

إجابات الوحدة 1 من كتاب الطالب

الدرس 1

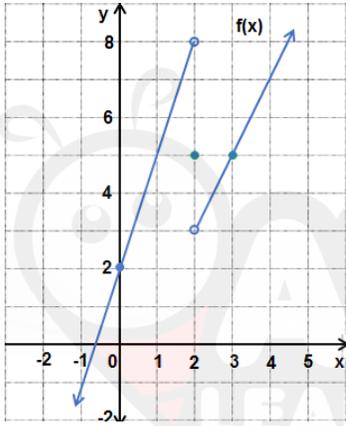
أتحقق من فهمي 1 (ص 10)

a) مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية كلها.

$$a) f(5) = 2(5) - 1 = 9$$

$$f(2) = 5$$

c)



مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية كلها.

أتحقق من فهمي 2 (ص 11)

$$f(x) = \begin{cases} x+3, & x < 1 \\ \frac{-1}{2}x + \frac{9}{2}, & 1 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

أتحقق من فهمي 3 (ص 12)

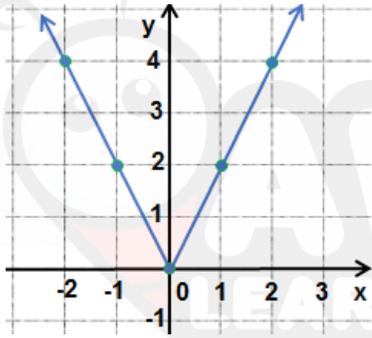
$$f(x) = \begin{cases} 1.2x, & x < 400 \\ 1.1x, & 400 \leq x < 600 \\ x+50, & x \geq 600 \end{cases}$$

أتحقق من فهمي 4 (ص14)

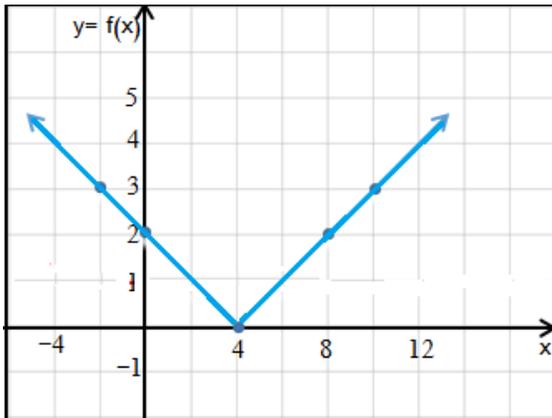
$$a) f(x) = \begin{cases} -5x + 15, & x < 3 \\ 5x - 15, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$b) f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6, & x \leq 2 \\ -x^2 + 5x - 6, & 2 < x < 3 \\ x^2 - 5x + 6, & x \geq 3 \end{cases}$$

أتحقق من فهمي 5 (ص16)



(a) المجال مجموعة الأعداد الحقيقية كلها،  
والمدى هو  $y \geq 0$ ، أو الفترة  $[0, \infty)$ .



(b) المجال مجموعة الأعداد الحقيقية كلها،  
والمدى هو  $y \geq 0$ ، أو الفترة  $[0, \infty)$ .

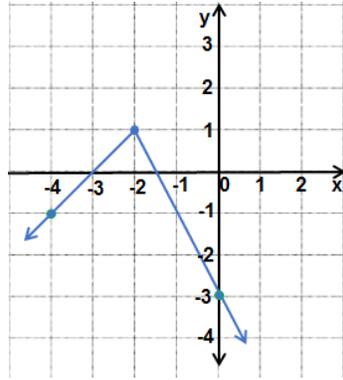
أتحقق من فهمي 6 (ص18)

$$f(x) = \left| \frac{4}{3}x + 4 \right|$$

أدرب وأحل المسائل

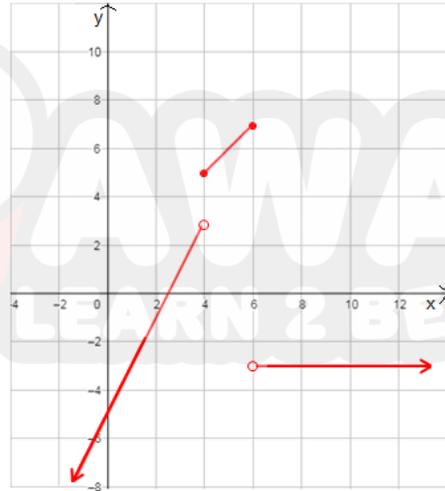
رقم السؤال	الإجابة
1	12
2	-7
3	-3
4	13
5	2
6	2
7	$f(x) = \begin{cases} -3x + 6, & x < 2 \\ 3x - 6, & x \geq 2 \end{cases}$
8	$f(x) = \begin{cases} 5x^2 + 13x - 8, & x \leq -3 \\ -5x^2 - 13x + 4, & -3 < x < \frac{2}{5} \\ x^2 + 9x + 8, & x \geq \frac{2}{5} \end{cases}$
9	$f(x) = \begin{cases} -7x + 8, & x < \frac{5}{7} \\ 7x - 2, & x \geq \frac{5}{7} \end{cases}$
10	$f(x) = \begin{cases} 5x^2 + 13x - 8, & x \leq -3 \\ -5x^2 - 13x + 4, & -3 < x < \frac{2}{5} \\ x^2 + 9x + 8, & x \geq \frac{2}{5} \end{cases}$

