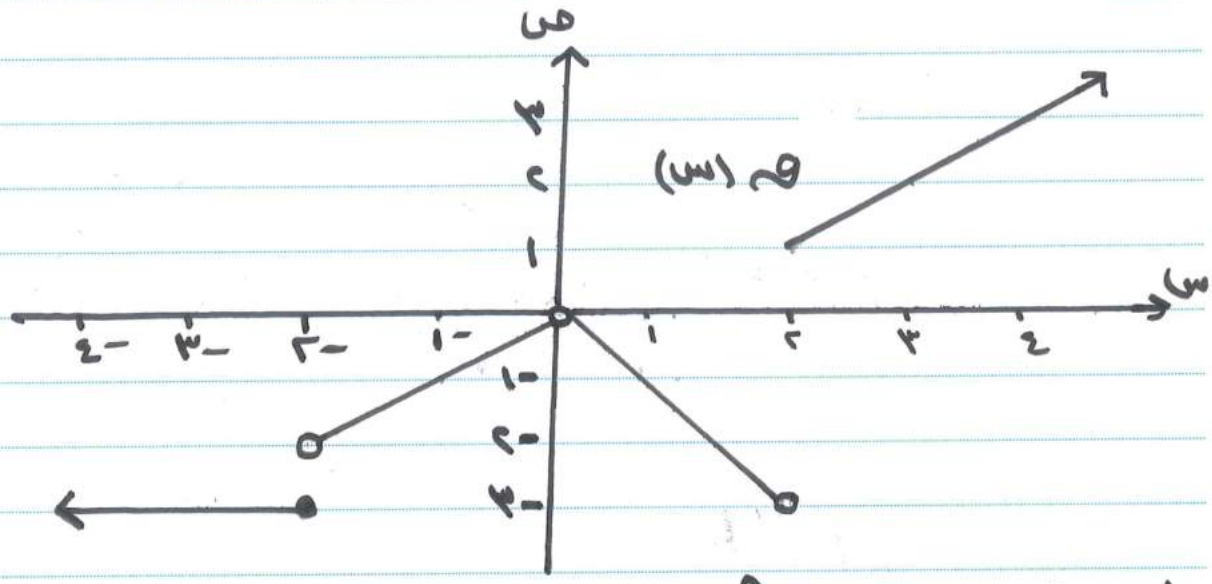
١



معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س)، فإن مجموعة قيم (م) التي تجعل نهـا ق(س) تساوي (٢) هي
س ← م

أ) {١،٥} ب) {١،٥، ٣} ج) {٥،٥-} د) {٥،٥-، ٠}

٢



إذا كان ق(س) = { ٣س + ٣ ، س < ٣ ، ٣ ≠ -٢ / ٣ - س ، س ≥ ٣ ، س ≠ -٢ }

فإن قيم/ قيمة (م) التي تجعل

$\lim_{س \to م}$ (ق(س) + ق(س)) غير موجوده هي

أ) م = ٢ ، ٣ ب) م = -٢ ج) م = -٢ ، ٣ د) م = -٢ ، ٠ ، ٢ ، ٣

---

٣ إذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ (ق(٢س+١) - ٣س) = صفر ،

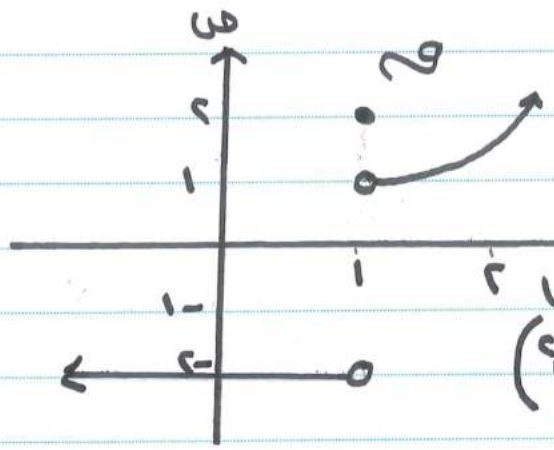
فإن $\lim_{ع \to ٣}$ (٣ ق(٣ع+٢)) تساوي :

أ) ٥ ب) ٦ ج) ٣٦ د) ١٠٨

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٤ معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران (هـ) المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية (ح)



إذا علمت أن هـ(-س) = س + ١

فإن $\lim_{س \to ١} \left(\frac{هـ(٢-س)}{هـ(س)} + س^{٢} \right)$ تساوي :

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) صفر د) ٢

---

٥ $\lim_{س \to ٠} ([٢س + ١] - [٢س - ١])$ تساوي

أ) غير موجودة ب) صفر ج) ١ د) ٢

---

٦ إذا كانت $\lim_{س \to م} [س + [س]] = ٦,٠$ فإن

مجموعة حل قيم (م) هي

أ) [٣,٤] ب) (٣,٤] ج) [٣,٤) د) (٣,٤)

---

٧ هـ(س) = [٢ - س]، فإن قيم الثابت (م) التي تجعل $\lim_{س \to م} هـ(س) = ٢$ هي

أ) [-١,٠] ب) [-١,٠) ج) (-١,٠) د) (-١,٠]

AMAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٨ $\lim_{س \to 1} \frac{1}{1 - [|س|]}$ تساوي

أ) صفر ب) -١ ج) ١ د) غير موجوده

٩ إذا كان ق(س) = $\sqrt{٣ - س}$ ، فإن قيم الثابت (جـ) التي تجعل $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) غير موجوده هي

أ) $[-٣، -٥)$ ب) $[٣، ٥)$ ج) $(-٥، ٣)$ د) $(-٥، -٣]$

١٠ إذا كان ق(س) كثير حدود وكان باقي قسمته على (س - ٣) يساوي (٦) جـ(م) ، حيث $\lim_{س \to ٣}$ (٢ ق(س) + م س - ١) = ٨

أ) ١ ب) -١ ج) -٢ د) ٢

١١ إذا كان ق(س) = $\begin{vmatrix} م س^{٢} + ٩ & ، & س \\ ١ - ٣س & ، & س \end{vmatrix}$ ، $\begin{matrix} ٥ \\ ك \end{matrix}$ ص

حيث (ص) مجموعة الأعداد الصحيحة، فإن $\lim_{س \to ١}$ ق(س) تساوي

أ) -٢ ب) -٤ ج) ١٠ د) غير موجوده

١٢ إذا كان ق، ل اقترانان كثيرا حدود يحققان النقطة (-١، ٢) وكانت $\lim_{س \to -١}$ (ق(س) - ل(س)) = -٢، فإن $\lim_{س \to -١}$ (ق(س) ل(س)) تساوي

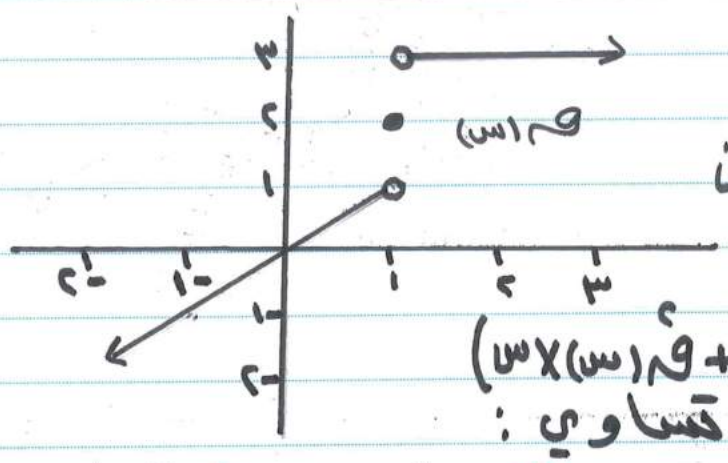
أ) ٢ ب) -٩ ج) ١٨ د) ٩

١٣ $\lim_{س \to ٣} ([س + ٢] + [٢ - س])$ تساوي

أ) ٥ ب) ٦ ج) ٢ د) غير موجوده

١٤ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) الموضح في الشكل

فإن $\lim_{س \to -١} (ق(١ - س) + ق(س) \times ٣)$ تساوي :



أ) -٤ ب) ٤ ج) -١ د) ٢

١٥ إذا كان ق كثير حدود باقي قسمته ع(س - ٤) = ٦

فإن قيمة $\lim_{س \to ٤} \frac{ق(س) + ق(س)}{ع(س)}$ تساوي

أ) صفر ب) ٢ ج) $\frac{١}{٢}$ د) غير موجوده

١٦ إذا كان $ق(س) = \frac{س^{٣} + (ك - ٧)س - ك}{س - ٣}$ ، $س \neq ٣$

فإن قيمة الثابت ك التي تجعل $\lim_{س \to ٣} ق(س)$ موجوده هي

أ) ٦ ب) -٦ ج) ٣ د) -٣

AWAZEL LEARN 2 BE

١٧ قيمة $\lim_{س \to ٣} \frac{(س^٢ - ٤)^٢}{(س - ٣)^٢}$ تساوي

أ) -١٦ ب) ٤ ج) -٤ د) ١٦

١٨ $\lim_{س \to ٠} \frac{س^٣ - ٢س^٣}{٢س^٣ - ١}$ تساوي

أ) ١ ب) ٢ ج) صفر د) غير موجوده

١٩ إذا كان $هـ$ كثيرحدود وكانت $\lim_{س \to ٢} \frac{٢هـ(س) - ٨}{س - ٢} = ٤$ ، فإن

$\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٤}{هـ(س) - ٤}$ تساوي

أ) ٤ ب) -٢ ج) $\frac{١}{٤}$ د) ٢

٢٠ $\lim_{س \to ١} \frac{(س^٢ + ٢س - ٣)^٢}{س^٤ - ٢س + ١}$ تساوي

أ) ٤ ب) ٦ ج) ٨ د) ١٦

٢١ $\lim_{س \to ٢} \left| \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢} \right|$ تساوي

أ) غير موجوده ب) ٢ ج) ٤ د) صفر

AWAEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٢٢ إذا كان $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س)}{س - ٣} = ٤$

فإن $\lim_{س \to ٣} \frac{(س+١)^٢ - ١}{ق(س)}$ تساوي

أ) ٤ ب) ١ ج) $\frac{١}{٤}$ د) ٢

---

٢٣ إذا كانت $\lim_{س \to ٣} \frac{س}{م - ٢م^٢ - س} = \lim_{س \to ٣^+} [س - ٣]$ ،

م ∈ ح ، فإن قيمة الثابت (م) تساوي

أ) ٢ ب) ٣ ج) ١ د) صفر

---

٢٤ إذا كان $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ٩}{س - ٣} = ٥$

فإن $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) - س^٢}{س - ٣}$ تساوي

أ) ١١ ب) ٨ ج) ١ د) -١

---

٢٥ $\lim_{س \to ٣} \frac{(٢س + ٣س^٣)^٥}{٥س^٧}$ تساوي

أ) ٣٢ ب) ١٦ ج) -١٦ د) -٣٢

---

٢٦ $\lim_{س \to ٤} \frac{(س-٤)^٤ - ٢س^٤ + ٣٢}{س^٤ - ١٦}$ تساوي

أ) -٢ ب) ٢ ج) ١٦ د) -١٦

٢٧ $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^3}{س^2} & ، \text{اس} \neq 2 \\ س^2 & ، [س] = 2 \end{cases}$

بما أن $\lim_{س \to 2} ق(س)$ تساوي

أ) ٤ ب) ١ جـ) صفر د) غير موجودة

٢٨ بما أن $\lim_{س \to 1} \frac{1}{س - 1} \left(\frac{1}{س + 3} - \frac{1}{4} \right)$ تساوي

أ) $-\frac{3}{4}$ ب) $\frac{3}{4}$ جـ) $\frac{1}{4}$ د) $-\frac{1}{4}$

٢٩ $ق(س) = \begin{cases} [س + 2] & ، س < م \\ 9 - [س] & ، س \geq م \end{cases}$

بما أن $\lim_{س \to م} ق(س)$ موجودة ، فإن قيمة الثابت (م) حيث م ∈ ص هي:

أ) ٨ ب) ٤ جـ) ٦ د) ٢

٣٠ إذا كانت $\lim_{س \to 2} \frac{3س^2 - (٦ - م)س - 2م}{س^2 - 4} = -2$

فإن قيمة الثابت (م) هي

أ) ٢ ب) -٢ جـ) -١٤ د) ١٤

٣١ وإذا كانت $\lim_{س \to 1} \left(\frac{م}{س^3 - 1} - \frac{ب}{س - 1} \right) = -1$

فإن قيمة الثوابت م ، ب على الترتيب تساوي

أ) ١٠ ، ٢ ب) ٤ ، ٢ جـ) -٤ ، -١٠ د) -٤ ، -٢

٣٢ إذا كانت $\lim_{س \to ٣} \frac{س - ١}{س^{٤} - ٣ س - ٣}$ غير موجودة

فإن قيمة / (قيم) (م) هي

أ) ١ ب) $\frac{٣}{٤}$ ج) $١^{\frac{٣}{٤}}$ د) $(-١)^{\frac{٣}{٤}}$

٣٣ إذا كانت $\lim_{س \to ٣} \frac{م س^{٣} + ب س^{٢} - ٣}{س - ٣} = \frac{١}{٣}$

فإن قيمة كل من الثوابت م ، ب على الترتيب هي

أ) ٩ ، ٢ ب) ٣ ، ٢ ج) ٢ ، ٢ د) ٤ ، ٩

٣٤ إذا كان $د(س) = \frac{|س + ٣| - ١}{س^{٢} - ٢}$ ، فإن مجموعة

قيم الثابت (م) التي تكون عندها $\lim_{س \to ٣} د(س) = ١$ هي

أ) $\{-١ ، ٣\}$ ب) $\{١ ، ٣\}$ ج) $\{-١ ، ٤\}$ د) $\{-٢ ، ٤\}$

٣٥ $\lim_{س \to ٤} \frac{[س + ٤] - ٣}{[س + ٣] - ٢}$ تساوي

أ) ٥ ب) ١ ج) صفر د) غير موجودة

AWA2EL LEARN 2 BE

٣٦ إذا كان $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - م}{س - ١} = ٢$ ، وكانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - م س}{س - ١} = ٣$

فإن قيمة الثابت (م) تساوي

أ) -٥ ب) ٥ ج) -١ د) ١

٣٧ إذا كان $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س)}{س^{٣} - ١} = ٤$ ، وكانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س)}{س^{٢} + ١} = ب$

فإن $ب$ تساوي

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) -٢ ج) $\frac{-١}{٢}$ د) ٢

٣٨ $\lim_{س \to ٢} \frac{١}{س - ٢} \left(\frac{س^{٢}}{س^{٣} + ٣} - \frac{٣}{س + ٣} \right)$ تساوي

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) -٤ د) ٤

٣٩ إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{س - جا س}{س^{٣}} = \frac{١}{٦}$ ، فإن $\lim_{س \to ٠} \frac{جا س^{٢} - س^{٢}}{س^{٤}}$ تساوي

أ) $-\frac{١}{٣}$ ب) صفر ج) $\frac{١}{٣}$ د) غير موجودة

٤٠ $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٣س \, ظتا ٣س - ٢ جا س \, ظتا س}{س^{٢}}$ تساوي

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٤

AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٤١ $ق(س) = \begin{cases} س^3 + ٣ب ، س \neq ٣ \\ ١٠ ، س = ٣ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٣} (ق(س) - ٣)(س - ٢) = ١٠$ ، فإن قيمة (ب) تساوي

أ) -١ ب) -٣ ج) ١ د) ٣

٤٢ $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جتا^٢ س - ٢}{جتا س - ١}$ تساوي

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) -٢

٤٣ $\lim_{س \to ٠} \frac{جا س}{س^٣ + ٣س}$ تساوي

أ) غير موجودة ب) ١ ج) -١ د) صفر

٤٤ $\lim_{س \to ٠} \frac{٣ جا^٢ س}{١ - جتا^٢ س}$ تساوي

أ) صفر ب) ٢ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) غير موجودة

٤٥ $\lim_{س \to ٠} \frac{١ + جتا ٦س - ٢ جتا^٢ ٣س}{س^٢}$ تساوي

أ) ١٦ ب) -١٦ ج) -٨ د) ٨

٤٦ $\lim_{س \to ٠} (٩س^٢ ظتا^٢ ٣س قتا^٢ ٣س)$ تساوي

أ) ٢ ب) ٢٧ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٢}{٣}$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٤٧ إذا كانت $\lim_{س \to 0} \frac{(ب^{2}+٢)\,س}{\text{ظا}\,٣س} = ٦$ ، $ب > ٠$

فإن قيمة الثابت (ب) تساوي

أ) ٢ ب) $\sqrt{٢}$ ج) $\sqrt{١٠}$ د) ١

---

٤٨ $\lim_{س \to ١^{+}} \frac{\text{جا}([٣-س] - س^{٢})}{|س-١|}$ تساوي

أ) ٢ ب) -٢ ج) -١ د) ١

---

٤٩ إذا كانت $\lim_{س \to م} \frac{\text{جتا}٢س - \text{جتا}٢م}{س - م} = -٢$ ، $م \in (٠، \frac{\pi}{٢})$

فإن قيمة الثابت (م) تساوي

أ) $\frac{\pi}{٢}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ ج) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٦}$

---

٥٠ $ق(س) = \begin{cases} ١ + \text{جتا}س & ، س \neq \frac{\pi}{٢} \\ (ب-١)\,\text{جا}س - ١ & ، س > \frac{\pi}{٢} \end{cases}$

متصل عند $س = \frac{\pi}{٢}$ ، فإن قيمة الثابت (ب) تساوي

أ) صفر ب) ١ ج) -١ د) ٢

---

٥١ $ق(س) = \frac{١ - س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$ ، فإن الاقتران ق

متصل على الفترة

أ) $(-\infty، -١)$ ب) $(١، \infty)$

ج) $(-١، ١)$ د) $[-١، ١]$

٥٢ إذا كان هـ(س) = { (س٢ + ٢|س|) / م س ، -١ < س < ٠ ; ٢ ، س = ٠ ; [س] + ب ، ٠ < س < ١ }
متصل عند س = ٠
فإن قيمة الثوابت م ، ب على الترتيب هي:
أ) -١ ، -٢ ب) -١ ، ٢ ج) ٢ ، -١ د) ١ ، ٢

---

٥٣ إذا كان هـ(س) = { س٢ - (م + ب)س ، س ≠ ١ ; ٣ ، س = ١ ; م س٢ - ب س ، س > ١ }
متصل عند س = ١
فإن قيمة كل من الثابتين
م ، ب على الترتيب هما
أ) -١/٢ ، ٥/٢ ب) ١/٢ ، -٥/٢
ج) ٦ ، ٣ د) صفر ، -٣

---

٥٤ هـ(س) = √[س + ١] + س ، س ∈ [١ ، ٢]
فإن هـ(س) متصل على الفترة
أ) [١ ، ٢] ب) (-∞ ، ١) ج) [٢ ، ∞) د) (١ ، ٢]

---

٥٥ إذا كان هـ(س) = (س٢ + ٥س + ١) / (س٢ + ٦س + ٣ك) ما قيم الثابت (ك)
التي تجعل الاقتران هـ متصلاً على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟
أ) (-∞ ، -٣) ب) (٣ ، ∞)
ج) (-٣ ، ٣) د) (-∞ ، ٣)

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٥٦ $ق(س) = \begin{cases} س+٢ ، & |س| \geq ٢ \\ س^٢ ، & |س| < ٢ \end{cases}$

فإن الاقتران ق يكون غير متصل عند س تساوي

أ) ٤ ب) ٢ ج) -٢ د) صفر

٥٧ $ق(س) = \begin{cases} ٢س - ١ ، & س \leq ٢ \\ [٣س + ٢] ، & ٢ < س \leq ٤ \\ \frac{٥س}{س^٢ - ٣٦} ، & س > ٤ \end{cases}$

فإن قيم (س) التي يكون عندها الاقتران غير متصل هي

أ) ق = -٤٠٦ ب) ق = -٦٠٦ ج) ق = -٦٠٦ ، ٤٠٦ د) ق = ٦٠٤

٥٨ أي من الاقترانات الآتية متصل على مجموعة الأعداد الحقيقية

أ) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ٢س ، & س \leq ١ \\ ٣س + ١ ، & س > ١ \end{cases}$

ب) $ق(س) = \frac{س + ١}{س + ١}$

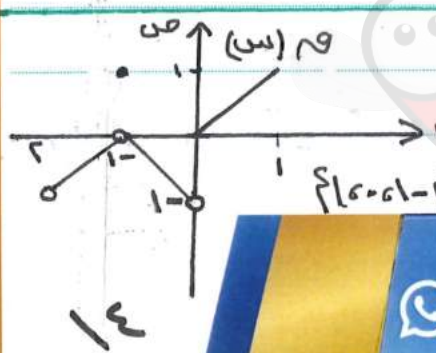
ج) $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢} ، & س \neq ٢ \\ ٣س - ٢ ، & س = ٢ \end{cases}$

د) $ق(س) = \sqrt{س + ٣}$

٥٩ $ق(س) = \sqrt{-س}$ فإن ق(س) متصل على الفترة

أ) $(-\infty ، ٠]$ ب) $(٠ ، \infty)$ ج) $[٠ ، \infty)$ د) $(-\infty ، ٠)$

٦٠ ق(س) معرف على الفترة $[-٢ ، ١]$



قيم م التي تجعل $ق(س) = م$ غير موجودة هي

أ) م = -١ ، ٠ ب) م = -٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ج) م = ١ ، ٠ د) م = -١ ، ٠ ، ١

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

النهايات

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الرمز	د	م	د	∄	د	د	ب	∄	ب	ب	م	∄	م	د	ب	م	د	ب	د	د

الرقم	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
الرمز	ب	ب	∄	د	ب	م	د	م	ب	∄	ب	ب	ب	∄	ب	∄	ب	م	م	ب

الرقم	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠
الرمز	ب	ب	م	ب	ب	∄	د	ب	ب	د	∄	ب	ب	م	ب	∄	د	∄	م	∄

السؤال الثاني :- أوجد كلاً من النهايات الآتيه

① $\lim_{س \to 3} \frac{\sqrt{س-1} - \frac{س+3}{س-1}}{س^2-5س}$

الحل :- $\lim_{س \to 3} \frac{\sqrt{س-1} - 2 + \lim_{س \to 3} 2 - \frac{س+3}{س-1}}{س^2-5س}$

$\lim_{س \to 3} \frac{\sqrt{س-1} - 2}{س^2-5س} \times \frac{\sqrt{س-1}+2}{\sqrt{س-1}+2}$

$= \lim_{س \to 3} \frac{س-1-4}{س(س-5)(\sqrt{س-1}+2)}$

$= \lim_{س \to 3} \frac{1}{\sqrt{س-1}+2} \times \lim_{س \to 3} \frac{س-5}{س(س-5)} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{40}$

$\lim_{س \to 3} 2 - \frac{س+3}{س-1}$ ⊕ $\lim_{س \to 3} \frac{س^2-س-3-2س+2}{س(س-5)(س-1)}$

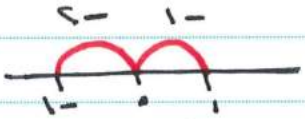
$= \lim_{س \to 3} \frac{س-5}{س(س-5)(س-1)} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{40}$

$= \frac{1}{40} + \frac{1}{40} = \frac{2}{40} = \boxed{\frac{1}{20}}$

② $\lim_{س \to 3^-} (|س|+2)^{[س-1]}$

الحل :- $|س| = \begin{cases} س & س \geq 0 \\ -س & س < 0 \end{cases}$

$[س-1]$



$\lim_{س \to 3^+} (س+2)^{-1} = (2)^{-1} = \frac{1}{2}$

$\lim_{س \to 3^-} (-س+2)^{-2} = (2)^{-2} = \frac{1}{4}$

$\lim_{س \to 3^-} (|س|+2)^{[س-1]}$ غير موجوده

③ $\lim_{س \to 1} \frac{\left|\frac{1}{3+س} - \frac{1}{4}\right|}{|س-1|}$ ÷

س	$-\infty$		1		∞
س−1	−	−	0	+	+
1−س	+	+	0	−	−

الحل

(+) $\lim_{س \to 1^+} \frac{\frac{1}{3+س} - \frac{1}{4}}{1-س} = \lim_{س \to 1^+} \frac{4-(3+س)}{4(3+س)} \times \frac{1}{1-س} = \lim_{س \to 1^+} \frac{1-س}{4(3+س)} \times \frac{1}{1-س}$

$= \lim_{س \to 1^+} \frac{1}{4(3+س)} = \frac{1}{16}$

(−) $\lim_{س \to 1^-} \frac{\frac{1}{3+س} - \frac{1}{4}}{1-س} = \lim_{س \to 1^-} \frac{4-(3+س)}{4(3+س)} \times \frac{1}{1-س} = \lim_{س \to 1^-} \frac{1-س}{4(3+س)} \times \frac{1}{1-س}$

$= \lim_{س \to 1^-} \frac{1}{4(3+س)} = \frac{1}{16}$

$\lim_{س \to 1} \frac{\left|\frac{1}{3+س} - \frac{1}{4}\right|}{|1-س|}$ غير موجودة

---

④ $\lim_{س \to 0} \frac{(2+3س)^5 - (2-3س)^5}{(2+3س)^2 - (2-3س)^2}$ ÷

الحل :-

$\lim_{س \to 0} \frac{(2+3س)-(2-3س)\left((2+3س)^4+(2+3س)^3(2-3س)+(2+3س)^2(2-3س)^2+(2+3س)(2-3س)^3+(2-3س)^4\right)}{(2+3س+2-3س)(2+3س-2+3س)}$

$\lim_{س \to 0} \frac{\left((2+3س)^4+(2+3س)^3(2-3س)+(2+3س)^2(2-3س)^2+(2+3س)(2-3س)^3+(2-3س)^4\right)}{(4)(6)}$

$= \frac{80}{24} = \boxed{20}$

AWA2EL LEARN 2 BE

⑥ $\lim_{س \to 0} \frac{٤ جاس - جا٤س}{س^٣}$ ÷

الحل $\lim_{س \to 0} \frac{٤ جاس - ٢ جا٢س متا٢س}{س^٣} = \lim_{س \to 0} \frac{٤ جاس - ٤ جاس جتاس جتا٢س}{س^٣}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{٤ جاس (١ - جتاس متا٢س)}{س^٣} = \lim_{س \to 0} \frac{٤ جاس}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{١ - جتاس جتا٢س}{س^٢}$

$= ٤ \lim_{س \to 0} \frac{١ - جتاس (١ - ٢ جا^٢س)}{س^٢} = ٤ \lim_{س \to 0} \frac{١ - جتاس + ٢ جتاس جا^٢س}{س^٢}$

$= ٤ \left(\lim_{س \to 0} \frac{١ - جتاس}{س^٢} + \lim_{س \to 0} ٢ جتاس \times \lim_{س \to 0} \frac{جا^٢س}{س^٢} \right)$

$= ٤ \left(\lim_{س \to 0} \frac{٢ جا^٢\frac{س}{٢}}{س^٢} + ٢ \times ١ \right)$

$= ٤ \left(\frac{١}{٢} + ٢ \right) = \boxed{١٠}$

---

⑦ $\lim_{س \to 1} \frac{س جا \frac{\pi س}{٢}}{س - ١}$ ÷

الحل: $\lim_{س \to 1} \frac{ص جا(\pi - \frac{\pi ص}{٢})}{ص - ١} = \lim_{ص \to 0} \frac{ص جا\pi(١ - \frac{ص}{٢})}{ص(١ - \frac{ص}{٢})}$

$= \lim_{ص \to 0} \frac{جا\pi ص}{ص} = \boxed{\pi}$

$ص = ١ - س$

$ص \to 0$

---

⑧ $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{٣ جتاس - ٣ جاس}{٦س - ٣\pi}$ ÷

الحل:- $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{٣ جتاس - ٣\sqrt{٢} جاس}{٦س - ٣\pi} = \frac{٣}{٦} \lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جتاس - \sqrt{٢} جاس}{س - \frac{\pi}{٢}}$

$\frac{١}{٢} \lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جتاس - جا\frac{\pi}{٤}}{س - \frac{\pi}{٢}}$

$جا\frac{\pi}{٤} = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$متا\frac{\pi}{٤} = \frac{\sqrt{٢}}{١}$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جا^2 س جتاس - جتا^2 س جاس}{6س - 3\pi}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جا(\frac{\pi}{2} - س)}{6(س - \frac{\pi}{2})}$ ، $ص = \frac{\pi}{2} - س$ ، $ص \to 0$

$= \lim_{ص \to 0} \frac{جاص}{-6ص} = \frac{-2}{6} = \frac{-\frac{1}{3}}{3} = \boxed{\frac{-1}{37}}$

---

⑧ $\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{جا^2 س - جتا^2 س - 1}{جاس - جتاس}$ ÷

الحل: $\lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{2جاس جتاس - (2جتا^2 س - 1) - 1}{جاس - جتاس}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{2جاس جتاس - 2جتا^2 س}{جاس - جتاس}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{4}} \frac{2جتاس (جاس - جتاس)}{جاس - جتاس}$ ①

$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \boxed{\sqrt{2}}$

---

⑨ $\lim_{س \to 0} \frac{ظاس - جاس}{س(جتا^2 س - جتاس)}$ ÷

الحل: $\lim_{س \to 0} \frac{\frac{جاس}{جتاس} - جاس}{-2س جا^2 \frac{س}{2}}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جاس - جاس جتاس}{-2س جا^2 \frac{س}{2} جتاس} \times \frac{جتاس}{جتاس}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{جاس (1 - جتاس)}{-2س جا^2 \frac{س}{2} جتاس} = \lim_{س \to 0} \frac{جاس}{-2س} \times \lim_{س \to 0} \frac{2جا^2 \frac{س}{2}}{جا^2 س جتاس}$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times \lim_{س \to 0} \frac{جا\frac{1}{2}س}{جا\frac{1}{2}س} \times \lim_{س \to 0} \frac{جا\frac{1}{2}س}{س}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{\frac{جا\frac{1}{2}س}{س}}{\frac{جا\frac{1}{2}س}{س}} \times \lim_{س \to 0} \frac{جا\frac{1}{2}س}{س} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{24}}$

(١٠) $\lim_{س \to 0} \frac{جتا٥س + ٣ جتاس - ٤}{س^٢}$ ÷

الحل $\lim_{س \to 0} \frac{١ - ٢ جا^٢ ٥س + ٣(١ - ٢ جا^٢ \frac{٣س}{٢}) - ٤}{س^٢}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{١ - ٢ جا^٢ ٥س + ٣ - ٦ جا^٢ \frac{٣س}{٢} - ٤}{س^٢} = \lim_{س \to 0} \frac{-٢ جا^٢ ٥س - ٦ جا^٢ \frac{٣س}{٢}}{س^٢}$

$= -٢ \lim_{س \to 0} (\frac{جا ٥س}{س})^٢ - ٦ \lim_{س \to 0} (\frac{جا \frac{٣س}{٢}}{س})^٢$

$= -٢ \times \frac{٢٥}{٤} - ٦ \times \frac{١}{٤} = -\frac{٥٠}{٤} - \frac{٦}{٤} = -\frac{٥٦}{٤} = -١٤$

(١١) $\lim_{س \to 0} \frac{جتا٢س - ١}{س^٢}$ [٢]

(١٢) $\lim_{س \to -\frac{\pi}{٢}} \frac{١ + جتا٢س}{(٢س + \pi)^٢}$ [$-\frac{١}{٨}$]

(١٣) $\lim_{س \to 0} \frac{س^٢ + ٢س}{\sqrt[٣]{س^٢ + ٢س + ٣٢} - ٢}$ [٨٠]

(١٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt[٣]{س + ٥} + \sqrt{س + ٦} - ٥}{س - ٣}$

(١٥) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س - ٢} - س + ٢}{(س + ١)^٣ - (س + ٥)^٢}$

(١٦) $\lim_{س \to ١} \frac{(٢س + ١)(٤س - ١) - ٣}{٣ - ٣س^٣}$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

السؤال الثالث :-

① $$ق(س)=\begin{cases}\dfrac{|[س]-2س|}{8س^3-2} & ، س<2 \\ \dfrac{1}{10} & ، س=2 \\ \dfrac{جا(2س-4)}{10(س-2)} & ، س>2\end{cases} $$

ابحث في اتصال ق(س) عند س = 2

الحل :- $ق(2)=\frac{1}{10}$

$$\lim_{س\to2^+}\frac{جا(2س-4)}{10(س-2)}=\lim_{س\to2^+}\frac{جا2(س-2)}{10(س-2)}$$

نضع $ص = س-2$ ، $ص\to0^+$ عندما $س\to2^+$

$$=\lim_{ص\to0^+}\frac{جا2ص}{10ص}=\boxed{\frac{1}{10}}$$

$$\lim_{س\to2^-}\frac{|[س]-2س|}{8س^3-2}=\lim_{س\to2^-}\frac{|1-2س|}{2-8س^3}=\lim_{س\to2^-}\frac{2س-1}{2-8س^3}$$

$$=\lim_{س\to2^-}\frac{2س-1}{2(2س-1)(2س+1)}=\boxed{\frac{1}{10}}$$

$ق(2)=\lim_{س\to2}ق(س)=\frac{1}{10}$ ∴ ق(س) متصل عند س = 2

---

② إذا كان $ق(س)=[2-س]$ ، $ه(س)=\begin{cases}ص+1 & ، س<2 \\ \sqrt{10-2س} & ، س\geq2\end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران $\frac{ق(س)}{ه(س)}$ عند س = 2

