مكثف
القطوع المخروطية

موقع الأوائل

www.awa2el.net

الأستاذ : ماهر ضمرة

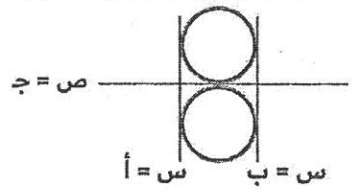
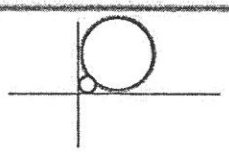
Mahir Damrah

مكثف : القطوع المخروطية

أولاً : الناقص والزائد

البند	الناقص	الزائد	ملاحظات
المعادلة	$\frac{(س - د)^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(ص - هـ)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$	$\frac{(س - د)^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{(ص - هـ)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$	المعادلة = ١
سيني أم صادي	الأكبر تحت من	حسب الموجب سيني أم صادي	
$جـ^{٢}$	$أ^{٢} - ب^{٢}$	$أ^{٢} + ب^{٢}$	
الاختلاف المركزي	أصغر من ١	أكبر من ١	الاختلاف المركزي = $\frac{جـ}{أ}$
الرأس والبؤرة	الرؤوس أكبر من البؤرة	البؤرة أكبر من الرؤوس	
التعريف	$ف_{١} + ف_{٢} = ٢أ$	$\| ف_{١} - ف_{٢} \| = ٢أ$	
المسافة بين البؤرة والرأس القريب	أ - جـ	جـ - أ	
المساحة	π أ ب	لا يوجد	

ثانياً : الدائـرة

البند	الشرح والملاحظات	
المعادلة العامة	$س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ ك ص + جـ = ٠$ المركز ($-\frac{١}{٢}$ معامل س ، $-\frac{١}{٢}$ معامل ص) $ر = \sqrt{د^{٢} + هـ^{٢} - جـ}$	تمر بثلاث نقاط نستخدم الحل العام
تمس ثلاثة مستقيمات	هنالك احتمالين 	
تمس مستقيمين وتمر بنقطة	هنالك احتمالين 	

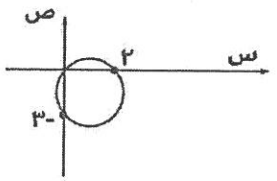
ثالثاً : المكافـئ

البند	الشرح والملاحظات	
التعريف	بعدها عن نقطة يساوي بعدها عن مستقيم	
الرأس	منتصف البؤرة والدليل	
يمر بنقطتين	تتجه بإتجاه التزايد من الأصغر إلى الأكبر	
يمر بثلاث نقاط	ص = أ $س^{٢}$ + ب س + جـ الدليل // السينات ، المحور // الصادات	س = أ $ص^{٢}$ + ب ص + جـ الدليل // الصادات ، المحور // السينات
ايجاد جـ	١) المسافة من الرأس للبؤرة ٣) المسافة من البؤرة للدليل ÷ ٢	٢) المسافة من الرأس للدليل ٤) يمر يحقق ونبحث عن نقطة يمر بها
المقذوفات	اقصى ارتفاع هي الاحداثي الصادي للرأس	

مكثف : القطوع المخروطية

الأسئلة الموضوعية

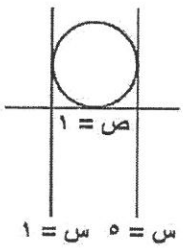
١) من الشكل التالي فإن معادلة الدائرة :



أ) $س^{٢} + ص^{٢} - س - ٣ص = ٠$
ب) $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٣ص = ٠$
ج) $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س - \frac{٣}{٢}ص = ٠$
د) $س^{٢} + ص^{٢} + ٢س + ٣ص = ٠$

---

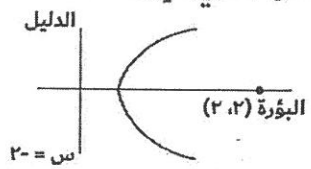
٢) من الشكل التالي
فإن معادلة الدائرة :



أ) $(س - ٣)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٩$
ب) $(س + ٣)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ٤$
ج) $(س + ٣)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ٩$
د) $(س - ٣)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٤$

---

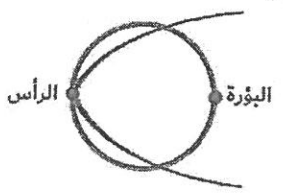
٣) من الشكل التالي فإن معادلة المكافئ :



أ) $(ص - ٢)^{٢} = ٤س$
ب) $(ص - ٢)^{٢} = ٨س$
ج) $(ص - ٢)^{٢} = -٤س$
د) $(ص - ٢)^{٢} = -٨س$

---

٤) من الشكل التالي معادلة الدائرة
$\frac{١}{٢}س^{٢} + \frac{١}{٢}ص^{٢} + ٢س + ٣ص - \frac{٣}{٢} = ٠$
فإن معادلة المكافئ :



أ) $(ص + ٣)^{٢} = ٣٢ (س + ٦)$
ب) $(ص + ٦)^{٢} = ٣٢ (س + ٣)$
ج) $(ص + ٣)^{٢} = ٨ (س + ٦)$
د) $(ص + ٣)^{٢} = ٣٢ (س + ٢)$

---

٥) في القطع ٧ $(ص - ٣)^{٢} - ٩ (س + ١)^{٢} = ٦٣$
فإن مجموع البعد البؤري وطول القاطع =

أ) ٥ ب) ٧
ج) ١٤ د) $٢\sqrt{٧} + ٨$

---

٦) إن طول المحور الأكبر للناقص الذي بؤرتاه (-٢، -١) ، (١، -١) ويمر (-٢، ٣) يساوي :

أ) ١٨ ب) ٩
ج) ٥ د) ٤

---

٧) في القطع الزائد $س^{٢} - ٢ص^{٢} + ٢ = أ$
$أ \in ح ، أ \neq ٢$ ، فإن قيم أ حيث
المحور القاطع // السينات .