11



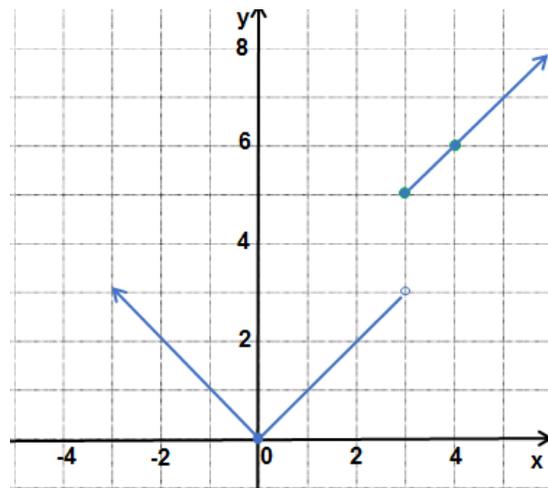
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى  $y \leq 1$  أو الفترة  $(-\infty, 1]$ .

12



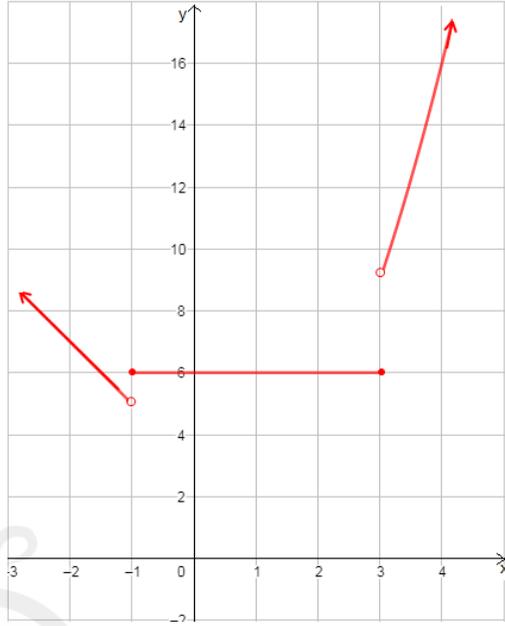
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى  $5 \leq y \leq 7$  أو  $y < 3$  ،  
أو  $(-\infty, 3) \cup [5, 7]$

13



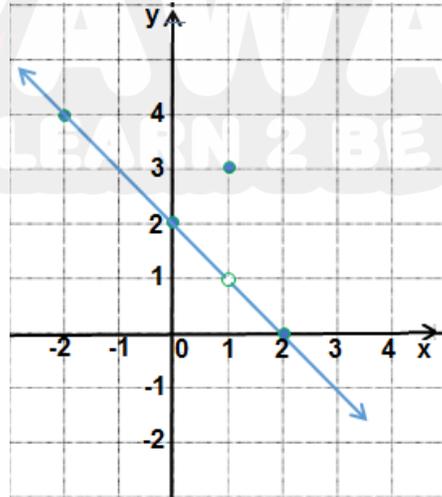
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى  $y \geq 0$  أو الفترة  $[0, \infty)$ .

14



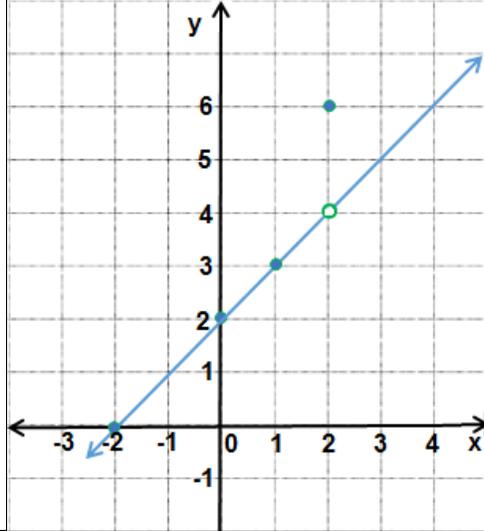
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى  $y > 5$  أو الفترة  $(5, \infty)$ .

15



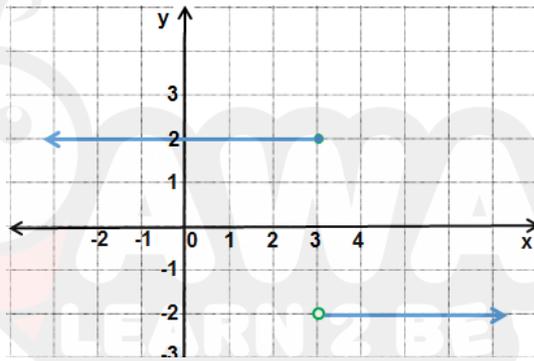
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى مجموعة الأعداد الحقيقية

16



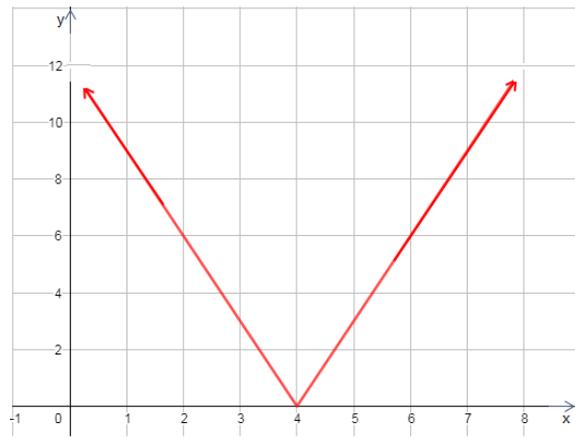
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى مجموعة الأعداد الحقيقية

