مدارس الإتحاد

امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني ٢٠٢١م هيفي

المبحث: رياضيات — مدة الامتحان: ٢ د ٠٠ س

الصف: الثاني ثانوي علمي — اليوم والتاريخ: الأربعاء ٢٠٢١/٥/١٨م

السؤال الأول (٢٧ علامة)

انقل إلى دفترك إجابتك رقم الفقرة ورمز الاجابة الصحيحة

١) إذا علمت أن م، هـ معكوسا الضرب للاقتران المتصل هـ(س) وكان $\int_{-1}^{3} س\, هـ(س)\, د س + م(س) = س^{3} - هـ(س)$ فإن هـ(١) =

أ) $\frac{5}{3}$ ب) $-\frac{5}{3}$ ج) ٣ د) -٣

٢) اذا علمت أن $هـ(س) = \frac{س^{2} + ٧}{هـ^{س}} + لو_{هـ}(س+١)$ فإن هـ(٠) =

أ) -١٥ ب) غير معرف ج) -١٤ د) ١٤

٣) إذا علمت أن $\int_{-1}^{2} (٢هـ(س) + ١)\, د س = ٥$ ، $\int_{2}^{3} (\frac{هـ(س)}{٢} + ١)\, د س = ١$

فإن $\int_{-1}^{3} هـ(س)\, د س =$

أ) -٢ ب) ٢ ج) -٣ د) ٣

٤) إن $\int_{٠}^{١} (١ - ٢س)^{3}\, د س =$

أ) $-\frac{١}{٤}$ ب) $\frac{١}{٨}$ ج) $\frac{١}{٤}$ د) غير معرف

٥) إن $\int_{٠}^{٢} \frac{س+١}{س-١}\, د س =$

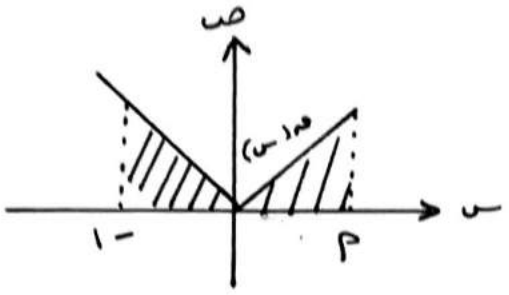
أ) ٤ ب) ٢ ج) $٢ + ٢لو_{هـ}٢$ د) ١

يتبع الصفحة الثانية

٦) إن أصغر وأكبر قيمة على الترتيب للتكامل $\int_{-1}^{2} (س^2 + 1)\, د س$

أ) ١، ٢٥ ب) ١، ٧٥ ج) ٣، ٧٥ د) ١٢، ٧٥

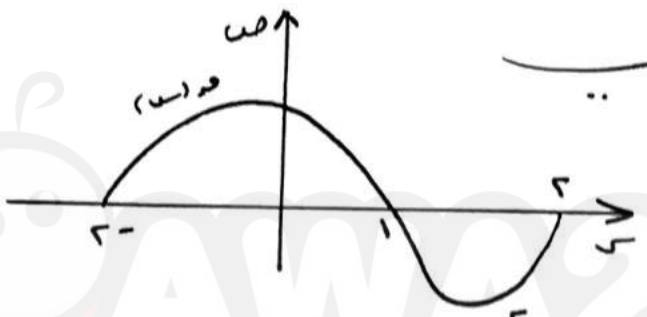
٧) من الشكل التالي



ق(س) = |س| حيث م حيث مساحة المنطقة المظللة = $\frac{5}{2}$

أ) ١ ب) $\frac{3}{2}$ ج) $\frac{5}{2}$ د) ٢

٨) من الشكل التالي



إذا علمت أن $\int_{-2}^{2} |ق(س)|\, د س = ١٠$

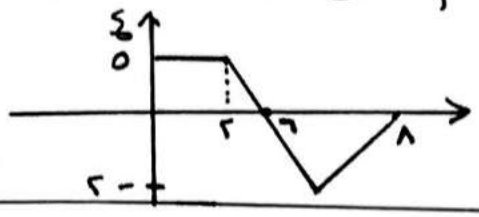
$\int_{-2}^{2} ق(س)\, د س = ٤$ فإن $\int_{1}^{2} ق(س)\, د س =$