أ) $أ < ٢$ ب) $أ > ٢$
ج) $أ \leq ٢$ د) $أ \geq ٢$

---

٨) قطع ناقص طول محوره الأكبر = ٢أ ، اختلافه المركزي هـ إذا كانت ل المسافة بين إحدى بؤرتي القطع والرأس البعيد عنها فإن ل =

أ) أ (١ - هـ) ب) هـ (أ + ١)
ج) أ (هـ + ١) د) أ + هـ

---

٩) قطع ناقص مساحته (٤٠π) ، رأساه $(\pm ٨ ، ٠)$
فإن البعد البؤري :

أ) $٢\sqrt{٨٩}$ ب) $٢\sqrt{٣٩}$
ج) ١٦ د) ١٠

مكثف : القطوع المخروطية

١٠) إن معادلة المكافئ الذي محوره هو محور الصادات ويمر بالنقطتين (١، ١) ، (-٢، ٤) :

أ) $س^{٢} = ٤ص$ ب) $س^{٢} = ص$

ج) $س^{٢} = \frac{١}{٤} ص$ د) $س^{٢} = ٢ص$

---

١١) $ك ص^{٢} - س^{٢} + ك =$ صفر، $ك > ٠$
مجموع مربعي طولي محوري القاطع والمرافق (١٢) فإن (ك) =

أ) -٤ ب) -٢

ج) ٤ د) ٢

---

١٢) قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة (٢، -٢) وبؤرته $(٠، \frac{٣أ - ١}{٣})$ ($أ \neq ٠$) فإن أ =

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) -٣

ج) $\frac{٥}{٤}$ د) $\frac{-١}{٤}$

---

١٣) إذا قطع مستوى أحد طرفي مخروط قائم مزدوج بحيث يوازي الراسم فإن القطع الناتج :

أ) دائرة ب) ناقص

ج) زائد د) مكافئ

---

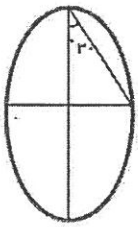
١٤) قطع ناقص طول محوره الأكبر ٣ أمثال طول الأصغر فإن الاختلاف المركزي :

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{\sqrt{٨}}{٣}$

ج) $\frac{\sqrt{١٠}}{٣}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

---

١٥) من الشكل المجاور التالي فإن الاختلاف المركزي :

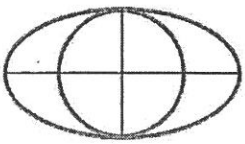


أ) $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ ب) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

ج) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ د) $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$

---

١٦) من الشكل المجاور التالي مساحة الناقص ضعف مساحة الدائرة فإن الاختلاف المركزي :



أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ج) $\frac{\sqrt{٢}}{٣}$ د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

---

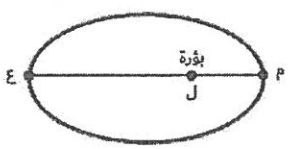
١٧) قطع زائد المسافة بين أحد رأسيه والبؤرة البعيدة = ١٠ والمسافة بين الرأس نفسه والبؤرة القريبة = ٢ ، فإن الاختلاف المركزي =

أ) ٣ ب) ٢

ج) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{٣}{٢}$

---

١٨) من الشكل التالي إذا علمت أن $\frac{م ل}{م ع} = \frac{٢}{٥}$
فإن الاختلاف المركزي =



أ) $\frac{١}{٥}$

ب) $\frac{٢}{٧}$

ج) $\frac{٣}{٧}$

د) $\frac{٣}{٥}$

موقع الأوائل
AWA2EL LEARN 2 BE
www.awa2el.net

مكثف : القطوع المخروطية

١٩) ص = جتا ٢ن ، س + ١ = ٣ جا ن ، فإن المعادلة تمثل :

أ) دائرة　　ب) مكافئ
ج) ناقص　　د) زائد

---

٢٠) إذا كان الاختلاف المركزي للقطع $\frac{س^2}{أ^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = 1$ هو هـ١ ، وللقطع $\frac{س^2}{أ^2} - \frac{ص^2}{ب^2} = 1$ هو هـ٢ ، فإن $(هـ_1)^2 + (هـ_2)^2 =$

أ) ١　　ب) صفر
ج) ٣　　د) ٢

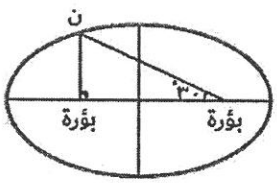
---

٢١) المعادلة التالية تمثل قطع زائد
$٩هـ^2 س^2 - ٢٥ص^2 = ٢٢٥$ حيث هـ الاختلاف المركزي للزائد فإن طول القاطع =

أ) ٤　　ب) ٦
ج) ٨　　د) ٣٢

---

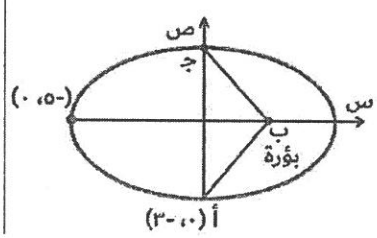
٢٢) (٢٠٢٠) يمثل الشكل السابق قطع ناقص م(٠، ٠) بؤرتاه ب١ ، ب٢ فإن الاختلاف المركزي :



أ) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
ب) $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$
ج) $\sqrt{3}$
د) $2-\sqrt{3}$

---

٢٣) من الشكل التالي فإن مساحة المثلث أ ب جـ =



أ) ٩
ب) ١٢
ج) ٢٤
د) ١٠

---

٢٤) س = ظا ن + ظتا ن ، ص = ظتا ٢ن
ن زاوية متغيره فإن مسار الحركة .

أ) مكافئ　　ب) زائد
ج) ناقص　　د) دائرة

---

٢٥) إن الحركة التي تمثلها المعادلتان
س = جا ن - جتا ن ، ص = جا ن + جتا ن

أ) دائرة　　ب) ناقص
ج) زائد　　د) مكافئ

---

٢٦) إن القطع الذي تمثله حركة ن (س ، ص) بحيث بعدها عن نقطة الأصل يساوي بعدها عن س = ٦

أ) دائرة　　ب) المكافئ
ج) الناقص　　د) الزائد

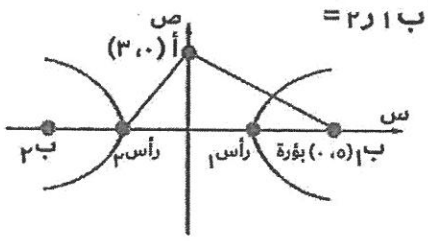
---

٢٧) تتحرك نقطة بحيث مجموع بعدها عن (١، ٤) ، (٤، ٤) يساوي (٢٠) فإن القطع الذي يمثل الحركة :

أ) الدائرة　　ب) المكافئ
ج) الناقص　　د) الزائد

---

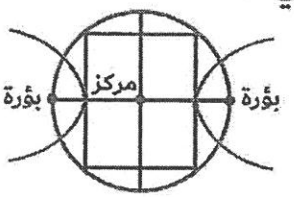
٢٨) من الشكل التالي أ : نهاية المرافق فإن مساحة المثلث أ ب١ ر٢ =



