سامر النعيمي
البيان بخير
٠٧٧١٨٨٠٩٠

سؤال: أحضه التمارين

① $\frac{1-\sin x}{(\pi-2x)^2}$

$\frac{1-\sin x}{(\pi-2x)^2} \times \frac{1+\sin x}{2}$

$\frac{1}{2}\frac{1-\sin^2 x}{(\pi-2x)^2} = \frac{\cos^2 x}{(\pi-2x)^2}$

$\frac{1}{2}\left(\frac{\cos x}{\pi-2x}\right)^2$

$\frac{1}{2}\left(\frac{\cos(\frac{\pi}{2}+u)}{\pi-2u-\pi}\right)^2$

$\frac{1}{2}\left(\frac{\cos u \cos\frac{\pi}{2} - \sin u \sin\frac{\pi}{2}}{-2u}\right)^2$

$\frac{1}{2}\left(\frac{-\sin u}{-2u}\right)^2 = \frac{1}{2}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

② $\frac{\frac{1}{2}-\cos(\frac{\pi}{3}+x)}{x}$

$x \to 0$

$\frac{\frac{1}{2}-\cos\frac{\pi}{3}\cos x + \sin\frac{\pi}{3}\sin x}{x}$

$\frac{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x}{x}$

$\frac{\frac{1}{2}(1-\cos x) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x}{x}$

$\frac{\frac{1}{2}(1-\cos x)}{x} + \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x}{x}$

$\frac{1}{2}\cdot\frac{1-\cos x}{x} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sin x}{x}$

$\frac{1}{2}\cdot 0 + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sin x - \tan x}{x^3}$

$\frac{\sin x - \frac{\sin x}{\cos x}}{x^3}$

$\frac{\sin x\cos x - \sin x}{x^3\cos x}$

$\frac{\sin x(\cos x - 1)}{x^3\cos x}$

$\frac{\sin x}{x}\cdot\frac{\cos x - 1}{x^2}\cdot\frac{1}{\cos x}$

$1\cdot\frac{-2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2}\cdot 1$

$-2\cdot\frac{\sin^2\frac{x}{2}}{4\cdot\frac{x^2}{4}}$

$-\frac{1}{2}$

④ $\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{6}}{x - \frac{\pi}{6}}$

$x \to \frac{\pi}{6}$

$\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{6}}{x - \frac{\pi}{6}}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{6}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{6}}{2}}{x-\frac{\pi}{6}}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{6}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{6}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{6}}{2}}$

$\cos\frac{x+\frac{\pi}{6}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{6}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{6}}{2}}$

$\cos\frac{\frac{\pi}{3}}{2}\cdot 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{3}}{x - \frac{\pi}{3}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}$

$\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}$

$\cos\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1 = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

⑥ $\frac{\cos x - \cos\frac{\pi}{3}}{x - \frac{\pi}{3}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}$

$-\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}$

$-\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1 = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑦ $\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{3}}{x^2 - \frac{\pi^2}{9}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x+\frac{\pi}{3})}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x+\frac{\pi}{3})}$

$\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x+\frac{\pi}{3}}$

$\cos\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2\pi} = \frac{3}{4\pi}$

⑧ $\frac{\cos x - \cos\frac{\pi}{3}}{x^2 - \frac{\pi^2}{9}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x+\frac{\pi}{3})}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x+\frac{\pi}{3})}$

$-\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x+\frac{\pi}{3}}$

$-\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{2\pi}{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3}{2\pi} = -\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$

⑨ $\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{3}}{x^3 - \frac{\pi^3}{27}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^2+\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi^2}{9})}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^2+\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi^2}{9})}$

$\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^2+\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi^2}{9}}$

$\cos\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^2}{3}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{\pi^2} = \frac{3}{2\pi^2}$

⑩ $\frac{\cos x - \cos\frac{\pi}{3}}{x^3 - \frac{\pi^3}{27}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^2+\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi^2}{9})}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^2+\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi^2}{9})}$

$-\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^2+\frac{\pi}{3}x+\frac{\pi^2}{9}}$

$-\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^2}{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3}{\pi^2} = -\frac{3\sqrt{3}}{2\pi^2}$

⑪ $\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{3}}{x^4 - \frac{\pi^4}{81}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^3+\frac{\pi}{3}x^2+\frac{\pi^2}{9}x+\frac{\pi^3}{27})}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^3+\frac{\pi}{3}x^2+\frac{\pi^2}{9}x+\frac{\pi^3}{27})}$

$\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^3+\frac{\pi}{3}x^2+\frac{\pi^2}{9}x+\frac{\pi^3}{27}}$

$\cos\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^3}{9}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{9}{\pi^3} = \frac{9}{2\pi^3}$

⑫ $\frac{\cos x - \cos\frac{\pi}{3}}{x^4 - \frac{\pi^4}{81}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^3+\frac{\pi}{3}x^2+\frac{\pi^2}{9}x+\frac{\pi^3}{27})}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^3+\frac{\pi}{3}x^2+\frac{\pi^2}{9}x+\frac{\pi^3}{27})}$

$-\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^3+\frac{\pi}{3}x^2+\frac{\pi^2}{9}x+\frac{\pi^3}{27}}$

$-\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^3}{9}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{9}{\pi^3} = -\frac{9\sqrt{3}}{2\pi^3}$

⑬ $\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{3}}{x^5 - \frac{\pi^5}{243}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^4+\frac{\pi}{3}x^3+\frac{\pi^2}{9}x^2+\frac{\pi^3}{27}x+\frac{\pi^4}{81})}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^4+\frac{\pi}{3}x^3+\frac{\pi^2}{9}x^2+\frac{\pi^3}{27}x+\frac{\pi^4}{81})}$

$\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^4+\frac{\pi}{3}x^3+\frac{\pi^2}{9}x^2+\frac{\pi^3}{27}x+\frac{\pi^4}{81}}$

$\cos\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^4}{27}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{27}{\pi^4} = \frac{27}{2\pi^4}$

⑭ $\frac{\cos x - \cos\frac{\pi}{3}}{x^5 - \frac{\pi^5}{243}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^4+\frac{\pi}{3}x^3+\frac{\pi^2}{9}x^2+\frac{\pi^3}{27}x+\frac{\pi^4}{81})}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^4+\frac{\pi}{3}x^3+\frac{\pi^2}{9}x^2+\frac{\pi^3}{27}x+\frac{\pi^4}{81})}$