أ) -٣ ب) ٧ ج) -٧ د) ٣

٩) اذا علمت أن ميل المماس لمنحنى ق(س) عند (س، ص) يعطى بالعلاقة $\frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + ١}$ فإن قاعدة ق(س) حيث ق(٠) = ٠ هي

أ) $لو_{هـ}(هـ^{س} + ١)$ ب) $لو_{هـ}(\frac{هـ^{س}+١}{٣})$ ج) $لو_{هـ}(\frac{هـ^{س}+١}{٢})$ د) $لو_{هـ}(\frac{هـ^{س}-١}{٢})$

١٠) يمثل الشكل التالي العلاقة بين السرعة والزمن لجسم يتحرك على خط مستقيم حيث المسافة المقطوعة على [٠، ٨]



أ) ٢٤ ب) ٠
ج) ١٨ د) ٢٢

١١) تتحرك النقطة و(س، ص) في المستوى بحيث

س = ق ن + ق ن ، ص = ق ن ن فإن نوع هذه الحركة

أ) دائرة ب) ناقص ج) زائد د) مكافئ

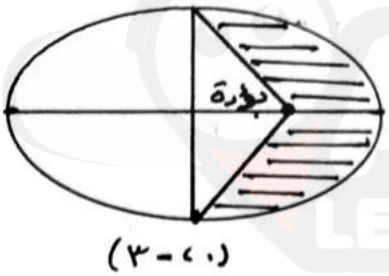
١٢) إن الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي بؤرتاه (-٢، -١) ، (١، -١) ويمر بالنقطة (-٢، ٣) يساوي

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{٢}{٩}$ ج) $\frac{١}{٩}$ د) $\frac{٢}{٣}$

١٣) تدور النقطة م في مدار ناقص حول النقطتين، ن تقع في إحدى بؤرتيه، اختلافه المركزي للمدار = $\frac{\sqrt{٧}}{٤}$ والمسافة بين الرأس والنهاية الأصغر = ٥ ، فإن أبعد مسافة بين م، ن تساوي

أ) $\sqrt{٧}$ ب) $٨+\sqrt{٧}$ ج) $٤+\sqrt{٧}$ د) $٤-\sqrt{٧}$

١٤) إن مساحة المنطقة المظللة تساوي



أ) $\frac{١٥\pi}{٢}$ ب) $\frac{١٥\pi}{٢} - ١٢$

ج) $\frac{١٥\pi}{٢} - ٦$ د) $\frac{١٥\pi}{٢} - ٣٤\sqrt{٢}$

١٥) إن الاختلاف المركزي للمحل الهندسي الذي تشكله حركة ن (س، ص) والتي الفرق المطلق بينها وبين (٠، ٢)، (٠، ٨) يساوي (٤) هو

أ) ٢ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{٥}{٣}$

١٦) إن قيم م التي تجعل المعادلة التالية معادلة دائرة

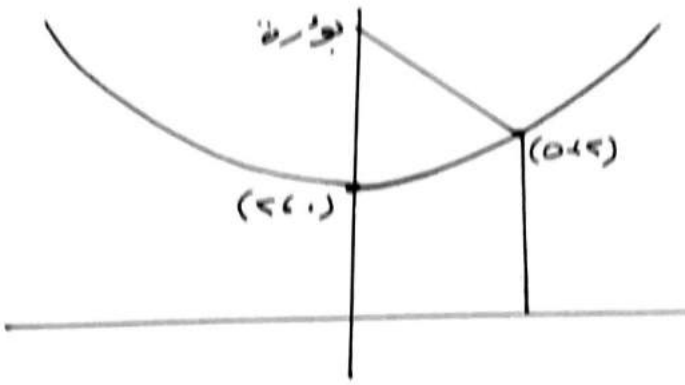
$$\frac{(س+١)^٢}{٢+م} + \frac{(ص-١)^٢}{٣-م} = ١$$