أ) $\frac{27}{2}$　　ب) ١٢
ج) $\frac{25}{2}$　　د) $\frac{21}{2}$

مكثف : القطوع المخروطية

٢٩) من الشكل التالي ، إذا علمت أن عرض المستطيل = $\frac{1}{2}$ طوله فإن الاختلاف المركزي =

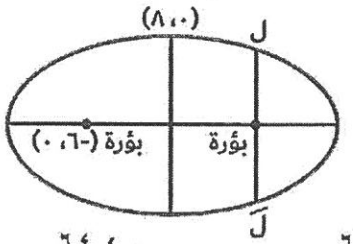


أ) ٥ ب) ١٠

ج) $\sqrt{١٠}$ د) $\sqrt{٥}$

---

٣٠) من الشكل التالي ، إن طول ل لَ =

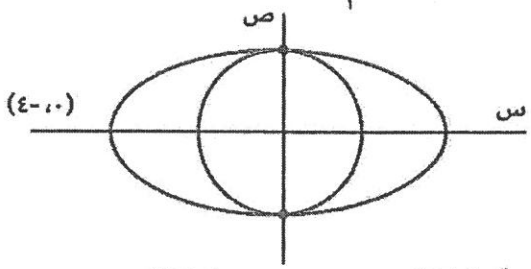


أ) $\frac{٦٤}{١٠}$ ب) $\frac{٦٤}{٥}$

ج) $\frac{٣٢}{١٠}$ د) $\frac{٣٢}{٥}$

---

٣١) من الشكل التالي ، إذا علمت أن الاختلاف المركزي = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فإن مساحة الدائرة =

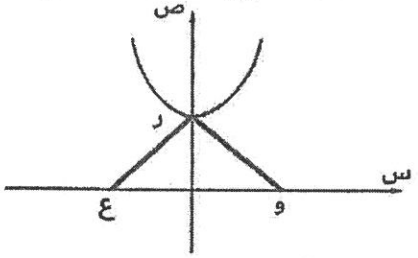


أ) $\pi ١٢$ ب) $\pi ٤$

ج) $\pi ١٦$ د) $\pi ٦$

---

٣٢) إذا علمت أن محور السينات هو الدليل والمثلث ر و ع متساوي الأضلاع ، طول ضلعه = ٢ $\sqrt{٣}$ فإن معادلة المكافئ



أ) (ص - ٣)^{٢} = ٣س

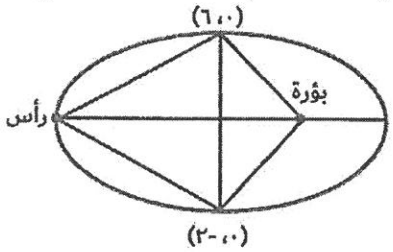
ب) س^{٢} = ٣ (ص - ٣)

ج) س^{٢} = ١٢ (ص - ٣)

د) (ص - ٣)^{٢} = ١٢س

---

٣٣) من الشكل التالي إذا علمت أن الاختلاف المركزي = ٠,٦ ، فإن مساحة الرباعي =

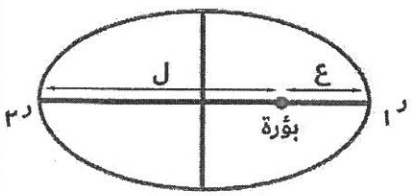


أ) ٣٠ ب) ٣٢

ج) ٦٠ د) ٢٠

---

٣٤) يمثل الشكل التالي قطع ناقص حيث ع × ل = ثلاثة أمثال طول محوره الأصغر وكان الاختلاف المركزي = $\frac{٤}{٥}$ فإن مساحة الناقص



أ) $\pi ٢٤٠$

ب) $\pi ٨٠$

ج) $\pi ٤٨$

د) $\pi ٦٠$

٣٥) إذا علمت أن الاختلاف المركزي للناقص السيني $\frac{س^2}{9} + \frac{ص^2}{ب^2} = 1$ هو هـ١ والاختلاف المركزي للزائد $\frac{س^2}{8} - \frac{ص^2}{ب^2} = 1$ وكان هـ١ × هـ٢ = ١ جد ب٢

أ) ١ ب) ٢
ج) $\frac{1}{2}$ د) ٤

---

٣٦) إن طول قطر الدائرة التي تمس الصادات عند (٠، -٣) وتمر بالنقطة (١، ١) هو :

أ) ٨,٥ ب) ٨
ج) ١٦ د) ١٧

---

٣٧) إن معادلة المحل الهندسي لمجموعة النقط ن(س ، ص) والتي الفرق المطلق بينها وبين (٠، ٢) ، (٠، ٨) يساوي ٤ :

أ) $\frac{(ص - ٥)^2}{٥} - \frac{س^2}{٤} = ١$
ب) $\frac{س^2}{٥} - \frac{(ص - ٥)^2}{٤} = ١$
ج) $\frac{(ص - ٥)^2}{٤} - \frac{س^2}{٥} = ١$
د) $\frac{س^2}{٤} - \frac{(ص - ٥)^2}{٥} = ١$

---

٣٨) معادلة المحل الهندسي لمجموعة النقط ن (س ، ص) حيث بعدها عن س = ١ يساوي ضعف بعدها عن ص = ٢ ويمر أثناء حركتها بالنقطة $(٢ ، \frac{٣}{٢})$ هي :

أ) ٢ص + س - ٥ = ٠
ب) ص + س - ٥ = ٠
ج) ٢ص - س - ٥ = ٠
د) -٢ ص - س + ٥ = ٠

أسئلة مقالية

١) إذا علمت
٢٥س٢ + ١٦ص٢ - ١٠٠س - ٣٢ص = ٢٨٤
جد : ١) إحداثيات الرأسين
٢) الاختلاف المركزي
٣) معادلة المحور الأكبر
٤) احداثيات البؤرتين

الحل

٢٥(س٢ - ٤س + ٤) + ١٦(ص٢ - ٢ص + ١) = ٢٨٤ + ١٠٠ + ١٦

٢٥(س - ٢)٢ + ١٦(ص - ١)٢ = ٤٠٠

$\frac{(س - ٢)^2}{١٦} + \frac{(ص - ١)^2}{٢٥} = ١$

ناقص صادي م (٢، ١)

م٢ = ٢٥ ← م = ٥

ب٢ = ١٦ ← ب = ٤

جـ٢ = ٩ ← جـ = ٣

١) الرأسين (٢، ١ ± ٥)
(٢، ٦) ، (٢، -٤)

٢) هـ = $\frac{جـ}{م} = \frac{٣}{٥} < ١$

٣) معادلة الأكبر س = ٢

٤) البؤرتين (٢، ١ ± ٣)
(٢، ٤) ، (٢، -٢)