الحل :- $ل(س)=\frac{ق(س)}{ه(س)}$

$$ل(س)=\begin{cases}\dfrac{-1}{\sqrt{10-2س}} & ، 2\leq س<3 \\ \dfrac{-2}{س+1} & ، 3\leq س<4\end{cases}$$

$$ل(3)=\frac{-1}{2}$$

$$\lim_{س\to3^+}\frac{-2}{س+1}=\frac{-1}{2}$$

$$\lim_{س\to3^-}\frac{-1}{\sqrt{10-2س}}=\frac{-1}{2}$$

$ل(3)=\lim_{س\to3}ل(س)=\frac{-1}{2}$ ∴ $\frac{ق(س)}{ه(س)}$ متصل عند س = 3

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

③ إذا كان $f(س) = \begin{cases} \frac{[س]}{س+1} & ، ٤ \le س < ٥ \\ س - ١٥ & ، ٥ \le س < ٦ \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران $f(س)$ على مجاله

الحل المجال $[٤ ، ٦)$

$ع(س) = \begin{cases} \frac{٤}{س+1} & ، ٤ \le س < ٥ \\ س - ٥ & ، ٥ \le س < ٦ \end{cases}$

الأطراف $س = ٤$ من اليمين

$ع(٤) = \frac{٤}{٥}$ ، $\lim_{س \to ٤^+} ع(س) = \lim_{س \to ٤^+} \frac{٤}{س+1} = \frac{٤}{٥}$

$ع(س)$ متصل عند $س = ٤$ من اليمين

القواعد

$ع(س) = \frac{٤}{س+1}$ ، $(٤ ، ٥)$

متصل على الفترة $(٤ ، ٥)$

لأن صفر المقام ليس من ضمن المجال

$ع(س) = س - ٥$ ، $(٥ ، ٦)$

متصل على الفترة $(٥ ، ٦)$

ليس حدود

نقاط التشعب $س = ٥$

$ع(٥) =$ معرف

$\lim_{س \to ٥^+} ع(س) =$ معرف ، $\lim_{س \to ٥^-} \frac{٤}{س+1} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

$\lim_{س \to ٥} ع(س)$ غير موجودة

$ع(س)$ غير متصل عند $س = ٥$

$ع(س)$ متصل على $[٤ ، ٦) - \{٥\}$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

④ إذا كان $ق(س) = \sqrt{[س+1]} + 3س^2$ ، $س \in [0,3]$
ابحث في اتصال الاقتران $ق(س)$ ثم جد مجاله

الحل :

$$ق(س) = \begin{cases} \sqrt{3+3س^2} & ، \quad 1 > س \geq 0 \\ \sqrt{4+3س^2} & ، \quad 2 > س \geq 1 \\ \sqrt{31} & ، \quad س = 3 \end{cases}$$

أطراف :-

$س = 1$ من اليمين

$ق(1) = \sqrt{7}$

$\lim_{س \to 1^+} \sqrt{3+3س^2} = \sqrt{7}$

$ق(س)$ متصل عند $س = 1$ من اليمين

$س = 3$ من اليسار

$ق(3) = \sqrt{31}$

$\lim_{س \to 3^-} \sqrt{30}$

$ق(س)$ غير متصل عند $س = 3$ من اليسار

قواعد

$ق(س) = \sqrt{3+3س^2}$ ، $(1,2)$

معرف على الفترة

$ق(س)$ متصل على $(1,2)$

$ق(س) = \sqrt{4+3س^2}$ ، $(2,3)$

معرف على الفترة

$ق(س)$ متصل على $(2,3)$

نقاط تشعب $س = 2$

$ق(2) = \sqrt{15}$

$\lim_{س \to 2^+} \sqrt{4+3س^2} = \sqrt{15}$ ، $\lim_{س \to 2^-} \sqrt{3+3س^2} = \sqrt{14}$ ∴ $\lim_{س \to 2} ق(س)$ غ م

$ق(س)$ غير متصل عند $س = 2$

$ق(س)$ متصل على $[0,1) \cup (1,2) \cup (2,3]$

AMAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

⑤ $ق(س) = س + 2$ ، $هـ(س) = [5 - س]$

ابحث في اتصال $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ في الفترة $(4, 7)$

الحل $ع(س) = \frac{ق(س)}{هـ(س)} =$

غير معرف	$س = 5$ ، $س \in (4, 5]$
$-س - 2$	$س \in [5, 6)$ ، $س \in [6, 7)$
$\frac{1}{2}س - 1$	

قواعد

$س \in (4, 5)$

$ق(س)$ غير معرف

$ق(س)$ غير متصل عند $س = 5$ $(4, 5)$

$ق(س) = -س - 2$ ، $(5, 6)$

كثير حدود

$ق(س)$ متصل على $(5, 6)$

$ق(س) = \frac{1}{2}س - 1$

$(6, 7)$

كثير حدود

$ق(س)$ متصل على $(6, 7)$

نقاط تشعب

$س = 5$

غير متصل عند $س = 5$

لأن $ق(س)$ غير معرف عند $س = 5$

من جهة اليسار

$س = 6$

$ق(6) = -4$

بما $\lim_{س \to 6^+} \frac{1}{2}س - 1 = -4$

بما $\lim_{س \to 6^-} -س - 2 = -8$

$ق(س)$ غير متصل عند $س = 6$

$ق(س)$ متصل على $(5, 7) \setminus \{6\}$

AWA2EL LEARN 2 BE

⑥ $ق(س) = \begin{cases} \dfrac{|\frac{1}{س-٤}| - \frac{1}{٣}}{١-س} & ، \ س \neq ١ \\ \dfrac{[\frac{١}{٤}س + ١]}{-٩س} & ، \ |س| \geq ٢ \end{cases}$

الجتـ في المجال

$ق(س)$ عند $س = ١$

⑦ $ق(س) = \begin{cases} \dfrac{جا[٣س]}{٣س^{٢}} & ، \ س \neq ٠ \\ \dfrac{[س+٢] - ١}{٢س - ٤} & ، \ س < ٠ \end{cases}$

الجتـ في المجال

$ق(س)$ عند $س = ٠$

⑧ إذا كان $ق(س) = [س+٢]$ ، $هـ(س) = \dfrac{(س-١)^{٢}}{س+٣}$

الجتـ في المجال الذي تقترن $(ق \times هـ)(س)$ عليه الفترة $[-١، ١]$

متصل على $[-١، ١] - \{٠\}$

⑨ $ق(س) = \begin{cases} ٢س - ١ & ، \ س \geq ٢ \\ [٥، س + ٢] & ، \ |س| < ٤ \\ \dfrac{٣س^{٢}}{س^{٢} - ٣٦} & ، \ س > ٤ \end{cases}$

الجتـ في المجال

$ق(س)$ لجميع قيم $(س)$ الحقيقية

متصل على $ح - \{-٦، ٦\}$

⑩ $ق(س) = \begin{cases} م س^{٢} + ب س & ، \ س < ٢ \\ ٣ب & ، \ س = ٢ \\ م س + ب + ١٢ & ، \ س > ٢ \end{cases}$

جد قيم الثوابت $م$ ، $ب$

علماً أن $ق(س)$ متصل على $ح$

$م = ٢$ ، $ب = ٨$

التفاضل

السؤال الأول :-

يتكون هذا السؤال من ( ) فقرة ، لكل فقرة أربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، إختر رمز الاجابة الصحيحة ، ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير الى رمز الاجابة الصحيحة في نموذج الإجابة :-

١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جتا٢س - جتاس}{س - \frac{\pi}{2}}$ تساوي :-

أ) -١ ب) ١ ج) صفر د) غير موجودة.

---

٢) اذا كان س = ظاص ، ص ∈ $(0 ، \frac{\pi}{2})$ فان $\frac{د ص}{د س}$ تساوي :-

أ) $\frac{س}{١ + س^{٢}}$ ب) $\frac{١}{١ + س^{٢}}$ ج) $\frac{١}{١ - س^{٢}}$ د) $\frac{س}{١ - س^{٢}}$

---

٣) اذا كان هـ قابلاً للإشتقاق ، حيث هـ(ص+٢) = $س^{٣} - ١$ ، فإذا كان هـ(٥) = ٣ ، هـ(٥) = ٧ ، فان قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند ص = ٣ :-

أ) ١ ب) ٢ ج) ٩ د) ٤

AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٤) اذا كانت $ص = ن^{٤}$ ، $س = ٢ن$ ، فان قيمة $\left| \frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} \right|_{ن=١}$ تساوي :-

أ) ٦ ب) ٣ ج) ١٢ د) ٢٤

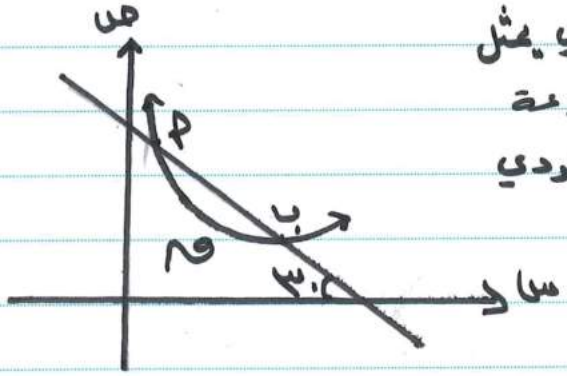
٥) اذا كان $ق(س) = جتاس - جاس$ ، $س \in [٠ ، \pi]$ ، فان قيمة س التي تحقق المعادلة $ق'(س) = صفر$ هي :-

أ) $\frac{٣\pi}{٤}$ ب) $\frac{٥\pi}{٦}$ ج) $\frac{٢\pi}{٣}$ د) $\frac{٥\pi}{٤}$

٦) معدل تغير مساحة دائرة بالنسبة الى طول نصف قطرها (نق) عند أي نقطة (بوحدات الطول) تساوي :-

أ) π نق^{٢} ب) ٤π نق ج) ٢π نق^{٢} د) ٢π نق

٧) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران (ق) المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقية "ح" ، ما ميل العمودي القاطع $\overleftrightarrow{أب}$ ؟



أ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ب) $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$

ج) $\sqrt{٣}$ د) $-\sqrt{٣}$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٨) اذا كان $ق(س) = ظا س$ ، $س \in (0 ، \frac{\pi}{12})$ ، فان

$$\text{نهـا}_{هـ \to 0} \frac{ق(\frac{\pi}{4}) - ق(\frac{\pi}{4} + 4هـ)}{هـ}$$ تساوي :-

أ) ٨ ب) -٨ ج) ٢ د) -٢

---

٩) اذا كان $ق$ ، $ه$ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان

$ق(س) = ه(س) - \frac{١}{ه(س)}$ ، $ه(س) \neq 0$ ، $ه(٣) = \frac{١}{٢}$ ،

$ه'(٣) = -١$ ، فان $ق'(٣)$ تساوي :-

أ) ٣ ب) -٣ ج) ٥ د) -٥

---

١٠) اذا كان $ق$ ، $ه$ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان

$(ق \times ه)'(٣) = ١٠$ ، $(ق' \times ه)(٣) = ٤$ ، فان قيمة

$٢ ه'(٣)$ تساوي :-

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) ٥ ج) ٢ د) $\frac{٢}{٥}$

---

١١) اذا كان $ق(س) = س + جا ٢س$ ، فان قيمة $ق'(\frac{\pi}{12})$ تساوي:

أ) ٢ ب) -٢ ج) $-٢\sqrt{٣}$ د) $٢\sqrt{٣}$

---

١٢) اذا كان $ص^٢ + ٢س ص = ٥$ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند $(٢ ، ١)$ تساوي:

أ) $-\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $-\frac{١}{٢}$

AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(١٣) اذا كان $ص = (١ + م^{٢}) س^{-٤} - \frac{١}{س}$ ، $س \neq ٠$ وكان $\left.\frac{د^{٣} ص}{د س^{٣}}\right|_{س=١} = ٢٤٦$ فان قيم الثابت م :-

أ) $\{-٩ ، ٣\}$ ب) $\{-٣ ، ٣\}$ ج) $\{-٢ ، ٣\}$ د) $\{٣ ، -٣\}$

---

(١٤) اذا كان متوسط التغير في الاقتران $هـ$ على الفترة $[-١ ، ٢]$ يساوي (-٣) وكان $ص(س) = ٢ - هـ(س)$ ، فان متوسط التغير في الاقتران $(ص)$ على الفترة $[-١ ، ٢]$ يساوي :-

أ) -٣ ب) ٣ ج) ٥ د) -٥

---

(١٥) اذا كان $هـ(س) = س^{٣} + ٥$ ، فان $\lim_{س \to ١} \frac{هـ(س) - ٦}{س^{٢} + س - ٢}$ تساوي

أ) ١ ب) ٣ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

---

(١٦) اذا كان $ص = جتا س = -١$ ، $س \in (٠ ، \frac{\pi}{٣})$ ، فان $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = \frac{\pi}{٦}$ تساوي :-

أ) $\frac{\pi}{٢}$ ب) $-٢\sqrt{٣}$ ج) $٣\sqrt{٢}$ د) $\frac{-٢}{٣}$

---

(١٧) اذا كان $ص = جا^{٢} س + جتا^{٢} س$ ، فان $\frac{د ص}{د س}$ تساوي :

أ) ٤ ب) ٢ ج) صفر د) ١

AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

١٨) اذا كان $(٣س - ص)^{٣} = ٢٥ + \sqrt{س}$ ، فان $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = ٤$ تساوي :

أ) $\frac{٢١٥}{١٠٨}$ ب) $\frac{١}{١٠٨}$ ج) $-\frac{١}{١٠٨}$ د) $-\frac{٢١٥}{١٠٨}$

١٩) اذا كان $هـ$ اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $هـ(س^{٢} - ١) = ٦س$ ، $س > ٠$ فان قيمة $هـ'(٨)$ تساوي :

أ) -١ ب) ١ ج) -٣ د) ٣

٢٠) اذا كان $ص = س \, جا س + جتا س$ ، فان $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ عند $س = \pi$ هي :

أ) ٤ ب) صفر ج) ١ د) ٥

٢١) اذا كان $هـ$ ، $ح$ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان $هـ'(-٢) = -٤$ ، $هـ(-٢) = ٨$ ، $ح'(-٣) = ح(-٣) = ١$ فان $\frac{د}{د س}\left(\frac{هـ(س)}{١ + ح(س)}\right)$ عند $س = -٢$ تساوي :

أ) -٣ ب) -٤ ج) صفر د) -٢

٢٢) صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها ، ما معدل تغير مساحة الصفيحة بالنسبة الى طول ضلعها عندما يكون طول ضلعها ١٠ سم ؟

أ) ٣٠ سم ب) ٤٠ سم ج) ١٠ سم د) ٢٠ سم

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٢٣) اذا كان متوسط التغير في الاقتران $f(x) = x^2$ على الفترة $[b, 3]$ يساوي (3) ، فان قيمة الثابت b تساوي :-

أ) -9 ب) صفر ج) -3 د) -6

---

(٢٤) اذا كان f ، g اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان $f'(3) = 12$ ، $g'(3) = 4$ فان $\lim_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{3g(x) - 3g(3)}$ تساوي :

أ) $\frac{1}{3}$ ب) $\frac{1}{9}$ ج) 1 د) 3

---

(٢٥) اذا كان $f(x) = x^3$ ، $x \in [-1, 4]$ ، فان $f'(-1)$ تساوي :

أ) 3 ب) -3 ج) -1 د) غير موجودة .

---

(٢٦) اذا كان f ، g اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان $(f \times g)(x) = x^2 + 3$ ، $g(1) = f(1) = 2$ ، $g'(1) = 3$ فان قيمة $f'(1)$ تساوي :

أ) -1 ب) -2 ج) $-\frac{1}{2}$ د) $\frac{1}{2}$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

(٢٧) اذا كان $ه(س) = جا^{٢}س$ ، فان $ه''(س) + ٦ ه(س)$ تساوي :

أ) $-١٠ جا^{٢}س$ ب) $١٠ جا^{٢}س$ ج) $٤ جا^{٢}س$ د) $٢ جا^{٢}س$

---

(٢٨) اذا كان $ه$ ، $ح$ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان $ه(٢) = ٣$ ، $ه'(٢) = ٦$ ، $ح'(٣) = ١$ ، فان $(ح \circ ه)'(٢)$ تساوي :

أ) ٦ ب) ١٨ ج) ٣ د) ١

---

(٢٩) اذا كان $ه$ اقترانا قابلا للاشتقاق ، وكان $ه(س^{٣}) = \frac{٢٧}{س}$ ، فان $ه'(٢٧)$ تساوي :

أ) $\frac{١}{٩}-$ ب) $\frac{١}{٩}$ ج) -٩ د) ٩

---

(٣٠) اذا كان $ه$ ، $ح$ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان $ح(س) = ه(س^{٢} + ٤س)$ ، $س \neq ٠$ ، $ه'(٥) = ٢$ ، فان $ح'(١)$ تساوي :

أ) ١٢ ب) ٣٦ ج) ٦ د) ٣

---

(٣١) اذا كان $ه(س) = س^{٢} - ٦س$ ، فان $\frac{ه(٤) - ه(٤ + ٢ح)}{٣ح}$ تساوي :

أ) -٣ ب) ٣ ج) $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{٤}{٣}-$

---

(٣٢) اذا كان $ه$ ، $ح$ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان $(ه \circ ح)(س) = ل(س)$ $ح(٢) = ٣$ ، $ل'(٣) = -١$ ، $ه'(٣) = ٢$ ، فان $ح'(٢)$ تساوي :

أ) $\frac{١}{٢}-$ ب) -٣ ج) ٢ د) $\frac{١}{٢}$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

(٣٣) اذا كان هـ(س) = جتا٤س ، فان $\frac{د^{٢}هـ}{دس^{٢}}$ عند س = $\frac{\pi}{٤}$ تساوي :

أ) صفر ب) -٨ ج) ١٦ د) -١٦

---

(٣٤) اذا كان مـ(س) = ١٨ - ٤|س| ، فان قيمة مَـ (٦) تساوي :

أ) ٤ ب) -٤ ج) صفر د) غير موجودة

---

(٣٥) اذا كان مـ ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان

مـ(س) = $\frac{٥}{هـ(س)}$ ، وكان هَـ(٣) = ٤ ، مـ(٣) = ١ ،

فان مَـ (٣) تساوي :

أ) $\frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{-٤}{٥}$ ج) $\frac{٣}{٥}$ د) $\frac{-٣}{٥}$

---

(٣٦) يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٤ن^{٣} - ٣ن - ١ ،

حيث ف : المسافة بالامتار ، ن : الزمن بالثواني ، ما السرعة المتوسطة

للجسيم في الفترة [١ ، ٢] :-

أ) ٨م/ث ب) -٨م/ث ج) ١٤م/ث د) -١٤م/ث

---

(٣٧) اذا كان مـ(س) = ٤س^{٢} - م ، م ∈ ح ، فان معدل التغير

في الاقتران (مـ) عندما تتغير س من (-٣) الى (٣) يساوي :

أ) ٤ ب) -٢٠ ج) -٤ د) -٨

---

(٣٨) اذا كان مـ(س) = (٣س + ١)^{٢} ، فان مَـ (-١) تساوي :

أ) -٦ ب) ٩ ج) -١٢ د) -٢٤

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

(٣٩) اذا كان هـ، ص اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان هـ(١) = ٢ ، هـ'(١) = ٥ ، ص'(١) = ٢ ، ص(١) = -١ ، فان $\left(\frac{ص}{هـ}\right)'(١)$ تساوي :

أ) -٦ ب) -٣ ج) $\frac{-٣}{٢}$ د) ٢

(٤٠) اذا كان هـ(س) = |٩ - ٣س| ، فان هـ'(٣) تساوي :

أ) ٣ ب) -٣ ج) صفر د) غير موجودة.

(٤١) يتحرك جسيم على خط الأعداد حسب العلاقة ف(ن) = ٣ن^{٢} ، حيث ف : المسافة بالأمتار ، ن : الزمن بالثواني . فاذا كانت السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة [٠ ، ٤] تساوي ٣٨ م/ث فان قيمة الثابت أ :

أ) ٢ ب) ١ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{٩}{٢}$

(٤٢) اذا كان $\frac{٤}{ص} - ٣س = ٣$ ، ص ≠ ٠ ، فان $\frac{د ص}{د س}$ عند (-٢ ، -٤) تساوي :

أ) ٢٠ ب) ٨ ج) -٨ د) -٢٠

(٤٣) اذا كان س = جا ص ، فان $\frac{د ص}{د س}$ عند $\left(\frac{١}{٢} ، \frac{\pi}{٦}\right)$ تساوي :

أ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) ٢ د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٤٤) اذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^2 - ٢ & ، س \geq ١ \\ ١ + ٣س & ، س < ١ \end{cases}$ ، فان $ق'(١)$ تساوي :

أ) ٣ ب) -٣ ج) -١ د) غير موجودة.

٤٥) اذا كان القاطع المار بالنقطتين $(٠ ، ق(٠))$ ، $(-٣ ، ٣\sqrt{٣})$ الواصلتين على منحنى الاقتران ق يصنع زاوية قياسها $(\frac{٢\pi}{٣})$ راد، مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ، فانه $ق'(٠)$ تساوي :

أ) صفر ب) ٦ ج) -٦ د) $٣\sqrt{٣}$

٤٦) اذا كان $ق(س) = ٢ - س^٣$ ، فان $\frac{د}{دس}(ق(س) \times ق'(س))$ عند $س = ١$ تساوي :

أ) ٦ ب) -٥ ج) ٣ د) ١٥

٤٧) اذا كانت $ق$ ، $ه$ اقترانين قابلين للاشتقاق ، وكان $ق(س) = \frac{ه(س)}{س^٢ + ١}$ ، $ق'(١) = ١$ ، $ق(١) = ٠$ ، فان قيمة $ه'(١)$ تساوي :

أ) -١ ب) صفر ج) ٢ د) ١

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٤٨) اذا كان ص = $\frac{١}{ظا ٣س}$ فانه $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عند س = $\frac{\pi}{٤}$ هي :

أ) ٤ ب) صفر ج) -٤ د) -٨

---

(٤٩) اذا كان مقدار التغير في الاقتران ه عندما تتغير س من (س) الى (س + هـ) يساوي (٢س هـ + هـ^{٢} - ٣ هـ) حيث هـ عدد حقيقي يقترب من الصفر فان قيمة ه'(٣) تساوي :

أ) ٦ ب) ٣ ج) ٩ د) صفر

---

(٥٠) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^{٣} + ٧ن ف : المسافة بالامتار ، ن : الزمن بالثواني ، فاذا كانت السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة [١ ، م] تساوي (١٠ م/ث) فان قيمة الثابت (م) :-

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ٢ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ٣

---

(٥١) اذا كان ه(س) = $\frac{١}{س^{٢}}$ وكان (ه ○ ص)'(١) = ٤ ، ص(١) = ٢ ، فان ص'(١) تساوي :

أ) ٨ ب) ١٦ ج) -١٦ د) $-\frac{١}{٤}$

---

(٥٢) اذا كان ص = ل^{٢} ، ل = (س+١)^{٢} ، فانه $\frac{دص}{دس}$ عند س = ١ هي :

أ) ١٦ ب) ٨ ج) ٣٢ د) ٦٤

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٥٣) اذا كان $ق(س) = ٣س - |١ - ٢س|$ ، فانه $ق'(١)$ تساوي:

أ) ٥ ب) ٢ ج) ١ د) ٤

---

٥٤)

اذا كان $ق(س) = \begin{cases} أ س^{٢} + ب س^{٣} & ، س \geq ٢ \\ ٣ - أ س + ب س^{٤} & ، س < ٢ \end{cases}$

قابلاً للاشتقاق عند $س = ٢$ ، فان متبقية كل من الثابتين أ ، ب على الترتيب :-

أ) $\{\frac{١}{٨} ، \frac{١}{٤}\}$ ب) $\{\frac{١}{٤} ، \frac{١}{٨}\}$ ج) $\{\frac{١}{٢} ، \frac{١}{٢}\}$ د) $\{\frac{١}{٢} ، -\frac{١}{٤}\}$

---

٥٥) اذا كان $س = جاص$ ، فان $ص''$ تساوي :

أ) $-س ص$ ب) $(ص')^{٢} - س$ ج) $س(ص')^{٢}$ د) $-س - (ص')^{٢}$

---

٥٦) اذا كان $ق'(٠) = ٤$ ، فان $\lim_{ه \to ٠} \frac{ق(٠) - ق(٣ه)}{ه^{٢}}$ تساوي:

أ) ٦ ب) $-\frac{٣}{٢}$ ج) -٦ د) $\frac{٤}{٣}$

---

٥٧) اذا كان $ص = جتان$ ، $س \in$ جانه فانه $\frac{د ص}{د س}$ عند $ه = \frac{\pi}{٤}$ تساوي ،

أ) صفر ب) -١ ج) ١ د) $\frac{١}{٢}$

---

٥٨) اذا كان $ق ، ه$ اقترانين قابلين للاشتقاق وكان $ق(\frac{\pi}{٢}) = ١$ ، $ق'(\frac{\pi}{٢}) = ٢$ ، $ه(س) = ٣ س^{٢}$ ، $أ \in ح$ ، $(ه \circ ق)'(\frac{\pi}{٢}) = -٢٠$ فان متبقية الثابت "أ" تساوي :

أ) -١٠ ب) ١٠ ج) ٥ د) -٥

AWAEL LEARNING

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٥٩ اذا كان ص(س) = س × ص(س) وكان معدل التغير في الاقتران ص في الفترة [-١ ، ٣] يساوي ٨ ، ص(٣) = ٤ ، فان ص(-١) تساوي :

أ) ٢٨ ب) ٣٢ ج) -٣٢ د) -٢٨

٦٠ اذا كان ص = ع^٢ ، ع = (س - ١)^٢ ، فانه $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٢ تساوي :-

أ) ٢ ب) -٤ ج) ٤ د) -٢

٦١ اذا كان ص'(٣) = ٢ ، فانه $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ص(٣ + ٢هـ) - ص(٣)}{هـ - ١}$ تساوي :

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٦}$ ج) $-\frac{١}{٦}$ د) $-\frac{١}{٣}$

٦٢ اذا كان ص(س) = (١ - جتا س)(١ + جا س)^٣ ، فان قيمة ص'($\frac{\pi}{٢}$) تساوي :

أ) ١٢ ب) ٨ ج) ٢٠ د) ٤

٦٣ اذا كان ص(س) = $\frac{س^٢ + ٢س - ٣}{س + ٢}$ ، فانه ص'(-١) تساوي :

أ) -٨ ب) ٨ ج) -١٨ د) ١٨

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٦٤) اذا كان ق كثير حدود من الدرجة الثانية فيه ق(١) = ٤ ، ق' (١) = -٢ ، ق'' (١) = ٦ ، فانه قاعدة الاقتران ق هي :

أ) ق(س) = ٣س٢ - ٨س + ٩ ب) ق(س) = ٣س٢ - ٨س - ٩

ج) ق(س) = ٣ س٢ + ٨س + ٧ د) ق(س) = -٣ س٢ + ٨ س - ٧

٦٥) اذا كان ق(س) = س٣ - ٤ ، فانه (ق ○ ق)' (١) تساوي :

أ) -٥٤ ب) ٥٤ ج) -١٨ د) ١٨

٦٦) اذا كان س = جا٢ص ، ص ∈ (٠ ، π/٤) ، فان قيمة المقدار ٢ صَ جتا٣ص تساوي :

أ) ١/٢ س ب) س ج) صفر د) ٢س

٦٧) $\lim_{هـ \to 0} \frac{٤(٨ + هـ)^{\frac{١}{٣}} - ٨}{هـ}$ تساوي :

أ) ١/٤ ب) ٤ ج) ١/٣ د) ٢

٦٨) اذا كان ق(س) × ه(س) = ل (حيث ل عدد ثابت) ، ه(١) = ٤ ، ه'(١) = -٢ ، فانه ق'(١) تساوي :

أ) -ل ب) -٢ل ج) -ل/٤ د) -٤ل

٦٩) اذا كان س(١ + ص) - ص(١ + س) = ٠ ، (س ≠ ص) ، فانه $\frac{دص}{دس}$ تساوي :

أ) -١ ب) -س ج) ١٠ د) س

AWA2EL LEARN SITE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٧٠) اذا كان ص = ع^{٢} + ٤ع ، ع = ٣س^{٢} + ١ (حيث ع > ٠) فان $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ١ تساوي :

أ) ٦ ب) ١٨ ج) ١٢ د) ٣٦

---

٧١) اذا كانت هـ ، و اقترانين قابلين للاشتقاق على مجاليهما ومعرفين على مجموعة الأعداد الحقيقية (ح) ، وكان و(٢) = ٣ ، هـ(٣) = ٤ ، (هـ × و)'(٢) = −٢٤ ، فان هـ'(٢) تساوي :

أ) −٦ ب) −٨ ج) ٦ د) ٨

---

٧٢) اذا كان هـ(س) = $\frac{٣}{١ + ٢ جتاس}$ ، جتاس ≠ $\frac{-١}{٢}$ ، ٢ ≠ ٠ ،

اذا كان هـ'(٠) = ٢ ، فان قيمة الثابت ٢ تساوي :

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) −٢ د) ٢

---

٧٣) اذا كان هـ كثير حدود ، اذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{هـ(س) - ٣}{س - ١}$ = ٥ ، اذا كانت ل(س) = $\frac{س^{٢}}{هـ(س)}$ ، فان ل'(١) تساوي :-

أ) ٩ ب) $\frac{٩}{٤}$ ج) $\frac{-١}{٢}$ د) $\frac{-١}{٤}$

---

٧٤) اذا كان هـ(س^{٣} − ١) = ٢ س^{٢} − ٢س ، وكانت هـ'(٧) = $\frac{١}{٢}$ ، فان قيمة الثابت ٢ تساوي :

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٢ ج) $\frac{١}{٤}$ د) ٤

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٧٥) اذا كانه ص = $\left(\frac{1 + \text{جا}س}{\text{جتا}س}\right)^{ن}$ ، جتاس ≠ ٠ ، فانه $\frac{د ص}{د س}$:-

أ) ن قاس ب) ن ظاس ج) ن ص قاس د) ن ص ظاس

---

٧٦) اذا كان ق(س) = $\frac{٢ جـ}{س}$ ، س ≠ ٠ ، ق كان ق'(٢) = ٩ ، فان قيمة الثابت جـ، تساوي :

أ) ١ ب) ٦ ج) ١٢ د) -١٢

---

٧٧) اذا كان س = ظاص ، ص ∈ $(٠ ، \frac{\pi}{٢})$ فإن $س^{٢}$ص تساوي :

أ) جا^{٢}س ب) جا^{٢}ص ج) جتا^{٢}س د) جتا^{٢}ص

---

٧٨) اذا كان ق' (٣) = ٤ ، فإن $\text{نها}_{س \to ١}$ $\frac{ق(\frac{٣س+١}{س}) - ق(٣)}{س - ١}$:-

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) -٤ د) ٤

---

٧٩) $\text{نها}_{ه \to ٠}$ $\frac{\text{جا}(٣س + ٢ه) - \text{جا}(٣س - ٢ه)}{ه}$ تساوي :

أ) ٣ جتا ٢س ب) ٤ جتا ٣س ج) صفر د) ٨ جتا ٣س

---

٨٠) اذا كان ق(س) = ٣س^{٣} - ٥س + ١ ، فإن

$\text{نها}_{ه \to ٠}$ $\frac{ق'(٢ + ه) - ق'(٢)}{ه}$ تساوي :

أ) ٤٨ ب) ٢٤ ج) ١٢ د) -٤٨

AMAZE LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٨١) اذا كان $ص = ل^{٣} - ٥$ ، $س = ل - ٣$ ، فإن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ تساوي :

أ) $٣(س+٣)^{٢}$ ب) $٦(س+٣)$

ج) $٣(س+٣)$ د) $س+٣$

٨٢) اذا كان $ص = ظتا س + \frac{١}{٣} ظتا^{٣} س$ ، فان $\frac{د ص}{د س}$ تساوي :

أ) $-قتا^{٢} س$ ب) $-قتا^{٤} س$ ج) $قتا^{٢} س$ د) $قتا^{٤} س$

٨٣) اذا كان $س = جتا$ ، $\frac{د ن}{د م} = ٨$ ، فان $\frac{د س}{د م}$ عندما $ن = \frac{\pi}{٣}$ تساوي :

أ) ٨ ب) ٤ ج) -٨ د) -٤

٨٤) اذا كان $مد(س) = \left| \frac{س^{٢}+٢}{٣س-٢} + ١ \right|$ ، فان $مد'(٣)$ تساوي ،

أ) غير موجودة ب) ١ ج) -٦ د) $\frac{-٣}{٢}$

٨٥) اذا كان $س^{٢} + ص^{٢} = ٢٥$ ، $ص \neq ٠$ ، فان $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ تساوي :

أ) $\frac{-س^{٢}}{ص^{٣}}$ ب) $\frac{-٢٥}{ص^{٣}}$ ج) $\frac{-س}{ص}$ د) $\frac{-٢٥س}{ص^{٣}}$

٨٦) اذا كان $مد(\frac{١}{٢}س) = (١-س)^{٣}$ ، فان $مد'(-١)$ تساوي :

أ) ٤٨ ب) -٤٨ ج) -٢٤ د) ٢٤

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٨٧ إذا كان س = ظا ص ، فإن $\frac{د ص}{د س}|_{س=٣}$ تساوي :

أ) $\frac{-١}{١٠}$ ب) $\frac{١}{١٠}$ ج) $\frac{١}{٨}$ د) $\frac{-١}{٨}$

٨٨ إذا كان ق(س+ص) = ق(س) × ق(ص) + ق(س) + ق(ص) ، وكانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ق(س)}{س}$ = ٨ ، ق(٣) = ٥ ، فجد ق'(٣) :