أ) (٣، ٥)، (-٥، -٢) ب) (-٢، ٣) ج) (٣، ٥) د) (-٥، -٢)

١٧) إن معادلة المكافئ الذي بؤرته نقطة الأصل ودليله ص = ٤ هي

أ) $س^٢ = -٨ص$ ب) $س^٢ = -١٦(ص-٢)$ ج) $س^٢ = -١٢(ص-٢)$ د) $س^٢ = -٨(ص-٢)$

١٨) إذا محيط الرباعي بالشكل التالي



أ) ١٦ ب) ١٢ ج) ١٤ د) ١٨

السؤال الثاني (٥ ٦ علامة)

أ) إحسب مساحة المنطقة المحصورة بين $ق(س) = |س-١|$ ، $و(س) = \sqrt{س+٢}$ (١٨ علامة)

ب) جد التكاملات ...

١) $\int (س-١)^{٣} \times \sqrt{س^{٤} - ٢س + ٣}\ ع س$ (١٥ علامة)

٢) $\int \frac{س^{٨}}{س^{٦} - ١}\ ع س$ (١٨ علامة)

٣) $\int جا^{٣} س \cdot لو_{هـ} \sqrt[٣]{جتا س}\ ع س$ (١٤ علامة)

السؤال الثالث (٥ ٣ علامة)

أ) جد حل المعادلة التفاضلية $\frac{ع ص}{ع س} = هـ^{س-ص} + هـ^{س} + هـ^{-ص} + ١$ (١٥ علامة)

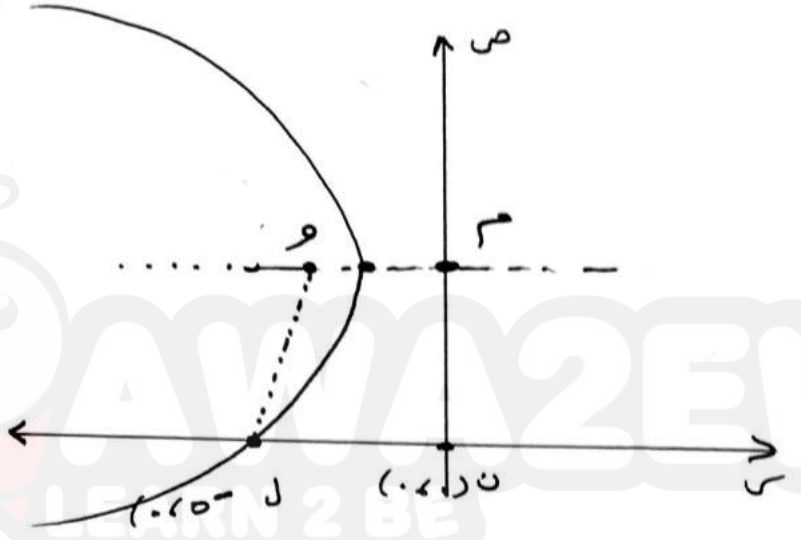
ب) ما معادلة الحل الهندسي لمجموعة النقط (س، ص) التي بعدها عن (-١، ٢) يساوي بعدها عن المستقيم ٢س - ١ = ٠ (٨ علامات)

ج) جد ١) الرأسين ٢) البؤرتين ٣) الاختلاف المركزي للقطع $(٣س - ٦)^{٢} + (ص - ١)^{٢} = ٢ص - ١٠$ (١٢ علامة)

السؤال الرابع (٨ علامة)

أ) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تقعان على ص = ٠ ، المركز يقع على الصادات ويمر بالنقطة (٠ ، ٠) ، واختلافه المركزي $\frac{1}{2}$ (١٣ علامة)