$-\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^4+\frac{\pi}{3}x^3+\frac{\pi^2}{9}x^2+\frac{\pi^3}{27}x+\frac{\pi^4}{81}}$

$-\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^4}{27}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{27}{\pi^4} = -\frac{27\sqrt{3}}{2\pi^4}$

⑮ $\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{3}}{x^6 - \frac{\pi^6}{729}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^5+\frac{\pi}{3}x^4+\frac{\pi^2}{9}x^3+\frac{\pi^3}{27}x^2+\frac{\pi^4}{81}x+\frac{\pi^5}{243})}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^5+\frac{\pi}{3}x^4+\frac{\pi^2}{9}x^3+\frac{\pi^3}{27}x^2+\frac{\pi^4}{81}x+\frac{\pi^5}{243})}$

$\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^5+\frac{\pi}{3}x^4+\frac{\pi^2}{9}x^3+\frac{\pi^3}{27}x^2+\frac{\pi^4}{81}x+\frac{\pi^5}{243}}$

$\cos\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^5}{81}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{81}{\pi^5} = \frac{81}{2\pi^5}$

⑯ $\frac{\cos x - \cos\frac{\pi}{3}}{x^6 - \frac{\pi^6}{729}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^5+\frac{\pi}{3}x^4+\frac{\pi^2}{9}x^3+\frac{\pi^3}{27}x^2+\frac{\pi^4}{81}x+\frac{\pi^5}{243})}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^5+\frac{\pi}{3}x^4+\frac{\pi^2}{9}x^3+\frac{\pi^3}{27}x^2+\frac{\pi^4}{81}x+\frac{\pi^5}{243})}$

$-\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^5+\frac{\pi}{3}x^4+\frac{\pi^2}{9}x^3+\frac{\pi^3}{27}x^2+\frac{\pi^4}{81}x+\frac{\pi^5}{243}}$

$-\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^5}{81}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{81}{\pi^5} = -\frac{81\sqrt{3}}{2\pi^5}$

⑰ $\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{3}}{x^7 - \frac{\pi^7}{2187}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^6+\frac{\pi}{3}x^5+\frac{\pi^2}{9}x^4+\frac{\pi^3}{27}x^3+\frac{\pi^4}{81}x^2+\frac{\pi^5}{243}x+\frac{\pi^6}{729})}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^6+\frac{\pi}{3}x^5+\frac{\pi^2}{9}x^4+\frac{\pi^3}{27}x^3+\frac{\pi^4}{81}x^2+\frac{\pi^5}{243}x+\frac{\pi^6}{729})}$

$\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^6+\frac{\pi}{3}x^5+\frac{\pi^2}{9}x^4+\frac{\pi^3}{27}x^3+\frac{\pi^4}{81}x^2+\frac{\pi^5}{243}x+\frac{\pi^6}{729}}$

$\cos\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^6}{243}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{243}{\pi^6} = \frac{243}{2\pi^6}$

⑱ $\frac{\cos x - \cos\frac{\pi}{3}}{x^7 - \frac{\pi^7}{2187}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^6+\frac{\pi}{3}x^5+\frac{\pi^2}{9}x^4+\frac{\pi^3}{27}x^3+\frac{\pi^4}{81}x^2+\frac{\pi^5}{243}x+\frac{\pi^6}{729})}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^6+\frac{\pi}{3}x^5+\frac{\pi^2}{9}x^4+\frac{\pi^3}{27}x^3+\frac{\pi^4}{81}x^2+\frac{\pi^5}{243}x+\frac{\pi^6}{729})}$

$-\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^6+\frac{\pi}{3}x^5+\frac{\pi^2}{9}x^4+\frac{\pi^3}{27}x^3+\frac{\pi^4}{81}x^2+\frac{\pi^5}{243}x+\frac{\pi^6}{729}}$

$-\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^6}{243}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{243}{\pi^6} = -\frac{243\sqrt{3}}{2\pi^6}$

⑲ $\frac{\sin x - \sin\frac{\pi}{3}}{x^8 - \frac{\pi^8}{6561}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^7+\frac{\pi}{3}x^6+\frac{\pi^2}{9}x^5+\frac{\pi^3}{27}x^4+\frac{\pi^4}{81}x^3+\frac{\pi^5}{243}x^2+\frac{\pi^6}{729}x+\frac{\pi^7}{2187})}$

$\frac{2\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^7+\frac{\pi}{3}x^6+\frac{\pi^2}{9}x^5+\frac{\pi^3}{27}x^4+\frac{\pi^4}{81}x^3+\frac{\pi^5}{243}x^2+\frac{\pi^6}{729}x+\frac{\pi^7}{2187})}$

$\cos\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^7+\frac{\pi}{3}x^6+\frac{\pi^2}{9}x^5+\frac{\pi^3}{27}x^4+\frac{\pi^4}{81}x^3+\frac{\pi^5}{243}x^2+\frac{\pi^6}{729}x+\frac{\pi^7}{2187}}$

$\cos\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^7}{729}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{729}{\pi^7} = \frac{729}{2\pi^7}$

⑳ $\frac{\cos x - \cos\frac{\pi}{3}}{x^8 - \frac{\pi^8}{6561}}$

$x \to \frac{\pi}{3}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{(x-\frac{\pi}{3})(x^7+\frac{\pi}{3}x^6+\frac{\pi^2}{9}x^5+\frac{\pi^3}{27}x^4+\frac{\pi^4}{81}x^3+\frac{\pi^5}{243}x^2+\frac{\pi^6}{729}x+\frac{\pi^7}{2187})}$

$\frac{-2\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{2\cdot\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}(x^7+\frac{\pi}{3}x^6+\frac{\pi^2}{9}x^5+\frac{\pi^3}{27}x^4+\frac{\pi^4}{81}x^3+\frac{\pi^5}{243}x^2+\frac{\pi^6}{729}x+\frac{\pi^7}{2187})}$

$-\sin\frac{x+\frac{\pi}{3}}{2}\cdot\frac{\sin\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}{\frac{x-\frac{\pi}{3}}{2}}\cdot\frac{1}{x^7+\frac{\pi}{3}x^6+\frac{\pi^2}{9}x^5+\frac{\pi^3}{27}x^4+\frac{\pi^4}{81}x^3+\frac{\pi^5}{243}x^2+\frac{\pi^6}{729}x+\frac{\pi^7}{2187}}$