٢) جد إحداثيات الرأس والبؤرة ومعادلتي التماثل والدليل للمكافئ

$(٢س - ١)^{٢} = ٤ (س + ص - ٢)$

الحل

نفك الأقواس ونكمل المربع

$٤س^{٢} - ٤س + ١ = ٤س + ٤ص - ٨$

$٤س^{٢} - ٨س = ٤ص - ٩$

$٤(س^{٢} - ٢س + ١) = ٤ص - ٩ + ٤$

$٤(س - ١)^{٢} = ٤ص - ٥$

$(س - ١)^{٢} = (ص - \frac{٥}{٤})$

$(س - د)^{٢} = ٤ج (ص - هـ)$

$٤ج = ١ \leftarrow ج = \frac{١}{٤}$

الرأس $(١، \frac{٥}{٤})$

البؤرة $(١، \frac{٥}{٤} + \frac{١}{٤})$

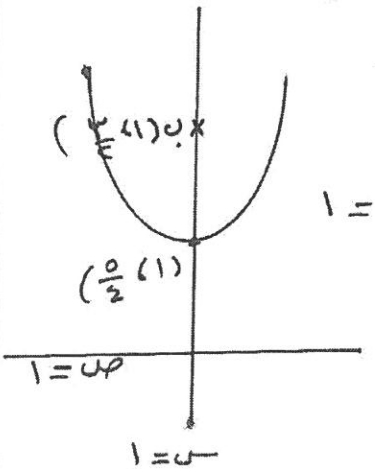
$= (١، \frac{٣}{٢})$

الدليل

$ص = \frac{٥}{٤} - \frac{١}{٤} = ١$

معادلة التماثل

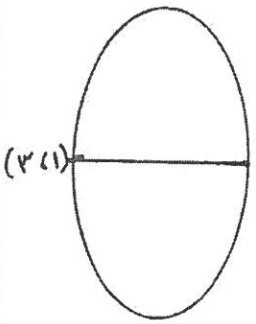
$س = ١$



٣) جد معادلة القطع الذي نهايتي المحور الأصغر $(١، ٣)$ ، $(٣، ٣)$ والاختلاف المركزي $\frac{١}{٢}$

الحل

قطع ناقص صادي



$ب = ١ \leftarrow ٢ب = ٢$

$\frac{ج}{م} = \frac{١}{٢}$

$ج = \frac{١}{٢} م$

$ج^{٢} = م^{٢} - ب^{٢}$

$\frac{١}{٤} م^{٢} = م^{٢} - ١ \leftarrow ١ = \frac{٣}{٤} م^{٢}$

$م^{٢} = \frac{٤}{٣}$

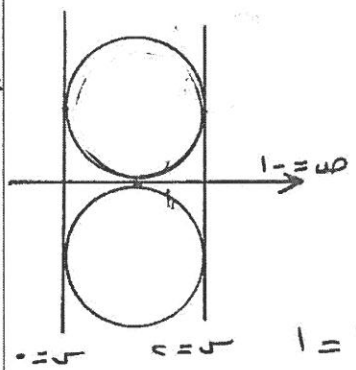
المركز $(٣، ٢)$

$$\frac{(س - ٢)^{٢}}{١} + \frac{(ص - ٣)^{٢}}{\frac{٤}{٣}} = ١$$

موقع الأوائل
AWA2EL LEARN 2 BE
www.awa2el.net

٤) جد معادلة الدائرة التي تمس محور الصادات والمستقيمين س = ٣ ، ص = -١

الحل



القطر = ٣ - ٠

نق = ١

م١ (١ ، ٠)

(س - ١)٢ + ص٢ = ١

م٢ (١ ، -٢)

(س - ١)٢ + (ص + ٢)٢ = ١

---

٥) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على ص = س + ١ وتمر (١ ، ٢) ، (٣ ، ٣)

الحل

المعادلة

س٢ + ص٢ + ل س + ك ص + جـ = ٠

المركز (-ل ، -ك) على المستقيم

-ك = -ل + ١

تمر (١ ، ٢) ← ٥ + ل + ٢ك + جـ = ٠

ل + ٢ك + جـ = -٥ ---- (٢)

تمر (٣ ، ٣) ← ١٣ + ٣ل + ٣ك + جـ = ٠

٣ل + ٣ك + جـ = -١٣ ---- (٣)

(٣) - (٢) ← ٢ل + ك = -٨

← ٢ل + ٢(ل - ١) = -٨ ← ل = -٣

ك = -ل + ١ = ٤

جـ = -٥ - ٢ل - ٢ك = ٨

---

٦) جد معادلة الناقص الذي احداثيات البؤرتين (١ ، ١) ، (-١ ، ١) ويمر (١ ، $\frac{٥}{٢}$)

الحل

سنستخدم التعريف

ف١ ف + ف٢ ف = ٢ أ

ف١ ف : بين (١ ، ١) ، (١ ، $\frac{٥}{٢}$) = $\frac{٣}{٢}$

ف٢ ف : بين (-١ ، ١) ، (١ ، $\frac{٥}{٢}$)

ف٢ ف = $\sqrt{٤ + \frac{٩}{٤}}$ = $\frac{٥}{٢}$

$\frac{٣}{٢} + \frac{٥}{٢}$ = ٢ أ ← أ = ٢

٢ جـ = ٢ ← جـ = ١

١ = ٤ - ب٢ ← ب٢ = ٣

المركز (٠ ، ١) يقطع محور س

$\frac{س}{٤} + \frac{(ص - ١)^٢}{٣}$ = ١

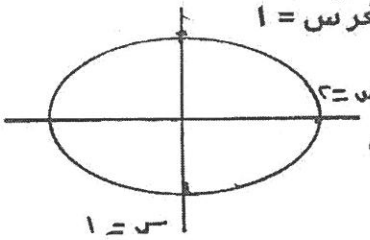
موقع الأوائل
AWA2EL LEARN 2 BE
www.awa2el.net

س٢ + ص٢ - ٣س - ٥ص + ٨ = ٠

مكثف : القطوع المخروطية

٧) جد معادلة الناقص الذي مساحته 60π ،
الاختلاف المركزي ٠,٨ ومعادلة الأكبر ص = ٢ ،
ومعادلة الأصغر س = ١