ب) يمثل الشكل التالي مقطعاً بؤرته و ، دليله ل ، المحور الصادات جد معادلته علماً بأن محيط الرباعي م ن ل و = ١٦ (١٥ علامة)



انتهت الأسئلة

ب) $ف_1$: بعد $(س، ص)$ عن $(-1، ج)$

$ف_2$: بعد $(س، ص)$ عن $ج$ $س - 1 = 0$

$ف_1 = ج ف_2$

$$\sqrt{(س+1)^2 + (ص-ج)^2} = ج \times \frac{|1 س - 1|}{\sqrt{1^2 + 0}} \quad \text{(تربيع)}$$

$$س^2 + 2س + 1 + ص^2 - 2ج ص + ج^2 = ج^2 س^2 - 2ج س + ج^2$$

$$(ج^2 - 1) س^2 - ص^2 + 2ج ص - 2س - 1 = 0 \quad \text{(زائد)}$$

ج) $(3س - 6)^2 + ص^2 - 2ص + 1 - 2ص^2 = -10$

$$9(س-2)^2 - (ص^2 + 2ص + 1) = -10 + 36 - 1$$

$$9(س-2)^2 - (ص+1)^2 = 25$$

$$\frac{(ص+1)^2}{25} - \frac{(س-2)^2}{\frac{25}{9}} = 1$$

$$أ^2 = 25 \leftarrow أ = \sqrt{25} = 5$$

$$ب^2 = \frac{25}{9} \leftarrow ب = \frac{5}{3}$$

$$جـ^2 = 25 + \frac{25}{9} = \frac{250}{9} \leftarrow جـ = \frac{5\sqrt{10}}{3}$$

1) $(2، \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{3})$

2) $(ج، \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3})$

3) $هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{\frac{5\sqrt{10}}{3}}{5} = \frac{\sqrt{10}}{3}$

مسوّدة

السؤال الأول

١) نشتق الطرفين ⟸ $س\,ق(س) + ق(س) = 3س^2 - ق(س)$

$س\,ق(س) + 2ق(س) = 3س^2$ ⟸ $ق(س) = \frac{3س^2}{س+2}$

$ق'(س) = \frac{(س+2)(6س) - 3س^2(1)}{(س+2)^2}$ ⟸ $ق'(1) = \frac{18-3}{9} = \frac{15}{9}$

$= \frac{5}{3}$ ⓐ

٢) $ق(س) = هـ^{-س} + هـ^{5س} + 1$

$ق(س) = -هـ^{-س} + \frac{1}{5}هـ^{5س} + س + 1$ ⟸ $ق(0) = -1 + \frac{1}{5} + 1 = \frac{1}{5}$ ⓑ

٣) $\int_{-1}^{2} ق(س)\,د س = 1$ ، $\int_{2}^{3} ق(س)\,د س = 4$

$\int_{-1}^{3} ق(س)\,د س = \int_{-1}^{2} ق(س)\,د س + \int_{2}^{3} ق(س)\,د س = 1 + 4 = 5$ ⓒ