$-\sin\frac{\frac{2\pi}{3}}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{\frac{\pi^7}{729}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{729}{\pi^7} = -\frac{729\sqrt{3}}{2\pi^7}$

$g(x)$ متصل على $[0,4]$ وقابل للاشتقاق على $(0,4)$

$g(0)=g(4)=0$

$g'(x)=0$ لها جذر على الأقل في $(0,4)$

$g'(x)=f(x)\cdot\varphi(x)$

$\varphi(x)\neq 0$ على $(0,4)$

$f(x)=0$ لها جذر على الأقل في $(0,4)$

$f(0)=f(1)=f(2)=0$

f متصل على $[0,2]$ وقابل للاشتقاق على $(0,2)$

$f(0)=f(1)=0$

f متصل على $[0,1]$ وقابل للاشتقاق على $(0,1)$

$f'(x)=0$ لها جذر على الأقل في $(0,1)$

$f'(x)=3x^2+2x-2$

$3x^2+2x-2=0$

$x=\frac{-2\pm\sqrt{4+24}}{6}=\frac{-2\pm\sqrt{28}}{6}=\frac{-1\pm\sqrt{7}}{3}$

$\frac{-1-\sqrt{7}}{3}\notin(0,1)$

$\frac{-1+\sqrt{7}}{3}\in(0,1)$

$f'(x)=0$ لها جذر واحد على $(0,1)$

$f'(x)$ لها جذران على $(0,2)$

$g'(x)$ لها ٣ جذور على $(0,4)$

$g'(x)$ لها ٣ أصفار على $[0,4]$

$g'(x)=0$ لها ٣ حلول على $[0,4]$

$g'(x)=0$ لها ٣ حلول على $\mathbb{R}

* الدرس الثالث :-

[1] $h(x) = \begin{cases} |2x-1| & , x \leq 1 \\ [\frac{1}{2}x+2] & , 1 < x < 3 \end{cases}$

ابحث اتصال $h(x)$ على $[-1,3]$

الحل :- $|2x-1|$

$2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

$[\frac{1}{2}x+2]$ الارتجاز صفر

الدرجة = 2

$$h(x) = \begin{cases} 1-2x & , -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2x-1 & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ 2 & , 1 < x < 2 \\ 3 & , 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

القواعد :- جميع القواعد متصلة لانها كثيرات حدود

متصل $\left\{\begin{array}{l} x=0 \\ x=+ \\ x=- \end{array}\right.$ التحول $x=\frac{1}{2}$

غير متصل $x=1 \left\{\begin{array}{l} x=1 \\ x=+ \\ x=- \end{array}\right.$

$x=2$ غير متصل $\left\{\begin{array}{l} x=3 \\ x=+ \\ x=- \end{array}\right.$

الاطراف

بداية $x=-1$ متصل ، $x=3$ متصل

$h(x)$ متصل على $[-1,3]$ ماعدا $x=1,2$

H.W

$$h(x) = \begin{cases} -x+1 & , -2 \leq x < 0 \\ \frac{3x+6}{x+11} & , 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$h(x) = 5 - 3x - x^2$

ادرس اتصال $h(x)$ على $[-2,1]$

السؤال الأول :-

[أ] ع = ١ + جا ص ، ع = ١ + جتا س

أوجد $\frac{د ص}{د س}$ | $س = \frac{\pi}{3}$

الحل :- ع = ١ + جا ص ، ع = ١ + جتا س

$\Leftarrow$ ١ + جا ص = ١ + جتا س

جتا ص = جا س

عندما $س = \frac{\pi}{3}$ ↓ $ص = \frac{\pi}{6}$

$ص = \pm$ جا س / جتا ص

$ص = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \div \frac{1}{2} = \pm \sqrt{3}$

$ص = \frac{\pi}{6}$

[ب] إذا كان س = جا ٢ن ، ص = جتا ٢ن

أوجد $\frac{د^٢ ص}{د س^٢}$ | $ن = \frac{\pi}{2}$

الحل :- ص = جتا ٢ن

$\Leftarrow$ $ص' = -٢$ جا ٢ن

$ص'' = -٤$ جتا ٢ن

$س = جا ٢ن$ ، $س^٢ = جا^٢ ٢ن$

$س^٢ = ١ - جتا^٢ ٢ن$

$جتا^٢ ٢ن = ١ - س^٢$

$جتا ٢ن = \sqrt{١ - س^٢}$

$ص'' = -٤ (\sqrt{١ - س^٢})$

عندما $ن = \frac{\pi}{2}$ ↓ $س = ١$

$ص'' = -٤ \sqrt{١ - ١} = ٠$

[ج] أوجد النقاط على المنحنى $٢س + ٢ص = ٣$ التي تحقق $ص' = -٢$

الحل :-

$\frac{١}{٢س} + \frac{ص'}{٢ص} = ٠ \Leftarrow \frac{١}{٢س} = \frac{-٢}{٢ص}$

$\Leftarrow ص = ٢س$ ... (١)

نعوض في معادلة السؤال :-

$\Leftarrow ٢س + ٢(٢س) = ٣ \Leftarrow ١٠س = ٣$

$\Leftarrow س = ١$

نعوض في (١)

$ص = ٢ \Leftarrow ص = ٤$

النقطة (١ ، ٤)

[د] إذا كان ص = جا^ن (هـ(س)) أثبت أن

$ص' = ن$ جا$^{ن-١}$ (س) جا هـ (س) جتا هـ (س)

الحل :- نفرض أن ع = جا هـ(س) ، ل = هـ(س)

$\Leftarrow ص = ع^ن$ ، ع = جا ل ← ل = هـ(س)

ص ← ع ← ل ← س

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د ل} \times \frac{د ل}{د س}$

$= (ن ع^{ن-١})$ (جتا ل) (هـ′(س))

$= ن$ جا$^{ن-١}$ هـ(س) جتا هـ(س) هـ′(س)

هـ(س) = ظا س. أثبت أنه متوسط تغير

سيارة ظا س ظا هـ

هـ(1 − ظا س ظا هـ)

متوسط = $\frac{\text{ق}(س+هـ) - \text{ق}(س)}{هـ}$

بطريقة ←

$= \frac{\text{ظا}(س+هـ) - \text{ظا س}}{هـ}$

$= \frac{\text{ظا س} + \text{ظا هـ}}{1 - \text{ظا س ظا هـ}} - \text{ظا س}$ / هـ

$= \frac{\text{ظا س} + \text{ظا هـ} - \text{ظا س} + \text{ظا}^2 س \text{ ظا هـ}}{هـ(1 - \text{ظا س ظا هـ})}$