الحل



ناقص سيني

جـ = ٠,٨ م

$\pi ب م = \pi 60$ ← $ب = \frac{60}{م}$

$جـ^2 = م^2 - ب^2$ ← $0,64 م^2 = م^2 - \frac{3600}{م^2}$

$0,64 م^4 - م^4 = -3600$ ← $0,36 م^4 = 3600$

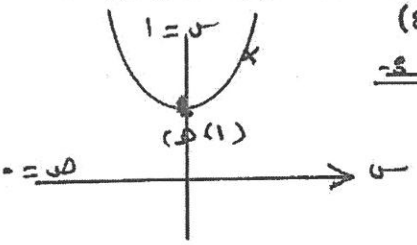
$م^2 = 100$ ← $60 = 6 م^2$ ← جذر

$ب = 6$

$\frac{(س-1)^2}{100} + \frac{(ص-2)^2}{36} = 1$

٨) جد معادلة المكافئ الذي دليله هو محور السينات ومعادلة محور التماثل س = ١ ويمر (٥، ٤)

الحل



$(س-1)^2 = 4 جـ (ص - هـ)$

لكن $جـ = هـ$ ← $(س-1)^2 = 4هـ(ص-هـ)$

يمر (٥، ٤) ← $16 = 4هـ(4-هـ)$

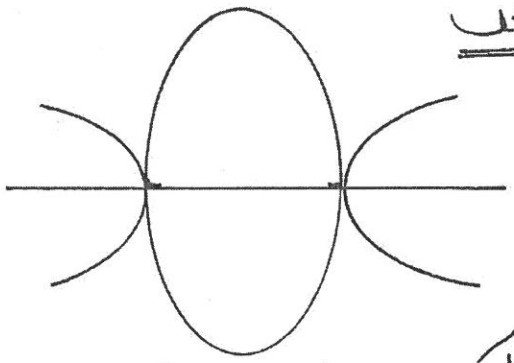
$4 = -هـ^2 + 4هـ$ ← $هـ^2 - 4هـ + 4 = 0$

$(هـ-2)^2 = 0$ ← $هـ = 2$

$\therefore (س-1)^2 = 8(ص-2)$

٩) جد معادلة الزائد الذي رأسيه هما نهايتي المحور الأصغر للناقص
$\frac{س^2}{4} + \frac{(ص-1)^2}{9} = 1$ ، والاختلاف المركزي للزائد هو مقلوب الاختلاف المركزي للناقص

الحل



المركز مشترك (١، ٠)

القطع الناقص $م^2 = 9$ ، $ب^2 = 4$

$جـ^2 = 9 - 4 = 5$ ← $جـ = \sqrt{5}$

هـ الناقص $= \frac{\sqrt{5}}{3}$

القطع الزائد م (١، ٠) القطع سيني

م الزائد = ب الناقص = ٢

هـ الزائد $= \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{جـ}{2}$

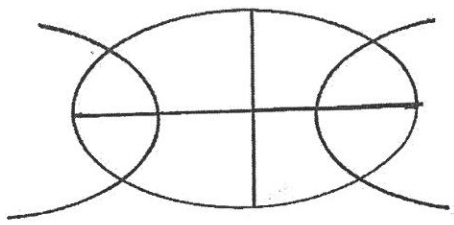
$جـ = \frac{6}{\sqrt{5}}$ ← $جـ^2 = م^2 + ب^2$

$\frac{36}{5} = 4 + ب^2$ ← $ب^2 = \frac{16}{5}$

$\frac{(س-1)^2}{4} - \frac{(ص-0)^2}{\frac{16}{5}} = 1$

١٠) جد معادلة الزائد الذي رأساه هما بؤرتا الناقص $\frac{(س+٢)^٢}{٣٦} + \frac{(ص-١)^٢}{٢٠} = ١$ و بؤرتا هما رأسا الناقص

الحل



الناقص: مركزه م(-٢، ١)

$أ^٢ = ٣٦$ ، $ب^٢ = ٢٠$ ⇐ $جـ^٢ = ١٦$

ب١ (٤، ١) ، ب٢ (-٨، ١)

ر١ (٤، ١) ، ر٢ (-٨، ١)

الزائد: ر١ (٤، ١) ، ر٢ (-٨، ١)

ب (٤، ١) ، (-٨، ١)

∴ أ = ٤ ، جـ = ٦

$٣٦ = ١٦ + ب^٢$ ← $ب^٢ = ٢٠$

المعادلة:

$\frac{(س+٢)^٢}{١٦} - \frac{(ص-١)^٢}{٢٠} = ١$

١١) جد معادلة الناقص الذي اختلافه المركزي $(\frac{١}{٢})$ و بؤرتاه هما تقاطع الدائرة $س^٢ + ص^٢ = ١٣$ مع المكافئ $ص^٢ - س - ١ = ٠$

الحل نجد نقط التقاطع التي تمثل بؤر

$ص^٢ = س + ١$ ←

$س^٢ + س + ١ = ١٣$ ← $س^٢ + س - ١٢ = ٠$

$(س+٤)(س-٣) = ٠$

← $س = -٤$ ، $س = ٣$

$ص^٢ = -٣$ (X) ، $ص^٢ = ٤$

$ص = \pm ٢$

ب١ (٣، ٢) ، ب٢ (٣، -٢)

م (٠، ٢) صادف ب

$\frac{جـ}{أ} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$ ، جـ = ٢ ← أ = ٤

$ب^٢ = ١٦ - ب^٢$ ← $ب^٢ = ١٢$

$\frac{(س-٣)^٢}{١٢} + \frac{ص^٢}{١٦} = ١$

١٢) جد معادلة المحل الهندسي لمجموعة النقط ن (س ، ص) بحيث بعدها عن س = ٩ يساوي ٣ أمثال بعدها عن (١، ٠)

الحل نفرض

ف١ : بعد (س، ص) عن س = ٩ = ٠

ف٢ : بعد (س، ص) عن (١، ٠)

ف١ = ٣ ف٢

$$\frac{|س - ٩|}{\sqrt{١ + ٠}} = ٣ \sqrt{(س-١)^٢ + ص^٢}$$

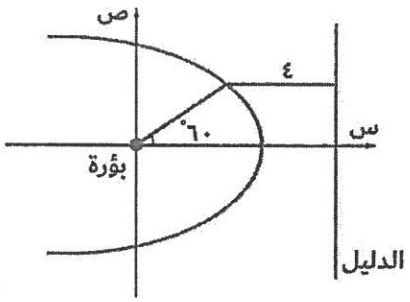
تربيع

$$س^٢ - ١٨ س + ٨١ = ٩ (س^٢ - ٢س + ١ + ص^٢)$$

$$٨ س^٢ + ٩ ص^٢ = ٧٢$$

قطع ناقص

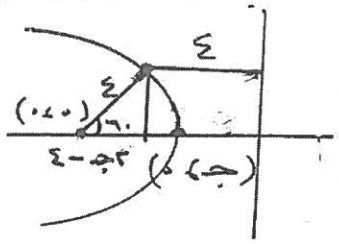
١٣) من الشكل التالي جد معادلة المكافئ



الحل

البؤرة (٠، ٠) ← أ ر أ س (ج، ٠)