٤) $\left[\frac{(1-2س)^4}{-8}\right]_{0}^{1} = \frac{1}{8}(1-1) =$ صفر ⓓ

٥) $\int \frac{س-1}{\frac{س+1}{2}}\,د س$ ⟸ $\int \frac{2}{س+1}\,د س$

$= 2\ln|س+1| + ج$ ⟸ $2\ln 3 - 2\ln 1 = 2\ln 3$ ⓔ

٦) $-1 \le س \le 2$ نوجد $د س$ ⟸ $د س = 1$ ⟸ $س^2 + 1 \le 5$ نربع

$1 \le (س^2+1) \le 25$ نكامل $\int_{-1}^{2} (س^2+1)\,د س \le 75$ ⓕ

إجابة السؤال الأول

٧) $\int_{-1}^{م} س\,ه^{س}\,د س = \frac{٥}{ه}$

$\left[س\,ه^{س} \right]_{-1}^{م} - \int_{-1}^{م} ه^{س}\,د س = \frac{٥}{ه}$

$\left[س\,ه^{س} - ه^{س} \right]_{-1}^{م} = \frac{٥}{ه}$

$\left(م\,ه^{م} - ه^{م} \right) - \left(-ه^{-1} - ه^{-1} \right) = \frac{٥}{ه}$

$م\,ه^{م} - ه^{م} + ٢ه^{-1} = \frac{٥}{ه}$

$م\,ه^{م} - ه^{م} = \frac{٥}{ه} - ٢ه^{-1}$

$م\,ه^{م} - ه^{م} = ه^{-1}(٥ - ٢)$

$م\,ه^{م} - ه^{م} = ٣ه^{-1}$

$م\,ه^{م} - ه^{م} = ٣$

$(م - ١)\,ه^{م} = ٣$

$م - ١ = ٣ه^{-م}$

$م = ١ + ٣ه^{-م}$ ✓

٨) $م_{١} = \int_{١}^{٠} ص(س)\,د س$ ، $م_{ن} = \int_{ن}^{٠} ص(س)\,د س$

$\int_{ن}^{١} |ص(س)|\,د س = ١٠ = م_{١} + م_{ن}$ ---(١)

$\int_{ن}^{١} ص(س)\,د س = ٤ = م_{١} - م_{ن}$ ---(٢)

(١) + (٢) ⇐ $١٤ = ٢م_{١}$ ⇐ $م_{١} = ٧$ ⇐ $م_{ن} = ٣$

$\int_{١}^{٠} ص(س)\,د س = -٣$ (م)

٩) $\frac{د ص}{د س} = \frac{ه^{ص}}{ه^{س} + ١}$ ⇐ $\int د ص = \int \frac{ه^{ص}}{ه^{س} + ١}\,د س$

$ص = \ln_{ه}(ه^{س} + ١) + ج$ ⇐ $٠ = \ln_{ه} ٢ + ج$ ⇐ $ج = -\ln_{ه} ٢$

$ص = \ln_{ه}(ه^{س} + ١) - \ln_{ه} ٢ = \ln_{ه}\left(\frac{ه^{س} + ١}{٢} \right)$ ✓

١٠) مساحة ١ = $٢ \times ٥ = ١٠$ ، مساحة ٢ = $\frac{١}{٢} \times ٤ \times ٥ = ١٠$

$م_{٣} = \frac{١}{٢}(٨ - ٦) \times ٢ = ٢$

المساحة = $١٠ + ١٠ + ٢ = ٢٢$ (ج)

تابع إجابة السؤال الأول

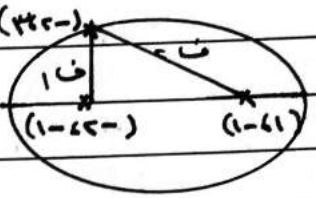
١١) $س = \frac{١}{\text{جتان}} + \frac{١}{\text{جان}} = \frac{\text{جان} + \text{جتان}}{\text{جان جتان}} = \frac{\text{جان} + \text{جتان}}{\frac{١}{٢}\text{جا٢ن}}$ (نريهم)

$(\frac{١}{٤}س)^{٢} = (\frac{\text{جان} + \text{جتان}}{\text{جاءن}})^{٢} \Leftarrow \frac{١}{٤}ص^{٢} = \frac{١ + \text{جا٢ن}}{\text{جا}^{٢}\text{٢ن}}$

$\frac{١}{٤}ع = \text{متا}^{٢}\text{ن} + \text{متا}^{٢}\text{ن} \Leftarrow \frac{١}{٤}ع = ص^{٢} + ص$

$\frac{١}{٤}ع - ص^{٢} - ص = ٠$ دائرة ✓

١٢)