$= \frac{\text{ظا هـ}(1 + \text{ظا}^2 س)}{هـ(1 - \text{ظا س ظا هـ})} = \frac{\text{ظا هـ قا}^2 س}{هـ(1 - \text{ظا س ظا هـ})}$

ق(س) = ظا س ، |س| < 1 أثبت

ق(ص) = س ، ص ∈ $[0, \frac{\pi}{2}[$

ق(ص) = $\frac{1}{\sqrt{1 - س^2}}$

بمن السؤال

الكل ← ق ق(ص) = 1

ق(ص) = $\frac{1}{\text{جا ص}}$

جا ص = س

جا²ص = س²

1 − جا²ص = س²

جتا²ص = 1 − س²

ق(ص) = $\frac{1}{\sqrt{1 - س^2}}$

ق(س) = $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$ ، س ∈ $[0, \frac{\pi}{2}[$ أثبت أن ق متزايد

ق(جا س) = قتا س ، $[0, \frac{\pi}{2}[$

اجعل ق($\frac{1}{2}$)

الكل ق(جا س)(2 جتا س) = 2 قتا س ظا س

جا 2س = $\frac{1}{2}$ ⇐ 2س = $\frac{\pi}{6}$ ⇐ س = $\frac{\pi}{12}$

ق($\frac{1}{2}$) × 2 × جتا $\frac{\pi}{6}$ = −2 × قتا $\frac{\pi}{6}$ ظا $\frac{\pi}{6}$

ق($\frac{1}{2}$) × 2 × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = −2 × 2 × $\sqrt{3}$

ق($\frac{1}{2}$) = −4

ق(س) = 3س؟

$ق^{(4)}(س) = 0$ اجعل ثابت ق.

بما أن ق(س) = 3 س

$ق^{(1)}(س) = 3 \cdot 0 \cdot س^{0-1}$

$ق^{(2)}(س) = 3 \cdot 0 \cdot (0-1) س^{0-2}$

$ق^{(3)}(س) = 3 \cdot 0 \cdot (0-1)(0-2) س^{0-3}$

$ق^{(4)}(س) = 3 \cdot 0 \cdot (0-1)(0-2)(0-3) س^{0-4}$

$0 = 3 \cdot 0 \cdot (0-1)(0-2)(0-3) س^{0-4}$

⇐ 0 − 4 = −3 ⇐ 0 = 7

⇐ 3 · 0 · (0 − 1)(0 − 2)(0 − 3) = ق

ق = 3 × 7 × 6 × 5 × 4

ق = 2520

مراجعة الرياضيات

نحن نطمح النجاح ولا نولد به

ماهر النمري

* السؤال الثاني :-

[أ] $ق(س) = \begin{cases} أ س^3 + ب س + 1 & ، س < 1 \\ س^2 - (أ+ب) س + 2 & ، س \geq 1 \end{cases}$

أوجد أ ، ب التي تجعل ق(س) قابلة للاشتقاق عند س = 1

$ق(س) = \begin{cases} 3أ س^2 + ب & ، س < 1 \\ 2س - أ - ب & ، س > 1 \end{cases}$

$\# \; ق'_+(1) = ق'_-(1)$

$2 - أ - ب = 3أ + ب$

$2 = 4أ + 2ب \Leftarrow$ ② $\boxed{2أ + ب = 1}$

$\# \; ق(1) = \lim_{س \to 1} \frac{أ س^3 + ب س + 1}{س - 1}$

$1 - أ + ب + 1 = أ + ب + 1$

$2 = 2أ + 2ب$

② — ③ $\boxed{أ + ب = 1}$

بالطرح

$\boxed{أ = صفر}$ ، $\boxed{ب = 1}$

[ب] $هـ(س) = \begin{cases} \frac{|-س^3 + 3س^2 + 4|}{س - 4} & ، س \neq 4 \\ \sqrt{س + 1} & ، س = 4 \end{cases}$

أوجد هـ(س) على $[0 ، 2]$

$-س^3 + 3س^2 + 4 = 0 \Leftarrow س^3 - 3س^2 - 4 = 0$

$(س - 4)(س + 1)^2 = 0$

$\begin{array}{ccccc} & - & 0 & + & \\ \hline & -1 & & 4 & \end{array}$

$هـ(س) = \begin{cases} س + 1 & ، 0 \leq س < 1 \\ \sqrt{3س + 1} & ، 1 \leq س \leq 2 \end{cases}$

متصل عند س = 1

$\because هـ'_+(1) \neq هـ'_-(1)$

$ق(س) = \begin{cases} 2 & ، 0 \leq س < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{3س + 1}} & ، 1 < س < 2 \\ \text{غير معرف} & ، س = 2 \end{cases}$

هـ إذا كان هـ(٣) = ٢ ، هـ'(٣) = ٥ ،
أوجد نهـا (هـ(س^٢ + ٢س) − هـ(٣)) / (س − ١)
س→١

الحل:-
الدالة خاصة (هـ(س^٢ + ٢س))
عندما س = ١

= هـ'(س^٢ + ٢س)(٢س + ٢) | س = ١
= هـ'(٣) × ٤ = ٥ × ٤ = ٢٠

و إذا كان ٢س^٢ − س ص − ص^٢ − ١ = ٠
أوجد ص' | (٢، ٣)

٦س − {ص + س ص' − ٢ص ص'} = ٠

٤ − ٣ص' + ١٢ − ٧ص' = ٠
−١٣ص' = −١٦
ص' = ١٦/١٣

ز إذا كان س = ص + ص^٢ أثبت أن ص'' = ٢ص / س^٣

س = ص + ص^٢
س − ١ = ص + ص^٢ − ١
س − ١ = ص(١ + ص)
ص = س − ١ / ١ + ص

ص = س − ١ / ص
ص' = س − ١ − س / (ص − ١)^٢
ص' = −١ / (ص − ١)^٢
ص'' = ٢(ص − ١) / (ص − ١)^٤
ص'' = ٢ / (ص − ١)^٣
ص'' = ٢ / س^٣
ص'' = ٢ص^٣ / س^٣