17



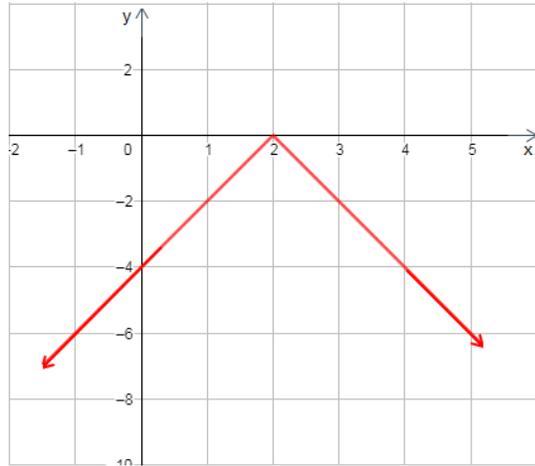
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى:  $\{-2, 2\}$

18



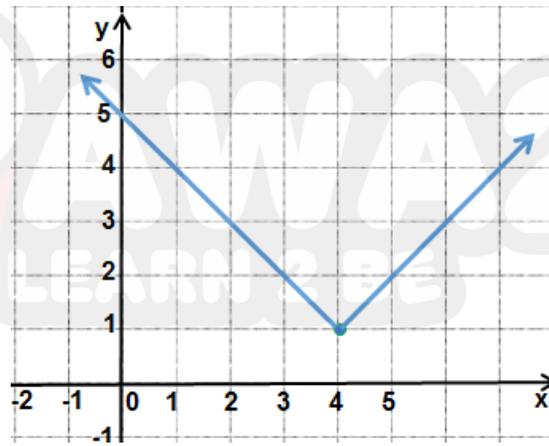
المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى  $y \geq 0$  أو الفترة  $[0, \infty)$ .

19



المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى  $y \leq 0$  أو الفترة  $(-\infty, 0]$ .

20



المجال مجموعة الأعداد الحقيقية  
المدى  $y \geq 1$  أو الفترة  $[1, \infty)$ .

21

$$f(x) = \begin{cases} -2, & x \leq -2 \\ x, & -2 < x < 2 \\ 2, & x \geq 2 \end{cases}$$

22

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -4 \leq x \leq -1 \\ -x + 1, & -1 < x \leq 2 \\ -2, & 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

23

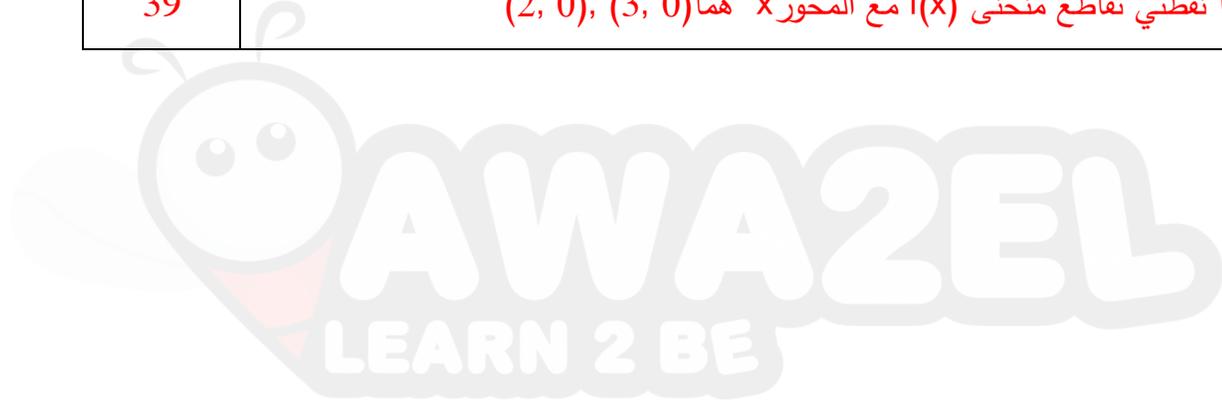
$$f(x) = \begin{cases} -x + 2, & x \neq 1 \\ 3, & x = 1 \end{cases}$$

24

$$f(x) = |x| - 2$$

25	$f(x) = - 3x $
26	$f(x) = -\frac{1}{3} x-2  + 6$
27	$f(x) = \begin{cases} 0.361x, & 0 \leq x \leq 18 \\ 0.450x - 1.602, & 18 < x \leq 36 \\ 0.550x - 5.202, & 36 < x \leq 54 \\ x - 29.502, & 54 < x \leq 72 \end{cases}$
28	<p>أرجو الانتباه لهذا التعديل على نص السؤال: ويُمثّل العمود الذي يتوسط الوجه الأمامي للخيمة محور التماثل.</p>
29	مجال هذا الاقتران هو $[0, 5]$ ، ومداه $[0, 3.5]$
30	$f(x) = \begin{cases} 500 + 0.01x, & x \leq 20000 \\ 400 + 0.015x, & x > 20000 \end{cases}$
31	
32	استمر الهطل ساعتان لأنه توقف بعد ساعتين، يقطع المنحنى المحور الأفقي عند 0، و 2
33	كان أعلى معدل هطل بعد ساعة من بدئه، يبين الرسم أن القيمة العظمى عند $(1, 0.5)$