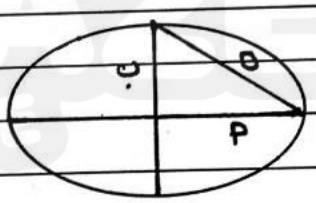


$ف_{١}ف_{٢} = ٢ج \leftarrow ٢ج = ٣ \leftarrow ج = \frac{٣}{٢}$

$ج^{٢} = ٩ + ٤ \leftarrow ٢ج = \sqrt{١٦ + ٩} \leftarrow ٢ج = ٥$

$\frac{\text{ب}}{\text{ا}} = \frac{\frac{٣}{٢}}{\frac{٩}{٤}} = \frac{\text{ب}}{٩} \Leftarrow ا = \frac{٩}{٢}$ ✓

١٣)



$٢٥ = ا^{٢} + ب^{٢}$

$ج^{٢} = ا^{٢} - ب^{٢}$ +

$٢٥ + ج^{٢} = ٢ا^{٢}$

$٢٥ + ج^{٢} = ٢ا^{٢} \leftarrow ا^{٢} = \frac{٢٥ + ج^{٢}}{٢}$

لكن $\frac{ج}{ا} = \frac{\sqrt{٧}}{٤} \Leftarrow ج = ا\frac{\sqrt{٧}}{٤}$

$ا^{٢} = \frac{٢٥ + ج^{٢}}{٢} \leftarrow ا^{٢} = \frac{٢٥ + \frac{٧}{١٦}ا^{٢}}{٢} \leftarrow ا^{٢} = ١٦ \Leftarrow ا = ٤ \Leftarrow ج = \sqrt{٧}$

البعد البؤرة $= ا + ج = ٤ + \sqrt{٧}$ ✓

١٤) $ا = ٥ ، ب = ٣ \leftarrow$ مساحة الناقص $= \pi ا ب = ١٥\pi$ ، $ج^{٢} = ١٦ \Leftarrow ج = ٤$

المساحة المظللة $=$ مساحة الناقص $-$ مساحة المثلث $= \frac{١٥}{٢}\pi - \frac{١}{٢}(٢ج)(ب)$

$= \frac{١٥}{٢}\pi - ٤ \times ٣ = ١٢ - \frac{١٥}{٢}\pi$ ✓

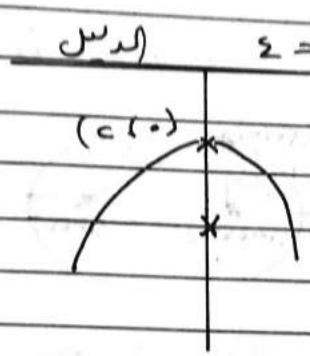
إجابة السؤال الثاني

١٥) ب، (٠، ٥) ب٢ (٨، ٥) ← م (٠، ٥) ← **جـ = ٣**

٢م = ٤ ← م = ٢ ← هـ = $\frac{٣}{٢}$ (ج)

١٦) (م + ٢) (م − ٣) > ٠

(ب) (٣، ٢) ⇐ ← + ، − ، + ← (−∞، −٢)



١٧) جـ = ٢

س^{٢} = −٤ جـ (ص − ٢)

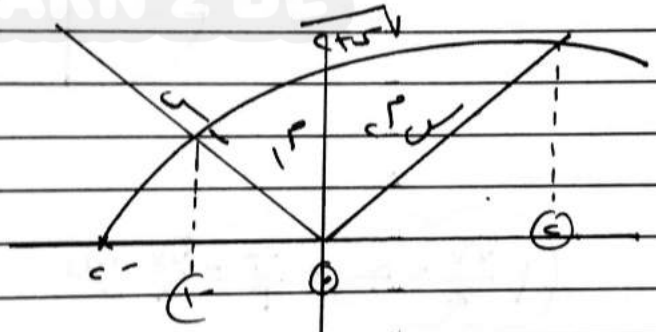
س^{٢} = −٨ (ص − ٢) (ج)