ورقه عمل

نحن نصنع النجاح ولا نولد به

سامر النحوي

ايمن بدران

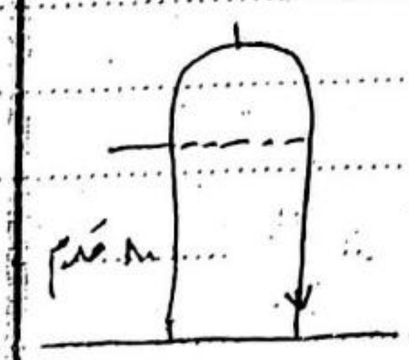
٠٧٨٨١٨٨٠٩٠

س١:- من نقطة على ارتفاع ٨٠ قدم من سطح الارض قذف جسم رأسياً الى اعلى وكان اقتران المسافة ف(ن) = ٦٤ن - ١٦ن^٢ حيث ما يلي :-

أ) - اقصى ارتفاع يصل اليه الجسم

* نعلم ان اقتران المسافه هي

ف(ن) = ٦٤ن - ١٦ن^٢ + ٨٠



ع = ٦٤ - ٣٢ن

٦٤ - ٣٢ن = ٠

ن = ٢

ب) - الزمن الذي يبدأ يعود الى نقطة القذف

ملاحظه هنا تكون ف(ن) = ٦٤ن - ١٦ن^٢ بعد تعديل لانه عاد الى نقطة الاسناد

حيث ف(ن) = ٦٤ن - ١٦ن^٢ = ١٦ن(٤ - ن) = ٠

ن = ٠ ، ن = ٤

الزمن ن = ٤

ج) - الزمن الذي يبدأ يعود الى سطح الارض

ملاحظه - هنا ف(ن) تكون بعد تعديل لانه تجاوز نقطة الاسناد

ف(ن) = ٦٤ - ١٦ن^٢ + ٨٠ =

= ن^٢ - ٤ن - ٥ =

= (ن + ١)(ن - ٥)

ن = ٥ ن = -١ مرفوض

د) - متى تصبح سرعته ٤٠ قدم / ث

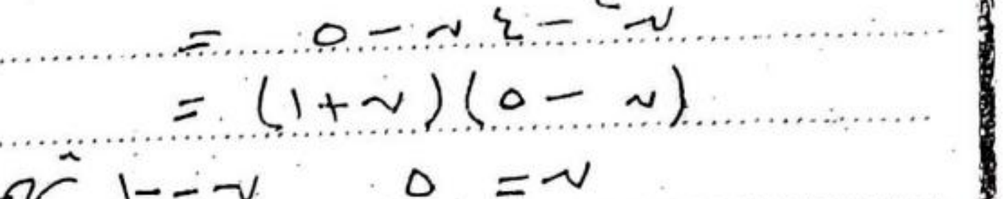
ع = ٦٤ - ٣٢ن = ٤٠

ن = ٢٤/٣٢ = ٣/٤

هـ) - مجموعة قيم (ن) التي تكون السرعه موجبه

ع = ٦٤ - ٣٢ن ، ع = ٦٤ - ٣٢ن

السرعه موجبه في [٠ ، ٢)



س٢:- تتحرك نقطه ماديه حسب العلاقه

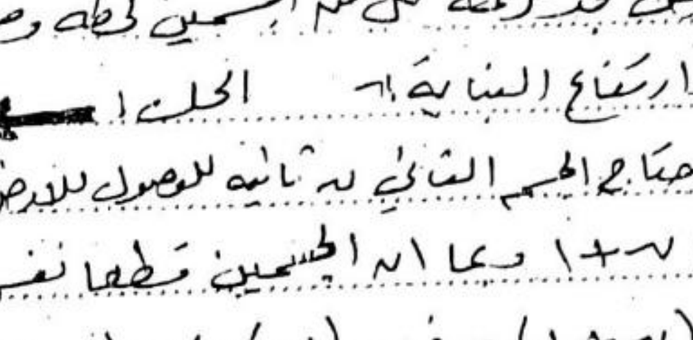
ف(ن) = ن(٢٧ - ن^٢) اثبت ان هذه النقطه تبدأ في الصوره ⑨ توالي . ثم جد المسافه التي قطعتها النقطه حتى ارتد

الحل :-

ف(ن) = ٢٧ن - ن^٣/٤

ع = ٢٧ - ٣/٤ن^٢

عند ن = ٩ فإن ع = ٠



توقف بعد (٩) ثواني ثم بدأ بالعوده

ف(٩) = ٩(٢٧ - ٩)

= ٣ × ١٨ = ٥٤ م

س٣:- سطح بناية سقط جسم حسب العلاقه ف١(ن) = ٥ن^٢ وبعد ثانيه واحده قذف جسم اخر رأسياً لاسفل من نفس المكان حسب العلاقه ف٢(ن) = ١٥ن + ٥ن^٢ فوصل الجسمان معاً الى الارض فجد سرعة كل من الجسمين لحظه وصولهما الارض وجد ارتفاع البناية ؟ الحل :-

اذا اصطدم الجسم الثاني بعد ثانيه للوصول للارض فإن الجسم الاول يكون قطع نفس المسافه

ف١(ن + ١) = ف٢(ن) ← ٥(ن + ١)^٢

= ١٥ن + ٥ن^٢ ← ٥(ن^٢ + ٢ن + ١) = ١٥ن + ٥ن^٢

٥ن^٢ + ١٠ن + ٥ = ١٥ن + ٥ن^٢ ← ٥ن = ٥ ← ن = ١

∴ زمن الجسم الاول ن = ١ + ١ = ٢ ثانيه

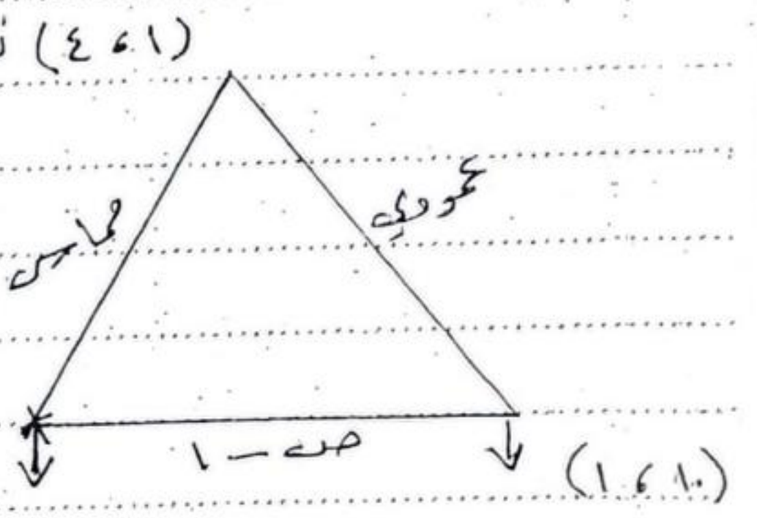
ف١(٢) = ٥(٢)^٢ = ٢٠ ← ف٢(١) = ١٥ × ١ + ٥ × ١ = ٢٠