أ) ١٦ ب) ٣٢ ج) ٤٨ د) صفر

(بفرح توجيهي مع الأيام
كل شي بيتحقق ١٠٠٠)

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

التفاضل

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢
الرمز	ج	ب	د	ب	م	د	ج	ب	د	ب	ب	م	ب	ب	م	د	ج	م	ب	ج	ب	د

الرقم	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٤٤
الرمز	ب	ج	د	ب	د	م	م	م	د	م	ج	م	ب	ج	ج	د	ب	د	م	ج	م	د

الرقم	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠	٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦
الرمز	م	ج	د	م	ب	ب	ج	ج	ب	ج	ج	ب	م	م	م	ج	د	ب	ج	م	م	ب

الرقم	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠	٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠	٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨
الرمز	ج	م	ج	ب	م	م	د	ب	ج	د	ب	ج	ب	ج	ب	د	د	د	ب	م	ب	د

السؤال الثاني :-

جد المشتقة الأولى في كل من الآتي مستخدماً القانون العام للمشتقة الأولى

① $ق(س) = (٢س - ٣)^{-٤}$ ، جد $ق'(٣)$

الحل $ق'(س) = \frac{١}{(٢س - ٣)^{٤}}$

$$ق'(٣) = \lim_{ع \to ٣} \frac{ق(ع) - ق(٣)}{ع - ٣} = \lim_{ع \to ٣} \frac{\frac{١}{(٢ع - ٣)^{٤}} - \frac{١}{١٨}}{ع - ٣}$$

$$= \lim_{ع \to ٣} \frac{١٨ - (٢ع - ٣)^{٤}}{١٨(٢ع - ٣)^{٤}(ع - ٣)} \times \lim_{ع \to ٣} \frac{١}{ع - ٣} = \frac{١}{٢(١١)} \lim_{ع \to ٣} \frac{١٨ - (٢ع - ٣)^{٤}}{ع - ٣}$$

$$= \frac{١}{٢(١١)} \times \lim_{ع \to ٣} \frac{(٩ - (٢ع - ٣)^{٢})(٩ + (٢ع - ٣)^{٢})}{ع - ٣}$$

$$= \frac{١}{٢(١١)} \times \lim_{ع \to ٣} \frac{(٣ - (٢ع - ٣))(٣ + (٢ع - ٣))(٩ + (٢ع - ٣)^{٢})}{ع - ٣}$$

$$= \frac{١}{٢(١١)} \times \lim_{ع \to ٣} \frac{-٢(ع - ٣) \times ٢ع \times (٩ + (٢ع - ٣)^{٢})}{ع - ٣}$$

$$= \frac{١}{٢(١١)} \times -٢ \times ٦ \times ١١ = \frac{-٢ \times ٢ \times ١١}{١٨ \times ١١} = \frac{-٢}{٣٦}$$

$$ق'(٣) = \frac{-٧}{٣٦}$$

② $ق(س) = \sqrt[٣]{س + ١} + ٣$ ، جد $ق'(٧)$

الحل $ق'(٧) = \lim_{ع \to ٧} \frac{ق(ع) - ق(٧)}{ع - ٧} = \lim_{ع \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{ع + ١} + ٣ - ٥}{ع - ٧}$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

$$= \lim_{x \to 8} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 2}{x - 8} \times \frac{\sqrt[3]{(x+1)^2} + 2\sqrt[3]{x+1} + 4}{\sqrt[3]{(x+1)^2} + 2\sqrt[3]{x+1} + 4}$$

$$= \lim_{x \to 8} \frac{x+1-8}{(x-8)(\sqrt[3]{(x+1)^2} + 2\sqrt[3]{x+1} + 4)} \quad \text{①}$$

$$= \lim_{x \to 8} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+1)^2} + 2\sqrt[3]{x+1} + 4} \quad \therefore \text{ق}'(1) = \frac{1}{12}$$

---

③ $\text{ق}(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$ ، $x > 0$ ، جد $\text{ق}'(1)$

$$\text{ق}'(1) = \lim_{x \to 1} \frac{\text{ق}(x) - \text{ق}(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{\frac{\sqrt{x}}{x+1} - \frac{1}{2}}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{2\sqrt{x} - (x+1)}{2(x+1)(x-1)} \times \lim_{x \to 1} \frac{1}{x - 1}$$

$$= \frac{1}{4} \lim_{x \to 1} \frac{2\sqrt{x} - (x+1)}{(x-1)^2}$$

$x = ص^2$ ، $x \to 1$ ، $ص \to 1$

$$= \frac{1}{4} \lim_{ص \to 1} \frac{2ص - ص^2 - 1}{(ص^2 - 1)^2} = \frac{-1}{4} \lim_{ص \to 1} \frac{ص^2 - 2ص + 1}{(ص^2 - 1)^2}$$

$$= \frac{-1}{4} \lim_{ص \to 1} \frac{(ص-1)^2}{(ص-1)^2(ص+1)^2} = \text{صفر} \quad \therefore \text{ق}'(1) = \text{صفر}$$

---

④ $\text{ق}(x) = \frac{3x}{2x - 1}$ ، $x \neq \frac{1}{2}$ ، جد $\text{ق}'(x)$

الحل

$$\text{ق}'(x) = \lim_{ع \to x} \frac{\text{ق}(ع) - \text{ق}(x)}{ع - x} = \lim_{ع \to x} \frac{\frac{3ع}{2ع - 1} - \frac{3x}{2x - 1}}{ع - x}$$

$$= \lim_{ع \to x} \frac{6ع x - 3ع - 6ع x + 3x}{(ع - x)(2ع - 1)(2x - 1)} \times \lim_{ع \to x} \frac{1}{ع - x}$$

$$= -3 \lim_{ع \to x} \frac{ع - x}{(ع - x)^2(2ع - 1)(2x - 1)} \quad \text{①}$$

$$\therefore \text{ق}'(x) = \frac{-3}{(2x - 1)^2}$$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

⑤ $f(س) = ظا^2 س$ ، جد $f'(س)$

الحل $f'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{f(ع) - f(س)}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{ظا^2 ع - ظا^2 س}{ع - س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{1}{جتا^2 ع} - \frac{1}{جتا^2 س}}{ع - س} = \lim_{ع \to س} \frac{جتا^2 س - جتا^2 ع}{(ع - س) جتا^2 ع جتا^2 س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{جا(س+ع) جا(س-ع)}{ع - س} \times \frac{1}{جتا^2 س}$

$= \lim_{ع \to س} \frac{جا(س-ع)}{ع - س} \times \lim_{ع \to س} جا(س+ع) \times \frac{-1}{جتا^2 س}$

$= 1 \times جا 2س \times \frac{-1}{جتا^2 س} = -2 ظا س ظا^2 س$

$f'(س) = 2 ظا س ظا^2 س$

⑥ $f(س) = \begin{cases} \frac{س - 9}{\sqrt{س} - 3} & س \neq 9 \\ 6 & س = 9 \end{cases}$ جد $f'(9)$

الحل $f'(9) = \lim_{ع \to 9} \frac{f(ع) - f(9)}{ع - 9} = \lim_{ع \to 9} \frac{\frac{ع - 9}{\sqrt{ع} - 3} - 6}{ع - 9}$

$= \lim_{ع \to 9} \frac{ع - 9 - 6\sqrt{ع} + 18}{(ع - 9)(\sqrt{ع} - 3)} = \lim_{ع \to 9} \frac{ع - 6\sqrt{ع} + 9}{(ع - 9)(\sqrt{ع} - 3)}$

$= \lim_{ع \to 9} \frac{(\sqrt{ع} - 3)^2}{(\sqrt{ع} - 3)(\sqrt{ع} + 3)} = \frac{1}{6}$ ①

$f'(9) = \frac{1}{6}$

⑦ $f(س) = س + 8\sqrt{س}$ ، $س > 0$ ، $f'(4)$

⑧ $f(س) = س^2 + \frac{1}{س}$ ، $س \neq 0$ ، $f'(2)$

⑨ $f(س) = س^3 - \frac{س^3}{3}$ ، $س \neq 0$ ، $f'(س)$

⑩ $f(س) = ظا 2س$ ، $f'(س)$

السؤال الثالث :-

① $ق(س) = \dfrac{(س + [\frac{1}{2} + س])^{3}}{4 - س^{2}}$ ، $هـ(س) = س^{3} + 2$

أ) $\dfrac{د}{د س}(ق \times هـ)(س)$ عند $س = 1$

الحل عند $س = 1$ $ق(س) = \dfrac{(س+1)^{3}}{4 - س^{2}}$ ، $هـ(س) = س^{3} + 2$

$ق'(س) = \dfrac{(4 - س^{2}) \times 3(س+1)^{2} - (س+1)^{3} \times -2س}{(4 - س^{2})^{2}}$

$هـ'(س) = 3س^{2}$

$\dfrac{د}{د س}|ق(س) \times هـ(س)| = ق(1) \times هـ'(1) + هـ(1) \times ق'(1)$

$ق(1) = \frac{8}{3}$ ، $ق'(1) = \frac{24}{9}$ ، $هـ(1) = 3$ ، $هـ'(1) = 3$

$= \frac{8}{3} \times 3 + 3 \times \frac{24}{9} = 8$

---

② $ق(س) = \dfrac{|س^{3} - 5س + 4|}{س^{3} - س}$ ، $س \in [0.5]$

ابحث في قابلية اشتقاق $ق(س)$ على المجال

الحل $|س^{3} - 5س + 4|$

$(س - 4)(س - 1) = 0$

$س = 4$ ، $س = 1$

$\dfrac{(س-4)(س-1)}{س(س-1)} - \dfrac{(س-4)(س-1)}{س(س-1)(س+1)}$

	0		1		4		5
	+	+	0	−	0	+	

$ق(س) = \begin{cases} 1 - \frac{4}{س^{2}} & 0 < س < 1 \\ \frac{4}{س^{2}} - 1 & 1 < س < 4 \\ 1 - \frac{4}{س^{2}} & 4 < س < 5 \end{cases}$

$ق'(س) = \begin{cases} \frac{8}{س^{3}} & 0 < س < 1 \\ -\frac{8}{س^{3}} & 1 < س < 4 \\ \frac{8}{س^{3}} & 4 < س < 5 \end{cases}$

$\frac{4}{5} - 1$ متصل على (0.4)

$1 - \frac{4}{25}$ متصل على (4.5)

عند $س = 4$ $ق(س)$ متصل

$ق'_{+}(4) = \frac{1}{2}$ ، $ق'_{-}(4) = \frac{1}{2}$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

③ $ق(س) = |(س-3)(س+1)|$ ، $س \in (-1, 4]$ ، جد $ق'(س)$

الحل

$$ق(س) = \begin{cases} -س^2+2س+3 & ، -1 < س < 3 \\ س^2-2س-3 & ، 3 \le س < 4 \end{cases}$$

$س$	-1		3		4
$-س^2+2س+3$	0	$+$	4	$-$	
$س^2-2س-3$			0	$+$	5

$ق(س)$ متصل لـ $(-1, 3) \cup (3, 4)$ ، لكن $ق(س)$ غير متصل عند $س = 3$

$ق'(3) = \lim_{س \to 3} \frac{ق(س) - ق(3)}{س - 3} = 0$

$$ق'(س) = \begin{cases} -2س+2 & ، -1 < س < 3 \\ 2س-2 & ، 3 < س < 4 \\ \text{غير موجودة} & ، س = 3, 4 \end{cases}$$

$ق'^+(3) = 4$

$ق'^-(3) = -4$

$ق'(3)$ غير موجودة

④ $ق(س) = \begin{cases} [\frac{1}{2}س + 3] & ، 1 < س < 4 \\ \frac{16}{2س-4} & ، 4 < س < 6 \end{cases}$

جد $ق'(4)$

⑤ $هـ = |2س-2| - |3|$ ، جد $\frac{دهـ}{دس}$ عند $س = 0$

⑥ $ق(س) = \begin{cases} أ س^3 + ب س & ، س < -1 \\ أ س^2 + 9ب س - 12 & ، س \ge -1 \end{cases}$

قابل للاشتقاق عند $س = -1$ ، جد قيمة الثوابت $أ$ ، $ب$

الحل $ق'(س) = \begin{cases} 3أ س^2 + ب & ، س < -1 \\ 2أ س + 9ب & ، س > -1 \end{cases}$

$ق'^+(-1) = ق'^-(-1) \leftarrow -2أ + 9ب = 3أ + ب$ ← ① $5أ - 8ب = 0$

$ق(س)$ متصل عند $س = -1$ ← لماذا $\lim_{س \to -1^+} ق(س) = \lim_{س \to -1^-} ق(س)$

$أ - 9ب - 12 = -أ - ب \leftarrow 2أ - 8ب = 12$ ← ②

① $-$ ② $\leftarrow 3أ = -12$ ، $أ = -4$ ، $ب = -\frac{5}{2}$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

السؤال الرابع :-

① $ق(س) = \frac{ل(س)}{هـ(س)}$ ، $هـ(س) \neq$ صفر ، $ل(س)$ ، $هـ(س)$ قابلان للإشتقاق عند $س = ا$ ، $ق'(ا) = ٠$ ، أثبت أن $ق(ا) = \frac{ل'(ا)}{هـ'(ا)}$

الحل

$$ق'(س) = \frac{هـ(س)\,ل'(س) - ل(س)\,هـ'(س)}{(هـ(س))^{٢}} \leftarrow ق'(ا) = \frac{هـ(ا)\,ل'(ا) - ل(ا)\,هـ'(ا)}{(هـ(ا))^{٢}}$$

$ق'(ا) =$ صفر ← البسط = صفر ← $هـ(ا)\,ل'(ا) - ل(ا)\,هـ'(ا) = ٠$

$هـ(ا)\,ل'(ا) = ل(ا)\,هـ'(ا)$

$$\frac{ل'(ا)}{هـ'(ا)} = \frac{ل(ا)}{هـ(ا)} \leftarrow ق(ا) \qquad ق(ا) = \frac{ل'(ا)}{هـ'(ا)}$$

---

② إذا كان $ل$ ، $ق$ ، $هـ$ اقترانات قابلة للإشتقاق حتى المشتقة الثالثة وكان $هـ(س) = ل(س) \times ق(س)$ ، $ل'(س) \times ق'(س) = جـ$ (ثابت)

أثبت أن $هـ''(س) = ل(س)\,ق''(س) + ق(س)\,ل''(س)$

الحل $هـ'(س) = ل(س)\,ق'(س) + ق(س)\,ل'(س)$

$هـ''(س) = ل(س)\,ق''(س) + ق'(س)\,ل'(س) + ق(س)\,ل''(س) + ل'(س)\,ق'(س)$ ← $جـ$

$هـ''(س) = ل(س)\,ق''(س) + ق(س)\,ل''(س) + ٢جـ$

$هـ'''(س) = ل(س)\,ق'''(س) + ق'(س)\,ل''(س) + ق(س)\,ل'''(س) + ل''(س)\,ق'(س) + ٠$

$هـ'''(س) = ل(س)\,ق'''(س) + ق(س)\,ل'''(س) + ق'(س)\,ل''(س) + ل''(س)\,ق'(س)$

$جـ = ٠$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

③ إذا كان $ص^{\frac{3}{2}} = -\sqrt{(ع+1)^3} - \sqrt{(ع-1)^3}$ ، $ع = 2س^{\frac{1}{2}}$ ، $س > 0$

أثبت أن $\left|\frac{د ص}{د س}\right| = \sqrt{4س + \sqrt{4س^2 - 1}}$

الحل $ص = -\frac{1}{3}(ع+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}(ع-1)^{\frac{3}{2}}$ ، $ع = 2س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$\frac{د ص}{د س} = \left(-\frac{1}{2}(ع+1)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}(ع-1)^{\frac{1}{2}}\right) \times 2$

$\frac{د ص}{د س} = -\left(\sqrt{ع+1} + \sqrt{ع-1}\right)$ ... رفع الطرفين

$\left(\frac{د ص}{د س}\right)^2 = ع + 1 + 2\sqrt{(ع+1)(ع-1)} + ع - 1$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right| = \sqrt{2ع + 2\sqrt{ع^2 - 1}}$ ، $ع = 2س$

$\left|\frac{د ص}{د س}\right| = \sqrt{4س + 2\sqrt{4س^2 - 1}}$

④ إذا كان $ص^2 = \frac{س}{س+2}$ ، $س \neq -2$ ، أثبت أن $س^2 ص_1 - ص^3 = $ صفر ، $ص \neq 0$

الحل $2ص ص_1 = \frac{(س+2)^2 - س}{(س+2)^2}$

$2ص ص_1 = \frac{2}{(س+2)^2}$

$ص ص_1 = \frac{1}{(س+2)^2}$

$ص ص_1 = \frac{ص^4}{س^2}$

$س^2 ص ص_1 = ص^4$

$س^2 ص_1 - ص^3 = $ صفر

$ص^2 = \frac{س}{س+2}$

$س + 2 = \frac{س}{ص^2}$

$(س+2)^2 = \frac{س^2}{ص^4}$

AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

⑤ إذا كان $ص = ظا(س ص)$ ، أثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص^2 + ص}{1 - س(ص^2 + 1)}$

الحل

$ص' = ق'(س ص) \times (س ص' + ص)$

$ص' = س ص' ق'(س ص) + ص ق'(س ص)$

$ص' = س ص' (1 + ظا^2 س ص) + ص (1 + ظا^2 س ص)$

$ص' = س ص' (1 + ص^2) + ص (1 + ص^2)$

$ص' - س ص' (1 + ص^2) = ص + ص^3$

$ص' (1 - س(1 + ص^2)) = ص + ص^3$

$ص' = \frac{ص + ص^3}{1 - س(1 + ص^2)}$

---

⑥ إذا كان $\frac{1}{س + ص} - \frac{1}{س - ص} = 2$ ، أثبت أن $\frac{د ص}{د س} = \frac{2س ص}{س^2 + ص^2}$

الحل بعد توحيد المقام

$ص = ص^2 - س^2$

$ص' = 2ص ص' - 2س$

$ص' - 2ص ص' = -2س$

$ص' = \frac{-2س}{1 - 2ص} \times \frac{ص}{ص}$

$ص' = \frac{-2س ص}{2ص^2 - ص}$ | $ص = ص^2 - س^2$

$ص' = \frac{2س ص}{2ص^2 - ص^2 + س^2}$

$ص' = \frac{2س ص}{ص^2 + س^2}$

AWA2ED LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

⑦ إذا كان جا ص = ظا س ، أثبت أن ظا ص = $\frac{\text{صـ}}{\text{٢ جتا}^2\text{س} + \text{صـ}^2}$

الحل

جتا ص صـ = جتا^{2}س

جتا ص صـ − جا ص صـ^2 = ٢ جتا^{2}س ظا س

جتا ص صـ − جا ص صـ^2 = ٢ جتا^{2}س جا ص المقسوم جتا ص

صـ − ظا ص صـ^2 = ٢ جتا^{2}س ظا ص

صـ = ٢ جتا^{2}س ظا ص + ظا ص صـ^2

ظا ص = $\frac{\text{صـ}}{\text{٢ جتا}^2\text{س} + \text{صـ}^2}$

---

⑧ إذا كان جا^{2}٣س = (١ − ص^2)^6 ،

أثبت أن ٢ ص صـ = (ص^2 − ١) ظتا ٣س

---

⑨ إذا كان س + ص = س ص صـ ، أثبت أن صـ = $\frac{\text{٢ ص}^2}{\text{س}^3}$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

تطبيقات التفاضل

السؤال الاول :-

تتكون هذا السؤال من (١٠) فقرة ، لكل فقرة اربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، اختر رمز الاجابة الصحيحة ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير الى رمز الاجابة الصحيحة في نموذج الاجابة :-

١ اذا كانت ق(س) = جـ س^{٣} - ٣ س + ٦ ، وكانت قياس زاوية ميل المماس لمنحنى ق عند النقطة (١ ، ق(١)) هو ١٣٥° ، فإن قيمة الثابت جـ تساوي :

أ) -٢ ب) -١ ج) ٢ د) ١

٢ اذا كانت ق(س) = س^{٢} - م س^{٣} + ٥ س ، فإن قيمة م التي تجعل للاقتران ق(س) مماس افقي عند س = ١٠ تساوي :

أ) -٤ ب) -١ ج) ٤ د) -٣

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٣) إذا كانت ظا هـ = $\frac{١٥ - س}{س}$ هي العلاقة التي تربط زاوية هـ والضلع س في مثلث، فإن أكبر قياس ممكن للزاوية هـ عندما تكون س تساوي :

أ) ١٠ ب) ١٥ ج) $\frac{١٥٠}{٣}$ د) ١٥٠

٤) إذا كانت معادلة العمودي على مماس منحنى الاقتران ق، المرسوم من النقطة (٠، ٦) الواقعة على منحنى الاقتران هي : ص = $\frac{١}{٣}$ س ، فإن ق'(٠) تساوي :

أ) ٣ ب) $-\frac{١}{٣}$ ج) ٣- د) $\frac{١}{٣}$

٥) ما احداثيا النقطة الواقعة على منحنى العلاقة ٨ص = ٨١ - س^{٢} والتي عندها يكون المماس للمنحنى موازياً للمستقيم الذي معادلته ٣ س + ٧ = ٤ ص ؟

أ) (٧,٥) ب) (٩,٣) ج) (٩,-٣) د) (٧,-٥)

٦) اذا كانت المستقيم س - ص + ج = ٠ يمس منحنى الاقتران ق(س) = $\frac{١}{س}$ عند النقطة (س$_{١}$, ص$_{١}$) ، فإن قيم الثابت ج تساوي :

أ) ١, -١ ب) ١, -٢ ج) ٢, -٢ د) ٢, -١

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٧) مساحة المثلث الناتج عن تقاطع محور السينات والمماس و العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ١ عند النقطة (١ ، ٢) تساوي :

أ) ٣ وحدات مربعة ب) ٤ وحدات مربعة

جـ) ٥ وحدات مربعة. د) ٦ وحدات مربعة.

---

(٨) رسم مماس لمنحنى ق(س) = س² + أ عند النقطة (١ ، ب) الواقعة على المنحنى ، فقطع المماس محور السينات عند س = -١ جد قيمة الثوابت أ ، ب على الترتيب :

أ) ٣,٤ ب) ٤,٣ جـ) -١,٢ د) ٢,٠

---

(٩) قذفت كرة رأسياً إلى أعلى من سطح الأرض ، فإذا كانت المسافة المقطوعة ف(ن) = ٣٠ ن - ٥ ن² ، ف المسافة بالأمتار ، ن الزمنة بالثواني ، فإن سرعة انطلاق الكرة لحظة اصطدامها بالأرض تساوي :

أ) ٦٠ م/ث ب) ٣٠ م/ث جـ) -٣٠ م/ث د) -٦٠ م/ث

---

(١٠) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ٢٠ ن - ٥ ن² حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمنة بالثواني ، ما اللحظة التي يكون فيها تابع الجسيم يساوي مثالي سرعته ؟

أ) ٠,٥ ثانية ب) ٤ ثوانٍ جـ) ١ ثانية د) ١,٥ ثانية

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

١١) يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ع(ن) = ٣ ما ف(ن)، ف(ن) > ٠، حيث ع: السرعة، ن: المسافة بالامتار، ن: الزمن بالثواني فإن تسارع الجسيم يساوي:

أ) ٣ م/ث² ب) ٤٫٥ م/ث² ج) ١٫٥ م/ث² د) ٢ م/ث²

١٢) قذفت كرة رأسياً الى اعلى من نقطة على سطح الارض، فاذا كانت المسافة المقطوعة ن(ن) = ٢٠ن - ٥ن²، حيث ف: المسافة بالامتار، ن: الزمن بالثواني، فإن سرعة الكرة لحظة وصولها سطح الارض تساوي:

أ) -٣٠ م/ث ب) ٦٠ م/ث ج) ٢٠ م/ث د) -٦٠ م/ث

١٣) قذف جسم رأسياً الى اعلى من نقطة على سطح الارض، بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الارض بالامتار بعد ن ثانية يعطى وفق العلاقة ف(ن) = ٩٦ن - ١٦ن²، فإن اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم يساوي:

أ) ٣٢ قدم ب) ٩٦ قدم ج) ٥٨٨ قدم د) ١٤٤ قدم

١٤) قذف جسيم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض وفق العلاقة ف = جتا ن، ن ∈ [٠، π]، حيث ف: المسافة بالامتار، ن: الزمن بالثواني، فان اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم هو:

أ) √٣ م ب) ٢√٣ م ج) √٢ م د) ½ م

AWA2EL LEARN 2 BE

١٥ قذف جسم من سطح برج رأسياً لأعلى حيث ان ارتفاعه بالامتار عن سطح البرج بعد ن ثانية من بدء الحركة يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٢٥ن - ٥ن٢ فان ارتفاع البرج اذا كانت سرعة الجسم لحظة وصوله الأرض تساوي -٥٥ م/ث :-

أ) ٦٠ ب) ١٢٠ ج) ٢٥ د) ٥٠

١٦ اذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة مقترناً على ح ، فان أكبر عدد ممكن من القيم الحرجة للاقتران ق(س) هو :

أ) ٣ ب) ٢ ج) ١ د) لا يمكن تحديد ذلك

١٧ اذا كان ق(س) = (س+٣)٢ ، س ∈ ح ، فان الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ق(س) متزايد هي :

أ) [-٣ ، ∞) ب) (-∞ ، -٣] ج) [٠ ، ∞) د) ح

١٨ اذا كان ق(س) = جا-٣ + ٥س ، س ∈ [٠ ، ٢π] فان ق(س) متزايد على الفترة :

أ) [٠ ، π/٢] ب) [٠ ، π/٢] ، [٣π/٢ ، ٢π] ج) [٠ ، π] د) [٠ ، ٢π]

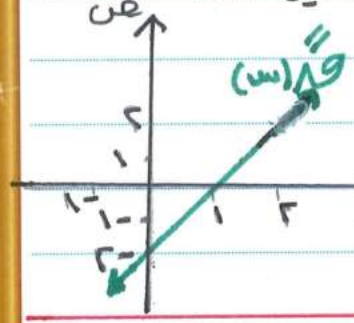
١٩ اذا كان ق(س) = س + ٩/(س+٢) ، س ∈ [-١ ، ٤] ، فان قيم (س) الحرجة للاقتران ق(س) هي :

أ) {-٣ ، -١ ، ٤} ب) {-١ ، ١ ، ٤} ج) {-٣ ، ١} د) {-١ ، ٤}

٢٠ اذا كان $d(س) = (أ - س - ب)^{\frac{2}{3}} + ٥ب$ ، $أ \neq ٠$ ، وكان للإقتران $d(س)$ قيمة قصوى عند النقطة $(٠,٤ ، ١٠)$ فان قيم الثوابت $أ ، ب$ على الترتيب هي :

أ) $٢ ، \frac{١}{٢}$ ب) $-١ ، ٢$ ج) $\frac{١}{٢} ، ٢$ د) $٢ ، -١$

٢١ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الثانية لكثير الحدود $d(س)$ ، اذا كان للإقتران $(د)$ نقطة حرجة عند $(٢ ، d(٢))$ ، فان $d(٢)$ تمثل قيمة :-



أ) عظمى محلية ب) صغرى محلية
ج) عظمى مطلقة د) صغرى مطلقة

٢٢ اذا كان للإقتران $d(س) = ٢أ س^{٣} - ٣ س^{٢} - ٤ س + ٥$ نقطة انعطاف عند $س = ١$ ، فان قيمة الثابت $أ$ تساوي :

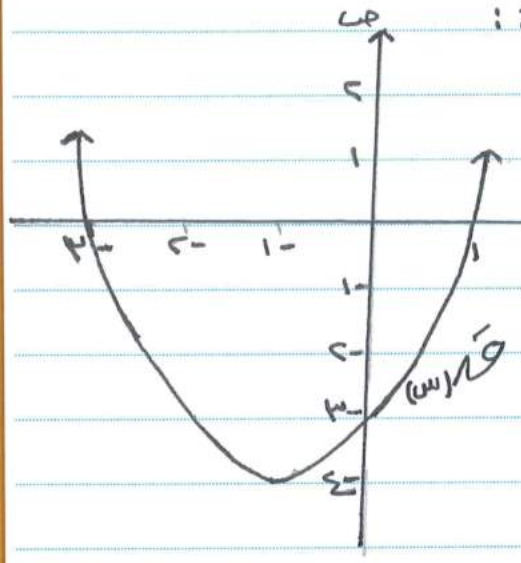
أ) ١ ب) $\frac{٥}{٣}$ ج) ٢ د) $\frac{١}{٢}$

٢٣ تتحرك النقطة $أ(س ، ص)$ على منحنى العلاقة $ص + س = س^{٢}$ ، ما احداثيا النقطة $أ(س ، ص)$ في اللحظة التي يكون عندها معدل التغير في احداثيها السيني بالنسبة الى الزمن مساوياً لمعدل التغير في احداثيها الصادي بالنسبة الى الزمن :

أ) $(٢ ، ٢)$ ب) $(١ ، ٠)$ ج) $(٣ ، ٦)$ د) $(-١ ، ٢)$

AWA2EL LEARN 2 BE

معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الاولى لكثير الحدود (هـ) ، اجب عن الفقرات (٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦) الآتية :



٢٤ مجموعة قيم (س) التي يكون عندها للاقتران (هـ) نقطة حرجة هي :

أ) (-٣ ، -١) ب) (-١ ، ١)

ج) (١ ، -٣) د) {-١}

٢٥ الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران (هـ) متناقصاً هي :

أ) [-٣ ، ١] ب) [-∞ ، -٣]

ج) [١ ، ∞) د) (-∞ ، -٤]

٢٦ الفترة التي يكون فيها منحنى (هـ) مقعراً للأسفل هي :

أ) [-٣ ، ١] ب) (-∞ ، -١] ج) [-١ ، ∞) د) [١ ، ∞)

---

٢٧ اذا كان هـ(س) = $\sqrt{س^{٣} - ١٦س}$ ، فإن مجموعة قيم (س) التي يكون عندها للاقتران هـ(س) نقط حرجة :

أ) ∅ ب) {٨} ج) {٠ ، ١٦} د) {٠ ، ٨ ، ١٦}

---

٢٨ اذا كان للاقتران هـ(س) = $س^{٣}$ + (٤ - م) $س^{٣}$ قيمة عظمى محلية عند س = ١ ، حيث م ∈ ح ، عدد ثابت ، فإن الاقتران هـ(س) متزايداً في الفترة :

أ) (-∞ ، -١] ب) [-١ ، ١] ج) [١ ، ∞) د) ∅

AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٢٩ اذا كان هـ(س) = جاس − جتاس ، س ∈ [٠ ، π] ، فان قيمة (س) التي يكون عندها للاقتران هـ(س) قيمة صغرى مطلقة هي :

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{4}$ ج) π د) $\frac{3\pi}{4}$

٣٠ اذا كان هـ(س) = جتا٢س ، س ∈ [٠ ، π] ، فان قيمة (س) التي يكون للاقتران (هـ) عندها قيمة صغرى مطلقة هي :

أ) صفر ب) π ج) $\frac{\pi}{2}$ د) $\frac{3\pi}{2}$

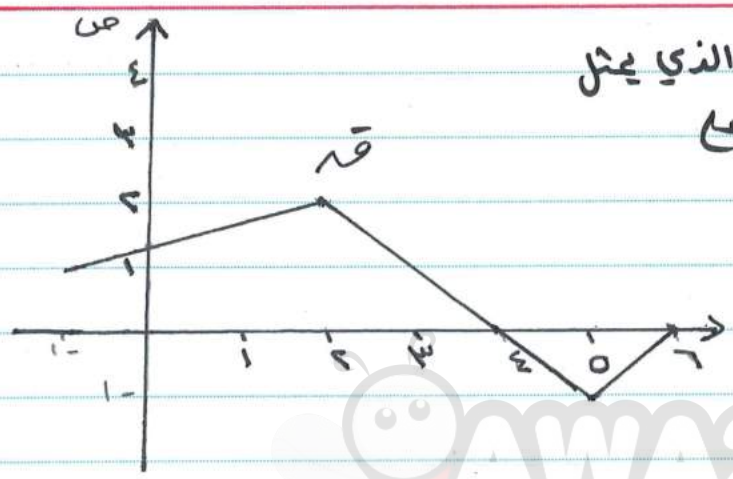
٣١ اذا كان هـ(س) = ٨س − ٤(م − ٣) $س^2$ ، فان قيم الثابت "م" التي تجعل منحنى الاقتران (هـ) مقعراً للأسفل هي :

أ) (٣ ، ∞) ب) [−٣ ، ∞) ج) (−∞ ، ٣] د) [−٣ ، ٣]

٣٢ اذا كان هـ(س) = جاس − جتاس ، س ∈ [$\frac{\pi}{6}$ ، π] ، فان لمنحنى الاقتران (هـ) نقطة إنعطاف عند (س) تساوي :

أ) $\frac{\pi}{4}$ ب) $\frac{\pi}{3}$ ج) $\frac{\pi}{5}$ د) $\frac{\pi}{2}$

ف معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران (هـ) المعرف على الفترة [−١ ، ٦] ، أجب عما يلي :- (٣٣ ، ٣٤ ، ٣٥)



AWA2EL LEARN 2 BE

٣٣ ما مجموعة قيم (س) التي يكون عندها للاقتران (هـ) نقطة حرجة :