١٨) من تعريف العلاقات التكرارية

(ب) ١٤ = ١ + ٤ + ٦ + ٤ + ١

السؤال الثاني

أ)



ص = س نوجد ← س + ٢ = س^{٢} ← س^{٢} − س − ٢ = ٠

(س − ٢) (س + ١) = ٠ ← س = ٢ ، −١

$$م = \int_{-١}^{٢} (س+٢) - س^{٢} \, د س + \int_{٢}^{٣} (س+٢) - س^{٢} \, د س$$

$$= \frac{١}{٢} \left[\frac{(س+٢)^{٢}}{٢} \right]_{-١}^{٢} + \left[\frac{س^{٣}}{٣} \right]_{-١}^{٢} + \frac{١}{٢} \left[\frac{(س+٢)^{٢}}{٢} \right]_{٢}^{٣} - \left[\frac{س^{٣}}{٣} \right]_{٢}^{٣}$$

$$= \frac{١}{٢} \left(\frac{٩}{٢} - ٠ \right) + \left(\frac{٨}{٣} - \frac{١}{٣} \right) + \frac{١}{٢} \left(٢٥ - \frac{٣٢}{٣} \right) - \frac{٢٧}{٣}$$

تابع إجابة السؤال الثاني

$= -\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + \frac{16}{3} - 2 = \frac{5}{2} + \frac{14}{3} = \frac{-15+28}{6} = \frac{13}{6}$

ب) $\frac{dص}{dس} = س^2 - 2س + 3 \leftarrow \frac{dص}{dس} = \frac{dص}{(س-1)^2 - 2}$

$\int (س-1)^{-\frac{1}{2}} ص^{\frac{1}{2}} \frac{dص}{(ص-1)^2} = \frac{1}{2} \int (س^2 - 2س + 1) ص^{\frac{1}{2}} dص$

$\frac{1}{2} \int (ص-2) ص^{\frac{1}{2}} dص = \frac{1}{2} (\frac{2}{5} ص^{\frac{5}{2}} - 2 \times \frac{2}{3} ص^{\frac{3}{2}}) + جـ$ نرجع ص

ج)

$\frac{س^2}{س^8 - 1}$ | $س^8 - 1$

$- \frac{س^8 + س^2}{س^2}$

$\int -س^2 + \frac{س^2}{س^6 - 1} dس = \int -س^2 + \frac{س^2}{(س^3)^2 - 1} dس$

$ص = -س^3 \leftarrow dس = \frac{dص}{-3س^2}$

$\int -س^2 dس + \int \frac{-س^2}{ص^2 - 1} \frac{dص}{-3س^2}$

$\frac{1}{(ص-1)(ص+1)} = \frac{أ}{ص-1} + \frac{ب}{ص+1} = \frac{أ(ص+1) + ب(ص-1)}{(ص-1)(ص+1)}$

$1 = أ(ص+1) + ب(ص-1)$ ①

$ص = 1 \leftarrow 1 = 2أ \leftarrow أ = \frac{1}{2}$ و $ص = -1 \leftarrow 1 = -2ب$

$ب = \frac{-1}{2}$

الجواب $\frac{-س^3}{3} + \frac{1}{2} لو_هـ |ص-1| - \frac{1}{2} لو_هـ |ص+1| + جـ$ نرجع ص.

إجابة السؤال الثالث

٣) $\int \frac{1}{3}$ جا$_{هـ}$ س لو$_{هـ}$ جتا س د س

ص = جتا س ← د ص = $\frac{\text{د ص}}{-\text{جا س}}$

$\int \frac{1}{3} \times$ جا س جتا س لو$_{هـ}$ ص $\frac{\text{د ص}}{-\text{جا س}}$

$= -\frac{1}{3} \int$ ص لو$_{هـ}$ ص د ص ← أجزاء

ع = لو$_{هـ}$ ص ← د ع = $\frac{1}{\text{ص}}$ د ص

د ه = ص ← ه = $\frac{\text{ص}^2}{2}$

$= -\frac{1}{3} \left(\frac{\text{ص}^2}{2} \text{ لو}_{هـ} \text{ ص} - \frac{1}{4} \text{ ص}^2 \right) + \text{جـ}$ ← رجع ص