ارتفاع البناية = ٢٠ + ١٥ = ٣٥ م

ع٢ = ١٥ + ١٠ن ← ع٢(١) = ١٥ + ١٠ × ١ = ٢٥

اكتب معادلة المماس للاقتران :-
ق(س) = س عند تقاطع تمامه مع المنحنى
هـ(س) = س³ - ٣/٣ س + ٣/٢
لنقطة المماس (س١، ص١) = (١، ١)
(١/٢، ١/٤)
هـ'(س) = ١/(٢√س)
عند (١، ١)
م = ١/٢
ص - ١ = ١/٢ (س - ١)
عند (١/٤، ١/٢)
م = ١
ص - ١/٢ = ١ (س - ١/٤)

الحل :- معلومه يمس (م١ = م٢)
نجد م١ = هـ'(س) = ١/(٢√س)
نجد م٢ = هـ'(س) = س² - ٣/٢ س
م١ = م٢
١/(٢√س) = ٢س² - ٣/٢ × ٢
١/√س = ٤س² - ٣
١ = ١٦س³ + ٩ - ٢٤س
١ = ١٦س³ + ٩س - ٢٤س²
١٦س³ - ٢٤س² + ٩س - ١ = ٠
(س - ١)(١٦س² - ٨س + ١) = ٠
٦٤ - ٣٢ + ١ = ٠
(س - ١)(٤س - ١)(٤س - ١) = ٠
س = ١ ، س = ١/٤

اجد مساحة المثلث المكون من المماس المرسوم من (١٠، ٠) والعمودي على المماس للاقتران هـ(س) = س³ - ٣ والمستقيم ص = ١
(٤، ١) نقطة مماس


مساحة المثلث = ١/٢ × القاعدة × الارتفاع
م = ١/٢ × ١٠ × ٣ = ١٥

الحل :-
نجد نقطة التماس (س١، ص١) = (١، ٠)
م١ = (ص٢ - ص١)/(س٢ - س١)
م٢ = هـ'(س) = ٣س²
م١ = م٢
(ص٢ - ص١)/(س٢ - س١) = ٣س² ⇐ ص٢ - ص١ = ٣س٢ - ٣س٢
من السؤال ص = س³ + ٢
١ - س³ - ٣ = -٣س³
٢س³ = ٢ ← س³ = ١ ← س = ١
نقطة التماس (س١، ص١) = (١، ٤)
هـ'(س) = ٣س²
م = ٣
المماس ص - ٤ = ٣(س - ١)
العمودي ص - ٤ = -١/٣ (س - ١)

اكتب معادلة العمودي على المماس لمنحنى
ص = (٠٫٥ س)^٢ للاتجاه
ص = س^٢
خارجه
نقطة التماس (س١، ص١) ، (٠٫٥ ، ٩/٤)

$$\text{م}_{\text{مس}} = \frac{\text{ص} - \frac{9}{4}}{\text{س} - \text{س}_1}$$

م التماس = ص' = ٢س

$$\text{م}_{\text{العمودي}} = \frac{-1}{2\text{س}}$$

$$\frac{\text{ص} - \frac{9}{4}}{\text{س} - \text{س}_1} = \frac{-1}{2\text{س}}$$

٩ س − ٢س ص = ٤ س

← السؤال

٩ س − ٢س^٣ = ٤ س ← م س^٣ + ك = ٠

م س (س^٢ − ٤) = ٠

س = ٠ ، س = ٢ ، −٢

(٠ ، ٠) ، (٢ ، ٤) ، (−٢ ، ٤)

عند (٠ ، ٠) ← م = ٠ ← معادلة العمودي س = ٠

عند (٢ ، ٤) ← م = ٤ ← معادلة العمودي

ص − ٤ = −١/٤ (س − ٢)

عند (−٢ ، ٤) ← م = −٤ ← معادلة العمودي

ص − ٤ = ١/٤ (س + ٢)

* * *

[٠ ، ٢π]

ق(س) = جتا^٢ س − جا^٢ س

ق(س) = جتا ٢س

جد النقط الحرجة للاقتران ق(س) = ٠

عندما جتا ٢س = ٠

٢س = π

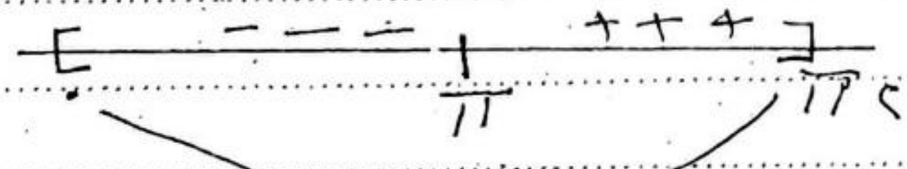
س = π/٢

ق(س) = ع(س)

٢س = ٠ ، ٢π

النقاط الحرجة:

(٠ ، ١) ، (π/٢ ، −١) ، (π ، ١) ، (٣π/٢ ، −١) ، (٢π ، ١)



فترات تزايد [٠ ، π/٢] ، [٣π/٢ ، ٢π]

فترات تناقص [π/٢ ، ٣π/٢]

قيمة صغرى مطلقة عند س = π وهي ق(π) = −١

قيمة عظمى مطلقة عند س = ٠ ، ٢π وهي ١

سامر النحوي
ايمن بدران
٠٧٨٨١٨٨٠٩٠

س٢:- ق(س) = ٢ جتا س + ½ جا٢س ، س ∈ [٠ ، ٢π]