34	$a$ ، لأن الرأس عند $(2.5, 0)$ ، ومفتوح للأعلى
35	لا تشكل اقترانًا بسبب تداخل المجالين الجزئيين، فالفترة $[1, 2]$ تقع في كل من $(-\infty, 2]$ و $[1, \infty)$ فسيكون للعدد 1 مثلًا صورتان هما -2 و 1 وهذا يناقض تعريف الاقتران.
36	$f(x) =  x^2 - 4 $ لأن الرسم هو لقطع مكافئ يقطع المحور $x$ عند $-2$ ، و $2$ ، وعُكس الجزء الواقع تحت المحور $x$ حول المحور $x$ .
37	إجابة محتملة: $f(x) =  x+2  - 11$
38	$p = -5$ , $q = -6$
39	إحداثيا نقطتي تقاطع منحنى $f(x)$ مع المحور $x$ هما $(2, 0)$ , $(3, 0)$



## الدرس 2

أتحقق من فهمي 1 (ص 23)

a)  $x = -3, x = -1$

(b) عند حل هذه المعادلة جبريًا ينتج حلان هما  $x = 3$  و  $x = \frac{1}{3}$  لكن عند التحقق نجد أن 3 فقط تحقق المعادلة الأصلية. الحل هو  $x = 3$

$$2|x+1| - x = 3x-4$$

$$2|\frac{1}{3} + 1| - \frac{1}{3} = 3(\frac{1}{3}) - 4$$

$$2\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 1 - 4$$

$$2\frac{1}{3} = -3 \times$$

c)  $x = 3.25, x = 3.75$

أتحقق من فهمي 2 (ص 24)

$$x = 0, x = 4$$

أتحقق من فهمي 3 (ص 25)

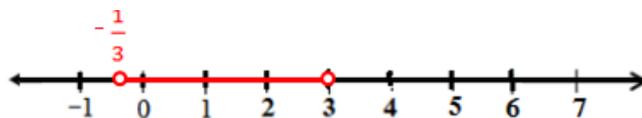
$$|x-300| = 25^\circ$$

$$x = 325^\circ, x = 275^\circ$$

أتحقق من فهمي 4 (ص 26)

a)  $-\frac{1}{3} < x < 3$

مجموعة الحل: الفترة  $(-\frac{1}{3}, 3)$



b)  $-2 \leq x \leq 6$

مجموعة الحل: الفترة  $[-2, 6]$

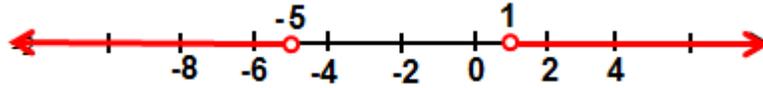


c) ليس لهذه المتباينة حل لأن القيمة المطلقة لأي عدد حقيقي أكبر من صفر أو تساويه.

أتحقق من فهمي 5 (ص 28)

a)  $x < -5$  or  $x > 1$

مجموعة الحل:  $(-\infty, -5) \cup (1, \infty)$



b)  $-2|3x+4| < -8$

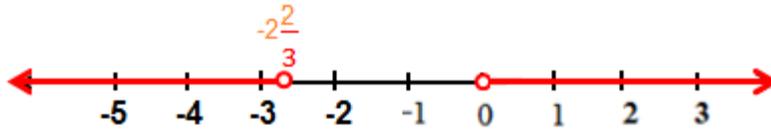
(بقسمة الطرفين على -2)  $|3x+4| > 4$

$3x + 4 < -4$  or  $3x + 4 > 4$

$x < \frac{-8}{3}$  or  $x > 0$

$x < -2\frac{2}{3}$  or  $x > 0$

مجموعة الحل:  $(-\infty, -2\frac{2}{3}) \cup (0, \infty)$



أتحقق من فهمي 6 (ص 31)

a)  $x < -3$  or  $x > -1$

مجموعة الحل:  $(-\infty, -3) \cup (-1, \infty)$

b)  $-5 \leq x \leq -\frac{1}{7}$

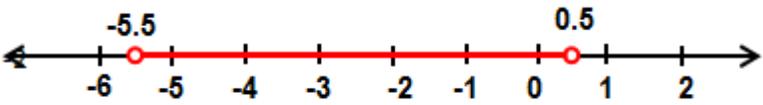
مجموعة الحل : الفترة  $[-5, -\frac{1}{7}]$

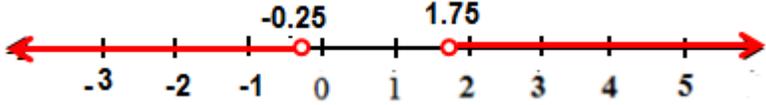
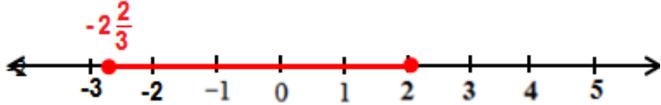
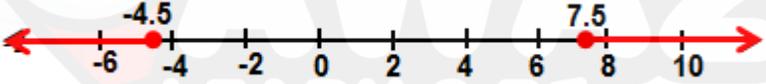
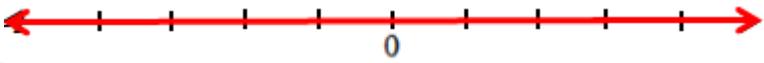
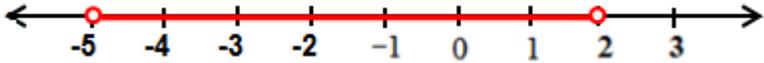
أتحقق من فهمي 7 (ص 31)