السؤال الثالث

م) $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = هـ^{\text{س}-\text{ص}} \times هـ^{\text{س}} + هـ^{\text{ص}} + 1$

$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = هـ^{-\text{ص}} (هـ^{\text{س}} + 1) + (هـ^{\text{س}} + 1)$

$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = (هـ^{\text{س}} + 1)(هـ^{-\text{ص}} + 1)$

$\int \frac{\text{د ص}}{هـ^{-\text{ص}} + 1} = \int هـ^{\text{س}} + 1 \text{ د س}$

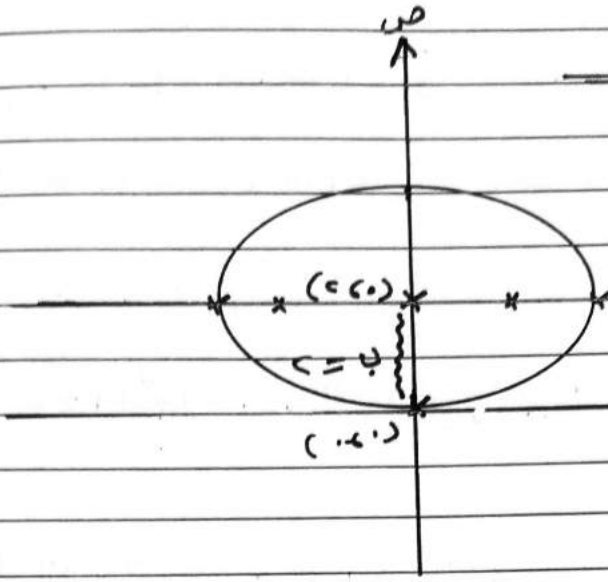
$\int \frac{1}{هـ^{-\text{ص}}(1 + هـ^{\text{ص}})} \text{ د ص} = هـ^{\text{س}} + \text{س} + \text{جـ}$

لو$_{هـ}$ |1 + $هـ^{\text{ص}}$| = $هـ^{\text{س}}$ + س + جـ

إجابة السؤال الرابع

الرابع

أ)



$\frac{جـ}{م} = \frac{1}{2}$ ← $جـ = \frac{1}{2} م$

$جـ^2 = م^2 - ب^2$ ← $\frac{1}{4} م^2 = م^2 - 4$

$4 = \frac{3}{4} م^2$ ← $م^2 = \frac{16}{3}$ ← $م = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$\frac{س^2}{\frac{16}{3}} + \frac{(ص - 2)^2}{4} = 1$

ب) م(٠، ٤) ، الرأس (٠، ٦ - جـ)

لكن من التعريف ن ل = ل و = ٥

م ر = ر و = جـ (ر الرأس)

$16 = 2جـ + 10 + هـ$ ← $هـ = 6 - 2جـ$ ---١)

معادلة قطع مكافئ $(ص - هـ)^2 = -4جـ(س + جـ)$

القطع يمر (-٥، ٠) ← $هـ^2 = -4جـ(-٥ + جـ)$ ---٢)

$(6 - 2جـ)^2 = 20 + جـ - 4جـ^2$

تابع إجابة السؤال الرابع

$٣٦ - ٤ج^{٣} + ٤ج^{٢} = ٠ج - ٤ج^{٣}$

$٨ج^{٣} - ٤٤ج + ٣٦ = ٠$ ÷ (٤)

$٢ج^{٣} - ١١ج + ٩ = ٠$

$(ج - ٩)(ج - ١) = ٠$

$ج = \frac{٩}{٢}$ ← $ه = -٣$ مرفوض ✗

$ج = ١$ ← $ه = ٤$ ✓

المعادلة $(ص - ٤)^{٢} = -٤(س + ١)$