أوجد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل

ق'(س) = ٢ جتا س + جتا٢س

ق''(س) = -٢ جا س - ٢ جا٢س

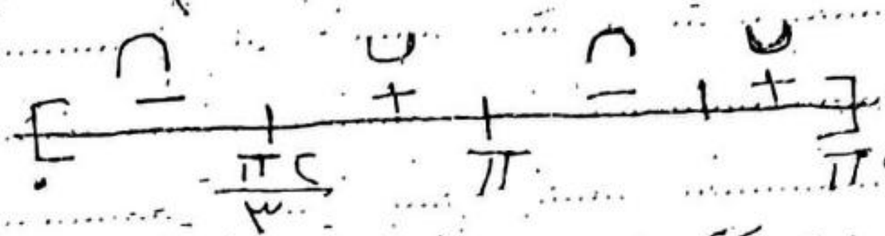
ويكون ق''(س) =

-٢ جا س - ٢ جا٢س = ٠

-٢ جا س - ٤ جا س جتا س = ٠

-٢ جا س = ٠ أو ١ + ٢ جتا س = ٠

س = ٠ ، π ، ٢π | س = π/٣ ، ٢π/٣ ، ٤π/٣



فترات التقعر للأعلى [٠ ، π/٣] ، [π ، ٢π]

فترات التقعر للأسفل [π/٣ ، π] ، [٢π/٣ ، ٤π/٣]

نقاط انعطاف عند س = π/٣ ، π ، ٢π/٣ ، ٤π/٣

س٣:- أوجد مجالات التقعر للأعلى والأسفل

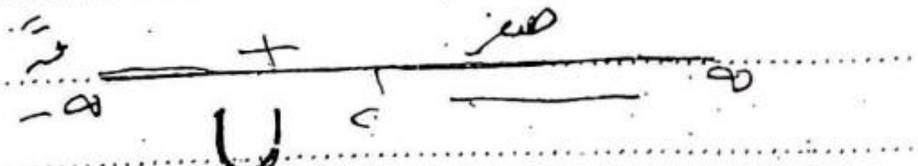
ق(س) = { س٢ - ١ ، س < ٢ ؛ ٥ - س ، ٢ ≤ س }

متصل عند س = ٢

ق'(س) = { ٢س ، س < ٢ ؛ -١ ، س > ٢ }

ق''(س) = ٠ ، م

ق''(س) = { ٢ ، س < ٢ ؛ ٠ ، س > ٢ }



∪ للأعلى (-∞ ، ٢]

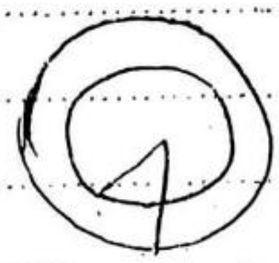
لا يوجد نقاط انعطاف

س٤:-

دائرتان متحدتان في المركز، طول نصف قطريهما ٥ سم ، ٢ سم ، ابتدأت الدائرة الصغرى تتسع بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٢ سم/د وفي اللحظة نفسها اخذت الكبرى تصغر بحيث يتناقص طول نصف قطرها بمعدل ١ سم/د

احسب معدل التغير لمساحة المحصورة بين الدائرتين في اللحظة التي تتطابق الدائرتان على بعضهما.

الحل :-



نريد لتتغير حتى ؟ دقيقة

نصف قطر الصغرى ٥ + ٢؟

نصف قطر الكبرى ٢٠ - ؟

المساحة المحصورة = م الكبرى - م الصغرى

م = π (٢٠ - ؟)٢ - π (٥ + ٢؟)٢

د م/د؟ = ٢π (٢٠ - ؟) - ٢π (٥ + ٢؟)

د م/د؟ | = -٩٠ π

؟ = ٥

نجد ؟ عندما م تحد ↓ محصورة

عندما نصف قطر الصغرى = نصف قطر الكبرى

٥ + ٢؟ = ٢٠ - ؟

٣؟ = ١٥

؟ = ٥

* السؤال

يمثل الشكل الرباعي ب ب د ء الذي فيه ٢ سم
المضلع ب ب ثابت وطوله ٢ سم
وفيه ب ء ثابت وطوله ١ سم م س
الآن ومنه متحول يمكنه أن ١ سم
يدور في مستوى الشكل حول النقطة م
ويصنع مع المضلع الثابت ب ب زاوية قدرها س .
أما الزاوية ء ب ب فهي قائمة والمثلثان ب ء ء ، ب ب
متساويان دوماً ، جد قيمة س التي تجعل مساحة
الشكل الرباعي عندها أكبر ما يمكن ؟!

- الحل : ← المساحة =
مساحة المثلث ب ب ء + مساحة المثلث ب ء د
= ½ × المضلع × المضلع × جا θ + ½ × القاعدة × الارتفاع
(٢) (١)

= ½ × ١ × ٢ × جا θ + ½ × ب ء × ء د

= جا س + ½ ء د ٢

- لكن ء د ٢ = ء ب ٢ + ب د ٢ = ٢ - ٢ جتا س * فيثاغورس

ء د ٢ = (١) ٢ + (٢) ٢ - ٢ × ١ × ٢ جتا س

= ٥ - ٤ جتا س

ء د ٢ = ٥ - ٤ جتا س * نقسم على ٤

½ ء د ٢ = ٥/٤ - جتا س

← م = جا س + ٥/٤ - جتا س

م = جتا س + جا س

← جتا س = - جا س

س = ١٣٥° ، ٣١٥°

س = ٣ π/٤

عظمى عند س = ٣ π/٤

س	٣ π/٤		٣ π/٤
م	٢ +	٠	٢ -

---

* محروط دائري قائم زاويه رأسه ثابت و...
يساوي ٦٠° ، إذا كانت قاعدته الدائرية تتمدد
بسرعة ٤ سم٢/د ... أوجد معدل التغير في حجم
المخروط في اللحظة التي فيها نصف قطر القاعدة
٨ سم ؟!

- الحل :

د م / د س = ٤

س = ٨

* أوجد د ح / د س ؟!