و النقطة على القطع ، م مقابلها على الدليل م د = و ب من التعريف



$$\text{جتا } ٦٠ = \frac{١}{٢} = \frac{٢ج - ٤}{٤}$$

٢ج - ٤ = ٢ ← ج = ٣

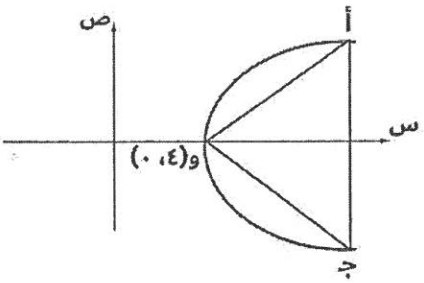
ر (٣، ٠)

$ص^٢ = -٤ ج (س - ٣)$

$ص^٢ = -١٢ (س - ٣)$

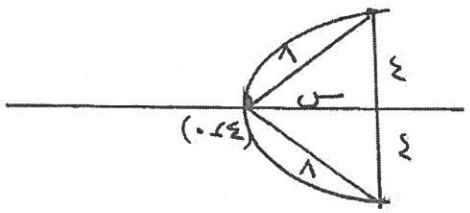
موقع الأوائل
AWA2EL LEARN 2 BE
www.awa2el.net

١٤) من الشكل التالي جد معادلة المكافئ حيث المثلث أ ج و متساوي الأضلاع طول ضلعه = ٨ سم



الحل

المعادلة ص^{٢} = ٤جـ (س - ٤)



٦٤ = س^{٢} + (٤)^{٢} ← س^{٢} = ٤٨

النقطة م (٤ + ٤√٣ ، ٤)

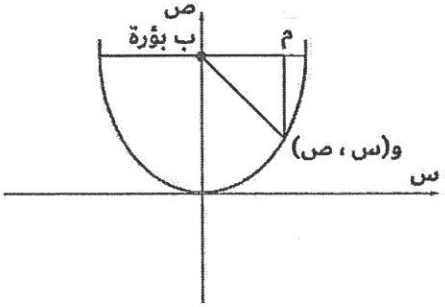
يمر بـ يحقق

١٦ = ٤ جـ (٤ + ٤√٣ - ٤)

جـ = ٤ / ٤√٣ = ٤ / ٤√٣ = ١ / √٣

ص^{٢} = ٤/√٣ (س - ٤)

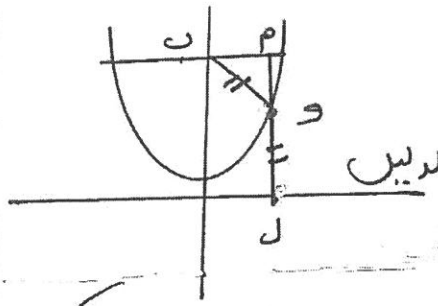
١٥) من الشكل التالي ، إذا علمت أن م و + و ب = ٣ ، جد معادلة المكافئ



الحل

ر (٠، ٠)

س^{٢} = ٤ جـ ص



الدليل

ل و = و ب من تعريف المكافئ

∴ م و + و ل = ٢ جـ

٣ = ٢ جـ ← جـ = ٣/٢

∴ س^{٢} = ٦ ص ✱

مكثف/القطوع المخروطية

أ. ماهر ضمرة

الأجوبة

١) $س^2 + ص^2 + ك_1 س + ك_2 ص + جـ = 0$

يمر $(0,0) \leftarrow جـ = 0$

يمر $(2,0) \leftarrow 4 + 0 + 4ك_1 + 0 + 0 = 0$

$ك_1 = -1$

يمر $(0,-3) \leftarrow 0 + 9 + 0 - 6ك_2 = 0$

$ك_2 = \frac{3}{2}$

ب) $س^2 + ص^2 - 2س + 3ص = 0$

٢) $2ر = 4 \leftarrow ر = 2$

المركز $(3,3) \leftarrow (س-3)^2 + (ص-3)^2 = 4$ ④

٣) $2جـ = 4 \leftarrow جـ = 2$

الرأس $(0,2) \leftarrow (ص-2)^2 = 8س$ ①

٤) معادلة الدائرة $\times 2 \leftarrow$

$س^2 + ص^2 + 4س + 6ص - 3 = 0$

المركز $(-2,-3)$

$2ر = جـ = 2\sqrt{4+9+3} = 8$

$ر = 4$ الرأس $(-2,-4)$ $(-2,-6)$ $(-3,-3)$

٥) $\div 63 \leftarrow \frac{(ص-3)^2}{9} - \frac{(س+1)^2}{7} = 1$

$أ^2 = 9$ ، $جـ^2 = 16 \leftarrow جـ = 4$

$2جـ = 2أ + 2ب = 8 + 6 = 14$ ⑤

٦) نستخدم التعريف

$2أ = ف_1 + ف_2$

$ف_1 = \sqrt{(1--2)^2 + (-1-3)^2} = 5$

$ف_2 = 3 - -1 = 4$

٧) $س^2 - 2ص^2 = 4 - 2 \div (4-2)$

$\frac{س^2}{4-2} - \frac{ص^2}{\frac{4-2}{2}} = 1$

القطع ناقص $4 - 2 > 0$

$4 > 2$ ④

(٣) $(ص+3)^2 = 32(س+6)$ ④

٨) ل = م + جـ

لكن هـ = $\frac{جـ}{م}$ ← جـ = م هـ

ل = م + م هـ = م (١ + هـ) ⑤

---

٩) م = ٨ ، م ب = ٤٠ π

٨ ب = ٤٠ ← ب = ٥

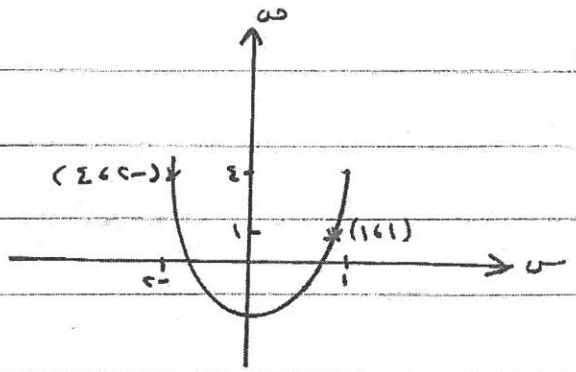
جـ^{٢} = م^{٢} − ب^{٢} ← جـ^{٢} = ٦٤ − ٢٥