أ) {٥،٢} ب) {-٦،١}

ج) {-١،٤،٥،٦} د) {-١،٢،٥،٦}

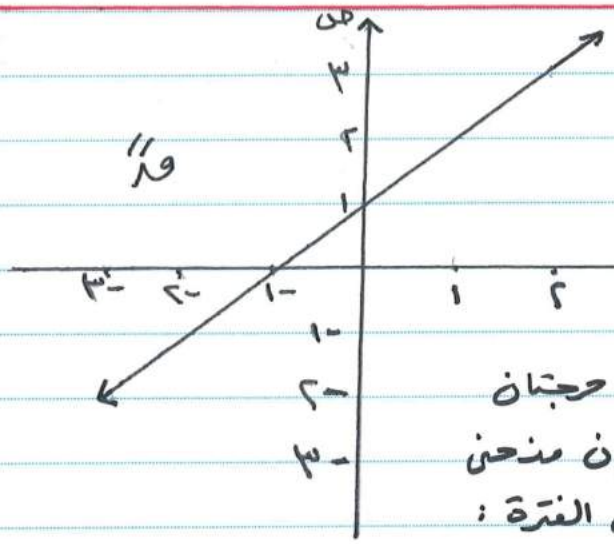
٣٤ الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران (هـ) متناقصاً :

أ) {٤،٦} ب) {٥،٢} ج) {-١،٤} د) {-١،٢}

٣٥ هـ (٤) تساوي :

أ) صفر ب) غير موجودة ج) ٤ د) -١

٣٦ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران كثير الحدود (هـ)،



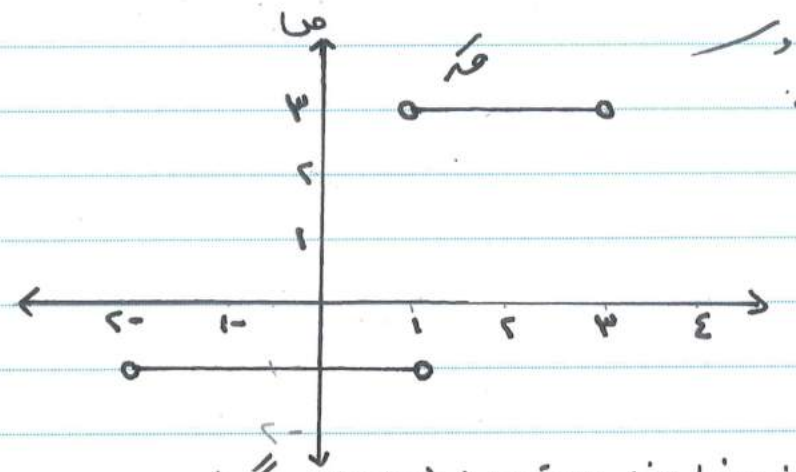
إذا علمت أن للاقتران (هـ) نقطتان حرجتان عند س = -٣ ، س = صفر ، فإن منحنى الاقتران (هـ) يكون متناقصاً في الفترة :

أ) [-٢،٠] ب) (-∞،-٣] ج) [-٣،٠] د) [٠،∞)

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الأول للاقتران (هـ) المعرف على الفترة [-٢, ٣] ، أجب عنه (٣٧, ٣٨) :



٣٧ ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران (هـ) متزايداً :

أ) [-٢, ١] ب) [١, ٣] ج) [٠, ١] د) [-١, ٠]

٣٨ ما ميل المماس المرسوم لمنحنى الاقتران (هـ) عند س = صفر :

أ) ١ ب) -١ ج) صفر د) ٣

---

٣٩ صندوق حجمه معطى بالاقتران ح = س^{٣} - ٦٥ س^{٢} + ١٠٠٠ س ، حيث س تمثل ارتفاع الصندوق ، فإن قيمة (س) التي تجعل حجم الصندوق أكبر ما يمكن تساوي :

أ) $\frac{١٠٠٠}{٣}$ ب) ١٠ ج) $\frac{١٠}{٣}$ د) ١٠٠

---

٤٠ مثلث متطابق الضلعين ، طول كل من ضلعيه المتطابقين ٦ سم ، يزداد قياس الزاوية المحصورة بينهما بمعدل (٠/٥٤) ، فإن معدل تغير مساحة المثلث عندما يكون قياس الزاوية المحصورة بينهما (٦٠°) :-

أ) ١٨ سم^{٢}/د ب) ٧٢ سم^{٢}/د ج) ٣٦ سم^{٢}/د د) ٩ سم^{٢}/د

AMACEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٤١) خزان ماء على شكل مخروط دائري قائم قاعدته للأعلى ، فإذا كان ارتفاع الخزان ٤م ، وطول نصف قطر قاعدته ٣م ، صب فيه الماء بمعدل ٣م³/د ، فإن معدل تغير ارتفاع الماء في الخزان عندما يكون ارتفاع الماء ١م يساوي :

أ) $\frac{٤}{\pi}$ م/د ب) $\frac{٨}{\pi}$ م/د ج) $\frac{\pi}{٤}$ م/د د) $\frac{\pi}{٨}$ م/د

٤٢) مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ١٢ − س² تساوي :

أ) ٨ وحدات مربعة ب) ٣٢ وحدات مربعة ج) ١٦ وحدة مربعة د) ٤٠ وحدات مربعة

٤٣) مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة طول نصف قطرها (٥) سم بحيث تنطبق قاعدته على قطر الدائرة ، ورأساه الآخران على الدائرة تساوي :

أ) ١٠ سم² ب) ٢٥ سم² ج) $\frac{٥}{\sqrt{٣}}$ سم² د) $٢٥\sqrt{٣}$ سم²

٤٤) إذا كانت ق(س) = $س^{\frac{١}{٣}}(س-٣)$ ، س ∈ [−١ ، ٥] ، فإن قيم (س) التي تجعل ق'(س) غير موجودة هي :

أ) س = {−١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٥} ب) س = {−١ ، ٠ ، ١ ، ٣ ، ٥}

ج) س = {−١ ، ١ ، ٢ ، ٥} د) س = {−١ ، ١ ، ٣ ، ٥}

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٤٥ (إذا كان $د(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د$ ، $أ \neq ٠$ ،
الذي يمر منحناه بالنقطة $(١ ، ٥)$ فإن معادلة المماس لمنحناه هي
$٣أ + ٢ب - ٧ = ٠$ ∴ عند نقطة الانعطاف هي $(٢ ، ١)$ ،
فإن قاعدة الاقتران هي :

أ) $د(س) = ٢ س^{٣} + ٦ س^{٢} - ٥ س + ١٥$
ب) $د(س) = س^{٣} + ٦ س^{٢} - ١٥ س + ١٠$
ج) $د(س) = س^{٣} + ٦ س^{٢} - ١٥ س + ١٥$
د) $د(س) = - س^{٣} + ٩ س^{٢} + ٥ س - ٩$

---

٤٦ مصنع للأجهزة الكهربائية ينتج $(س)$ جهازاً "سنوياً"، يبيع كل جهاز بسعر $(٢٠٠ - ٠.١ س)$ ديناراً، فإذا كانت تكلفة انتاج هذه الأجهزة $(٥٠ س + ٤٠)$ ديناراً، فإن عدد الأجهزة التي ينتجها المصنع لتحقيق أكبر ربح ممكن سنوياً هو :

أ) ٨٧٥ جهاز ب) ٨٥٠٠ جهاز ج) ٧٥٠٠ جهاز د) ٧٥٠ جهاز

---

٤٧ قطعة خشب على شكل اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية $(٤٠٠ \pi سم^{٢})$، حفر في هذه القطعة نصف كرة طول قطرها مساوي لطول قطر قاعدة الاسطوانة، فإن طول نصف قطر قاعدة الاسطوانة الذي يجعل حجم الجزء المتبقي من الاسطوانة أكبر ما يمكن يساوي :

أ) ١٥ سم ب) ١٠ سم ج) ٢٠ سم د) ١٦ سم

AWA2EL LEARN 2 BE

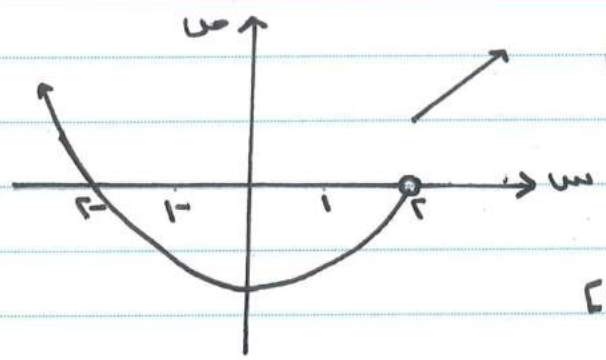
الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٤٨) إذا كان $ق(س) = \sqrt{٣٦ - س^٢}$ ، $|س| \leq ٦$ ، فإن $ق(س)$ متزايد عندما:

أ) $س \geq ٠$ ب) $س \geq -٦$ ج) $-٦ \leq س \leq ٠$ د) $٠ \leq س \leq ٦$

---

٤٩) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $(ق)$ المعرف على $ح$ ، فإن الاقتران قد يكون متزايداً في الفترة:

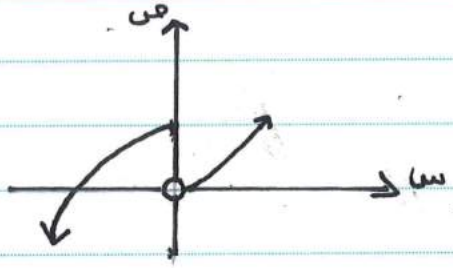


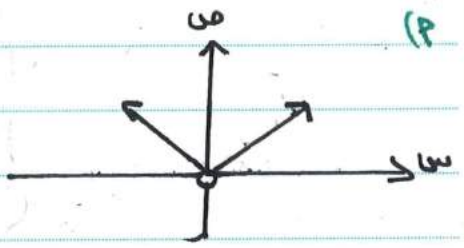
أ) $(-\infty, -٣]$ ب) $(-\infty, ٠] - [٣]$

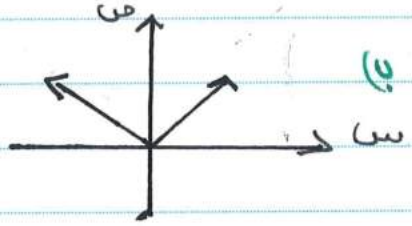
ج) $[٠, \infty)$ د) $[٠, ٢]$

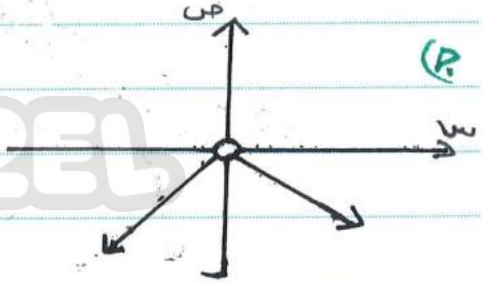
---

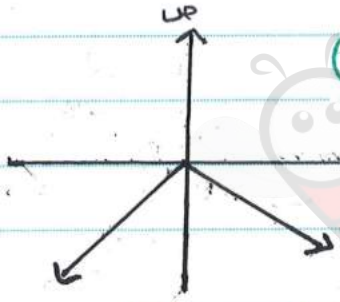
٥٠) يمثل الشكل المجاور منحنى $ق(س)$ ، فإن الشكل التربيعي لمنحنى $ق'(س)$ هو:



أ)


ب)


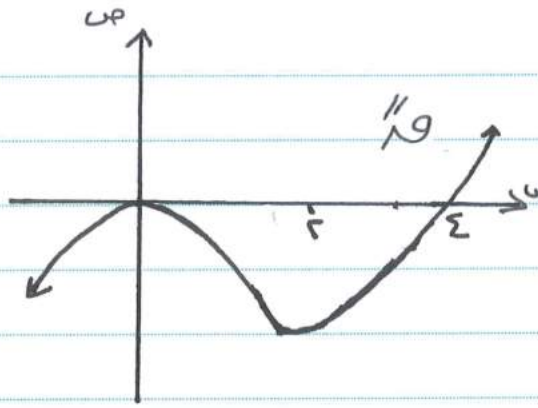
ج)


د)


AWA2EL LEARN 2 BE

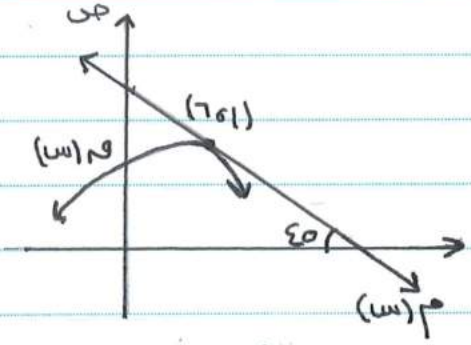
الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٥١ إذا كان الشكل الجاور يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران $f(x)$ المعرف على $\mathbb{R}$، فإن مجموعة قيم (x) التي يكون عندها للاقتران $f(x)$ نقطة انعطاف هي:



أ) $\{٤\}$ ب) $\{٠\}$
ج) $\{٤، ٠\}$ د) $\{٤، ٢، ٠\}$

٥٢ إذا كان $f(x)$ ، $g(x)$ متباينين قابلين للاشتقاق بحيث أن $f(x) = (x+٣)\,g(x-٣)$ فإذا كان $m(x)$ يمثل للاقتران $f(x)$ عند النقطة $(١، ٦)$، فإن $g'(٤)$ هي:



أ) ٢ ب) -٣ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $-\frac{١}{٢}$

٥٣ يتحرك جسيم حسب العلاقة $ف(ن) = ٢٠ - ٦٣ن + ١٥ن^{٢} - ن^{٣}$ فإن مجموعة قيم $(ن)$ التي تكون فيها السرعة موجبة هي:

أ) $(٧، ٣)$ ب) $[٧، ٣]$ ج) $[٧، ٠]$ د) $[٧، ٠)$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

تطبيقات التفاضل

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨
الرمز	د	م	م	ب	ه.	ه.	ه.	ب	ه.	م	ب	م	د	م	ب	ب	م	د

الرقم	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦
الرمز	ب	ه.	ب	د	ب	ه.	م	ب	ه.	ب	م	ه.	م	م	د	ب	د	م

الرقم	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	
الرمز	ب	ب	ب	ه.	ب	ب	ب	ب	ه.	د	ب	ه.	ه.	م	م	د	م	

السؤال الثاني

(1) اثبت ان المماسان المرسومان للمنحنيين المتقاطعة $4س^2 + 9ص^2 = 45$ ، $س^2 - 4ص^2 = 5$ عند نقطة تقاطع المنحنيين في الربع الاول متعامدان

الحل:

نجد نقطة التقاطع: $4س^2 + 9ص^2 = 45$

$-4س^2 + 16ص^2 = -20$

$25ص^2 = 25 \Rightarrow ص^2 = 1 \Rightarrow ص = 1$

(الربع الاول، $ص = 1$) (③، ①، ②)

$س^2 - 4ص^2 = 5 \Rightarrow س^2 - 4 = 5 \Rightarrow س^2 = 9 \Rightarrow س = 3$

$س = 3$ الربع الاول

النقطة (3,1): معادلة (1): $4س^2 + 9ص^2 = 45$

$8س + 18ص \, ص' = 0$ (3,1)

$24 + 18ص' = 0 \Rightarrow 18ص' = -24 \Rightarrow ص' = -\frac{24}{18}$

$ص' = -\frac{4}{3}$ $\therefore$ م المماس $= -\frac{4}{3}$

معادلة (2): $س^2 - 4ص^2 = 5$ (3,1)

$2س - 8ص \, ص' = 0 \Rightarrow 6 - 8ص' = 0 \Rightarrow 8ص' = 6$

$ص' = \frac{6}{8} \Rightarrow ص' = \frac{3}{4}$ $\therefore$ ميل المماس $= \frac{3}{4}$

لاثبات ان المماسان متعامدان: م المماس (1) × م المماس (2) $= -1$

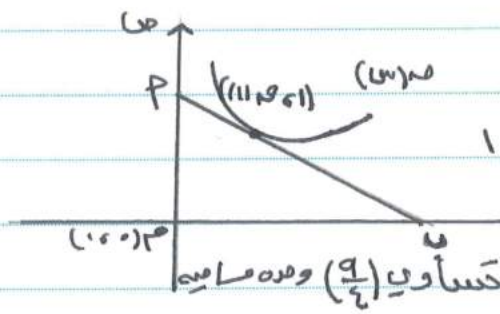
$-\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = -1$ ③

$\therefore$ متعامدان.

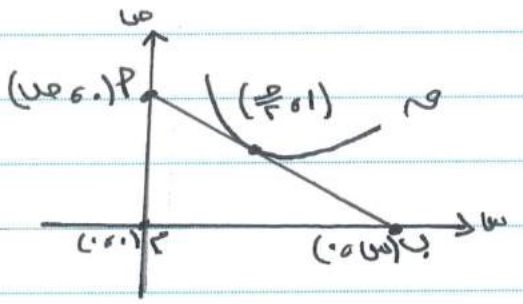
الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٢ معتمدا" الشكل المجاور الذي يمثل المثلث م م ب الذي ضلعه م ب يمس منحنى الدالة ق(س) = $\frac{ج}{س+1}$ ، س ≠ -١ عند النقطة (١ ، ق(١))

جد قيمة الثابت (ج) الذي تجعل مساحة المثلث م م ب وحدة مساحة $(\frac{9}{4})$



الحل م ب ∩ محـ س



ميل المماس ← $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{ج}{(س+1)^2}$ ، (١ ، $\frac{ج}{2}$) ، (٣ ، ٠)

ق'(١) = $\frac{ج}{4}$

$\frac{ج}{4}$ = $\frac{ج}{(3-1)^2}$ ← س = ٣ ← ب (٣ ، ٠)

ميل المماس ← $\frac{د ص}{د س}$ (١ ، $\frac{ج}{2}$) (٠ ، ص) ← $\frac{ج}{2}$ - ص

ق'(١) = $\frac{ج}{4}$

$\frac{ج}{2}$ - ص = - $\frac{ج}{4}$ ← ص = $\frac{3}{4}$ ج م ($\frac{3}{4}$ ج ، ٠)

$\frac{9}{4}$ = $\frac{1}{2}$ × ٣ × $\frac{3}{4}$ ج ← ج = ٢

---

٣ جد معادلة المماس لمنحنى الدالة ق(س) = $س^2$ + ٣ ، إذا كان العمودي عليه مار بالنقطة $(٥ ، \frac{9}{2})$

الحل : نفرض المماس (س ، ص)

ميل العمودي ← $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{ص - \frac{9}{2}}{س - ٥}$

ق'(س) = $\frac{-1}{2س}$

$\frac{ص - \frac{9}{2}}{س - ٥}$ = $\frac{-1}{2س}$

$\frac{س^2 - \frac{3}{2}س}{س - ٥}$ = $\frac{-1}{2س}$

س = ٣ ، ١ - ٤

حالة (١) س = ٠

ص = ق(٠) = ٣

م = ق'(٠) = ٠

المماس أفقي

معادلة المماس

ص = ٣

حالة (٢) س = ١

ص = ق(١) = ٤

م = ق'(١) = ٢

معادلة المماس

ص - ٤ = ٢(س - ١)

حالة (٣) س = - ١

ص = ق(-١) = ٤

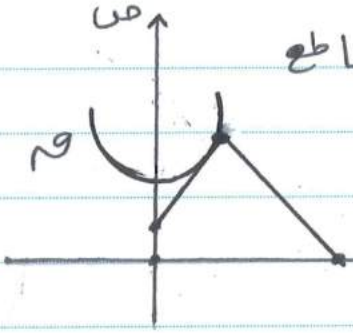
م = ق'(-١) = -٢

المعادلة

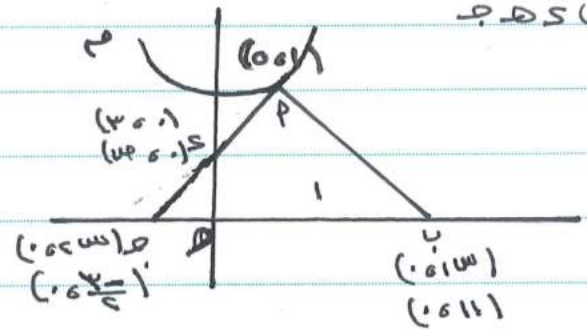
ص - ٤ = -٢(س + ١)

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

٤) جد مساحة الشكل الرباعي الناتج عن تقاطع المحاس والعمودي على المحاس لمنحنى الاقتران
ق(س) = س² + ٤ عند النقطة (١ ، ٥)
ومحوري السينات والصادات الموجبين



الحل مساحة الشكل الرباعي =
مساحة المثلث أ ب جـ − مساحة المثلث د هـ جـ



نجد نقاط التقاطع

المحاس أ جـ

م المحاس ← $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٥}{١ - س}$

ق(١) = ٢

$\frac{٥}{١ - س} = ٢$ ← س = $\frac{-٣}{٢}$

م المحاس = $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٥ - ص}{١}$

ق(١) = ٢

٥ − ص = ٢ ← ص = ٣

ميل العمودي ← $\frac{٥}{١ - س}$

ق(١) = $\frac{-١}{٢}$ = $\frac{٥}{١ - س}$ ← ١٠ = ١١ − س

مساحة الشكل الرباعي = $\frac{١}{٢} \times (١١ - \frac{٣}{٢}) \times ٥ - \frac{١}{٢} (٠ - \frac{٣}{٢}) \times ٣$

= ٢٩ د هده مربعة

الأستاذ
حمدالله الطوباسي 0779358752

السؤال الثالث:

1 اسقط جسيم من ارتفاع ١٢٠ م عن سطح الأرض سقوطاً حر حيث الاقتران ف١(ن) = ٥ن٢، وفي اللحظة نفسها قذف جسم آخر من سطح بناية للأعلى وفهم الاقتران ف٢(ن) = ٤٠ن - ٥ن٢، حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني، جد ارتفاع البناية إذا علمت أن سرعة الجسم الأول تساوي ٢٠ م/ث في اللحظة التي يكون للجسمين الارتفاع نفسه

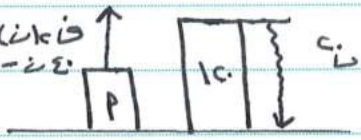
الحل:- لهما نفس الارتفاع عن سطح الأرض ف١(ن) + ف٢(ن) = ١٢٠

٥ن٢ + ٤٠ن - ٥ن٢ + ب = ١٢٠

٤٠ن + ب = ١٢٠ ← ب = ١٢٠ - ٤٠ن

ع١(ن) = ١٠ن = ٢٠ ← ن = ٢

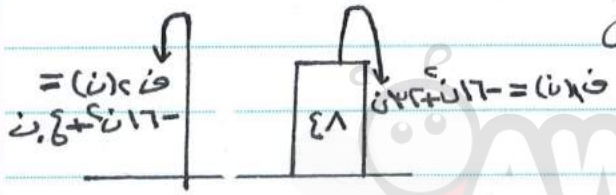
ب = ١٢٠ - ٨٠ = ٤٠ م



2 من قمة برج ارتفاعه ٤٨ قدم، قذف جسم رأسياً للأعلى وفهم الاقتران ف١(ن) = -١٦ن٢ + ٣٢ن، وفي اللحظة نفسها قذف جسم ثاني من سطح الأرض للأعلى وفهم الاقتران ف٢(ن) = -١٦ن٢ + ع٠ن حيث ف١، ف٢ المسافة بالأقدام، (ن) الزمن بالثواني، جد السرعة الابتدائية (ع٠) للجسم الثاني عندما يتساوى أقصى ارتفاع للجسمين عن سطح الأرض

الحل

ف١ | = ف٢ |
ع١ = ٠ ع٢ = ٠



الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

ف،(ن) = −١٦ن² + ٣٢ن + ٤٨ | ف٢(ن) = −١٦ن² + ع،(ن)

ع،(ن) = −٣٢ن + ٣٢ | ع٢(ن) = −٣٢ن + ع،

ع،(ن) = ٠ ← ع، = ٣٢ن | ع٢(ن) = ٠ ← ع، = ٣٢ن

−٣٢ن = −٣٢ ← ن = ١ | ف٢(ن) = −١٦ن² + ع،ن = ٦٤

ف،(١) = −١٦ + ٣٢ + ٤٨ = ٦٤ | −١٦ن² + ٣٢ن² = ٦٤

ن = ٢

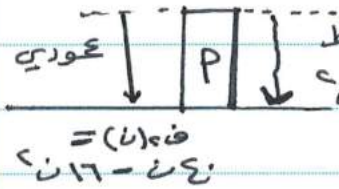
ع، = ٣٢ن = ٦٤

---

٣ اسقط جسيم من نقطة ما سعيًا بنايه سقوطًا حر بحيث أن المسافه التي يقطعها بعد (ن) ثانيه هي ف،(ن) = ١٦ن²، وفي اللحظه نفسها رمي شخص جسمًا عموديًا للأسفل حيث أن المسافه التي يقطعها بعد (ن) ثانيه هي ف٢(ن) = ٤٠ن + ١٦ن²، فإذا ارتطم الجسم الأول بالأرض بعد ثانيه من ارتطام الجسم الثاني، جد

① سرعة كل من الجسمين لحظه ارتطامهما بالأرض

② ارتفاع البنايه عند تلك اللحظه



الحل ① ف،(ن) = ف٢(ن)

١٦(ن+١)² = ٤٠ن + ١٦ن²

ن = ٢

ع،(ن) = ٣٢ن ، ن = ٣ ← ع،(٣) = ٩٦ م/ث

ع٢(ن) = ٤٠ − ٣٢ن ، ن = ٢ ← ع٢(٢) = ١٠٤ م/ث

② ارتفاع البنايه = ف،(٣) = ف٢(٢) = ١٤٤ م

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

السؤال الرابع

في كل من الاقترانات الآتية جد مايلي

① النقط الحرجة

② فترات التزايد و التناقص و الثبات

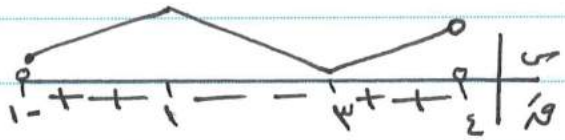
③ القيم القصوى إن وجدت وحدد نوعها

١ $ق(س) = س(س-٣)^{٢} - ٢$ ، $س \in [-١، ٤]$

الحل $ق'(س) = ٣س^{٢} - ١٢س + ٩$

القيم الحرجة ← $ق' = ٠$ أو $س = -١$

$ق' = ٠ \Leftarrow س = ١، ٣$



النقط الحرجة $(-١، ١٨)، (٣، -٢)، (١، ٢)$

$ق$ متزايد على $[-١، ١] ، [٣، ٤]$ ، $ق$ متناقص على $[١، ٣]$

قيمة صغرى محلية عند $س = ٣$ وهي -٢

قيمة صغرى مطلقة عند $س = -١$ وهي -١٨ أصغر قيمة

قيمة عظمى محلية مطلقة عند $س = ١$ وهي ٢ أكبر قيمة

---

٢ $ق(س) = (س-٢)^{٤}(س+١)^{٣}$ ، $س \in ح$

الحل $ق'(س) = (س+١)(س-٢)^{٣}(٦-س)$

القيم الحرجة ← $ق' = ٠$

$ق' = ٠ \Leftarrow س = -١، ٢، ٦$

النقط الحرجة $(٦، ١٦٠)، (-١، ٠)، (٢، ٠)$

$ق$ متزايد على $[-١، ٦] ، [٢، ٦]$ ، $ق$ متناقص على $(-\infty، -١] ، [٦، \infty)$

قيمة عظمى محلية عند $س = ٦$ وهي ١٦ ، قيمة صغرى محلية مطلقة عند $س = -١$ وهي ٠ ، قيمة صغرى مطلقة محلية عند $س = ٢$ وهي ٠

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

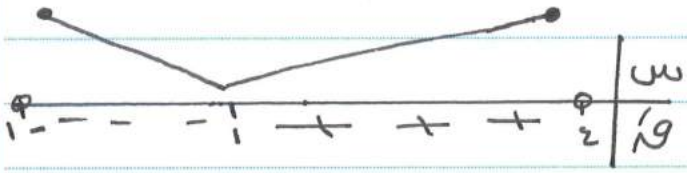
٣) $ق(س) = س + \frac{9}{س+2}$ ، $س \in [-1, 4]$

الحل أصفار المقام $س = -2 \notin [-1, 4]$

$ق'(س) = 1 - \frac{9}{(س+2)^2}$

الحرج ← $ق' = 0$ أو $س$ غير معرف $س = -1, 4$

$ق' = 0 \Leftarrow س = 1$



النقط الحرجة

$(1, 4)$ $(-1, 8)$ $(4, \frac{11}{6})$

$ق$ متزايد على $[1, 4]$ ، $ق$ متناقص على $[-1, 1]$

قيمة صغرى محلية ومطلقة عندما $س = 1$ وهي 4

قيمة عظمى مطلقة عندما $س = -1$ وهي 8

---

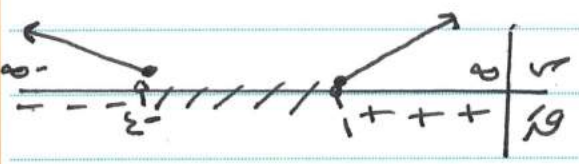
٤) $ق(س) = \sqrt{س^2 + 3س - 4}$

الحل المجال $(-\infty, -4] \cup [1, \infty)$

$ق'(س) = \frac{2س + 3}{2\sqrt{س^2 + 3س - 4}}$

القيم الحرجة ← $ق' = 0$ أو $س$ غير معرف $س = -4, 1$

$ق' = 0 \Leftarrow س = -\frac{3}{2}$



$ق$ متزايد على $[1, \infty)$

$ق$ متناقص على $(-\infty, -4]$

صغرى مطلقة عندما $س = 1$ وهي صفر

صغرى مطلقة عندما $س = -4$ وهي صفر

AWAZEL LEARN 2 BE

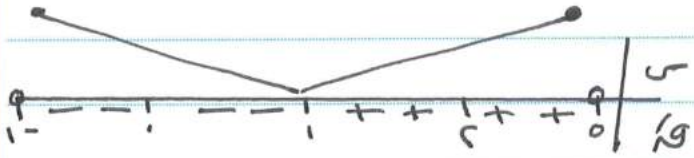
٥) $ق(س) = س^{\frac{1}{3}}(س-٢)^{\frac{1}{3}}$ ، $س \in [-١، ٥]$

الحل: $ق(س) = (س^{٢}-٢س)^{\frac{1}{3}}$

$ق'(س) = \frac{1}{3}(س^{٢}-٢س)^{-\frac{2}{3}}(٢س-٢) = \frac{٢س-٢}{٣\sqrt[3]{(س^{٢}-٢س)^{٢}}}$

القيم الحرجة ← $ق' غ م$ ⟵ $-١، ٠، ١، ٢$

$ق' = ٠$ ⟵ ١



$ق$ متزايدة $[-١، ٠] \cup [١، ٥]$

$ق$ متناقصة $[٠، ١]$

القيم القصوى المحلية فقط

قيمة صغرى محلية ومطلقة عند $س = ١$ وهي -١

---

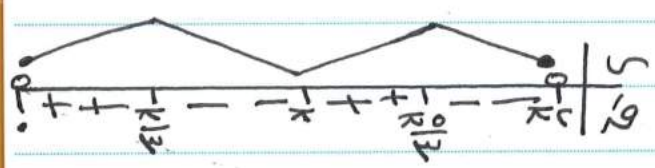
٦) $ق(س) = متاس - \frac{1}{2}$ جتا٢س ، $س \in [٠، ٢\pi]$

الحل $ق'(س) = -جاس + ٢جا٢س$

$ق'(س) = جاس(٤متاس - ١)$

القيم الحرجة ← $ق' غ م$ ⟵ $٠، \pi، ٢\pi$

$ق' = ٠$ ⟵ $\frac{\pi}{3}، \frac{5\pi}{3}، \pi$



$ق$ متزايدة $[٠، \frac{\pi}{3}] ، [\pi، \frac{5\pi}{3}]$

$ق$ متناقصة $[\frac{\pi}{3}، \pi] ، [\frac{5\pi}{3}، ٢\pi]$

عظمى مطلقة محلية عند $س = \frac{\pi}{3}$ وهي $\frac{3}{4}$

عظمى مطلقة محلية عند $س = \frac{5\pi}{3}$ وهي $\frac{3}{4}$

صغرى مطلقة محلية عند $س = \pi$ وهي $-\frac{3}{4}$

AMAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

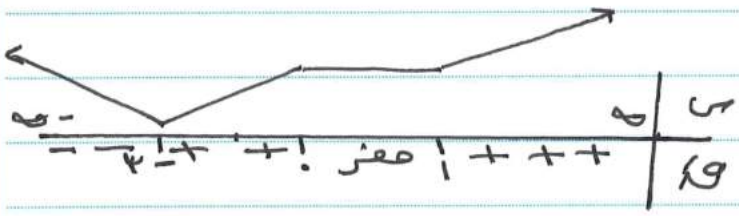
٧) $ق(س) = \begin{cases} س^٤ + ٦س + ٤ & ، س \leq ٠ \\ [س + ٤] & ، ٠ < س < ١ \\ |٣س + ١| & ، س \geq ١ \end{cases}$

الحل $ص(س) = \begin{cases} س^٤ + ٦س + ٤ & ، س \leq ٠ \\ ٤ & ، ٠ < س < ١ \\ ٣س + ١ & ، س \geq ١ \end{cases}$

$ق'(س) = \begin{cases} ٢س + ٦ & ، س < ٠ \\ \text{غ.م} & ، ٠ < س < ١ \\ ٣ & س > ١ \\ \text{غ.م} & س = ٠ ، ١ \end{cases}$