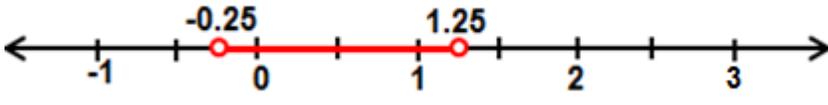
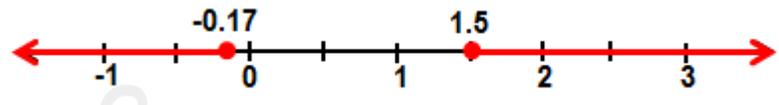
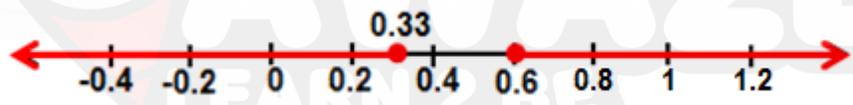
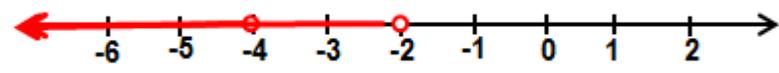
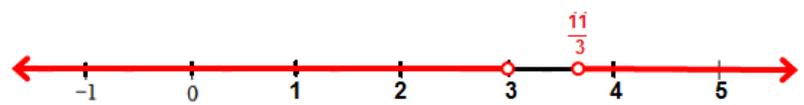
$$|x-88 \text{ mg}| > 38 \text{ mg}$$

$$x < 50 \text{ mg or } x > 126 \text{ mg}$$

أتدرب وأحل المسائل

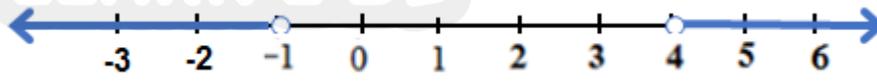
رقم السؤال	الإجابة
1	$\frac{2}{3}, 2$
2	-10, 18
3	0, 3
4	-0.4, 0.8
5	0
6	3.5, 5
7	-4, 0
8	$\left  \frac{3x+3}{2x-5} \right  - 4 = 6$ $\left  \frac{3x+3}{2x-5} \right  = 10$ $\frac{3x+3}{2x-5} = 10$ or $\frac{3x+3}{2x-5} = -10$ $3x+3 = 20x-50$ or $3x+3 = -20x+50$ $x = \frac{53}{17}$ or $x = \frac{47}{23}$
9	-4
10	$-5.5 < x < -0.5$ مجموعة الحل : الفترة (-5.5, -0.5) 

11	$x < -0.25$ or $x > 1.75$ مجموعة الحل: $(-\infty, -0.25) \cup (1.75, \infty)$ 
12	$-\frac{8}{3} \leq x \leq 2$ مجموعة الحل: الفترة $(-\frac{8}{3}, 2)$ 
13	$x \leq -4.5$ or $x \geq 7.5$ مجموعة الحل: $(-\infty, -4.5) \cup (7.5, \infty)$ 
14	مجموعة الحل هي مجموعة الأعداد الحقيقية لأن القيمة المطلقة لأي مقدار هي أكبر من صفر ومن جميع الأعداد السالبة دائماً. 
15	ليس لها حل، مجموعة حلها هي $\phi$
16	$ -4x - 6  < 14$ $-14 < -4x - 6 < 14$ $-8 < -4x < 20$ $2 > x > -5$ $-5 < x < 2$ مجموعة الحل: الفترة $(-5, 2)$ 

17	$-0.25 < x < 1.25$ مجموعة الحل: الفترة $(-0.25, 1.25)$ 
18	$x \leq -0.17$ or $x \geq 1.5$ مجموعة الحل: $(-\infty, -0.17) \cup (1.5, \infty)$ 
19	$x \leq 0.33$ or $x \geq 0.6$ مجموعة الحل: $(-\infty, 0.33] \cup [0.6, \infty)$ 
20	$x < -2$ or $x < -4$ عند تمثيل الحلين على خط الأعداد تلاحظ أنها متداخلان، ويكون اتحاد الحلين هو المجموعة الأوسع وهي $x < -2$ أي أن حل هذه المتباينة هو $(-\infty, -2)$ 
21	$x < 3$ or $x > \frac{11}{3}$ مجموعة الحل: $(-\infty, 3) \cup (\frac{11}{3}, \infty)$ 
22	$-4 < x < -2$ مجموعة الحل هي الفترة: $(-4, -2)$

23	$x < 0.5$	مجموعة الحل هي الفترة : $(-\infty, 0.5)$
24	$x < -5$ or $x > -\frac{1}{3}$	مجموعة الحل هي : $(-\infty, -5) \cup (-\frac{1}{3}, \infty)$
25	$x < -\frac{2}{7}$ or $x > \frac{4}{3}$	مجموعة الحل هي: $(-\infty, -\frac{2}{7}) \cup (\frac{4}{3}, \infty)$
26	$-3.5 < x < 0.75$	مجموعة الحل هي الفترة : $(-3.5, 0.75)$
27	$x \leq \frac{5}{3}$ or $x \geq 9$	مجموعة الحل هي: $(-\infty, \frac{5}{3}] \cup [9, \infty)$
28		إجابة محتملة: $ x+1  \geq 2$
29		إجابة محتملة: $ x-1  < 5$
30		إذا كان $c > 0$ فإن للمعادلة $ ax+b  = c$ حلين، وإذا كان $c = 0$ فلها حل واحد، وإذا كان $c < 0$ فليس لها حل لأن القيمة المطلقة لا تكون سالبة أبدًا.
31		إذا توقف الطالب عن القراءة عند الصفحة $x$ فإن المعادلة هي: $ x-304  = 10$ ولها الحلان $x = 314, x = 294$ يمكن أن يتوقف الطلبة عن القراءة عند أي صفحة من 294 إلى 314
32		إذا كان طول المسمار $x$ ، فإن المعادلة هي: $ x-5  = 0.02$ ولها الحلان: $x = 5.02, x = 4.98$ الحد الأعلى لطول المسمار التي تنتجه هذه الآلة هو $5.02 \text{ cm}$ ، والحد الأدنى هو $4.98 \text{ cm}$
33		