جـ^{٢} = ٣٩ ← جـ = $\sqrt{٣٩}$

البعد البؤري = ٢$\sqrt{٣٩}$ ⑤

---

١٠)



(س − ٠)^{٢} = ٤ جـ (ص − هـ)

بمر (١، ١) ← ١ = ٤ جـ (١ − هـ) ... ①

بمر (-٢، ٤) ← ٤ = ٤ جـ (٤ − هـ) ... ②

بالقسمة $\frac{١}{٤} = \frac{١ - هـ}{٤ - هـ}$

٤ − هـ = ٤ − ٤هـ ← ٣هـ = ٠

هـ = ٠ ← جـ = $\frac{١}{٤}$ ← س^{٢} = ص ②

---

١١) ل ص = س^{٢} − س^{٢} = − ل ÷ (− ل)

$\frac{س^{٢}}{ل} - \frac{ص^{٢}}{١} = ١$

م^{٢} = ل ، ب^{٢} = ١

م = $\sqrt{ل}$ ، ب = ١

(٢م)^{٢} + (٢ب)^{٢} = ١٢

٤ل + ٤ = ١٢ ← ل = ٢ ⑤

---

١٢) س^{٢} = − ٤ جـ ص

بمر (٢، − ٢)

٤ = ٨ جـ

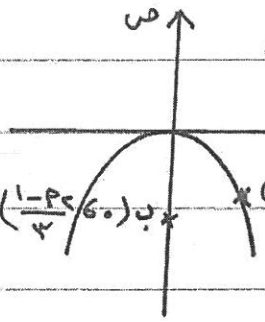
جـ = $\frac{١}{٤}$

س^{٢} = − ٢ ص

ب (٠، − $\frac{١}{٢}$) ← $\frac{م٢ - ١}{٣}$ = − $\frac{١}{٢}$

− ٣ = ٢م − ١

م = − $\frac{١}{٤}$ ⑤



مكثف/القطوع المخروطية

أ. ماهر ضمرة

١٣) ج

١٤) $٢م = ٣ \times ٢ب \leftarrow ب = \frac{م}{٣}$

$ج^٢ = م^٢ - \frac{م^٢}{٩} = \frac{٨م^٢}{٩}$

$\frac{ج^٢}{م^٢} = \frac{٨}{٩} \leftarrow \frac{ج}{م} = \frac{\sqrt{٨}}{٣}$ ب

١٥) $\frac{١٠}{٣٧}$ خطأ $٣٠^\circ = \frac{١}{\sqrt{٣٧}} = \frac{ب}{م}$

$ب = \frac{م}{\sqrt{٣٧}} \leftarrow ج^٢ = م^٢ - \frac{م^٢}{٣}$

$ج^٢ = \frac{٢}{٣} م^٢ \leftarrow \frac{ج^٢}{م^٢} = \frac{٢}{٣}$

$\frac{ج}{م} = \sqrt{\frac{٢}{٣}}$ ج

١٦) $\sqrt{٣}م ب = ٢ \sqrt{٣} ب ج$

$ب = \frac{م}{٢} \leftarrow ج^٢ = م^٢ - \frac{م^٢}{٤}$

$ج^٢ = \frac{٣}{٤} م^٢ \leftarrow \frac{ج^٢}{م^٢} = \frac{٣}{٤}$

$\frac{ج}{م} = \frac{\sqrt{٣٧}}{٢}$ م

١٧) $م + ج = ١٠$

$ج - م = ٢$

$٢ج = ١٢ \leftarrow ج = ٦ \leftarrow م = ٤$

هـ $= \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$ ج

١٨) $\frac{م - ج}{٣م} = \frac{٢}{٥}$

$٥م - ٥ج = ٤م$

$م = ٥ج \leftarrow \frac{ج}{م} = \frac{١}{٥}$ م

١٩) ص $= ١ - ٢ جا^٢ ب$

ص $= ١ - ٢ (\frac{س + ١}{٣})^٢$ ب

٢٠) $ج^٢ = م^٢ - ب^٢$

$هـ_١^٢ = \frac{م^٢ - ب^٢}{م^٢}$

$هـ^٢ = \frac{م^٢ + ب^٢}{م^٢}$

$هـ_١^٢ + هـ^٢ = \frac{م^٢ - ب^٢ + م^٢ + ب^٢}{م^٢} = ٢$ ج

٢١) $\frac{٩ هـ^٢ س^٢}{٢٥ ٢} - \frac{٢٥ ص^٢}{٢٥ ٢} = ١$

$\frac{س^٢}{٢٥} - \frac{ص^٢}{٩} = ١$

$هـ^٢$

مكثف/القطوع المخروطية

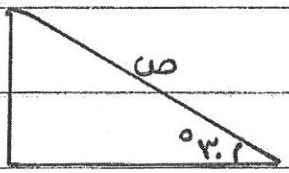
أ. ماهر ضمرة

م^{2} = ٢٥/هـ = ٢٥/(جـ^{2}/م^{2}) ← كـ^{2} = ٢٥كـ^{2}/جـ^{2}

جـ^{2} = ٢٥ ، ب^{2} = ٩ ← م^{2} = ٢٥ - ٩

(م = ٤) ← طول القاطع = ٨ (جـ)

٢٢)



ظا ٣٠° = ١/√٣ = (٢/٣ م)/جـ

م/جـ = ٣/√٣ ← جـ/م = √٣/٣ (م)

٢٣) المركز (٠ ، ٠)

ب = ٣ ، م = ٥

جـ^{2} = م^{2} - ب^{2} ← جـ^{2} = ١٦ ← (جـ = ٤)

المساحة = ١/٢ × ٤ × ٦ = ١٢ (ب)

٢٤) س = جاس/جتاس + جتاس/جاس

س = (جا^{2}ن + جتا^{2}ن)/(جاس جتاس) = ١/(١/٢ جا٢ن)

س = ٢ جا$^{-1}$٢ن = ٢ قتا٢ن

ص^{2} = ظتا^{2}ن = ١ + قتا^{2}ن

= ١ + س^{2}/٤ ← ص^{2} - س^{2}/٤ = ١

زائد (ب)

س + ص = ٢م من التعريف

جا ٣٠° = ١/٢ = س/ص ← (ص = ٢س)

٣س = ٢م

ظا ٣٠° = ١/√٣ = (٢/٣ م)/جـ

م/جـ = ٣/√٣ ← جـ/م = √٣/٣ (م)