القيم الحرجة ← $ق'$ غ.م $= ٠ ، ١$

$ق' = ٠ \Leftarrow س \in \{٠ ، ١\} ، م - ٣$



$ق$ متزايدة $[-٣ ، ٠] ، [١ ، ∞)$

$ق$ متناقصة $(-∞ ، -٣]$

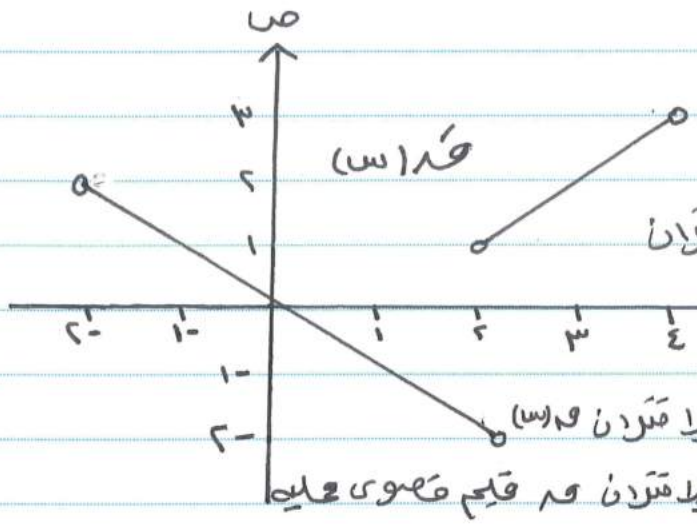
قيمة صغرى محلية ومطلقة عند $س = -٣$ وهي -٥

قيم صغرى محلية $س \in \{٠ ، ١\}$ وهي ٤

قيم عظمى محلية $س \in \{٠ ، ١\}$ وهي ٤

AWA2EL LEARN 2 BE

السؤال الخامس :-



يمثل الشكل المجاور
منحنى المشتقة الأولى للاقتران
ق(س) المتصل ع [-٢، ٤] ك
أجب عن الآتي

① فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)
② قيم (س) التي يكون عندها للاقتران ق قيم قصوى محلية
③ مجالات التقعر للاقتران ق(س)
④ قيم (س) التي يكون عندها للاقتران ق (س) نقط انعطاف
⑤ ق'(٠) ، ق'(٣)

الحل ① ق متزايد ع [-٢، ٠] ، [٢، ٤]
ق متناقص ع [٠، ٢]

② عظمى محلية (٠، ق(٠)) ، صغرى محلية (٢، ق(٢))
③ ق(س) مقعر للأسفل ع [-٢، ٣] ، مقعر للأعلى [٣، ٤]
④ نقطة انعطاف عندما س = ٣
⑤ ق'(٠) = -١ ، ق'(٣) غير موجوده

السؤال السادس :-

جد فترات التقعر ونقط الانعطاف إن وجدت لكل من
الاقترانات الآتية

AWA2EL LEARN 2 BE

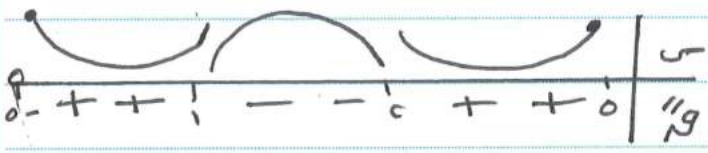
الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

١ $ق(س) = س^4 - 6س^3 + 12س^2$ ، $س \in [-0.5, 0.5]$

الحل $ق'(س) = 4س^3 - 18س^2 + 24س$

$ق''(س) = 12س^2 - 36س + 24$

قيم (س) ← $ق'' = 0$ ⇒ $س = 0.5$ ، $س = 1$



$ق(س)$ مقعر للأعلى $[-0.5, 1]$ ، $[2, 0.5]$

$ق(س)$ مقعر للأسفل $[1, 2]$

نقاط انعطاف $(1, 7)$ $(2, 16.5)$

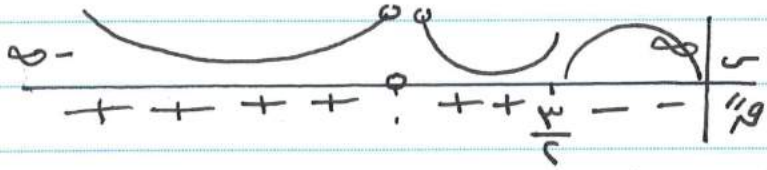
---

٢ $ق(س) = \left(\frac{س-1}{س}\right)^2$

الحل المجال $ح - \{0\}$ متماثل ح $ح - \{0\}$

$ق'(س) = \frac{2س - 2}{س^3}$ ، $ق''(س) = \frac{6 - 4س}{س^4}$

قيم (س) ← $ق'' = 0$ ⇒ $س = \frac{3}{2}$



$ق(س)$ مقعر للأسفل ع $[\frac{3}{2}, 0)$

$ق(س)$ مقعر للأعلى $(-\infty, 0) \cup [\frac{3}{2}, \infty)$ ← $ق'' \geq 0$

نقط انعطاف $[\frac{3}{2}, \frac{1}{9}]$

AWA2EL LEARN 2 BE

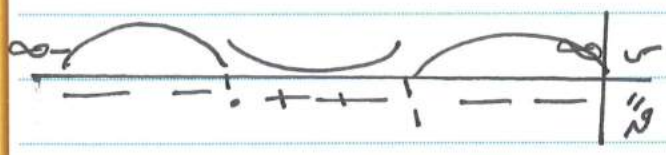
الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٣) $ق(س) = س^{\frac{5}{3}} - س^{\frac{1}{3}}$ ، $س \in ح$

الحل: $ق'(س) = \frac{5}{3} س^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{3} س^{-\frac{2}{3}}$ ، ق متصل على ح

$ق''(س) = \frac{10}{9} س^{\frac{1}{3}} + \frac{2}{9} س^{-\frac{5}{3}}$

$ق''(س) = \frac{10 س^{\frac{3}{3}} + 2}{9 س^{\frac{5}{3}}}$



قيم (س) ← $ق''(س) = 0$ ، $س = 0$

$ق''(س) = 0$ ← $س = -1$

ق(س) مقعر للأسفل على $(-\infty, -1]$ ، $[0, \infty)$

ق(س) مقعر للأعلى على $[-1, 0]$

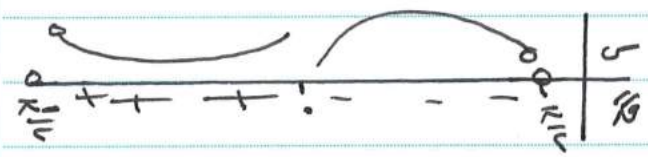
نقاط الانعطاف $(-1, 0)$ $(0, 0)$

٤) $ق(س) = س - ظا س$ ، $س \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

الحل ق(س) متصل على $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

$ق'(س) = 1 - ظا^2 س$ ، $ق''(س) = -2 ظا س ظا^2 س$

قيم س ← $ق''(س) = 0$ ، $س = 0$



ق مقعر للأعلى $[-\frac{\pi}{2}, 0]$

ق مقعر للأسفل $[0, \frac{\pi}{2})$

٥) $ق(س) = 2 جتا س + \frac{1}{2} جا 2س$ ، $س \in [0, 2\pi]$

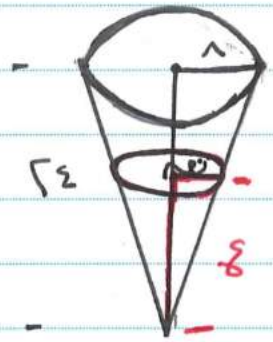
AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

السؤال السابع

① خزان على شكل مخروط دائري قائم رأسه إلى أسفل، ارتفاعه ٢٤ دسم، نصف قطر قاعدته ٨ دسم ينساب الماء من فتحة رأسه إلى إناء أسطواني الشكل موجود أسفله وقطر قاعدته ١٢ دسم، جد معدل ارتفاع الماء في الإناء الأسطواني عندما يكون ارتفاع الماء في الخزان المخروطي ١٢ دسم، ومعدل انخفاض الماء في الخزان المخروطي ١ دسم/د فقط

الحل



$\frac{دع}{دن}$ = -١ دسم/د المطلوب $\frac{دل}{دن}$

ع = ١٢ دسم

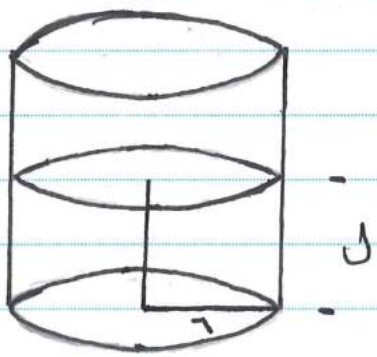
معدل خروج الماء من المخروط

ح = $\frac{\pi}{٣}$ نف^{٢} ع من تشابه المثلثات $\frac{نف}{ع} = \frac{٤}{٣}$

ح = $\frac{\pi}{٢٧}$ ع^{٣}

$\frac{دح}{دن} = \frac{\pi}{٩}$ ع^{٢} $\frac{دع}{دن}$ ← $\frac{دح}{دن} = \frac{\pi}{٩} \times ١٤٤ \times -١$

$\frac{دح}{دن}$ خروج الماء من المخروط = -١٦ π دسم^{٣}/د



ملاحظة: معدل خروج الماء من المخروط يساوي معدل الماء الداخل في الإسطوانة بعكس موجب

$\frac{دح}{دن}$ إسطوانة = ١٦ π دسم^{٣}/د

ح إسطوانة = π نف^{٢} ل = ٣٦ π ل

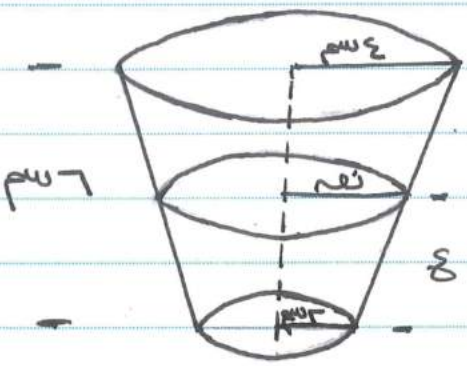
$\frac{دح}{دن}$ = ٣٦ π $\frac{دل}{دن}$

١٦ π = ٣٦ π $\frac{دل}{دن}$ ← $\frac{دل}{دن} = \frac{٤}{٩}$ دسم/د

AMAZE LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٢) كأس ماء على هيئة مخروط دائري قائم ناقص (كما في الشكل) يصب فيه الماء بمعدل ٢٠ π سم³/د جد سرعة ارتفاع الماء في هذا الكأس عندما يصل الماء إلى نصف ارتفاع الكأس

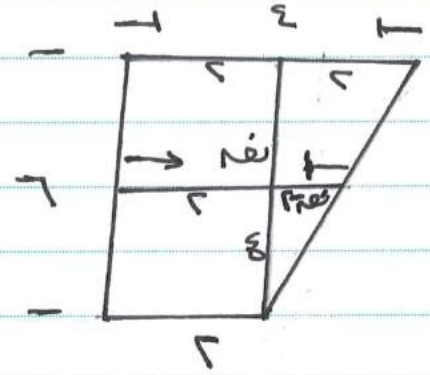


الحل $\frac{د ح}{د ن}$ للماء $= ٢٠ \pi$ سم³/د

المطلوب $\frac{د ع}{د ن}$ | ع = ٣ سم

$ح = \frac{\pi}{٣} ع (نصف^٢ + نصف^٢ + نصف \times نصف)$

$ح = \frac{\pi}{٣} ع (نصف^٢ + ٤ + ٢ نصف)$



من تشابه المثلثان $ع = ٣ (نصف - ٢)$

$ح = \frac{\pi}{٣} \times ٣ (نصف - ٢)(نصف^٢ + ٢ نصف + ٤)$

$ح = \pi (نصف^٣ - ٨)$

$\frac{د ح}{د ن} = ٣ \pi نصف^٢ \frac{د نصف}{د ن}$

ع = ٣ ← ع = ٣ (نصف - ٢)

نصف = ٣ سم

$٢٠ \pi = ٢٧ \pi \frac{د نصف}{د ن}$ ← $\frac{د نصف}{د ن} = \frac{٢٠}{٢٧}$ سم/د

$ع = ٣ (نصف - ٢)$

$\frac{د ع}{د ن} = ٣ (\frac{د نصف}{د ن}) = \frac{٢٠}{٩}$ سم/د

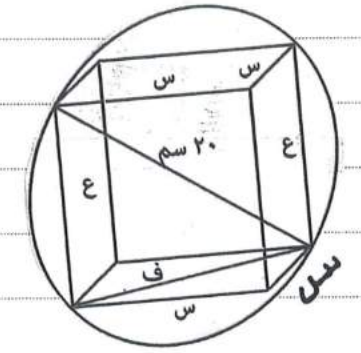
AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٣) كرة مصمتة نصف قطرها ١٠ سم، رسم بداخلها موشور رباعي قائم قاعدته مربعة الشكل وارتفاعه ع
جد أبعاد الموشور لتعطي أكبر حجم ممكن له

الحل

المقصود متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل



$ح = س^٢ ع$

$ف^٢ = ٢ س^٢$
من فيثاغورس

$٤٠٠ = ف^٢ + ع^٢$

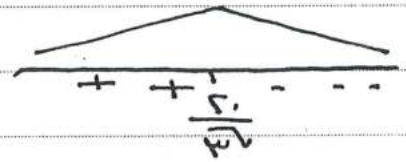
$٤٠٠ = ٢ س^٢ + ع^٢$ ← $\boxed{س^٢ = ٢٠٠ - \frac{١}{٢} ع^٢}$

$ح = (٢٠٠ - \frac{١}{٢} ع^٢) ع$

$ح = ٢٠٠ ع - \frac{١}{٢} ع^٣$

$ح' = ٢٠٠ - \frac{٣}{٢} ع^٢$

$٢٠٠ - \frac{٣}{٢} ع^٢ = ٠$ ← $ع = \frac{٢٠}{\sqrt{٣}}$

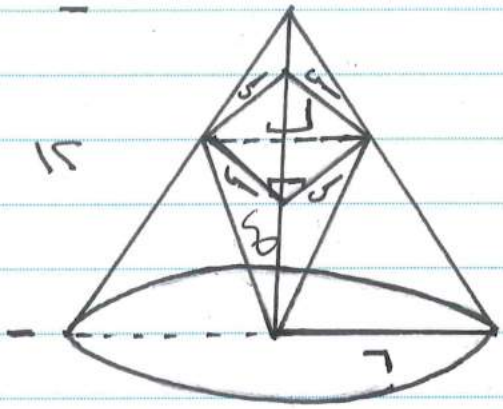


أكبر حجم عندما $ع = \frac{٢٠}{\sqrt{٣}}$ ، $س = \frac{٢٠}{\sqrt{٣}}$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

④ ما أكبر حجم هرم قاعدته مربعة الشكل يمكن وضعه داخل مخروط نصف قطره ٦ سم وارتفاعه ١٢ سم علماً أن رأس الهرم يقع في مركز قاعدته وقاعدته توازي قاعدة المخروط



الحل

$ح = \frac{1}{3} \times س^2 \times ع$

$ح = \frac{1}{3} س^2 (12 - 2س)$

$ح = 4س^2 - \frac{2}{3} س^3$

$ح' = 8س - 2س^2$

$8س - 2س^2 = 0$

$س = \frac{8}{2} = 4$

أكبر حجم عندما $س = 4$

$ح(4) = 4(4)^2 - \frac{2}{3}(4)^3$

$= 64 - \frac{128}{3}$

$= 42\frac{2}{3} - 42\frac{2}{3}$

$= \frac{128}{3}$ وحدة مكعبة

$ل = 2س$

من تشابه المثلثات

$\frac{12}{ع - 12} = \frac{6}{\frac{1}{2}ل}$

$\frac{2}{12 - ع} = \frac{2}{2س}$

$2س = 12 - ع$

$ع = 12 - 2س$

AWA2EL LEARN 2 BE

عزيزي الطالب...

يرجى مراجعة جميع أفكار الكتاب المدرسي

و اسئلة الوزارة المتعلقة بالدرس:

١- المعدلات المرتبطة بالزمن.

٢- تطبيقات القيم القصوى.

مع تمنياتي لكم بالنجاح الباهر.

AWA2EL
LEARN 2 BE

التكامل وتطبيقات التكامل

السؤال الأول :-

يتكون هذا السؤال من ( ) فقرة ، لكل فقرة اربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، اختر رمز الاجابة الصحيحة ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير الى رمز الاجابة الصحيحة في نموذج الاجابة :-

(١) إذا كانت $\int_{1+2}^{3+1} (2+\int_{2}^{m} m^2 \, dm) \, dx = 4$ ، فإن قيمة (قيم) m تساوي:

أ) صفر ب) $\pm\sqrt{2}$ ج) $-\sqrt{2}$ د) $\sqrt{2}$

(٢) اذا كانت $\int_{-1}^{2} (3m(x) + 2x) \, dx = 14$ ، $\int_{0}^{2} (m(x) - 1) \, dx = 0$

فان $\int_{0}^{2} (\frac{1}{2}x - 2m(x)) \, dx$ يساوي :

أ) -8 ب) 8 ج) -16 د) 16

(٣) $\int \frac{\log_a x}{x(\log_a x - 1)} \, dx$ يساوي :

أ) $\log_a x + \log_a |\log_a x - 1| + c$ ب) $c(\log_a |\log_a x - 1|) + c$

ج) $c(\log_a |\frac{1}{2}x + \log_a |\log_a x - 1|) + c$ د) $\frac{1}{2}x + \log_a |\log_a x - 1| + c$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

(٤) $\int \sqrt{س^٣ + ٦س^٢ + ٩}\, دس$ يساوي

أ) $\frac{١}{٢}(س+٣)^{\frac{٣}{٢}} + ج$ ب) $\frac{١}{٢}(س+٣)^{\frac{٣}{٢}} - \frac{١}{٥}(س+٣)^{\frac{٥}{٢}} + ج$

ج) $\frac{١}{٢}(س+٣)^{\frac{٣}{٢}} + \frac{٢}{٥}(س+٣)^{\frac{٥}{٢}} + ج$ د) $\frac{١}{٢}(س+٣)^{\frac{٣}{٢}} + \frac{٣}{٥}(س+٣)^{\frac{٥}{٢}} + ج$

---

(٥) اذا كانت م(س) اقترانا معكوس لمشتقة الاقتران م(س) على الفترة $[-٢, -١]$ وكانت م(-١) = ٣ ، م(-٢) = ٢ ، فإن $\int_{-٢}^{-١} م(س) م'(س)\, دس$ يساوي :

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) صفر ج) ٦ د) $\frac{٢}{٥}$

---

(٦) $\int \frac{١}{س^٢} \sqrt[٣]{١ - \frac{١}{س}}\, دس$ يساوي :

أ) $\frac{٣}{٢}(١ - \frac{١}{س})^{\frac{٢}{٣}} + ج$ ب) $\frac{٣}{٥}(١ - \frac{١}{س})^{\frac{٥}{٣}} + ج$

ج) $\frac{٣}{٢}(١ - لوس)^{\frac{٢}{٣}} + ج$ د) $\frac{٣}{٥}(١ - لوس)^{\frac{٥}{٣}} + ج$

---

(٧) اذا كانت م(س) ، هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ص(س) وكانت م(١) = ٢ ، هـ(س) = $٣س^٢ + س + ٤$ ، فإن $\int (هـ(س) - م(س))\, ص(س)\, دس$ تساوي :

أ) $\frac{٣}{٤}س^٤ + \frac{س^٣}{٣} + ٢س^٢ + ج$ ب) $س^٤ + ج$

ج) $\frac{٣}{٤}س^٤ + \frac{س^٣}{٣} + ٤س + ج$ د) $٣س^٢ + ج$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٨) $م(س) = \int_{0}^{س^2} لو_{ه}(ه + ن) - ن \, دن$ ، فإن $م'(٠)$ تساوي:

أ) بسّ ب) ١ جـ) ٢ د) ٦

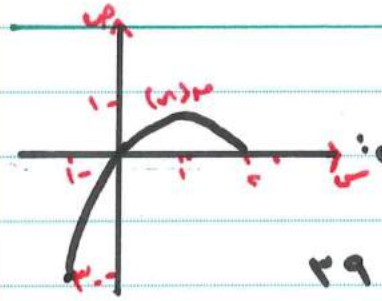
٩) اذا كانت هـ: الاعداد الصحيحة ، $هـ^+$: الاعداد الصحيحة الموجبة

$ط^* = \{ ١٠, ٩, ٨, ٤, ٢, ١, ... \}$ ، $(هـ^+ \cup \{٠\})$ ، فإن مجموعة قيم (ن) حيث $(ن) \in هـ^+$ التي تجعل $\int_{-١}^{١} س^{ن+١} \, دس = ٢ \int_{-١}^{١} س^{ن+١} \, دس$ هي:

أ) $(٢ ط^* + ١)$ ب) $٢ هـ^+ + ١$ جـ) $٢ ط^*$ د) $٢ هـ^+$

١٠) يمثل الشكل المجاور منحنى $م(س)$

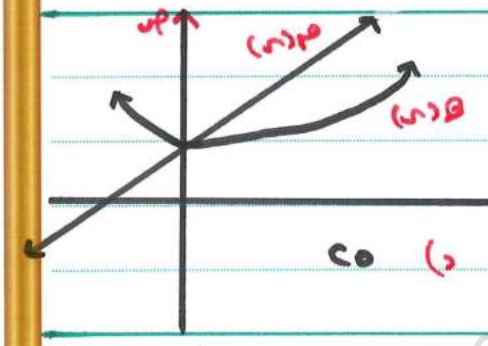
فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{-١}^{٤} (٤ + ٢ م(س)) \, دس$ هي:



أ) -١٥ ب) ١ جـ) ٢١ د) ٢٩

١١) اذا كانت $ف(س) = س + ٥$ ،

$ف'(س) = ٣ س^٢ - ٣٠$ ، فإن $ق(٥)$ تساوي:



أ) ١٤ ب) ٢٤ جـ) ١٥ د) ٢٥

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(١٢) $\int \frac{\tan س}{\tan ٣س}$ د س يساوي :

أ) $\frac{١}{٣}\ln|\sin س| - س + ج$ ب) $س - \frac{١}{٣}\ln|\sin ٣س| + ج$

ب) $\ln|\sin ٣س| - س + ج$ ج) $س - \ln|\sin ٣س| + ج$

---

(١٣) $م(س)$ كثير حدود من الدرجة الثالثة ، $م'(س) = ٣س^٢ + ٩$ ، وكان للاقتران $م(س)$ قيمة عظمى محلية قيمتها (١٦) عند $س = -٢$ فإن قاعدة $م(س)$ هي :

أ) $س^٣ - ١٢س$ ب) $س^٣ + ١٢س + ٤٨$

ج) $س^٣ - ١٢س$ د) $س^٣ + ٨س + ٤٠$

---

(١٤) $هـ^{ص} = ٢^{س}$ ، فإن $\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{هـ=١}$ تساوي

أ) $\ln ٢$ ب) هـ ج) $\frac{١}{\ln ٢}$ د) $\ln \frac{١}{٢}$

---

(١٥) إذا كانت $\int_{٢}^{هـ^٢} م(س)\, د س = ٢$ ، $م(٤) = ١٠$ فإن قيمة $(م)$ تساوي :

أ) ٦ ب) ٧ ج) ٥ د) ٣

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

١٦ اذا كانت م(س) ، هـ(س) معكوسين لمشتقة لاقترانه ، كمثل هـ(س) ، وكانت م(١) = ٤ ، هـ(١) = ٩ ، فإن ∫ (هـ(س) - م(س)) لو$_{هـ}$ س) دس يساوي :

أ) ٣س لو$_{هـ}$ س + ج
ب) ٥س (لو$_{هـ}$ س - ١) + ج
ج) -٣٥س (لو$_{هـ}$ س - ١) + ج
د) -٥س لو$_{هـ}$ س + ج

١٧ إذا كانت م(س) اقترانه متصل مجاله ، وكانت ∫ م(س) دس = هـ^{جاس} - لو$_{هـ}$ جتاس + ١ فإن م(٠) تساوي :

أ) ٢
ب) ١
ج) هـ
د) ٢هـ

١٨ اذا كانت م(٣ ، -٢) تمثل نقطة مرجعة لمنحنى لاقترانه (م) وكانت م'(س) = ٦س - ٦٠ ، فإن قاعدة لاقتران م(س) هي :

أ) م(س) = ٣س^{٢} - ٦س - ٩
ب) م(س) = ٣س^{٢} - ٦س + ٩
ج) م(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} - ٩س + ٢٥
د) م(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} - ٩س - ٢٥

١٩ ∫ هـ^{س} دس / (جتاس - جاس)^{٢} يساوي :

أ) ٢ ظاس + ج
ب) ½ ظاس + ج
ج) ظا^{٢}س + ج
د) ½ ظا^{٢}س + ج

٢٠ إذا كانت ص = جا^{٢} لو$_{هـ}$(س - ١) فإن دص/دس عند س = ٢ تساوي :

أ) ٢
ب) ١
ج) -١
د) صفر

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٤١) $\int \frac{دس}{\sqrt{س+١} - \sqrt{س}}$ يساوي :

أ) $\frac{٣}{٢}((س+١)^{\frac{٢}{٣}} + س^{\frac{٢}{٣}}) + ح$ ب) $٣((س+١)^{\frac{٢}{٣}} + س^{\frac{٢}{٣}}) + ح$

ج) $\frac{٢}{٣}((س+١)^{\frac{٣}{٢}} + س^{\frac{٣}{٢}}) + ح$ د) $٢((س+١)^{\frac{٣}{٢}} + س^{\frac{٣}{٢}}) + ح$

---

٤٢) إذا كانت $\int_{١}^{٢} م(س)\,دس = ٤$, $\int_{٢}^{٣} \frac{م(س)}{٣}\,دس = ١٠$

فإن $\int_{١}^{٣} \frac{م(\sqrt{س})}{\sqrt{س}}\,دس$ يساوي :

أ) -١ ب) ١ ج) ٢ د) ٥

---

٤٣) $\int \frac{هـ^{ق}}{هـ^{٣ق+١} - هـ^{ق+١}}\,دس$ يساوي :-

أ) $\frac{ق}{(٥-١) \times هـ^{س}} + ح$ ب) $\frac{-ق}{(هـ-١٠)هـ^{س}} + ح$

ج) $\frac{١}{هـ^{س}} + ح$ د) $\frac{-١}{هـ^{س}} + ح$

---

٤٤) إذا كانت $\int_{١}^{٢} (٢م(س) - ١)\,دس = ٦$, $\int_{٢}^{٧} م(س)\,دس = -٨$

فإن قيمة $\int_{١}^{٧} (م(س) - ٢س)\,دس$ تساوي :

أ) -٤٤ ب) -٥٢ ج) ٤٤ د) ٥٢

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٢٥) إذا كانت م(س) ، هـ(س) اقترانين قابلين للتكامل وكانت (م × هـ)(١) = ٤ ، (م × هـ)(٤) = ١٢ ، ∫₁⁴ هـ × دم = ٦ فإن قيمة ∫₁⁴ م × دهـ تساوي :

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٦ د) ٨

---

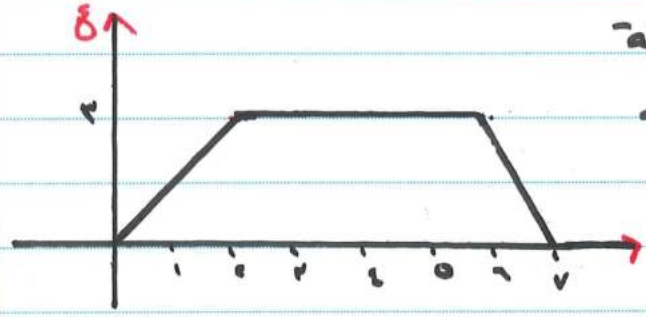
٢٦) اذا علمت أنه م/(ط/٤) ∫ (١ + ٢ جتاس س) س / ن ، جد قيمة كل من الثابتين م ، ن دون حساب قيمة تكامل المقدار ∫ (١ + ٢ جتاس س) س :

أ) م = ٠ ، ن = ط/٤ ب) م = ط/٤ ، ن = ط

جـ) م = ط/٤ ، ن = ٢ط/٤ د) م = ٠ ، ن = ٢ط/٤

---

٢٧) يمثل الشكل المجاور العلاقة بين السرعة و لزمنه لجسم يتحرك في خط مستقيم ، فإن المسافة المقطوعة في [٠ ، ٧] تساوي :



أ) ١٥ م ب) ٣٣/٢ م جـ) ٢١/٢ م د) ٣٣ م

---

٢٨) اذا كانت ∫ س جاس دس = ∫ (٢س² + ٥س) دس ، فإن قيمة "م" تساوي :

أ) ١٥/٨ ب) -١٥/٨ جـ) -٩/٨ د) ٩/٨

---

٢٩) اذا كانت ∫ (هـ'(س) + ٢س²) دس = س³ + ٣س² وكانت هـ(١) = ٤ ، فإن قيمة الثابت "م" تساوي :

أ) -٣ ب) ٣ جـ) -٢ د) ٢

AWA2ES LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٣٠) اذا علمت أن م'(س) = م(س) ، م'(س) ≠ صفر و أنه م'(٠) = ١ ، م(٠) = صفر ، فإن قاعدة الاقتران م(س) هي :

أ) م(س) = ١ - هـ^س
ب) م(س) = هـ^س - ١
ج) م(س) = ١ - هـ^-س
د) م(س) = هـ^-س - ١

---

(٣١) اذا كانت ∫ من ١ إلى ٢ لـ (س - ١) دس = ٥/٢ ، حيث ١ ≤ ٢ ، فإن قيمة الثابت "أ" هي :

أ) ٢
ب) ٥/٢
ج) ٣/٢
د) ٢

---

(٣٢) حل المعادلة التفاضلية دص/دس = (٢س ص - ص - ١٢س + ٤) / (ص^٢ - ١٦) هو :

أ) ص^٢/٢ + ٤ص = ٣/٢ س^٢ - س + جـ
ب) ص^٢ + ٤ص = ٣س^٢ - س + جـ
ج) ص/٢ + ٤ص = ٣/٢ س^٢ + س + جـ
د) ص^٢ + ٢ص = ٣س^٢ + س + جـ

---

(٣٣) ∫ (س جتاس - جاس) / س^٢ دس يساوي :

أ) جتاس/س + جـ
ب) جاس/س + جـ
ج) س جتاس + جـ
د) س^٢ جاس + جـ

---

(٣٤) اذا كان ص = (س)^س فإن دص/دس عند س = ١ تساوي :

أ) صفر
ب) -١
ج) ١
د) ٢

AMAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٣٥) $\int_{1}^{2} \frac{1}{س \ln ب} \, د س$ يساوي :

أ) $\log_ب س - \log_ب ١ + جـ$
ب) $-\log_ب س + \log_ب ١ + جـ$
جـ) $\log_ب س - \log_ب ١ + جـ$
د) $\log_ب س + \log_ب ١ + جـ$

---

٣٦) $\int م'(هـ(س)) هـ'(س) \, د س$ يساوي :

أ) $م'(هـ(س)) + جـ$
ب) $م'(س) + جـ$
جـ) $هـ(م(س)) + جـ$
د) $م(هـ(س)) + جـ$

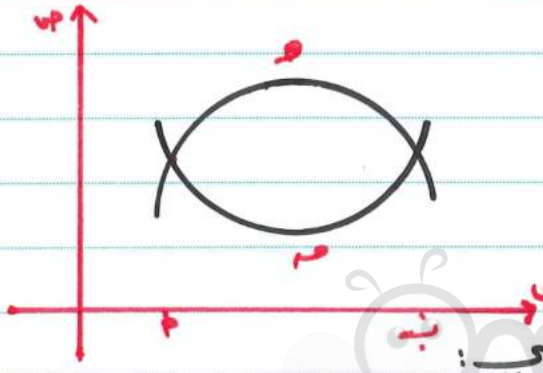
---

٣٧) اذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $(م(س) = س^2)$ والمستقيم $(ص = جـ)$ الواقعة في الربع الاول تساوي $\frac{16}{3}$ وحدة مساحية ، فإن قيمة الثابت "جـ" تساوي :

أ) ٤
ب) ١٦
جـ) $١٦^{\frac{3}{2}}$
د) $٤^{\frac{3}{2}}$

---

٣٨) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى كل من الاقترانين $م, هـ$ ، فإذا كانت المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانيين $م, هـ$ على الفترة $[أ, ب]$ تساوي (٨) وحدات مربعة ، وكانت $\int_{أ}^{ب} (م(س) - هـ(س)) \, د س = ٦$ ، فإن $\int_{ب}^{أ} هـ(س) \, د س$ يساوي :



أ) -٢
ب) ٢
جـ) ١٤
د) -٦

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

(٣٩) مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين منحنى $م(س) = س^2 - ٤س$ ومنحنى الاقتران $هـ(س) = ١٠ - س^2$ تساوي:

أ) ٤١ وحدة مربعة
ب) $\frac{٩}{٢}$ وحدة مربعة
جـ) ٣٣ وحدة مربعة
د) $\frac{٣٧}{٢}$ وحدة مربعة.