34	<p><math>k = 16</math>، لأن المستقيم <math>y = 16x</math> يلاقي منحنى القيمة المطلقة الممثل في السؤال السابق في 3 مواقع عند الرأس ونقطتين على الجزأين الجانبيين من المنحنى. لاحظ أنه عندما تكون <math>k &gt; 16</math> يصبح للمعادلة حلان فقط، وإذا كانت <math>0 &lt; k &lt; 16</math>، فإن للمعادلة 4 حلول.</p>
35	<p>إذا كانت درجة الحرارة هي <math>x</math>، فإن قيم <math>x</math> المقبولة هي المظللة بالأزرق، وقيم <math>x</math> التي لا تعيش فيها الأفاعي مظللة بالأحمر. لإيجاد المتباينة التي حلها هو الجزء المظلل بالأحمر أجد منتصف الفترة المظللة بالأزرق.</p>  <p>متوسط 75، و 90 هو 82.5، فالدرجات التي لا تعيش فيها الأفاعي هي التي تزيد عن 82.5 أو تقل عنها بأكثر من 7.5، كما يظهر في الرسم.</p> <p>المتباينة التي تصف ذلك هي: <math> x - 82.5  &gt; 7.5</math></p>
36	<p>ليكن إيجار الشقة <math>x</math> دينار، تكون المتباينة التي تصف حدود الإيجار هي: <math> x - 250  \leq 55</math> وحلها هو: <math>195 \leq x \leq 305</math></p> <p>مدى إيجار شقة في هذا الحي هو من 195 دينار إلى 305 دنانير</p>
37	<p>لتكن كتلة القدم المكعب من الرخام <math>x</math> رطل، فتكون كتلة 20 قدم مكعب <math>20x</math> رطل المتباينة التي تصف المسألة هي: <math> 20x - 3400  \leq 100</math> وحلها هو: <math>165 \leq x \leq 175</math></p> <p>كتلة القدم المكعب من الرخام تتراوح ما بين 165 رطل إلى 175 رطل.</p>
38	<p>كلا، ليس لهما الحل نفسه. حلا المعادلة <math> x+a  = b</math> هما <math>x+a = b</math> و <math>x+a = -b</math>، بينما حلا المعادلة <math> x  + a = b</math> هما <math> x  = b-a</math> و <math> x  = a-b</math>، فهما تشتركان في أحد الحلين <math>b-a</math>، وتختلفان في الآخر.</p>
39	<p>لحل هذه المعادلة نأخذ 4 حالات</p> <p>الحالة 1: (اعتبار ما بداخل القيمة المطلقة موجب في الطرفين)</p> $2x+1 + 5 = 7 - 3x \Rightarrow x = 0.2$ <p>0.2 تحقق المعادلة الأصلية لأن <math> 2(0.2)+1  + 5 =  7 - 3(0.2) </math></p> $6.4 = 6.4$ <p>الحالة 2: (اعتبار ما بداخل القيمة المطلقة سالب في الطرفين)</p> $-(2x+1) + 5 = -(7 - 3x) \Rightarrow x = 2.2$ <p>2.2 لا تحقق المعادلة الأصلية لأن <math> 2(2.2)+1  + 5 \neq  7 - 3(2.2) </math></p> $10.4 \neq 0.4$

	<p>الحالة 3: (اعتبار ما بداخل القيمة المطلقة موجب في الطرف الأيمن وسالب في الأيسر)</p> $-(2x+1) + 5 = 7 - 3x \Rightarrow x = 3$ <p>3 لا تحقق المعادلة الأصلية لأن <math> 2(3)+1  + 5 \neq  7-3(3) </math></p> $12 \neq 2$ <p>الحالة 4: (اعتبار ما بداخل القيمة المطلقة موجب في الطرف الأيسر وسالب في الأيمن)</p> $2x+1 + 5 = -(7 - 3x) \Rightarrow x = 13$ <p>13 تحقق المعادلة الأصلية لأن <math> 2(13)+1  + 5 =  7-3(13) </math></p> $32 = 32$ <p>إذن، لهذه المعادلة حلان هما: 0.2, 13</p>
40	<p>المتباينة المختلفة هي <math> 4x+1  \leq 8 - 5</math> التي تتحول إلى <math> 4x + 1  \geq -3</math>، وبذلك تكون مجموعة حلها هي مجموعة الأعداد الحقيقية كاملة، بينما بقية المتباينات حلولها مجموعات جزئية من <math>R</math>.</p>
41	<p>إجابة مريم غير صحيحة، فالتمثيل المعطى هو للمتباينتين <math>x &gt; 4</math>، أو <math>x &gt; -1</math>، بينما حل المتباينة المعطاة هو <math>x &lt; -1</math> or <math>x &gt; 4</math>، ويكون تمثيله على خط الأعداد على النحو الآتي:</p> 
42	<p>لطفاً! تعدل المتباينة على النحو التالي:</p> <p><b>تحذّر:</b> أحلّ المتباينة <math> x + 3  - 2 &lt; - x + 4  + 8</math></p> <p>لحل هذه المتباينة نأخذ 4 حالات</p> <p>الحالة 1: (اعتبار ما بداخل القيمة المطلقة موجب في الطرفين وتحويلها إلى معادلة)</p> $x+3 -2 = -x -4 +8 \rightarrow x = 1.5$ <p>الحالة 2: (اعتبار ما بداخل القيمة المطلقة موجب في الطرف الأيمن وسالب في الأيسر وتحويلها إلى معادلة)</p> $-x-3 -2 = -x -4 +8 \rightarrow -5 = 4 \times$ <p>الحالة 3: (اعتبار ما بداخل القيمة المطلقة سالب في الطرفين وتحويلها إلى معادلة)</p> $-x-3 -2 = x +4 +8 \rightarrow x = -8.5$