٢٥) س^{2} = ١ - جا^{2}ن

ص^{2} = ١ + جا^{2}ن

س^{2} + ص^{2} = ٢ دائرة (م)

٢٦) تعريف المكافئ (ب)

٢٧) تعريف الناقص

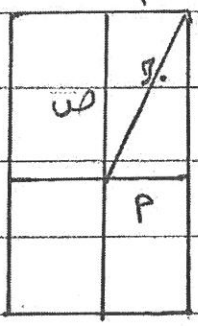
٢٨) م(٠ ، ٠) ← جـ = ٥ ، ب = ٣

٢٥ = م^{2} + ٩ ← م^{2} = ١٦

مساحة المثلث = ١/٢ (م + جـ) × ب

= ١/٢ (٤ + ٥) × ٣ = ٢٧/٢ (م)

٢٩) $ر = جـ$



$جـ^2 = م^2 + ص^2 \leftarrow ص^2 = جـ^2 - م^2 = ب^2$

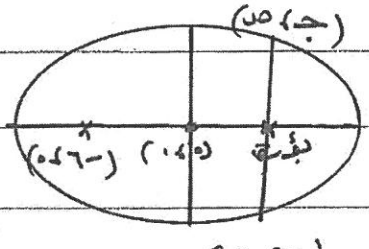
$ص = ب$ ، $\frac{1}{2} \times 2م \times ب = م^2$

$ب = 2م$

$جـ^2 = م^2 + ب^2 \leftarrow جـ^2 = م^2 + 4م^2$

$جـ^2 = 5م^2 \leftarrow \frac{جـ^2}{م^2} = 5 \leftarrow هـ = \sqrt{5}$ ④

٣٠)



$ب^2 = 8$ ، $جـ = 6 \leftarrow 36 = م^2 - 64$

$م^2 = 100 \leftarrow م = 10$

$\frac{س^2}{100} + \frac{ص^2}{64} = 1$ يمر (جـ، ص) $\leftarrow$

$\frac{جـ^2}{100} + \frac{ص^2}{64} = 1 \leftarrow \frac{ص^2}{64} = \frac{64}{100}$

$ص = \frac{64}{10}$

$\therefore$ ل ل $= 2 \times \frac{64}{10} = \frac{64}{5}$ ⑤

٣١) $ر = ب$

$\frac{جـ}{م} = \frac{\sqrt{37}}{4} \leftarrow جـ = \frac{\sqrt{37}}{4} م$

$جـ^2 = م^2 - ب^2$

$\frac{3}{4} م^2 = م^2 - ب^2$

$ب^2 = \frac{1}{4} م^2 = \frac{16}{4} = 4$

م $= \pi ر^2 = \pi ب^2 = 4\pi$ ⑤

٣٢) الأصل م (٠، ٠)

$(م ر)^2 = (و ر)^2 - (و م)^2$

$(م ر)^2 = 12 - 3 = 9 \leftarrow م ر = 3$

الرأس (٠، ٣)

$س^2 = 4 جـ (ص - 3) \leftarrow جـ = 3$

$س^2 = 12 (ص - 3)$ ⑤

٣٣) $\frac{جـ}{م} = 0.6 \leftarrow جـ = 0.6 م$

$ب = 4$ ، $جـ = 0.6 م$

$جـ^2 = م^2 - ب^2 \leftarrow 0.36 م^2 = م^2 - 16$

$م^2 = 25 \leftarrow م = 5 \leftarrow جـ = 3$

ل) المساحة = $2 \times$ مساحة المثلث العلوي $= 32$

مكثف/القطوع المخروطية

أ. ماهر ضمرة

٣٤) $(م-جـ)(م+جـ) = ٢ب^{٢}$

$م^{٢} - جـ^{٢} = ٦ب$

$ب^{٢} = ٦ب \leftarrow ب = ٦$

$جـ = \frac{٤}{٥}م$

$جـ^{٢} = م^{٢} - ب^{٢}$

$\frac{١٦}{٢٥}م^{٢} = م^{٢} - ٣٦$

$٣٦ = \frac{٩}{٢٥}م^{٢} \leftarrow م^{٢} = ١٠٠$

المساحة $= \pi \times ١٠ \times ٦ = ٦٠\pi$ ④

٣٥) الناقص $\leftarrow م^{٢} = ٩ ، ب^{٢} = ب^{٢}$

$جـ^{٢} = ٩ - ب^{٢} \leftarrow هـ^{٢} = \frac{٩ - ب^{٢}}{٩}$

الزائد $م^{٢} = ٨ ، ب^{٢} = ب^{٢}$

$هـ^{٢} = \frac{جـ^{٢}}{م^{٢}} = \frac{٨ + ب^{٢}}{٨} = \frac{٨ + ب^{٢}}{م^{٢}}$

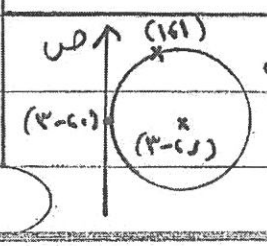
$هـ_{١} \times هـ_{٢} = \frac{٩ - ب^{٢}}{٩} \times \frac{٨ + ب^{٢}}{٨} = ١$

$٧٢ = ٧٢ + ب^{٢} - ب^{٤}$

$ب^{٤} = ١$ ②

٣٦) $(س - س_{١})^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ر^{٢}$

تمر $(١ ، ١) \leftarrow$



$(١ - ١)^{٢} + ١٦ = ر^{٢}$

$١ - ٢ر + ر^{٢} + ١٦ = ر^{٢}$

$١٧ = ٢ر$ ④

٣٧) القطع زائد م $(٠ ، ٥)$

زائد صادي $(جـ = ٣)$

$٢م = ٤ \leftarrow م = ٢$

$٩ = ٤ + ب^{٢} \leftarrow ب^{٢} = ٥$

$\frac{(ص - ٥)^{٢}}{٤} - \frac{س^{٢}}{٥} = ١$ ③

٣٨) $ف_{١}$: يقبل $(س ، ص)$ عن $س - ١ = ٠$

$ف_{٢}$: يقبل $(س ، ص)$ عن $ص - ٢ = ٠$

$ف_{١} = ٢ ف_{٢}$

$\frac{|س - ١|}{\sqrt{١ + ٠}} = ٢ \frac{|ص - ٢|}{\sqrt{٠ + ١}}$

$|س - ١| = ٢|ص - ٢|$

① $س - ١ = ٢(ص - ٢)$ ×

② $س - ١ = -٢ص + ٤$ ✓

$-٢ص - س + ٥ = ٠$ تمر $(٢ ، \frac{٣}{٢})$

④