(٤٠) إذا كان $ص = \sqrt{هـ^{٣س}}$ وكان $هـ^{أ} + ٤هـ^{أ} + ٤ = ٠$، فجد قيمة الثابت أ:

أ) ٤ ب) -٤ جـ) ٢ د) -٢

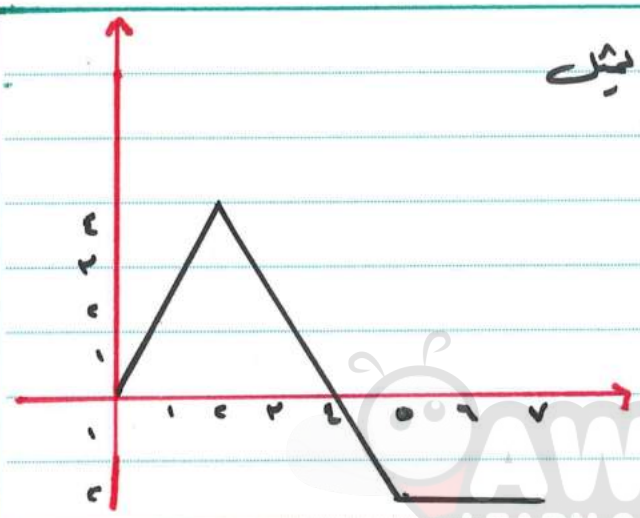
(٤١) إذا كان $\int (م(س) - ١)\,دس = س \text{ جا}(\frac{\pi}{٢}س)$، فإن $م(٢)$ تساوي:

أ) $١ - \pi$ ب) $١ + \pi$ جـ) $-\pi$ د) ٢

(٤٢) قيمة $\int_{هـ}^{هـ^٢} \frac{١}{س \ لو_{هـ} س}\,دس$ تساوي:

أ) ١ ب) $لو_{هـ}٢$ جـ) $٤ لو_{هـ}٢$ د) $\frac{١}{٢} لو_{هـ}٢$

(٤٣) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $م(س)$، فإن قيمة $\int_{٠}^{٧} |م(س)|\,دس$ تساوي:



أ) ٣ ب) ٤
جـ) ١١ د) ١٣

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٤٤) اذا كانت $\int_{-٢}^{٢} (٤س - \int_{-٢}^{٢} ٢ دس) دس = ١٦$ ، فإن قيمة "ج" تساوي:

أ) -٤ ب) -٢ ج) ٤ د) ٢

٤٥) اذا كانت $\int_{١}^{٢} (هـ(س) + س) دس = س^٣ + ك س^٢ + ١$ ، وكانت ص = المماس لمنحنى الدالة هـ(س) عند النقطة (٢،١) يوازي (٥) فإن قيمة الثابت ك تساوي:

أ) ١ ب) ٠,٦ ج) ١,٥ د) ٤,٥

٤٦) اذا كانت $\int_{١}^{٢} هـ(س) دس = ٣$ ، هـ(١) = ٥ ، هـ(٢) = ٨ ، فإن قيمة $\int_{١}^{٢} س هـ(س) دس$ تساوي:

أ) -١ ب) ٤,٥ ج) صفر د) ٨

٤٧) اذا كانت م // هـ(س) // ن ، وكانت ١٦ // $\int_{-١}^{٣}$ (هـ(س) + ٥) دس // ٠,٦ ، فإن قيم الثابتين م ، ن على الترتيب:

أ) ٧ ، ١١ ب) -٤ ، ٠ ج) ٤ ، ٥ د) -١ ، ٠

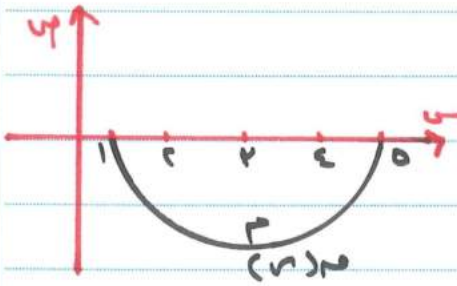
٤٨) اذا كانت هـ(س) = $\frac{س}{س}$ ، فإن قيمة $\int_{١}^{٤}$ هـ(س) دس تساوي:

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٤-}$ ج) $\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{٣}{٢-}$

٤٩) اذا كانت م اقتراناً معرفاً على الفترة [٠ ، ٣] ، وكانت هـ(س) < س فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{٠}^{٣}$ (٢ - ٢ هـ(س)) دس يساوي:

أ) ١٢ ب) ٣ ج) -٣ د) ١٥

٥٠) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقترانه م(س) في الفترة [٠، ٥] فاذا كانت مساحة المنطقة (م) تساوي (٨) وحدات مربعة فإن قيمة $\int_{١}^{٥} (م(س) - ٤)\, دس$ تساوي :



أ) ٨ ب) ١٢ ج) ١٦ د) ٢٤

٥١) اذا كانت $\int م(س)\, دس = هـ^{٢س} + هـ^{-س}$ فإن قيمة $م(١) - م(٠)$ تساوي

أ) $\frac{٨}{هـ}$ ب) صفر ج) ٢ د) $\frac{٦}{هـ}$

٥٢) اذا كانت $\int (\frac{١}{٢} م(س) + ٢س)\, دس = \int (٣س - \frac{م(س)}{٤})\, دس$ فإن قيمة $\int م(س)\, دس$ تساوي :

أ) ١٠- ب) ١ ج) $\frac{٥}{٣}$ د) $\frac{١}{٣}$

٥٣) اذا كان $س هـ^{ص} = ١ + هـ^{ص}$ فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي :

أ) $هـ^{٣ص}$ ب) $-هـ^{٣ص}$ ج) $-هـ^{ص}$ د) $هـ^{ص}$

٥٤) اذا كان م(س) معكوساً لمشتقة الاقترانه ق، متصل على الفترة [١٠-، ٤] وكان $م''(١-) = ٢$ ، $م''(٤) = ٣-$ ، فإن قيمة $\int_{١-}^{٤} (\frac{١}{٥} - \frac{٢}{٥} م''(س))\, دس$ تساوي :

أ) $هـ^{٢} + ١$ ب) $\frac{١}{هـ^{٢} - ١}$ ج) $\frac{١}{هـ^{٢} + ١}$ د) $هـ^{٢} - ١$

AWAEL LEARN 2 BE

٥٥ قيمة $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{3+3\tan^2 س}{\tan س}\, د س$ تساوي :

أ) $-3\ln_e \frac{1}{2}$ ب) $\ln_e \frac{1}{3}$ ج) $2\ln_e \frac{1}{2}$ د) $-\ln_e \frac{1}{2}$

٥٦ حل المعادلة التفاضلية : $د ص - ظا س \, د س = ٢ ظا س \, د س$ ، $س \in (0, \frac{\pi}{4})$ هو :

أ) $ص = ٢\ln_e |\cos س| + ج$ ب) $ص = -٢\ln_e |\cos س| + ج$

ج) $ص = \frac{1}{2}\ln_e |\cos س| + ج$ د) $ص = -\frac{1}{2}\ln_e |\cos س| + ج$

٥٧ اذا كانت $م(س)$ ، $ه(س)$ معكوسين لبعضهما لاقترانه متصل م وكان $\int_{-1}^{1} (م(س) - ه(س)) \, د س = ١٥$ ، فما قيمة $\int_{-1}^{1} \frac{م(س) - ه(س)}{س^2 + ٣} \, د س$ ؟

أ) $\ln_e ٤$ ب) $٥\ln_e ٤$ ج) $\ln_e ٣$ د) $٥\ln_e ٣$

٥٨ اذا كانت $م(س) = (ه^{س^3 + ١٠س} + ٥)(ه^{س^3})$ ، فإن $م'(٠)$ تساوي :

أ) $٨ه$ ب) $ه + ٥$ ج) $٣ه + ٥$ د) $٢ه$

٥٩ اذا كانت $\int_{1}^{ج} \frac{1}{س} \, د س = ٢$ ، $ج > ١$ ، فإن قيمة الثابت ج تساوي :

أ) ٢ ب) $ه^2$ ج) $ه$ د) $ه^{\frac{1}{2}}$

٦٠ قيمة $\int_{1}^{ب} \frac{ه^{س} - ٩}{ه^{س} + ٣} \, د س$ تساوي :

أ) $ب - ٤$ ب) $ب + ٤$ ج) $ب - ٣$ د) $ب + ٣$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٦١ إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{س+٣}{س}$ وكانت النقطة (١ ، ٠) تقع على منحناها ، فإن قاعدة العلاقة ص هي :

أ) ص = س + ٣ لو$_{م}$ |س| + ١
ب) ص = س + ٣ لو$_{م}$ |س| − ١
ج) ص = ٣ لو$_{م}$ |س + ٢| + ١
د) ص = ٣ لو$_{م}$ |س + ٣| − ١

٦٢ إذا كان ∫ هـ(س) دس = (أ^{٢} + ٢) س^{٤} ، هـ(٣) = ٤٨ ، فإن قيمة الثابت "م" تساوي :

أ) −١ ب) ٣ ج) −٣ د) ٢

٦٣ إذا كان الاقترانان م(س) ، ل(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل (هـ) ، وكان ل(س) = ٤ هـ( ) − ٧ م(س) ، فإن ل$'$(س) تساوي :

أ) ٣ هـ(س) ب) ٣ ج) −٣ هـ(س) د) −٣

٦٤ إذا كانت ∫$_{أ}^{٢}$ (س^{٢} − ٣س + ١)^{٣} دس تساوي :

أ) $\frac{١}{٧}$ ب) ٧ ج) صفر د) $\frac{١}{٦}$

٦٥ إذا كان لو$_{م}$ $\left(\frac{س}{ص}\right)$ = لو$_{م}$ ص^{٢} ، س > ٠ ، ص > ٠ ، فإن $\frac{دص}{دس}$ تساوي :

أ) $\frac{ص}{٣س}$ ب) $\frac{٣ص}{س}$ ج) $\frac{س}{٣ص}$ د) $\frac{٣س}{ص}$

AWA2EL LEARN 2 BE

٦٦ إذا كان صـ = $(هـ س^{٤} + س^{٢})^{\frac{١}{٢}}$ ، فإن $\frac{دصـ}{دس}$ تساوي :

أ) $\frac{٤س^{٣} + ٢س}{٢هـ س^{٤} + ٢س}$

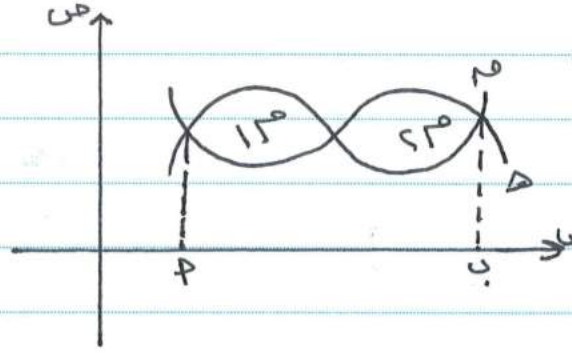
ب) $\frac{٤س^{٣} هـ س^{٤} + ٣}{٢هـ س^{٤} + ٢س}$

ج) $\frac{٢س^{٣} هـ س^{٤} + ٣}{٢هـ س^{٤} + ٢س}$

د) $\frac{٣س^{٢} هـ س^{٤}}{٢هـ س^{٤} + ٢س}$

---

٦٧ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين (ق) و (هـ) على الفترة $[أ, ب]$ ، إذا كانت المساحة $م_{١}$ = ٤ وحدات مربعة ، والمساحة $م_{٢}$ = ٥ وحدات مربعة ، فإن $\int_{أ}^{ب} [ق(س) - هـ(س)] دس$ تساوي :



أ) ٩ ب) ١- ج) ٩- د) ١

---

٦٨ إن حل المعادلة التفاضلية دس - ٥ دصـ = جتاس دس هو :

أ) صـ = ٥ (س - جاس) + جـ

ب) صـ = $\frac{١}{٥}$ (س + جاس) + جـ

ج) صـ = $\frac{١}{٥}$ (س - جاس) + جـ

د) صـ = ٥ (س + جاس) + جـ

AWA2ES LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٦٩) إن $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\text{جا}2س}{1+\text{جا}س}$ دس يساوي :

أ) $\log_{\frac{1}{2}}$ ب) $\log_{2}$ ج) صفر د) $-\log_{2}$

٧٠) إن $\int \frac{س^{-4}}{-2س^{-3}}$ دس يساوي :

أ) $\frac{2}{3}س^{\frac{3}{2}} + 2س + ج$ ب) $\frac{-2}{3}س^{\frac{3}{2}} - 2س + ج$

ج) $\frac{س^{2}}{2} + 2س + ج$ د) $-\frac{س^{2}}{2} - 2س + ج$

٧١) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س، ص) يساوي $\frac{2س}{ص}$ ، ص ≠ ٠ ، فإن قاعدة العلاقة ص هي :

أ) $ص^{2} = س^{2} + ج$ ب) $ص^{2} = 2س^{2} + ج$

ج) $ص = س + ج$ د) $ص = 2س + ج$

٧٢) $\int \frac{\text{جا}^{2}س}{1-\text{جتا}س}$ دس تساوي :

أ) $س - \text{جا}س + ج$ ب) $\text{جا}س + ج$

ج) $س + \text{جا}س + ج$ د) $-\text{جا}س + ج$

٧٣) إذا كان $\int_{1}^{2} ق(س)$ دس = ١٢ ، فإن قيمة $\int_{1}^{2} س^{2} ق(س^{3} + 1)$ دس تساوي :

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٦ د) ١٢

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٧٤ $\int \frac{\log_{\frac{1}{3}} س}{س^{2}}$ دس يساوي :

أ) $\frac{1}{2}(\log_{\frac{1}{3}} س)^{2} + ج$ ب) $\frac{1}{4}(\log_{\frac{1}{3}} س)^{2} + ج$

ج) $\frac{1}{2}(\log_{\frac{1}{3}} |س|)^{2} + ج$ د) $\frac{1}{4}(\log_{\frac{1}{3}} |س|)^{2} + ج$

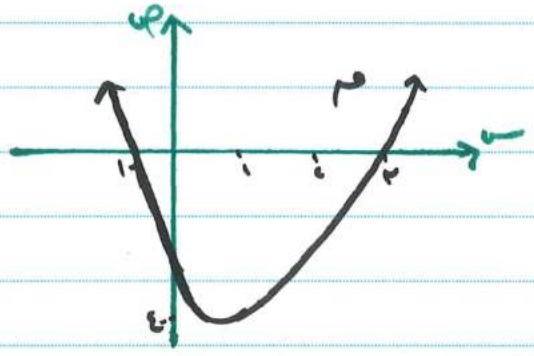
٧٥ ان $\int \frac{-٤}{س^{2}-٤}$ دس يساوي :

أ) $\log_{\frac{1}{3}} |س-١٢| - \log_{\frac{1}{3}} |س+١٢| + ج$ ب) $\log_{\frac{1}{3}} |س+١٢| - \log_{\frac{1}{3}} |س-١٢| + ج$

ج) $\log_{\frac{1}{3}} |س-١٢| + \log_{\frac{1}{3}} |س+١٢| + ج$ د) $-\log_{\frac{1}{3}} |س+١٢| - \log_{\frac{1}{3}} |س-١٢| + ج$

٧٦ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $ق(س)$ ، اذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س)$ ومحور السينات تساوي $(\frac{٢}{٣}\ ١٠)$ وحدة مربعة ، فان قيمة

$\int_{-١}^{٣} (١ - ق(س))$ دس تساوي :



أ) $\frac{٢}{٣}\ ١٤$ ب) $\frac{٣}{٢}\ ٨$ ج) $-\frac{٣}{٢}\ ٨$ د) $-\frac{٣}{٣}\ ١٤$

AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٧٧ قذف جسيم رأسياً الى أعلى من نقطة على سطح الأرض بسرعة مقدارها ع(ن) = ٤٠ - ١٠ن ، حيث ن: الزمن بالثواني. اذا كان ارتفاعه عن سطح الأرض بعد ثانية واحدة من البدء يساوي ٣٥ م ، فإن الزمن بالثواني الذي يستغرقه الجسم حتى يعود إلى سطح الأرض هو:

أ) ٤ ب) ٩ ج) ٨ د) ١٨

٧٨ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران (هـ)، فإذا كان $\int_{م}^{ل} هـ(س)\,د س = ٢$ ، ك

$\int_{ن}^{ل} |هـ(س)|\,د س = ١٣$ ، فإن قيمة $\int_{م}^{ل} هـ(س)\,د س$ تساوي:

أ) ٥ ب) -٥ ج) ٧ د) -٧

٧٩ إذا كان صـ = ص^س ، فإن قيم الثابت ص التي تحقق المعادلة صـ - ٥ صـ + ٦ صـ = ٠

أ) {٠، ٣} ب) {٣، ٠} ج) {٣، ٢، ٠} د) {٣، ٢}

٨٠ معتمداً الشكل المجاور ، إن مساحة المنطقة المظللة تساوي:

أ) ٤ وحدة مساحية.

ب) ٨ وحدة مساحية.

ج) ٢ وحدة مساحية.

د) ٦ وحدة مساحية.

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

التكامل

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الاجابة	ب	ج	ج	د	م	ب	د	ب	م	ج	ج	م	م	د	ب	ب	م	م	ج	د

الرقم	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
الاجابة	ج	د	ب	ب	م	ج	ب	د	ج	ب	د	م	ب	ج	ب	د	م	ج	د	ب

الرقم	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠
الاجابة	م	ب	د	ب	ج	د	د	م	ج	د	ج	ب	م	ج	م	د	ب	ج	د	م

الرقم	٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠	٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠
الاجابة	ب	م	ج	م	م	ج	ب	ج	ب	ب	ب	ج	م	ب	ب	م	ج	ب	د	ج

السؤال الثاني :

جد كل من التكاملات الآتية :

[1] $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \left| جتا^2 س + \frac{1}{2} جا 2س جتا س \right| \, دس$ ؟

الحل :

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \left| جتا^2 س + جا س جتا س جتا س \right| \, دس = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \left| جتا^2 س + جتا^2 س جا س \right| \, دس$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \left| جتا^2 س (1 + جا س) \right| \, دس = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} جتا^2 س \left| 1 + جا س \right| \, دس .$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} |جتا س| \left| 1 + جا س \right| \, دس$$

$$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} جتا س \left| 1 + جا س \right| \, دس + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -جتا س \left| 1 + جا س \right| \, دس$$

$$= \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} جتا س \times ص \times \frac{2ص}{جتا س} \, دص + \int_{1}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} -جتا س \times ص \times \frac{2ص}{جتا س} \, دص$$

$$= \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} 2ص^2 \, دص + \int_{1}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} -2ص^2 \, دص .$$

$$= \left[\frac{2}{3} ص^3 \right]_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} - \left[\frac{2}{3} ص^3 \right]_{1}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$= \frac{2}{3} (1)^3 - \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 - \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^3 + \frac{2}{3} (1)^3$$

$$= \frac{4}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$|جتا س|$

	$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{2}$		π
$جتا س$		+ + +		− − −	
$-جتا س$					

$ص = 1 + جا س$

$ص^2 = 1 + جا س$

$2ص \frac{دص}{دس} = جتا س .$

$دس = \frac{2ص \, دص}{جتا س}$

$س = \frac{\pi}{4} \leftarrow ص = \sqrt{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}$

$س = \frac{\pi}{2} \leftarrow ص = \sqrt{2}$

$س = \pi \leftarrow ص = 1$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٢) $\int س^{١٤} (س^{٥} + ١)^{٧} \, دس$

الحل:

$ص = س^{٥} + ١$ ، $\frac{دص}{دس} = ٥ س^{٤}$ ، $دس = \frac{دص}{٥ س^{٤}}$ ، $س^{٥} = ص - ١$

$$\int س^{١٤} ص^{٧} \frac{دص}{٥ س^{٤}} = \int \frac{١}{٥} س^{١٠} ص^{٧} \, دص = \int \frac{١}{٥} (س^{٥})^{٢} ص^{٧} \, دص$$

$$= \int \frac{١}{٥} ص^{٧} (ص - ١)^{٢} \, دص = \int \frac{١}{٥} ص^{٧} (ص^{٢} - ٢ص + ١) \, دص$$

$$= \int \frac{١}{٥} (ص^{٩} - ٢ص^{٨} + ص^{٧}) \, دص = \frac{١}{٥} \left(\frac{ص^{١٠}}{١٠} - \frac{٢ص^{٩}}{٩} + \frac{ص^{٨}}{٨} \right) + ث$$

$$= \frac{١}{٥} \left(\frac{(س^{٥}+١)^{١٠}}{١٠} - \frac{٢(س^{٥}+١)^{٩}}{٩} + \frac{(س^{٥}+١)^{٨}}{٨} \right) + ث$$

---

١٣) $\int \frac{ظتاس}{جا^{٢}س} \, دس$:

الحل:

$$\int \frac{ص}{٢ جاس جتاس} \times \frac{-٢ص}{قتا^{٢}س} \, دص$$

$$= \int \frac{-ص^{٢}}{جتاس \, قتاس} \, دص$$

$$= \int \frac{-ص^{٢}}{ظتاص} \, دص$$

$$= \int \frac{-ص^{٢}}{ص} \, دص$$

$$= \int -دص = -ص + ث \leftarrow = -ظتاس + ث$$

$ص = ظتاس$

$ص^{٢} = ظتاس$

$٢ص \frac{دص}{دس} = -قتا^{٢}س$

$دس = \frac{-٢ص \, دص}{قتا^{٢}س}$

AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٤) $\int_{3}^{\infty} \left(س^{-\frac{2}{3}} + 1\right) \, د س$

الحل: $\int_{3}^{\infty} \left(\frac{1}{س^{\frac{2}{3}}} + 1\right) \, د س = \int_{3}^{\infty} \frac{س^{\frac{2}{3}} + 1}{س^{\frac{2}{3}}} \, د س$

$= \int_{2}^{\infty} \frac{س^{\frac{2}{3}} + 1}{س^{\frac{1}{3}}} \, د س$

$ص = س^{\frac{2}{3}} + 1$

$ص^3 = س^{\frac{2}{3}} + 1$

$3 ص^2 \frac{د ص}{د س} = \frac{3}{2} س^{-\frac{1}{3}}$

$د س = 2 ص^2 س^{\frac{1}{3}} \, د ص$

$= \int 2 ص^3 \, د ص$

$= 2 ص^4 + ج$

$= \left(س^{\frac{2}{3}} + 1\right)^2 + ج$

---

٥) $\int \frac{س^3}{(س+1)^5} \, د س$:

الحل: $\int \frac{س^3}{س^5 \left(1 + \frac{1}{س}\right)^5} \, د س$ ← $\int \frac{1}{س^2 \left(1 + \frac{1}{س}\right)^5} \, د س$

$ع = 1 + \frac{1}{س}$

$\frac{د ع}{د س} = -\frac{1}{س^2}$

$د س = -س^2 \, د ع$

$\int \frac{-س^2}{س^5 ع^5} \, د ع$ ← $\int -ع^{-5} \, د ع$

$= \frac{-ع^{-4}}{-4} + ج = \frac{1}{4ع^4} + ج$

$= \frac{1}{4\left(1 + \frac{1}{س}\right)^4} + ج$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٦) $\int \frac{1}{س^{10}+س}\,دس$.

الحل:

$$\int \frac{1}{س^{10}(1+س^{-9})}\,دس = \int \frac{-س^{10}}{9س^{10}}\,دص$$

$ص = 1+س^{-9}$

$\frac{دص}{دس} = -9س^{-10}$

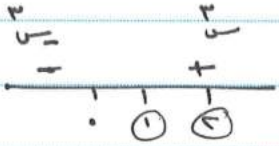
$دس = \frac{-س^{10}}{9}\,دص$

$$= \int \frac{-1}{9ص}\,دص = \frac{-1}{9}\ln|ص| + ج = \frac{-1}{9}\ln|1+س^{-9}| + ج$$

٧) $\int_{1}^{2} س^{4}\left[\frac{(2-س)}{س^{3}}\right]^{\frac{2}{3}}\,دس$:

الحل: $\int_{1}^{2} س^{4}\sqrt[3]{\frac{(2-س)^{2}}{س^{6}}}\,دس = \int_{1}^{2} \frac{س^{4}}{|س^{3}|}(2-س)^{\frac{2}{3}}\,دس$.

$س^3 \neq 0$



$$= \int_{1}^{2} س(2-س)^{\frac{2}{3}}\,دس$$

$$= \int_{1}^{0} -(2-ص)ص^{\frac{2}{3}}\,دص$$

$$= \int_{1}^{0} 2ص^{\frac{2}{3}} - ص^{\frac{5}{3}}\,دص$$

$$= \frac{6}{5}ص^{\frac{5}{3}} - \frac{3}{7}ص^{\frac{7}{3}}\Big|_{1}^{0}$$

$$= \frac{6}{5}\sqrt[3]{ص^{5}} - \frac{3}{7}\sqrt[3]{ص^{7}}\Big|_{1}^{0} = \frac{18}{35}$$

$ص = 2-س$

$\frac{دص}{دس} = -1$

$دس = -دص$

$س = 1 \leftarrow ص = 1$

$س = 2 \leftarrow ص = 0$

$س = 2-ص$

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٨) $\int_{1}^{2} \frac{(س+1)^{5}}{س^{7}}\, د س$:

الحل: $\int_{1}^{2} \frac{س^{5}\left(1+\frac{1}{س}\right)}{س^{7}}\, د س$

$ص = 1 + \frac{1}{س}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{-1}{س^{2}}$

$د س = -س^{2}\, د ص$

$س = 1 \leftarrow ص = 2$

$س = 2 \leftarrow ص = \frac{3}{2}$

$= \int_{2}^{\frac{3}{2}} \frac{ص^{5}}{س^{2}} \times -س^{2}\, د ص$

$= \int_{2}^{\frac{3}{2}} -ص^{5}\, د ص \leftarrow = \left|\frac{-ص^{6}}{6}\right|_{2}^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{-1}{6}\left(\frac{729}{64} - 64\right) = \frac{64}{6} - \frac{2432}{128} = \frac{3367}{960}$

---

٩) $\int_{1}^{2} \frac{(س^{2} - 6س + 9)^{\frac{7}{2}}}{س^{9}}\, د س$.

الحل: $\int_{1}^{2} \frac{\left((س-3)^{2}\right)^{\frac{7}{2}}}{س^{9}}\, د س = \int_{1}^{2} \frac{(س-3)^{7}}{س^{9}}\, د س$

$= \int_{1}^{2} \frac{|س-3|^{7}}{س^{9}}\, د س = \int_{1}^{2} \frac{-(س-3)^{7}}{س^{9}}\, د س = \int_{1}^{2} \frac{-س^{7}\left(1-\frac{3}{س}\right)^{7}}{س^{9}}\, د س$

$= \int_{1}^{2} \frac{-\left(1-\frac{3}{س}\right)^{7}}{س^{2}}\, د س = \int_{-2}^{\frac{1}{2}} \frac{-ص^{7}}{س^{2}} \times \frac{س^{2}}{3}\, د ص$

$= \int_{-2}^{\frac{1}{2}} -\frac{1}{3} ص^{7}\, د ص = \left|\frac{-ص^{8}}{24}\right|_{-2}^{\frac{1}{2}} = \frac{255}{24}$

$ص = 1 - \frac{3}{س}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{3}{س^{2}}$

$د س = \frac{س^{2}}{3}\, د ص$

$س = 1 \leftarrow ص = -2$

$س = 2 \leftarrow ص = 0$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

١٠ $\int جا^{٤}٥س \, جتا^{٣}٥س \, دس$:

الحل :

$$= \int \frac{١}{٥} ص^{٤} (١ - جا^{٢}٥س) \, دص$$

$ص = جا٥س$	$\int \frac{ص^{٤} \, دص}{٥ جتا٥س} = \int \frac{١}{٥} ص^{٤} جتا^{٢}٥س \, دص$
$\frac{دص}{دس} = ٥ جتا٥س$	
$دس = \frac{دص}{٥ جتا٥س}$	

$$= \frac{١}{٥} ص^{٤} (١ - ص^{٢}) \, دص = \int \frac{١}{٥} ص^{٤} - \frac{١}{٥} ص^{٦} \, دص$$

$$= \frac{١}{٢٥} ص^{٥} - \frac{١}{٣٥} ص^{٧} + ج \leftarrow \frac{١}{٢٥} جا^{٥}٥س - \frac{١}{٣٥} جا^{٧}٥س + ج$$

---

١١ $\int جتا^{٢}س \, جا^{٤}س \, دس$.

الحل :

$$= \int جتا^{٢}س \, جا^{٢}س \, جا^{٢}س \, دس = \int (جتاس \, جاس)^{٢} \, جا^{٢}س \, دس$$

$$= \int \frac{١}{٤} جا^{٢}٢س \, جا^{٢}س \, دس = \int \frac{١}{٤} جا^{٢}٢س \, جا^{٢}س \, دس .$$

$$= \int \frac{١}{٤} جا^{٢}٢س \times \frac{١}{٢} (١ - جتا٤س) \, دس . = \int \frac{١}{٨} جا^{٢}٢س - \frac{١}{٨} جا^{٢}٢س جتا٤س \, دس .$$

$$= \int \frac{١}{٨} جا^{٢}٢س \, دس - \int \frac{١}{٨} جا^{٢}٢س \, جتا٤س \, دس .$$

(أ) (ب)

ب $= \int \frac{١}{٨} جا^{٢}٢س \, جتا٢س \, دس . = \int \frac{١}{٨} ص^{٢} جتا٢س \, \frac{دص}{٢ جتا٢س}$

$ص = جا٢س .$	
$\frac{دص}{دس} = ٢ جتا٢س$	
$دس = \frac{دص}{٢ جتا٢س}$	

$$= \int \frac{١}{١٦} ص^{٢} \, دص . = \frac{١}{٤٨} ص^{٣} + ج$$

$$= \frac{١}{٤٨} جا^{٣}٢س + ج \leftarrow ب - أ = \frac{١}{١٦} (س - \frac{١}{٤} جا٤س) - \frac{١}{٤٨} جا^{٣}٢س + ج$$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

١٢) $\int$ ظتا^{٥}س قتاس دس .

الحل :

$\int$ ظتاس قتاس ظتا^{٤}س دس. = $\int$ ظتاس قتاس (ظتا^{٢}س) دس .

= $\int$ ظتاس قتاس (قتا^{٢}س - ١)^{٢} دس .

ص = قتاس	
$\frac{دص}{دس}$ = - قتاس ظتاس .	
دس = $\frac{دص}{-قتاس ظتاس}$	

= $\int$ ظتاس قتاس (ص^{٢} - ١)^{٢} $\frac{دص}{-قتاس ظتاس}$

= $\int$ - (ص^{٢} - ١)^{٢} دص .

= $\int$ (- ص^{٤} + ٢ ص^{٢} - ١) دص = $\frac{-ص^{٥}}{٥}$ + $\frac{٢ص^{٣}}{٣}$ - ص + ﺟ

= $\frac{-١}{٥}$ قتا^{٥}س + $\frac{٢}{٣}$ قتا^{٣}س - قتاس + ﺟ .

---

١٣) $\int \frac{\sqrt{١+س} - \sqrt{١-س}}{\sqrt{١+س} + \sqrt{١-س}}$ دس .

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

١٣ أثبت $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^{ن}}{س^{ن+2}}\,د س = \begin{cases} \frac{-1}{ن+1} & ، ن \text{ عدد فردي} \\ \frac{1}{ن+1} & ، ن \text{ عدد زوجي} \end{cases}$

الحل: $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^{ن}}{س^{2} \times س^{ن}}\,د س = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{س^{2}} \left(\frac{س-1}{س}\right)^{ن} د س$

$= \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{س^{2}} \left(1-\frac{1}{س}\right)^{ن} د س$

$= \int_{1}^{-1} \frac{1}{س^{2}} \, ص^{ن} \times س^{2} \, د ص$

$= \int_{1}^{-1} ص^{ن} \, د ص$

$= \left[\frac{ص^{ن+1}}{ن+1}\right]_{1}^{-1}$

$= 0 - \left(\frac{(-1)^{ن+1}}{ن+1}\right) = -\left(\frac{(-1)^{ن+1}}{ن+1}\right)$

$ص = 1 - \frac{1}{س}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{1}{س^{2}}$

$د س = س^{2} \, د ص$

$س = \frac{1}{2} \Rightarrow ص = -1$

$س = 1 \Rightarrow ص = 0$

* $(-1)^{ن+1}$

$ن+1$ عدد فردي ← $= -1$ ← $-1 \times 1 = -1$ ← ن عدد زوجي

$ن+1$ عدد زوجي ← $= 1$ ← $-1 \times -1 = 1$ ← ن عدد فردي

$\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^{ن}}{س^{ن+2}}\,د س = \begin{cases} \frac{-1}{ن+1} & ، ن \text{ عدد فردي} \\ \frac{1}{ن+1} & ، ن \text{ عدد زوجي} \end{cases}$

AMWZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

١٤ $\int \frac{dس}{س^{-٢} قا(٤س-١)}$

الحل:

$\int س^{٢} جتا(٤س-١)\, dس$.

$= \frac{١}{٤} س^{٢} جا(٤س-١) - \int \frac{١}{٢} س\, جا(٤س-١)\, dس$.

$\leftarrow \int \frac{١}{٢} س\, جا(٤س-١)\, dس$.

$= -\frac{١}{٨} س\, جتا(٤س-١) + \int \frac{١}{٨} جتا(٤س-١)\, dس$.

$= -\frac{١}{٨} س\, جتا(٤س-١) + \frac{١}{٣٢} جا(٤س-١) + ج$

$\leftarrow \int س^{٢} جتا(٤س-١)\, dس = \frac{١}{٤} س^{٢} جا(٤س-١) + \frac{١}{٨} س\, جتا(٤س-١) - \frac{١}{٣٢} جا(٤س-١) + ج$

$ع = س^{٢}$ ، $dع = جتا(٤س-١)\, dس$

$dع = ٢س\, dس$ ← $-\int$ ← $ه = \frac{١}{٤} قا(٤س-١)$

$ع = \frac{١}{٢} س$ ، $dع = جا(٤س-١)\, dس$

$dع = \frac{١}{٢} dس$ ← $-\int$ ← $ه = \frac{١}{٤} جتا(٤س-١)$

---

١٥ $\int (لو_{ه} س)^{٢}\, dس$.