الحالة 4: (اعتبار ما بداخل القيمة المطلقة سالب في الطرف الأيمن وموجب في الأيسر وتحويلها إلى معادلة)

$$x+3-2 = x+4+8 \rightarrow 1 = 12 \times$$

أختار عددًا بين الحلين  $-8.5$ ، و  $1.5$  وليكن  $0$  أعوضه في المتباينة الأصلية

$$|x + 3| - 2 < -|x + 4| + 8$$

$$|0+3|-2 < -|0+4|+8$$

$$1 < 4 \quad \checkmark$$

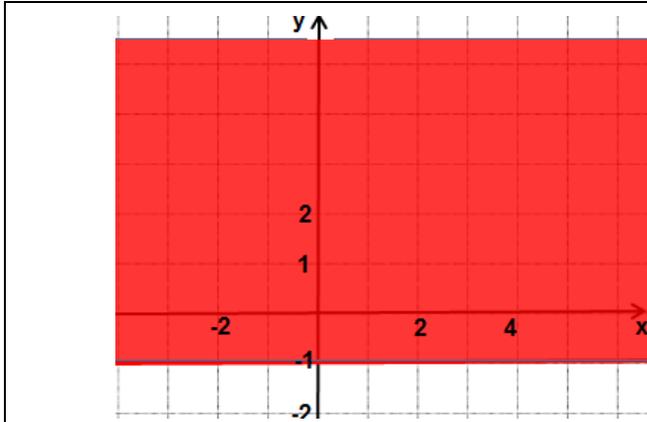
العدد  $0$  حقق المتباينة الأصلية

إذن مجموعة الحل هي الأعداد الواقعة بين الحلين

أي  $-8.5 < x < 1.5$ ، أو الفترة  $(-8.5, 1.5)$ .

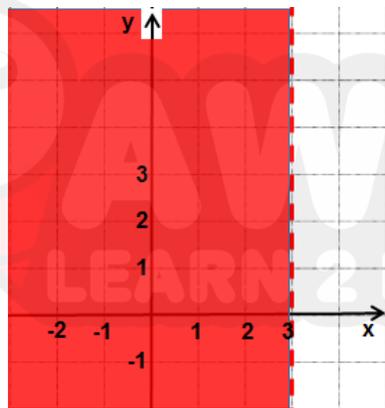


الدرس 3

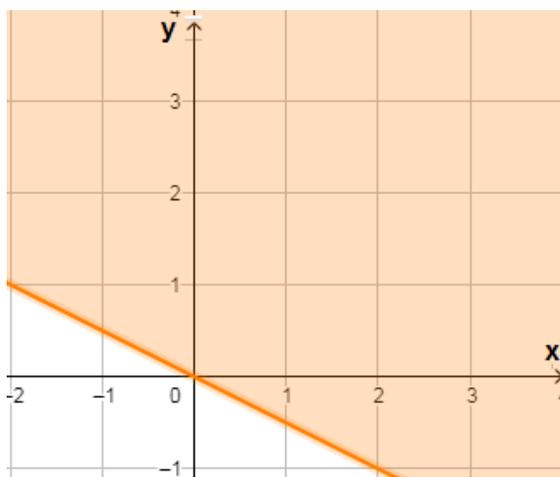


أتحقق من فهمي 1 (ص 37)

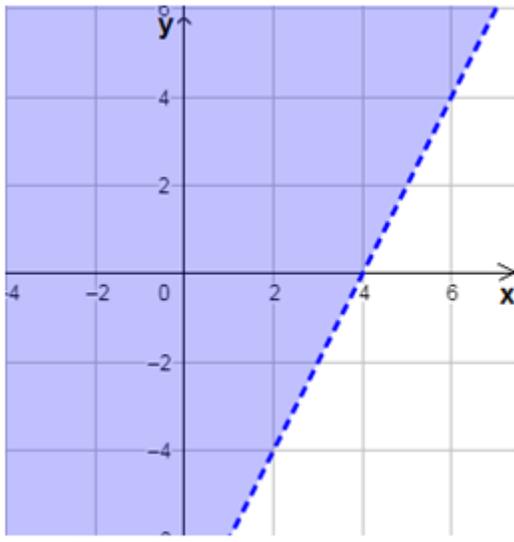
(a)



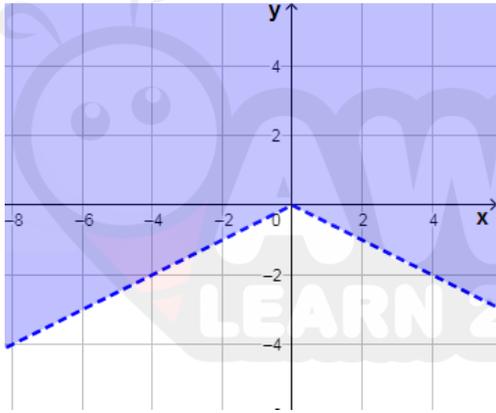
(b)



(c)