← ح = ٣ π س٢ ع

= ٣ π س٢ × ٣ س

= ٣ π س٣

← د ح / د س = ٣ π × ٣ س٢ د س / د س

= ٣ π × ٣ × ٦٤ × ١/٣ π٢

= ٣ π ٦٤

* ٢ π س = ٣ د س / ٤

٤ = ٣ د / ٤ × ٤ × ٨ × π ٢

← ١/٣ π٤ = ٣ د / ٤

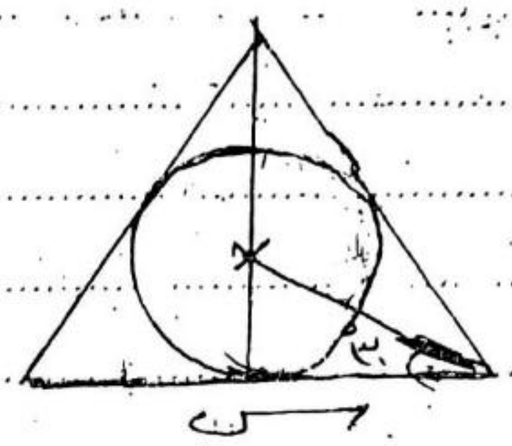
١١٥° ٣٠ = ٣/٤

المستحيل

لا

شاي

⊗ لتتمدد اضلاع مثلث متساوي الاضلاع بمعدل ٢سم/د رسمت دائرة داخل المثلث تمس اضلاعه أخذت تتمدد مع المثلث، اوجد معدل التمدد في المساحة المحصورة عندما يكون ضلع المثلث = ١٢



$\frac{دس}{د ن} = ٢$ سم/د

بعد الاستقامه

س = ١٢

المساحه المحصوره = مساحة المثلث − مساحة الدائره

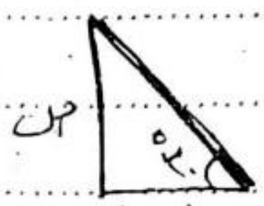
$م = \frac{\sqrt{٣}}{٤} س^{٢} - \pi ن^{٢}$

$م = \frac{\sqrt{٣}}{٤} س^{٢} - \frac{\pi}{١٢} س^{٢}$

$\frac{دم}{د ن} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} س \frac{دس}{د ن} - \frac{\pi}{٦} س \frac{دس}{د ن}$

$\frac{دم}{د ن} = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times ١٢ \times ٢ - \frac{\pi}{٦} \times ١٢ \times ٢$

$\frac{دم}{د ن} = ٤\sqrt{٣} - ٤\pi$ سم/د



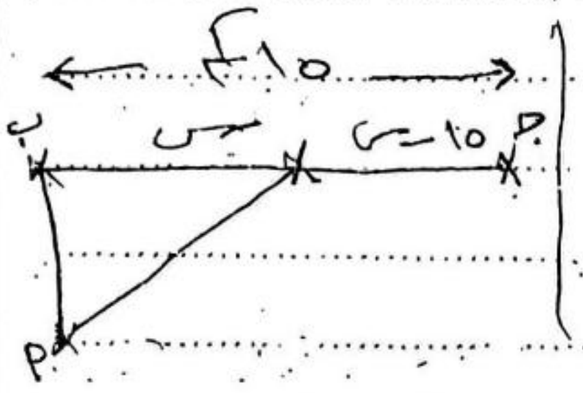
$ظا ٣٠° = \frac{ص}{س}$

$\frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{ص}{\frac{١}{٢} س}$

$ص = \frac{س}{٢\sqrt{٣}}$

⊗ يقف رجل عند النقطه P التي تبعد ٦ كم عن النقطه ب يريد ان يصل الى النقطه ج مرورا بالنقطه د إذا كان يسير بسرعة ٣ كم/س عند الانتقال من P الى د ويسير بسرعة ٦ كم/س عند الانتقال من د الى ج جد موقع النقطه د بحيث يصل في اقصر مدة ممكنه علما ان البعد بين النقطتين ب و النقطه ج ١٥ كم

الحل:



الزمن = المسافه / السرعه

$ن = \frac{س}{٣} + \frac{١٥ - س}{٦}$

نوحد المقسوم عليه فيكون

$ن = \frac{٢س + ١٥ - س}{٦}$

$ن = \frac{س + ١٥}{٦}$

$ن = \frac{١}{٦} س + \frac{١٥}{٦}$

$ن = \frac{١}{٦} س + \frac{\sqrt{س^{٢} + ٣٦}}{٣}$

$ن = \frac{١}{٦} س + \frac{١}{٣} (س^{٢} + ٣٦)^{\frac{١}{٢}}$

$ن' = \frac{١}{٦} + \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٢} (س^{٢} + ٣٦)^{-\frac{١}{٢}} \times ٢س$

$ن' = \frac{١}{٦} + \frac{س}{٣\sqrt{س^{٢} + ٣٦}}$

$\frac{١}{٦} + \frac{س}{٣\sqrt{س^{٢} + ٣٦}} = ٠$

$\frac{س}{٣\sqrt{س^{٢} + ٣٦}} = -\frac{١}{٦}$

$٦س = -٣\sqrt{س^{٢} + ٣٦}$

$٣٦س^{٢} = ٩(س^{٢} + ٣٦)$

$٣٦س^{٢} = ٩س^{٢} + ٣٢٤$

$٢٧س^{٢} = ٣٢٤$

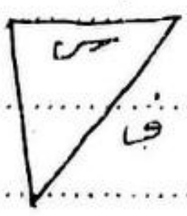
$س^{٢} = ١٢$

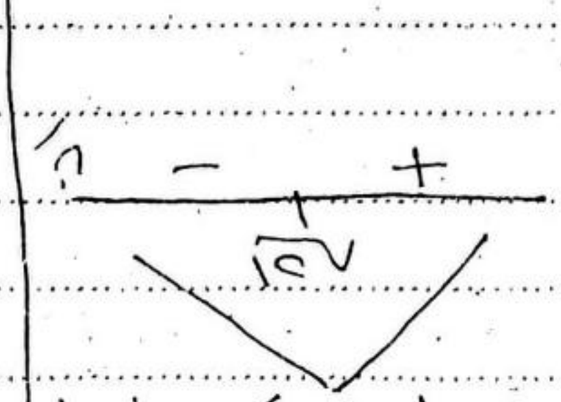
$س = ٢\sqrt{٣}$ سم

تعليق صابر

ن	−	٠	+
	↓	↓	↑

النقطه د تبعد عن النقطه ب مقدار $٢\sqrt{٣}$ كم





$ف^{٢} = س^{٢} + ٣٦$

$ف = \sqrt{س^{٢} + ٣٦}$

تحدي: قطاع دائري زاويته المركزيه هـ ونصف قطره ٣ سم حول الى مخروط قائم أوجد قياس الزاويه التي تجعل حجم المخروط أكبر ما يمكن