الحل: $ع = (لو_{ه} س)^{٢}$ ، $dه = dس$

$dع = \frac{٢}{س} لو_{ه} س\, dس$ ← $-\int$ ← $ه = س$

$\leftarrow = س (لو_{ه} س)^{٢} - \int ٢ لو_{ه} س\, dس$.

$ع = لو_{ه} س$ ، $dه = ٢\, dس$

$dع = \frac{١}{س} dس$ ← $-\int$ ← $ه = ٢س$.

$\leftarrow \int ٢ لو_{ه} س\, dس$.

$= ٢س لو_{ه} س - \int ٢\, dس$.

$\leftarrow (لو_{ه} س)^{٢} = س (لو_{ه} س)^{٢} - ٢س لو_{ه} س + ٢س + ج$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

١٦ $\int$ ظا^{٢} ٣س ظا ٣س دس

الحل :-

$= \int$ ظا^{٢} ص ظا ص دص

$و = ظا ص$ ، $دهـ = ظا ص دص$

$دو = ٢ ظا ص قا$^{٢} ص دص ، $هـ = \frac{١}{٣}$ ظا^{٣} ص

$= ظا ص \times \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ص $- \int \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ص قا^{٢} ص دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \int \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ص $(قا$^{٢} ص $- ١)$ دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \int \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ص قا^{٢} ص دص $+ \int \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ص دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \int \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ص قا^{٢} ص دص $+ \int \frac{١}{٣} ظا ص \times ظا$^{٢} ص دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \int \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ص قا^{٢} ص دص $+ \int \frac{١}{٣} ظا ص (قا$^{٢} ص $- ١)$ دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \int \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ص قا^{٢} ص دص $+ \int \frac{١}{٣} ظا ص قا$^{٢} ص دص $- \int \frac{١}{٣} ظا ص$ دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \frac{١}{٣} \int ظا$^{٣} ص قا^{٢} ص دص $+ \frac{١}{٣} \int ظا ص قا$^{٢} ص دص $- \frac{١}{٣} \int ظا ص$ دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \frac{١}{٣} \int هـ$^{٣} دهـ $+ \frac{١}{٣} \int هـ$ دهـ $- \frac{١}{٣} \int ظا ص$ دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٤} هـ$^{٤} $+ \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٢} هـ$^{٢} $- \frac{١}{٣} \int ظا ص$ دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \frac{١}{١٢} ظا$^{٤} ص $+ \frac{١}{٦} ظا$^{٢} ص $+ \frac{١}{٣} \int \frac{جا ص}{جتا ص}$ دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \frac{١}{١٢} ظا$^{٤} ص $+ \frac{١}{٦} ظا$^{٢} ص $- \frac{١}{٣} \int \frac{-جا ص}{جتا ص}$ دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \frac{١}{١٢} ظا$^{٤} ص $+ \frac{١}{٦} ظا$^{٢} ص $- \frac{١}{٣} \int \frac{و}{و}$ دص

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \frac{١}{١٢} ظا$^{٤} ص $+ \frac{١}{٦} ظا$^{٢} ص $- \frac{١}{٣} ص + ج$

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ٣س ظا ٣س $- \frac{١}{١٢} ظا$^{٤} ٣س $+ \frac{١}{٦} ظا$^{٢} ٣س $- \frac{١}{٣} ٣س + ج$

$ص = ٣س$

$ص$^{٢} $= س$

$\frac{دص}{دس} = ١$

$دس = دص$

$هـ = \int ظا$^{٢} ص ظا ص دص

$و = ظا ص$

$\frac{دو}{دص} = ظا$^{٢} ص

$دص = \frac{دو}{ظا$^{٢} ص$}$

$= \int ظا$^{٢} ص $\times \frac{دو}{ظا$^{٢} ص$}$

$= \int و$^{٢}

$= \frac{١}{٣} ظا$^{٣} ص

١٧ $\int$ جا^{٣} س لو$_{هـ}$ $(١ + جتا س)$ دس

الحل : $\int$ جا^{٣} س لو$_{ص}$ $\frac{دص}{-جا س} = \int -جا$^{٢} س لو$_{ص}$ $\frac{دص}{-جا س}$

$= \int -جا$^{٢} س لو$_{ص}$ دص $= \int (جتا$^{٢} س $- ١)$ لو$_{ص}$ دص

$= \int ((ص - ١)$^{٢} $- ١)$ لو$_{ص}$ دص $\leftarrow \int (ص$^{٢} $- ٢ص)$ لو$_{ص}$ دص .

$= (\frac{ص^{٣}}{٣} - \frac{ص^{٢}}{٢})$ لو$_{ص}$ $- \int (\frac{ص^{٢}}{٢} - ص)$ دص .

$= (\frac{ص^{٣}}{٣} - \frac{ص^{٢}}{٢})$ لو$_{ص}$ $- (\frac{ص^{٣}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{٤})$ دص .

$= (\frac{١}{٣} (١ + جتا س)$^{٣} $- \frac{١}{٢} (١ + جتا س)$^{٢} $)$ لو$_{هـ}$ $(١ + جتا س) - \frac{١}{٩} (١ + جتا س)$^{٣} $+ \frac{١}{٤} (١ + جتا س)$^{٢} $+ ج$.

$ص = ١ + جتا س$

$\frac{دص}{دس} = -جا س$

$دس = \frac{دص}{-جا س}$

$هـ = لو_{ص}$ ، $دهـ = \frac{١}{ص} دص$

$ص = هـ$^{ب} ، $دص = ب هـ$$^{ب-١}$ $دهـ$

$ص = هـ$$^{-٢}$ ، $دص = -٢ هـ$$^{-٣}$ $دهـ$

$هـ = ص$$^{-٢}$ ، $دهـ = -٢ ص$$^{-٣}$ $دص$

$= ص$^{٣} $- ٢ص$^{٢} $دص$

$هـ = \frac{ص^{٣}}{٣} - ص$^{٢}

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

١٨) $\int 2 هـ^{س} جا س جتا س \, دس$.

الحل:

$\int هـ^{س} جا 2س \, دس$.

$ع = جا 2س$ ، $دع = هـ^{س} دس$

$دف = 2 جتا 2س \, دس$ ، $ف = هـ^{س}$

$= هـ^{س} جا 2س - \int 2 هـ^{س} جتا 2س \, دس$.

$\leftarrow \int 2 هـ^{س} جتا 2س \, دس$.

$ع = جتا 2س$ ، $دع = هـ^{س} دس$

$دف = -2 جا 2س$ ، $ف = 2 هـ^{س}$

$\int هـ^{س} جا 2س \, دس = هـ^{س} جا 2س - 2 هـ^{س} جتا 2س - \int 4 هـ^{س} جا 2س \, دس$.

$5 \int هـ^{س} جا 2س \, دس = هـ^{س} (جا 2س - 2 جتا 2س)$.

$\int هـ^{س} جا 2س \, دس = \frac{هـ^{س}}{5} (جا 2س - 2 جتا 2س) + ث$.

---

١٩) إذا كان $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا س}{(س+2)^2} \, دس = P$ ، P ثابت فجد بدلالة "P" قيمة

$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جا 2س}{س+1} \, دس$.

الحل:

$ع = \frac{1}{س+1}$ ، $دف = جا 2س$

$دع = \frac{-1}{(س+1)^2} دس$ ، $ف = -\frac{1}{2} جتا 2س$

$= -\frac{1}{2} \frac{جتا 2س}{س+1} \Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا 2س}{2(س+1)^2} \, دس$

$= \frac{1}{\pi+2} + \frac{1}{2} - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا 2س}{2(س+1)^2} \, دس$

$\leftarrow \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جتا 2س}{(س+1)^2} \, دس$

$ص = 2س$ ، $س = 0 \Rightarrow ص = 0$

$\frac{دص}{دس} = 2$ ، $س = \frac{\pi}{2} \Rightarrow ص = \pi$

$دس = \frac{دص}{2}$

$= \int_{0}^{\pi} \frac{جتا ص}{2(\frac{ص}{2}+1)^2} \frac{دص}{2} = \int_{0}^{\pi} \frac{جتا ص}{(ص+2)^2} دص$

$= \int_{0}^{\pi} \frac{جا ص}{(ص+2)^2} دص \leftarrow P = \frac{1}{\pi+2} + \frac{1}{2} - P$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٢٠) $\int_1^4 \frac{11-|s-1|}{s^2-5s+6}\,ds$.

الحل: $\int_1^4 \frac{s-1}{s^2-5s+6}\,ds$.

$11-|s-1| \leftarrow s=1$

	$s-1$	$1-s$
	$-$	$+$
$+$	0	$+$

$$\frac{s-1}{s^2-5s+6} = \frac{s-1}{(s-2)(s-3)} = \frac{P}{s-2} + \frac{b}{s-3}$$

$$s-1 = P(s-3) + b(s-2)$$

$s=2 \leftarrow 1 = -P \leftarrow (P=-1)$

$s=3 \leftarrow 2 = b \leftarrow (b=2)$

$$\int_1^4 \frac{s-1}{s^2-5s+6}\,ds = \int_1^4 \left(\frac{2}{s-3} - \frac{1}{s-2}\right) ds.$$

$$= 2\log_e|s-3| - \log_e|s-2| \Big|_1^4 = 2\log_e 1 - \log_e 2 - (2\log_e 2 - \log_e 1)$$

$$= -\log_e 2 - 2\log_e 2 = -3\log_e 2.$$

---

٢١) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{2\,ds}{\sqrt{s^4+4s+3}\,\sqrt{s^2}}$

$s=1 \leftarrow ص=1$

$s=8 \leftarrow ص=2$

$ص = \sqrt[3]{s}$

$ص^3 = s$

$3ص^2 \frac{dص}{ds} = 1$

$\leftarrow ds = 3ص^2\,dص.$

$$\int_1^2 \frac{6ص^2}{ص^4+2ص^3+3ص^2}\,dص = \int_1^2 \frac{6ص^2}{ص^2(ص^2+2ص+3)}\,dص$$

$$= \int_1^2 \frac{6}{ص^2+2ص+3}\,dص$$

... ثم أكمل لتصل لجزئيتك!

الجواب: $3\log_e \frac{5}{3}$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٢٢) $\int \frac{1}{1 + e^{-x}}\, dx$.

الحل: $\int \frac{1}{1 + e^{-x}}\, dx$.

$= \int \frac{2y}{1 - y^2}\, dy$.

← أكمل قسمة طويلة ثم تجزئة كسور.

$y = \sqrt{1 - e^{-x}}$

$y^2 = 1 - e^{-x}$

$2y\, dy = e^{-x}\, dx$

$dx = \frac{2y\, dy}{e^{-x}}$

$e^{-x} = 1 - y^2$

٢٣) $\int \frac{2 \log_e x}{(x-2)^2}\, dx \rightarrow \int 2 \log_e (x-2)^{-2}\, dx$.

$= -2 \log_e x + \int \frac{2}{x(x-2)}\, dx$

$u = 2 \log_e x \qquad dv = (x-2)^{-2}\, dx$

$du = \frac{2}{x}\, dx \qquad v = \frac{-1}{x-2}$ ← $-\int$

← $\int \frac{2}{x(x-2)}\, dx \rightarrow$ تجزئة كسور.

$\int \frac{2 \log_e x}{(x-2)^2}\, dx = -2 \log_e x + \log_e |x-2| - \log_e |x| + c$.

٢٤) $\int \frac{\sqrt{x-2} + 1}{\sqrt{4x-8} - 2}\, dx$.

٢٥) $\int \frac{dx}{x (\log_e x)^2 - 4x}$.

٢٦) $\int \frac{dx}{x - \sqrt{x+2}}$

٢٧) $\int \frac{\tan x \sec x}{8 - \tan^2 x}\, dx$.

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٢٨) $\int \frac{\text{جتا}س}{1+3\text{جا}س-\text{جتا}^2 س}\,دس$

الحل:

$$\int \frac{\text{جتا}س}{1+3\text{جا}س-1+2\text{جا}^2 س}\,دس = \int \frac{\text{جتا}س}{3\text{جا}س+2\text{جا}^2 س}\,دس$$

$$= \int \frac{\text{جتا}س}{\text{جتا}س\,(3ص+2ص^2)}\,دص$$

$ص = \text{جا}س$
$\frac{دص}{دس} = \text{جتا}س$
$دس = \frac{دص}{\text{جتا}س}$

$$= \int \frac{1}{3ص+2ص^2}\,دص$$

... ثم أكمل بقية الحل.

الجواب: $\frac{1}{3}\ln_{|ص|}|\frac{ص}{3ص+2}| + ث$.

السؤال الثالث: ① جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = \text{جتا}س$ والقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $(0,1)$، $(\frac{\pi}{2},0)$ ؟

الحل: $م = \frac{0-1}{\frac{\pi}{2}-0} = \frac{-2}{\pi}$ ← $ص - ص_1 = م(س - س_1)$ ← $ص - 1 = \frac{-2}{\pi}س$

$ص = 1 - \frac{2}{\pi}س$.

نجد نقاط التقاطع لاحظ أن $\text{جتا}(0) = 1$ ، $\text{جتا}\frac{\pi}{2} = 0$ ∴

نقاط التقاطع $(0,1)$، $(\frac{\pi}{2},0)$ ← $س = 0$ ، $س = \frac{\pi}{2}$

$م = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (ق(س) - ص)\,دس$ ← $م = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\text{جتا}س + \frac{2}{\pi}س - 1)\,دس$
$م = \text{جا}س + \frac{1}{\pi}س^2 - س \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$

$م = (1 + \frac{\pi^2}{4\pi} - \frac{\pi}{2}) - (0 + 0 - 0)$ ← $م = 1 + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = 1 - \frac{\pi}{4}$

$م = \frac{4-\pi}{4}$ وحدة مساحة.

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٢) جد المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = س^٣ + ٢$ والمماس المنحنى عند النقطة $(١, ٤)$ والمحور الصادات والواقعة في الربع الأول؟

الحل: نجد معادلة المماس.

$م = ق'(١) \leftarrow ق'(س) = ٣س^٢ \leftarrow م = ٣$

المعادلة $ص - ص_١ = م(س - س_١) \leftarrow ص - ٤ = ٣(س - ١) \leftarrow ص = ٣س + ١$

نقاط التقاطع: $ق(س) = ص$.

$س^٣ + ٣ = ٣س + ١ \leftarrow س^٣ - ٣س + ٣ = ٠ \therefore$

$س^٣ - ٣س + ٢ = ٠ \therefore$

$(س - ١) \leftarrow س = ١$

عوامل (٢) $\leftarrow (١)، (-٢)$

	$س^٣$	$س^٢$	$س$	ثابت
	١	٠	-٣	٢
		+	+	+
		١	١	-٢
$\therefore$	١	١	-٢	

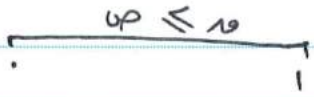
$(س - ١)(س^٢ + س - ٢) = ٠ \therefore$

$(س - ١)(س + ٢)(س - ١) = ٠ \therefore$

$س = ١$ $\quad س = -٢$ * تهمل ربع أول.

الحدود $س = ١$، $س = ٠ \therefore$

نقطة تماس



$م = \int_{٠}^{١} (ق(س) - ص)\, دس$.

$م = \int_{٠}^{١} (س^٣ + ٣ - ٣س - ١)\, دس$.

$م = \int_{٠}^{١} (س^٣ - ٣س + ٢)\, دس$.

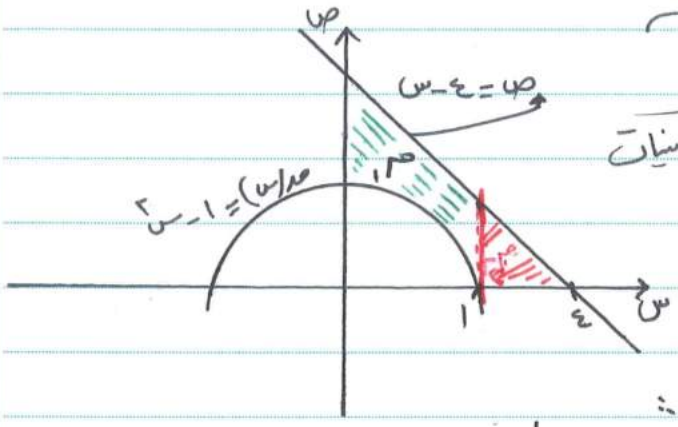
$م = \left| \frac{س^٤}{٤} - \frac{٣س^٢}{٢} + ٢س \right|_{٠}^{١}$

$م = \frac{٣}{٤}$ وحدة مساحة.

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٣) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(x) = 1 - x^2$ والمستقيم $x + y = 4$، ومحور السينات والصادات؟



الحل:

$f(x) = 1 - x^2$ ، $y = 4 - x$ ، $y = 0$:.

$x = 0$ :: بداية المنطقة (محور الصادات).

نهاية منطقة $y = 4 - x$

مع محور السينات

$4 - x = 0$:.

$x = 4$

* تقاطع $f(x)$ مع محور السينات

$1 - x^2 = 0$:.

$x^2 = 1$

$x = 1$ ، $x = -1$ ✗

$$م = \int_1^4 ((4-x) - (1-x^2))\,dx + \int_1^4 (4-x)\,dx$$

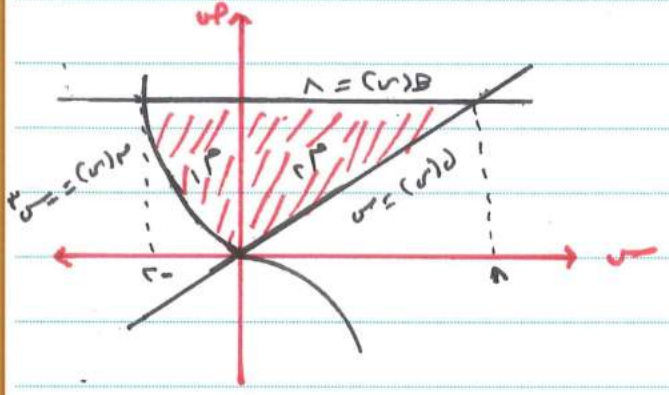
$$م = \int_1^4 (x^2 - x + 3)\,dx + \int_1^4 (4-x)\,dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 3x \Big|_1^4 + 4x - \frac{x^2}{2} \Big|_1^4$$

$م = \frac{22}{3}$ وحدة مساحية. #

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

٤) جد مساحة المنطقة المحصورة بين
منحنيات $هـ(س) = -س^3$ ، $هـ(س) = ٨$ ،
$ل(س) = س$ ؟



الحل: بداية المنطقة $هـ(س)$ مع $هـ(س)$

$هـ(س) = هـ(س)$

$٨ = -س^3$

$س = -٢$

نهاية المنطقة $هـ(س)$ مع $ل(س)$

$(٨ = س)$

تقاطع $ل(س)$ مع $هـ(س)$

$س = -س^3$

$س = ٠$

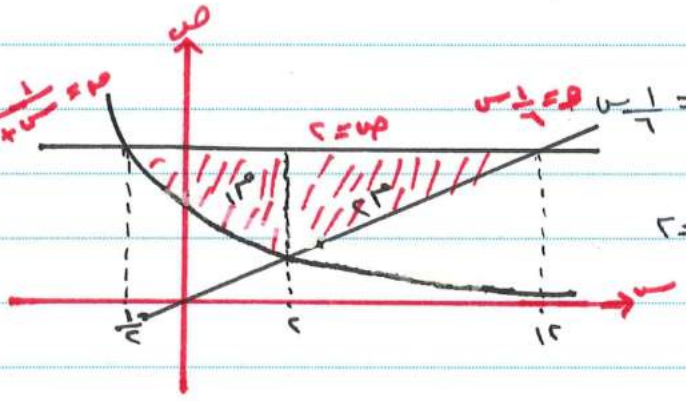
$م = \int_{-٢}^{٠} (هـ(س) - هـ(س)) دس + \int_{٠}^{٢} (هـ(س) - ل(س)) دس$

$= \int_{-٢}^{٠} (٨ + س^3) دس + \int_{٠}^{٢} (٨ - س) دس$

$= \left[٨س + \frac{س^4}{٤} \right]_{-٢}^{٠} + \left[٨س - \frac{س^2}{٢} \right]_{٠}^{٢}$

$م = ٤٤$ وحدة مربعة

٥) جد المساحة المحصورة بين منحنيات
الاقترانات ، $هـ(س) = \frac{١}{س+١}$ ، $هـ(س) = \frac{١}{٦}س$
والمستقيم $ص = ٢$ ؟؟



الحل: بداية المنطقة تقاطع $هـ(س)$ مع $ص = ٢$

$\frac{١}{س+١} = ٢ \leftarrow س = \frac{-١}{٢}$

نهاية المنطقة تقاطع $هـ(س)$ مع $ص = ٢$

$\frac{١}{٦}س = ٢ \leftarrow س = ١٢$

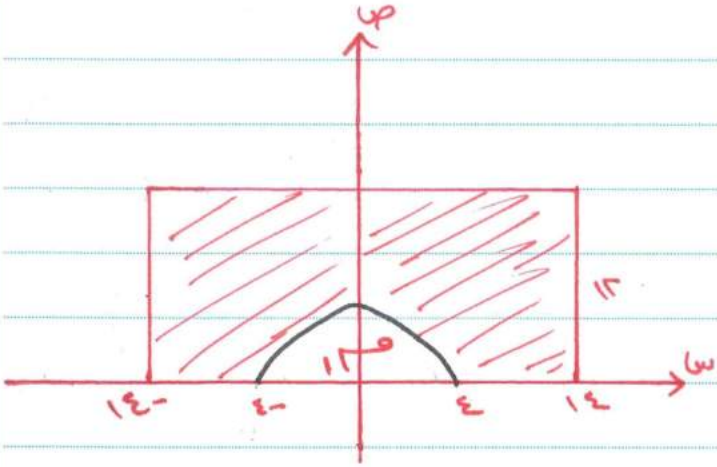
تقاطع $هـ(س)$ مع $هـ(س)$

$\frac{١}{س+١} = \frac{١}{٦}س \leftarrow س = ٢$

$م = \int_{-\frac{١}{٢}}^{٢} \left(٢ - \frac{١}{س+١} \right) دس + \int_{٢}^{١٢} \left(٢ - \frac{١}{٦}س \right) دس$

AWAZEL
LEARN 2 BE

⑥ يمثل الشكل المجاور الواجهة الأمامية لمبنى ، مدخل هذا المبنى يمثل منحنى $ق(س) = ٨ - \frac{س^٢}{٢}$ ، جد التكلفة الكلية لدهان المنطقة المظللة ، إذا علمت أن سعر دهان الوحدة المربعة (٢٠) قرش ؟؟



الحل: نجد تقاطع $ق(س)$ مع محور السينات

$٨ - \frac{س^٢}{٢} = ٠ \leftarrow س = \pm ٤$

بداية المنطقة $س = -١٤$ ، نهاية المنطقة $س = ١٤$

$م = م_{مستطيل} - م_{,} \leftarrow م = ١٢ \times ٢٨ - \int_{-٤}^{٤} (٨ - \frac{س^٢}{٢})\, دس$.

$م = \frac{٨٨٠}{٣}$ وحدة مساحية مربعة .

$\ast\ast$ تكلفة الدهان = ال $\times$ المساحة .

$= ٢٠ \times \frac{٨٨٠}{٣} = \frac{١٧٦٠٠}{٣}$ قرش $\leftarrow = \frac{١٧٦}{٣}$ دينار . $\ast$

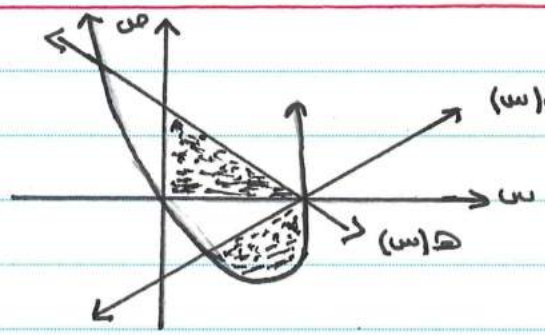
---

⑦ جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المبين

$ق(س) = س^٢ - ٥س$

$ل(س) = س - ٥$

$هـ(س) = ٥ - س$



---

⑧ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الإقتران $ق(س) = س(س-٣)^٢$ ومحور السينات والمستقيمين الرأسيين المارين بالنقط العظمى والعظمى المحلية لهذا الإقتران

AMGED LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

القطوع المخروطية

السؤال الأول :-

يتكون هذا السؤال من ( ) فقرة ، لكل فقرة اربعة بدائل ، واحد منها فقط صحيح ، اختر رمز الاجابة الصحيحة ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير الى رمز الاجابة الصحيحة في نموذج الاجابة :-

(١) مركز الدائرة التي تقع في الربع الاول وتمس المستقيمات س = ٢ ، س = ٦ ، ص = ١ هو :

أ) (٢ ، ٢) ب) (٢ ، ٤) ج) (٣ ، ٢) د) (٣ ، ٤)

(٢) البعد البؤري للقطع المخروطي ٢٥ س^{٢} + ٩ ص^{٢} = ٢٢٥ يساوي :

أ) ٤ ب) ٨ ج) $\sqrt{٤١}$ د) $\sqrt{٣٤}$

(٣) اذا علمت ان النقطة (٢ ، ٨) تقع على منحنى القطع المكافئ س^{٢} = ٤ ص - ك فإن احداثيات رأس القطع هي :

أ) (٠ ، -٧) ب) (-٧ ، ٠) ج) (٧ ، ٠) د) (٠ ، ٧)

(٤) احداثيات نهايتي المحور القاطع للقطع الزائد : (س + ٢)^{٢} - (ص - ٣)^{٢} = ١ :

أ) (-٢ ± ١ ، ٣) ب) (-٢ ، ٣ ± ١)

ج) (١ ± ٢ ، ١) د) (١ ، -٢ ± ١)

AMAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٥) الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي فيه قياس الزاوية المحصورة بين المستقيمين الواصلين بين طرفي المحور الأصغر والرأس و محورة الأكبر (٣٠) يساوي :

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

٦) قطع زائد معادلته : $س^٢ - ٩ص^٢ + ١٢ص = ك$ ، فإن قيمة ك التي تجعل محورة القاطع موازياً لمحور السينات تساوي :

أ) ك > ١٨ ب) ك < ١٨ ج) ك > -١٨ د) ك < -١٨

٧) قطع زائد معادلته $ك^٢ ص^٢ - ٨س^٢ + ك = صفر$ ، $ك > ٠$ ومجموع مربعي طولي محوريه القاطع و المرافق (٣) وحدات فإن قيم الثابت ك :

أ) {٢,٤} ب) {٤,٦} ج) {١,٣} د) {٣,٥}

٨) تتحرك النقطة و (س، ص) في المستوى الاحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين $س = ن^٢ + ٢ن + ١$ ، $ص = ن + ٢$ ، فإن المحل الهندسي للنقطة و (س، ص) هو :

أ) قطع زائد ب) قطع ناقص
ج) قطع مكافئ د) دائرة .

٩) مركز الدائرة التي معادلتها $٢س^٢ + ٢ص^٢ + ١٢س - ٨ص = ١٨$ هو :

أ) (٣,٢) ب) (-٣,٢) ج) (٢,٣) د) (-٣,-٢)

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(١٠) الاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي طول محوره القاطع ٨ وحدات وطول محوره المرافق يساوي $\frac{3}{4}$ طول محوره القاطع يساوي:

أ) $\frac{\sqrt{85}}{3}$ ب) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ج) $\frac{5}{3}$ د) $\frac{\sqrt{105}}{3}$

(١١) تتحرك النقطة و $(س، ص)$ في المستوى الإحداثي بحيث يتحدد موقعها في الخطة $ن \geq 0$، بالمعادلتين $س = ٣ن$ ، $ص^2 = ٦ن - ٩ن^2$، فإن المحل الهندسي للنقطة و $(س، ص)$ هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

(١٢) معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن $(س، ص)$ في المستوى بحيث يكون على بعدين متساويين من النقطتين $(٣، ٠)$ ، $(٠، -٣)$ هي:

أ) $س = ٠$ ب) $ص = ٠$ ج) $ص = ٣$ د) $ص = -٣$

(١٣) معادلة الدائرة التي يقع مركزها على محور الصادات وتمر بالنقطتين $(١، ٢)$ ، $(٤، ٥)$ هي:

أ) $س^2 + ص^2 - ٨ص - ١١ = ٠$ ب) $س^2 + ص^2 + ٨ص + ١١ = ٠$

ج) $س^2 + ص^2 - ٨ص + ١١ = ٠$ د) $س^2 + ص^2 + ٨ص - ١١ = ٠$

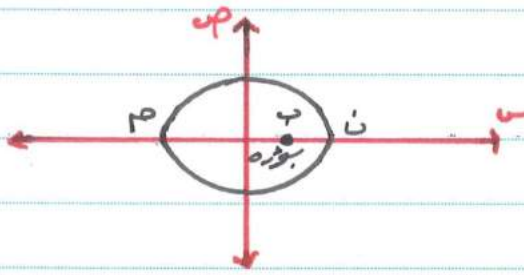
(١٤) قطع ناقص مساحته (١٥π) وحدة مربعة، ورأساه النقطتان $(\pm ٥، ٠)$، ما معادلة هذا القطع؟

أ) $\frac{س^2}{٢٥} + \frac{ص^2}{٩} = ١$ ب) $\frac{س^2}{٩} + \frac{ص^2}{٢٥} = ١$

ج) $\frac{س^2}{١٦} + \frac{ص^2}{٩} = ١$ د) $\frac{س^2}{٢٥} + \frac{ص^2}{١٦} = ١$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(١٥) معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل قطعاً ناقصاً، اذا كانت $\frac{\text{ن ب}}{\text{م ب}} = \frac{١}{٤}$



فإن الاختلاف المركزي لهذا القطع يساوي:

أ) $\frac{٥}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٥}$ ج) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{١}{٢}$

---

(١٦) معادلة القطع الناقص الذي احد رأسيه (١,٣) واحداثيا البؤرة القريبة من هذا الرأس (١,١) و الاختلاف المركزي $\frac{٢}{٣}$ هي:

أ) $\frac{(س+٣)^{٢}}{٣٦} + \frac{(ص-١)^{٢}}{٢٠} = ١$ ب) $\frac{(س-٣)^{٢}}{٣٦} + \frac{(ص-١)^{٢}}{٢٠} = ١$

ج) $\frac{(ص-١)^{٢}}{٣٦} + \frac{(س+٣)^{٢}}{٢٠} = ١$ د) $\frac{(ص-١)^{٢}}{٣٦} + \frac{(س-٣)^{٢}}{٢٠} = ١$

---

(١٧) قطع مكافئ معادلته $ص^{٢} + (٢م-٤)س = ٠$، ورأسه نقطة الاصل و دليله يمر بالنقطة $(-٤,-٥)$ ومحوره هو محور السينات، فما قيمة الثابت "م"؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) -٦ د) ٦

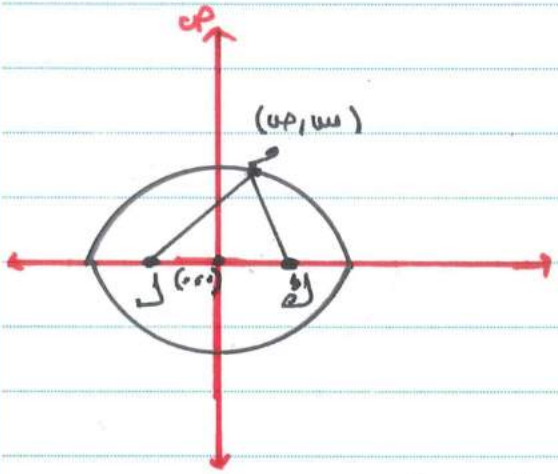
---

(١٨) المحل الهندسي للنقطة ن$(س,ص)$ والتي تتحرك في المستوى البياني بحيث يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين يساوي مقداراً ثابتاً هو:

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع ناقص د) قطع زائد

AMAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752



١٩) معتمداً الشكل المجاور، الذي يمثل قطعاً ناقصاً مركزه نقطة الأصل (٠،٠) و بؤرتاه النقطتان ك، ل و النقطة (س، ص) تقع على منحناه بحيث ان محيط المثلث و ك ل يساوي ١٨ وحدة فإذا علمت ان طول محورة الأصغر (٦) وحدات، جد معادلة هذا القطع:

أ) $\frac{س^2}{25} + \frac{ص^2}{9} = 1$ ب) $\frac{س^2}{16} + \frac{ص^2}{9} = 1$

ج) $\frac{س^2}{26} + \frac{ص^2}{9} = 1$ د) $\frac{س^2}{36} + \frac{ص^2}{9} = 1$

٢٠) قطع ناقص معادلته: $س^2 + 4ص^2 = 100$، فإن مساحته بالوحدات المربعة تساوي:

أ) 25π ب) 50π ج) 250π د) 500π

٢١) قطع زائد معادلته $\frac{(س-3)^2}{4} - \frac{(ص+2)^2}{9} = 1$، فإن معادلة محوره القاطع هي:

أ) $س = 3$ ب) $س = 0$ ج) $ص = 3$ د) $ص = -2$

٢٢) قطع ناقص معادلته $\frac{س^2}{9} + \frac{ص^2}{25} = 1$، فإن مجموع طولي محوريه يساوي:

أ) ٨ ب) ٢٥ ج) ١٦ د) ٣٤

AWAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٢٣) احداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته : ٣س^{٢} + ١٦٠ = ٨ص هي :

أ) (٠,٤-) ب) (٤,٠) جـ) (٠,٤) د) (٠,٤-)

٢٤) قطع ناقص طول محوره الاكبر ضعف طول محوره الاصغر، فإن اختلافه المركزي يساوي :

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ جـ) $\frac{\sqrt{٥}}{٢}$ د) $\frac{\sqrt{٥}}{٤}$

٢٥) احداثي المركز للقطع المخروطي الذي معادلته :

١٠س^{٢} + ص^{٢} - ٤٠س - ٤ص + ٣٤ = ٠ ، هو :

أ) (٥,٢) ب) (٢,١-) جـ) (١,٢) د) (٢,٤)

٢٦) ما طول المحور المرافق للقطع الزائد الذي معادلته : $\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{٦} = ١$ ؟

أ) ٣ ب) ٢$\sqrt{٦}$ جـ) ٦ د) $\sqrt{٦}$

٢٧) معادله المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) التي تتحرك في المستوى الاحداثي والتي يكون بعدها عن النقطة م (٠,٣) مساوياً دائماً لبعدها عن المستقيم الذي معادلته س = ٠,٥ هو :

أ) ص^{٢} = ١٦ (س + ١) ب) ص^{٢} = ١٦ (س - ١)

جـ) ص^{٢} = ٨ (س + ٢) د) ص^{٢} = ٨ (س - ٢)

٢٨) ما احداثيا رأس القطع المكافئ الذي معادلته : ص = ٢س^{٢} + ٢ ؟

أ) (٢,٠) ب) (٠,٢-) جـ) (٠,٢) د) (٠,٢-)

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٢٩) قطع ناقص طول محوره الاصغر يساوي بعده البؤري ، فإن اختلافه المركزي يساوي :

أ) $\frac{1}{2}$ ب) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ج) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ د) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

(٣٠) ما طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها : $3س^2 + 3ص^2 + 6ص = 33$ ؟

أ) $\sqrt{3}$ ب) ١٢ ج) $3\sqrt{3}$ د) ٦

(٣١) قطع زائد معادلته : $\frac{(س+3)^2}{9} - \frac{(ص-1)^2}{16} = 1$ ، فإن معادلة محوره القاطع هي :

أ) $ص = -1$ ب) $ص = 1$ ج) $س = 3$ د) $س = -3$

(٣٢) تتحرك النقطة و $(س ، ص)$ في المستوى الاحداثي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة $ن \geq 0$ بالمعادلتين $س = جتا ن$ ، $ص = جتا 2ن$ ، فإن معادلة المحل الهندسي للنقطة و $(س ، ص)$ هي :

أ) $ص = 2س^2 + 1$ ب) $ص = 2 - 2س^2$

ج) $ص = 2س^2 - 1$ د) $ص = 2 + 2س^2$

(٣٣) اذا قطع احد فرعي مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى مائل قليلاً عن المحور فإن الشكل الناتج هو :

أ) دائرة ب) قطع مكافئ ج) قطع زائد د) قطع ناقص

(٣٤) ما احداثيا البؤرة للقطع المكافئ الذي معادلته : $ص = \frac{1}{4}(س-2)^2 - 3$ ؟

أ) $(2 ، -4)$ ب) $(2 ، -2)$ ج) $(2 ، -3)$ د) $(2 ، -1)$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

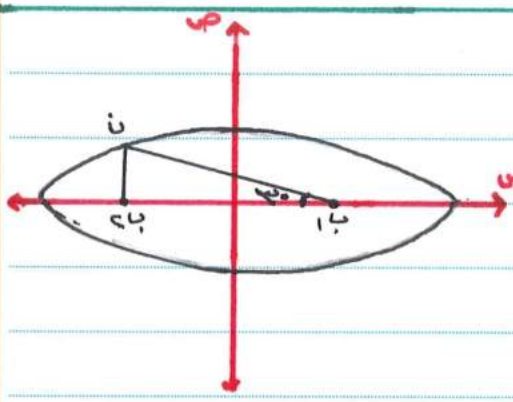
٣٥ معادلة القطع الهندسي للنقطة ن (س، ص) التي تتحرك في المستوى الاحداثي بحيث يكون بعدها عن المستقيم الذي معادلته ص = ٥ مساوياً دائماً لبعدها عن المستقيم الذي معادلته ص = -٣ ، هي :

أ) س = ١ ب) س = ٢ ج) ص = ٤ د) ص = ١

٣٦ قطع مكافئ معادلته : ص^{٢} = ٨ س + ك ، النقطة (٤، ٨) تقع على منحناه ، ما احداثيا رأس هذا القطع ؟

أ) (٠، -٤) ب) (-٤، ٠) ج) (-٥، ٠) د) (٠، -٥)

٣٧ معتمداً الشكل المجاور الذي يمثل قطعاً ناقصاً مركزه (٠، ٠) و بؤرتاه ب، ب$_{٢}$ ، فإن البعد المركزي لهذا القطع يساوي :



أ) $\frac{٣٦}{٣}$ ب) $\frac{١}{٣٦ - ج}$

ج) ٣٦ د) ج - ٣٦

٣٨ رأسا القطع الزائد الذي معادلته : ص^{٢} - ٤ (س + ٥)^{٢} = ٤ ، هما :

أ) (-٥، ٢) ، (-٥، -٢) ب) (-١، ٥) ، (-١٠، ٥)

ج) (٢، -٥) ، (-٢، -٥) د) (١، -٥) ، (-١٠، -٥)

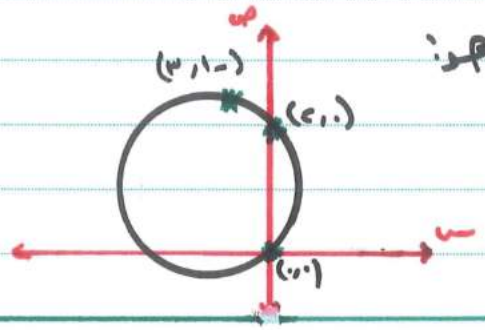
٣٩ ما احداثيا البؤرة للقطع المكافئ الذي معادلته : (ص - ٨)^{٢} = ١٦ (س - ٢) ؟

أ) (١، ٤) ب) (٢، ٤) ج) (٣، ٤) د) (٤، ٤)

AMAZE LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

٤٠) مركز الدائرة الممثلة في الشكل المجاور هو:



أ) (-١,١) ب) (-٢,١)
ج) (-١,٢) د) (-٢,-٢)

٤١) معادلة القطع المكافئ الذي معادلة محوره س = ٥ ومعادلة دليله ص = ٢ وتبعد بؤرته ٦ وحدات عن دليله ومفتوح نحو الاسفل هي:

أ) (س-٥)^٢ = ١٢ (ص+١) ب) (س-٥)^٢ = -١٢ (ص+١)
ج) (ص+١)^٢ = ١٢ (س-٥) د) (ص+١)^٢ = -١٢ (س-٥)

٤٢) اذا كانت المعادلة: $\frac{٥ص^{٢}}{ك^{٢}} - \frac{س^{٢}}{٤} = ١$ ، ك > ٠ ، تمثل معادلة قطع زائد طول محوره المقاطع يساوي ٦ وحدات، فإن قيمة الثابت ك تساوي:

أ) ٦√٥ ب) ١٥ ج) ٣٠ د) ٣√٥

٤٣) قطع مكافئ معادلته ص^٢ = ٨س + ك ، النقطة (٨,٠) تقع على منحناه، ما احداثيات بؤرة هذا القطع؟

أ) (٥,-٤) ب) (-٤,٠) ج) (٠,-٢) د) (٢,٠)

٤٤) اذا كانت النقطة (٤,ب) واقعة على منحنى القطع المكافئ الذي بؤرته (٠,٣) وتبعد عن دليله مسافة ٢٥ وحدة، فإن قيم الثابت "ب" هي:

أ) (-٢,٢) ب) (-٤,٤) ج) (-٨,٨) د) (-١٦,١٦)

AMAZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

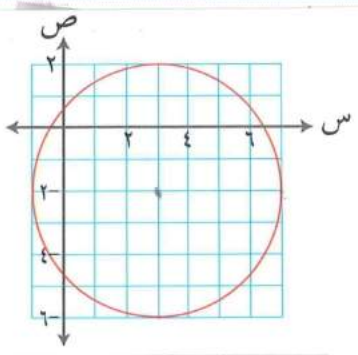
٤٥) معادلة المحل الهندسي للنقطة ج(س، ص) المتحركة في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره ٣ وحدات عن المستقيم الذي معادلته ٣س + ٤ص = ٥ وتمر اثناء حركتها بمركز الدائرة التي معادلتها (س - ٤)² + (ص - ٢)² = ٩ هي :-

أ) ٦س - ٥ص - ١٤ = ٠
ب) ٣س + ٤ص - ٢٠ = ٠
ج) س - ٢ص = ٠
د) ٧س - ٤ص - ١٢ = ٠

٤٦) تمثل المعادلة ٤س - ٣ص² + ٩ص + ١٢ = ٠ معادلة قطع مخروطي ، فإنه بعد البؤرة عن الرأس يساوي :

أ) ٤/٣
ب) ١/٣
ج) ٣/٢
د) ١/٢

٤٧) معادلة الدائرة بالشكل هي :



أ) س² + ص² - ٦س + ٤ص - ٩ = ٠
ب) س² + ص² - ٦س + ٤ص + ٩ = ٠
ج) س² + ص² - ٦س - ٤ص - ٣ = ٠
د) س² + ص² - ٦س + ٤ص - ٣ = ٠

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

القطوع المخروطية

الرقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الرمز	د	ب	ج	م	م	ب	م	ج	ب	د	م	ب	م	م	ب	م	ج	م	م	ب

الرقم	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
الرمز	د	ج	د	ب	د	ب	م	م	ب	ج	ج	ب	د	ب	د	ب	م	م	ج	ب

الرقم	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧
الرمز	ب	د	ج	م	ب	م	د

السؤال الثاني

① معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل دائرة مرسومة داخل المثلث P ب جـ وتمس أضلاعه، جد معادلة هذه الدائرة

الحل :- الدائرة في الربع الأول وتمس المحورين الإحداثيين (ر، ر)، (ر) يساوي بعد المركز عن المستقيم $\overleftrightarrow{P جـ}$

الميل = $\frac{٤}{٤}$ = ١

معادلة المستقيم :- ص - ٠ = ١ (س - ٤)

ص = - س + ٤ ← س + ص - ٤ = ٠

بعد المركز عن المستقيم يساوي (ر) ← ر = $\frac{|ر + ر - ٤|}{\sqrt{٢}}$

$|ر - ٤| = ر\sqrt{٢}$

حالة (١)	حالة (٢)
$ر - ٤ = ر\sqrt{٢}$	$ر - ٤ = -ر\sqrt{٢}$
$ر - ر\sqrt{٢} = ٤$	$ر + ر\sqrt{٢} = ٤$
$ر(١ - \sqrt{٢}) = ٤$	$ر(١ + \sqrt{٢}) = ٤$ ✓
$ر = \frac{٤}{١ - \sqrt{٢}}$ ، مرفوضة	$ر = \frac{٤}{١ + \sqrt{٢}}$

∴ ر = $\frac{٤}{١ + \sqrt{٢}}$ ، المركز $(\frac{٤}{١ + \sqrt{٢}}، \frac{٤}{١ + \sqrt{٢}})$

المعادلة ← $(س - \frac{٤}{١ + \sqrt{٢}})^٢ + (ص - \frac{٤}{١ + \sqrt{٢}})^٢ = (\frac{٤}{١ + \sqrt{٢}})^٢$

AMZEL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٢) جد معادلة الدائرة التي تمس كلاً من المستقيمين س = ٠ ، ص = -٢ ، وتمر بالنقطة (٤ ، ٠) ويقع مركزها في الربع الأول وطول نصف قطرها أكبر من وحدتين

الحل :- تمس محور الصادات ← ر = | د |

ر = د ، المركز (أ ، ب - ر)

← (س - أ)^٢ + (ص - (-ر))^٢ = ر^٢

(٤ ، ٠) تحقق المعادلة ← (٤ - أ)^٢ + (٠ + ر)^٢ = ر^٢

١٦ - ٨أ + أ^٢ + ١٦ + ٨ر + ر^٢ = ر^٢

أ^٢ + ٨ر - ٨أ + ٣٢ = ٠

(أ - ١٠)(أ - ٤) = ٠

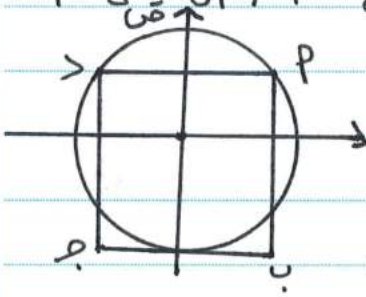
أ = ١٠ ← ر = ٤ ، أو ، أ = ٤ ← ر = ٤

المركز (١٠ ، -٤)

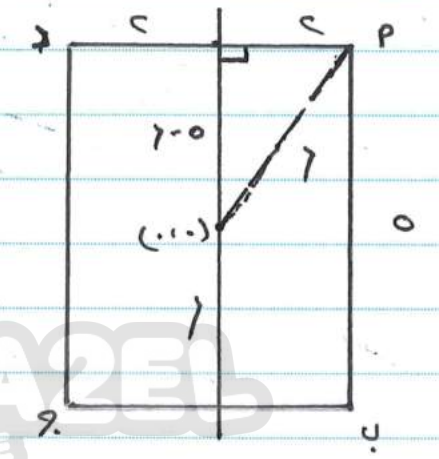
المعادلة ← (س - ١٠)^٢ + (ص + ٤)^٢ = ١٠٠

---

(٣) معتمداً على الشكل المجاور الذي تظهر فيه دائرة مركزها نقطة الأصل و المستطيل P ب ج د ، جد معادلة الدائرة حيث : P = ٤ سم ، P ق = ٥ سم



الحل :-



٤ + (٥ - ر)^٢ = ر^٢

٤ + ٢٥ - ١٠ر + ر^٢ = ر^٢

١٠ر = ٢٩ ← ر = ٢٩/١٠

المعادلة :- س^٢ + ص^٢ = (٢٩)^٢ / ١٠٠

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

④ دائرة تمر بالنقطتين (ج، ٣) ، (-١، ١) ويقع مركزها على المستقيم س - ٣ص - ١١ = ٠

الحل :- س² + ص² + أس + بص + جـ = ٠

* (ج، ٣) ← ٩ + ٩ + أج + ٣ب + جـ = ٠

أج + ٣ب + جـ = -١٨ ... ①

* (-١، ١) ← ١ + ١ - أ + ب + جـ = ٠

-أ + ب + جـ = -٢ ... ②

المركز يحقق معادلة المستقيم

(-أ/٢ ، -ب/٢) ، س - ٣ص - ١١ = ٠

-أ/٢ + ٣ب/٢ - ١١ = ٠

-أ + ٣ب - ٢٢ = ٠

-أ + ٣ب = ٢٢ ... ③ ، بحل النظام

أ = -٧ ، ب = ٥ ، جـ = -١٤

المعادلة :- س² + ص² - ٧س + ٥ص - ١٤ = ٠

---

⑤ جد معادلة القطع المكافئ في كل من الآتي :-

① قطع مكافئ محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط (٠، ٣) ، (١، ٤) ، (-١، ٦)

الحل :- المعادلة :- ص = أس² + بس + جـ

* (٠، ٣) ← جـ = ٣ ← ص = أس² + بس + ٣

* (١، ٤) ← ٤ = أ + ب + ٣ ← أ + ب = ١ ... ①

* (-١، ٦) ← ٦ = أ - ب + ٣ ← أ - ب = ٣ ... ②

بحل المعادلتين :-

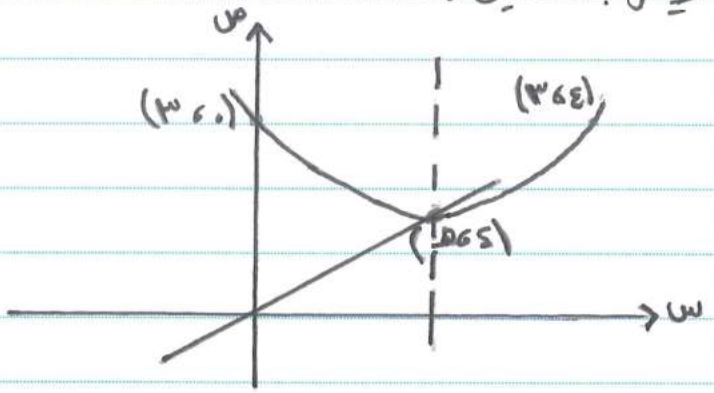
أ = ٢ ، ب = -١

المعادلة :-

ص = ٢س² - س + ٣

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

⑥ جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ورأسه يقع على المستقيم ص = س ويمر بالنقطتين (٤، ٣) ، (٠، ٣)



الرأس (د، د) يحقق

معادلة المستقيم ص = س ← د = د

← الرأس (د، د)

(س − د)² = ٤ جـ (ص − د)

* (٠، ٣) ← (٠ − د)² = ٤ جـ (٣ − د) ... ①

* (٤، ٣) ← (٤ − د)² = ٤ جـ (٣ − د) ... ②

بحل النظام :-

د = ج ← عوض في ①

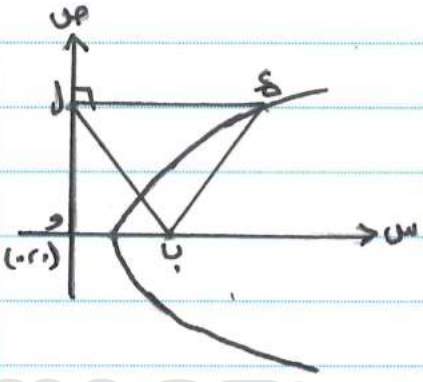
← جـ = ١

← الرأس (ج، ج) ، جـ = ١

← المعادلة :- (س − ج)² = ٤ (ص − ج)

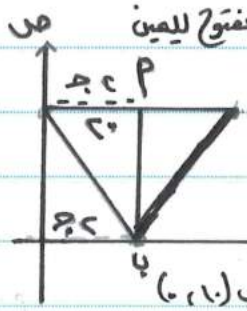
---

⑦



ل ب = ع ب = ع ل

ع ل = بعد ع عن محور الصادات ∴ المحل هو محور الصادات سين مفتوح لليمين



م ب = جـ ، جـ = ١٠

ج ب = ٢٠

الرأس يقع في منتصف المسافة بين البؤرة و المحل الرأس (١٠، ٠)

المعادلة :- ص² = ٤٠ (س − ١٠)

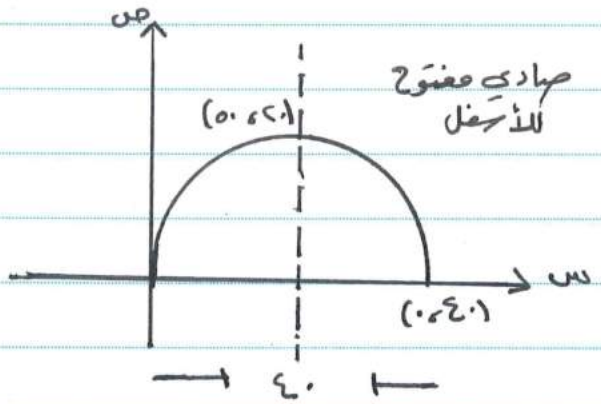
* عمل لكل المجاور قطع مكافئ بؤرته النقطة (ب) اذا علمت أن المثلث ب ع ل متطابق الأضلاع طول ضلعه (٤٠) وحدة ، جد معادلة القطع المكافئ .

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

⑧ اطلقت قذيفة من مستوى سطح الأرض افقية إلى الأعلى وعادت نفس المستوى و كان مسارها على منحنى قطع مكافئ ، فاذا كان أعلى ارتفاع وصلته القذيفة ٥٠ م واقصى مدى افقي هو ٤٠ م لها ، معتبراً نقطة انطلاق القذيفة النقطة (٠،٠) ، جد

① معادلة القطع المكافئ

ⓒ ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض عندما يكون هذا الارتفاع مساوياً للمسافة بين نقطة انطلاق القذيفة و مسقطها على الأرض



الحل :-

① المعادلة $(س - ٢٠)^{٢} = -٤ جـ (ص - ٥٠)$

$(٠،٠)$ تحقق المعادلة

$٤٠٠ = -٤٠٠ جـ \leftarrow \boxed{جـ = -١}$

المعادلة $(س - ٢٠)^{٢} = -٨ (ص - ٥٠)$

ⓒ المطلوب ارتفاع القذيفة عندما يكون مساوٍ للمدى الأفقي لها

← نفرض نقطة $(ع ، ع)$ وهي تحقق المعادلة

$(ع - ٢٠)^{٢} = -٨ (ع - ٥٠)$

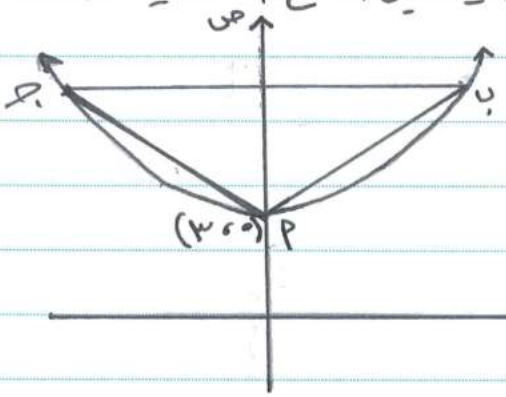
$ع^{٢} - ٤٠ ع + ٤٠٠ = -٨ ع + ٤٠٠$

$ع^{٢} - ٣٢ ع = ٠ \leftarrow ع = ٣٢$ م

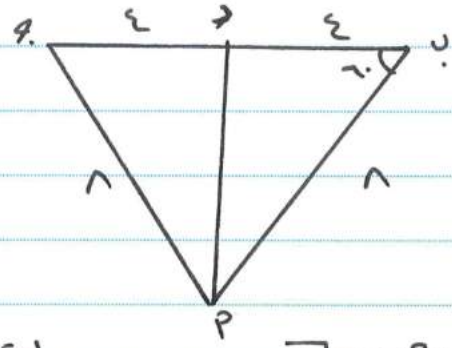
$ع = ٠$ ، مرفوض

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

⑨ معتمداً الشكل المجاور يمثل قطعاً مكافئاً، اذا علمت أن المثلث ٱب ج متطابق الاضلاع طول ضلعه (٨) وحدات فيه الضلع ب ج يوازي دليل القطع المكافئ، جد معادلة القطع :-



الحل :- صادي مفتوح للأعلى
الرأس (٣،٠) معادلته س - ٣ = ٤ ج (ص - ٣)
نجد ج من خلال نقطة واقعة على القطع
تحقق المعادلة



جا ٦٠ = P د / ٨ ، P د = ٤ √٣
√٣/٢ = P د / ٨

* ملاحظة :- يمكن ايجاد P د من طريق فيثاغورس

النقطة ب (٤، ٤√٣ + ٣) تحقق المعادلة
١٦ = ٤ ج (٤√٣ + ٣ - ٣) ، ج = ١/√٣
المعادلة س - ٣ = ٤/√٣ (ص - ٣)

---

⑩ يمثل الشكل المجاور قطع مركزه (١، ١) واختلافه المركزي (٦/٥) ، اذا كان محيط المثلث م ل ن = (٦٤) وحدة ، جد معادلة القطع

AWA2EL LEARN 2 BE

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

الحل:- المركز (١،١) ، هـ = $\frac{٦}{١٠}$

$\frac{جـ}{أ} = \frac{٦}{١٠}$ ، $٣أ = ٥جـ \leftarrow أ = \frac{٥}{٣}جـ$

$٣٤ = ٩جـ + ٢٥جـ \leftarrow ٣٤ = أ + جـ$

$٣٤ = \frac{٩}{٣}جـ + \frac{٥}{٣}جـ \leftarrow ٣٤ = جـ$

$\boxed{جـ = ١٤} \leftarrow \boxed{أ = ٢٥}$

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ \leftarrow ١٤٤ = ٤٠٠ - ب^٢ \leftarrow ب^٢ = ٢٥٦$

الحادلة :- $\frac{(س - ١)^٢}{٤٠٠} + \frac{(ص - ١)^٢}{٢٥٦} = ١$

---

(١١) جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الأصغر (٦) وحدة وأحد رأسيه النقطة (٤،٢) واحداثيات البؤرة البعيدة عن هذا الرأس هي (-٥،٢)

الحل:- $٢ب = ٦ \leftarrow ب = ٣$

سيني

$أ^٢ = ب^٢ + جـ^٢$ ، $جـ^٢ = (٩ - جـ)^٢ - ٩$ ---- ① $\boxed{أ + جـ = ٩}$

$\boxed{أ = ٥}$ ، $أ = ٩ - جـ$

$١٨جـ = ٧٢$ ، $\boxed{جـ = ٤}$ ← المركز (١-،٢)

← الحادلة :- $\frac{(س + ١)^٢}{٢٥} + \frac{(ص - ٢)^٢}{٩} = ١$

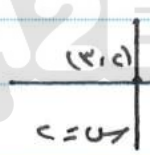
---

(١٢) جد معادلة القطع الناقص الذي يقع مركزه على المستقيم س = ٢ ، وبؤرتاه تقعان على المستقيم ص = ٣ واختلافه المركزي (٦و) ويمر منحناه بالنقطة (٨-،٣)

الحل:- البؤرتان تقعان على المستقيم ص = ٣

سيني حيث ص = ٣ محور أكبر

المركز (٢،٣)



$\frac{(س - ٢)^٢}{أ^٢} + \frac{(ص - ٣)^٢}{ب^٢} = ١$

النقطة (٨-،٣) تحقق الحادلة

$\frac{١٠٠}{أ^٢} + ٠ = ١ \leftarrow ١٠٠ = أ^٢$

الحادلة :- $\frac{(س - ٢)^٢}{١٠٠} + \frac{(ص - ٣)^٢}{ب^٢} = ١$

$ص = \frac{جـ}{هـ} = \frac{٦}{١٠}$

$\frac{جـ}{١٠} = \frac{٦}{١٠} \leftarrow \boxed{جـ = ٦}$

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢$

$٣٦ = ١٠٠ - ب^٢$

$\boxed{ب^٢ = ٦٤}$

$\frac{(س - ٢)^٢}{١٠٠} + \frac{(ص - ٣)^٢}{٦٤} = ١$

الأستاذ
حمدالله الطوباسي
0779358752

(١٣) قطع مخروطي بعده البؤري أقل من البعد بين رأسيه ، مركزه (٢،٢) واحدى بؤرتيه النقطة (٢،٧) ويمر منحناه بالنقطة (٥،٦) ، جد معادلته

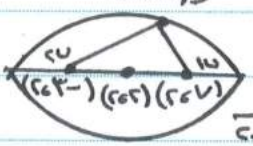
الحل :- ج ق < P ق ← قطع ناقص

المركز (٢،٢)

احدى بؤرتيه (٢،٧) ← رأسين

ج = ٥

البؤرة الثانية (-٣،٢) من تعريف القطع الناقص



و(٥،٦)

و ب + و ب، = P ق

و ب، = $\sqrt{٤ + ١٦}$ = ق ب

و ب = $\sqrt{٦٤ + ١٦}$ = $\sqrt{٨٠}$ = ق ب

و ب + و ب، = ٣ ق ب = P ق ← P = ٣ ب

ج^٢ = P^٢ - ب^٢

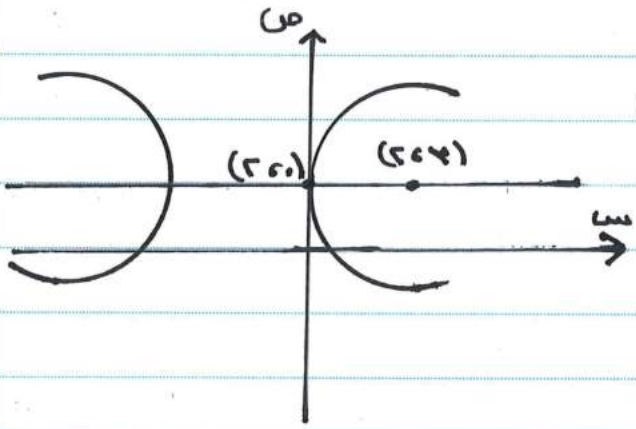
٢٥ = ٤٥ - ب^٢ ← ب^٢ = ٢٠

المعادلة :- $\frac{(س-٢)^٢}{٤٥} + \frac{(ص-٢)^٢}{٢٠} = ١$

(١٤) جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه (١،٢)، (١،-٨) ويقع أحد رأسيه على محور السينات

الجواب :- المعادلة :- $\frac{(ص+٣)^٢}{٩} - \frac{(س-١)^٢}{١٦} = ١$

(١٥) معقداً على الشكل المجاور الذي يمثل قطع مخروطي اختلافه المركزي يساوي (٣) واحدى بؤرتيه (٢،٣) ، جد معادلته



الجواب :- $\frac{(س+٣/٤)^٢}{٩/٤} - \frac{(ص-٣)^٢}{١٨} = ١$

(١٦) جد معادلة القطع المخروطي الذي اختلافه المركزي (٤) واحدى رأسيه (-١،٣) والبؤرة البعيدة عن هذا الرأس (-١،٩)

الجواب :- $\frac{(ص-٥)^٢}{٤} - \frac{(س+١)^٢}{١٢} = ١$

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(١٧) اذا كان صـ ، صـ٢ يمثلان الإختلافين لمركزين للقطعين المخروطيين اللذين معادلتهما

$\frac{س^2}{ل^2} - \frac{ص^2}{ك^2} = ١$ ، $\frac{ص^2}{ك^2} - \frac{س^2}{ل^2} = ١$

أثبت أن $\frac{١}{صـ_١^2} + \frac{١}{صـ_٢^2} = ١$

---

(١٨) تتحرك النقطة و(س، ص) في المستوى بحيث تتحدد موقعها بالمعادلتين

س = ظا هـ + ظتا هـ ، ص = ظا ٢هـ حيث (هـ) زاوية متغيرة.

جد معادلة مسار النقطة (و) ثم بين نوع هذا المسار.

الحل:

$س = ظاهـ + ظتاهـ = \frac{جاهـ}{جتاهـ} + \frac{جتاهـ}{جاهـ}$

$س = \frac{جا^2هـ + جتا^2هـ}{جاهـ جتاهـ} = \frac{٢}{جا٢هـ}$

$س = ٢ قتا٢هـ \leftarrow \frac{س}{٢} = قتا٢هـ$

$قتا^2٢هـ - ظتا^2٢هـ = ١ \leftarrow \frac{س^2}{٤} - ص^2 = ١$ قطع زائد.

---

(١٩) تتحرك نقطة و(س، ص) في مستوى بحيث تتحدد موقعها بالمعادلتين

ص = (ن + $\frac{٤}{ن}$) ، س = ٢(ن − $\frac{٤}{ن}$) ، جد معادلة المحل الهندسي للنقطة و(س، ص) وبين نوعه.

الحل:

$س = ٢(ن - \frac{٤}{ن})$	$\frac{س^2}{٤} = ن^2 - ٤ + \frac{٤^2}{ن^2}$
$\frac{س}{٢} = ن - \frac{٤}{ن}$	$ص^2 = ن^2 + ٤ + \frac{٤^2}{ن^2}$
$ص = ن + \frac{٤}{ن}$	$\frac{س^2}{٤} - ص^2 = -٨$
تربيع $\frac{س}{٢}$ ، ص	$\frac{ص^2}{٨} - \frac{س^2}{٣٢} = ١$

قطع زائد.

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752

(٢٠) قطع زائد مركزة نقطة الأصل ومعادلته : $ل س^2 - ك ص^2 = ٩٠$ وطول محوره المقابل (٦ جـ) وحدة ، وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته : $٩ س^2 + ١٦ ص^2 = ٥٧٦$ ، جد قيمة كل من ل ، ك حيث ل ، ك أعداد حقيقية .

الحل :-

نجد بؤر القطع الناقص

$٩ س^2 + ١٦ ص^2 = ٥٧٦$ ← $\frac{س^2}{٦٤} + \frac{ص^2}{٣٦} = ١$ (سيني)

$أ^2 = ٦٤$ ، $ب^2 = ٣٦$ ، المركز $(٠،٠)$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2$ ← $جـ^2 = ٢٨$ ← $جـ = ٢\sqrt{٧}$

البؤر $(\pm ٢\sqrt{٧} ، ٠)$

القطع الزائد : $أ = ٦$ جـ ← $م = ٣$ جـ

البؤر $(\pm ٢\sqrt{٧} ، ٠)$ ← $جـ = ٢\sqrt{٧}$ ، المركز $(٠،٠)$ (سيني)

$ل س^2 - ك ص^2 = ٩٠$ ← $\frac{ل س^2}{٩٠} - \frac{ك ص^2}{٩٠} = ١$

$\frac{س^2}{\frac{٩٠}{ل}} - \frac{ص^2}{\frac{٩٠}{ك}} = ١$

$م = ٢\sqrt{٧}$ ⇐ $م^2 = ١٨$ ⇐ $\frac{٩٠}{ل} = ١٨$ ← $ل = ٥$

$جـ^2 = أ^2 + ب^2$ ⇐ $١٠ = ب^2$ ⇐ $\frac{٩٠}{ك} = ١٠$ ← $ك = ٩$

∴ $ل = ٥$ ، $ك = ٩$ ☑

الأستاذ حمدالله الطوباسي 0779358752