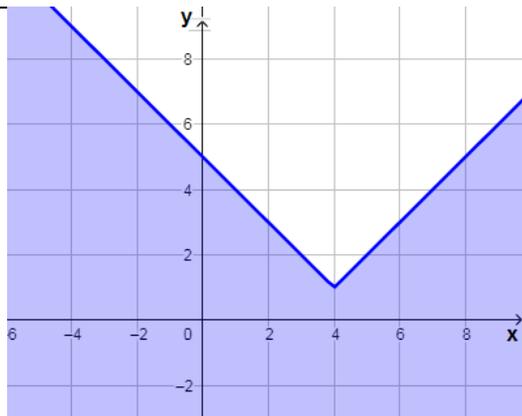


(d)

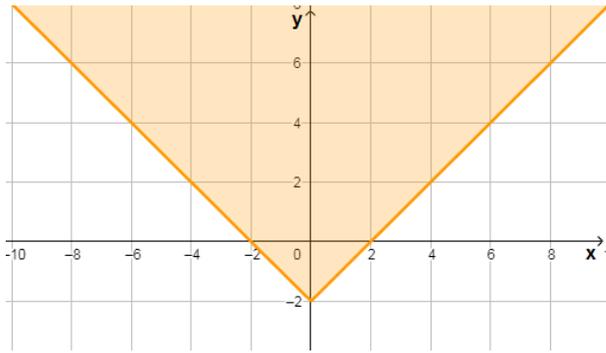


أتحقق من فهمي 2 (ص 38)

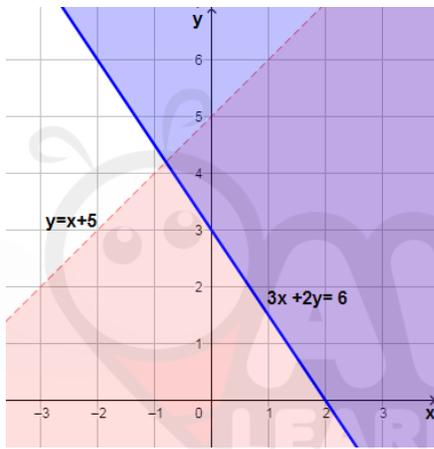
(a)



(b)



(c)



(a) للتحقق أختار نقطة في  
منطقة الحل ولتكن  
(1, 3) أعوض  
إحداثيها في المتباينتين.

$$y \leq x + 5$$

$$3 \leq 1 + 5$$

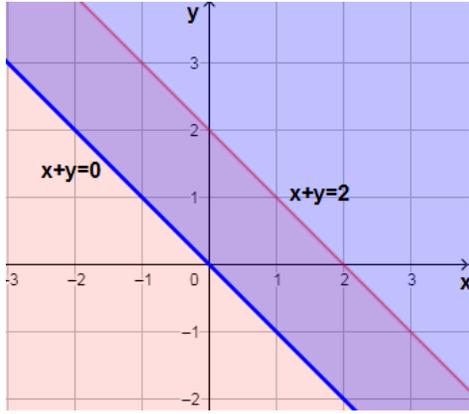
$$3 \leq 6 \checkmark$$

$$3x + 2y \geq 6$$

$$3(1) + 2(3) \geq 6$$

$$9 \geq 6 \checkmark$$

أتحقق من فهمي 3 (ص 40)



(b) لتتحق أختار نقطة في  
منطقة الحل ولتكن  
 $(-1, 2)$  أعوض  
إحداثيها في  
المتباينتين.

$$x + y \leq 2$$

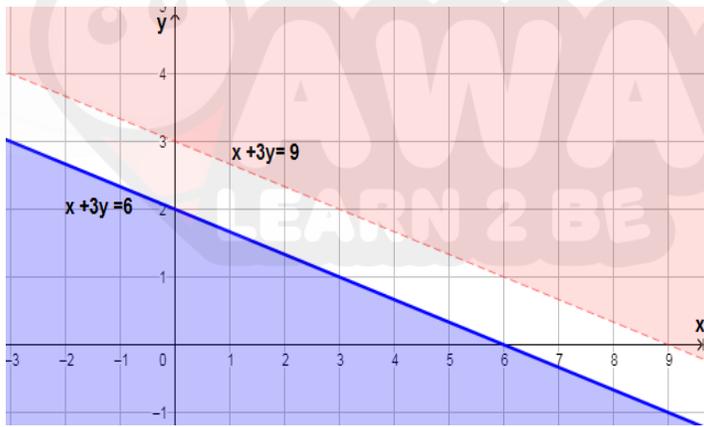
$$-1 + 2 \leq 2$$

$$1 \leq 2 \checkmark$$

$$x + y \geq 0$$

$$-1 + 2 \geq 0$$

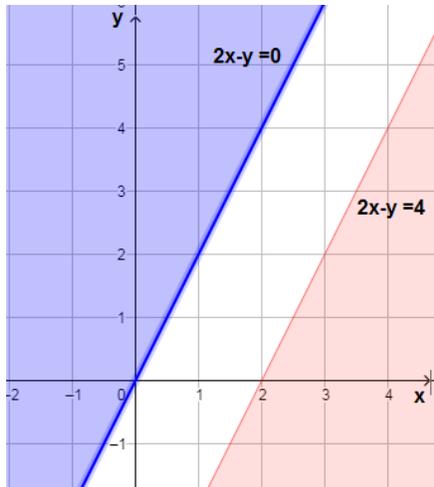
$$1 \geq 0 \checkmark$$



أتتحق من فهمي 4 (ص 40)

(a)

ليس له حل

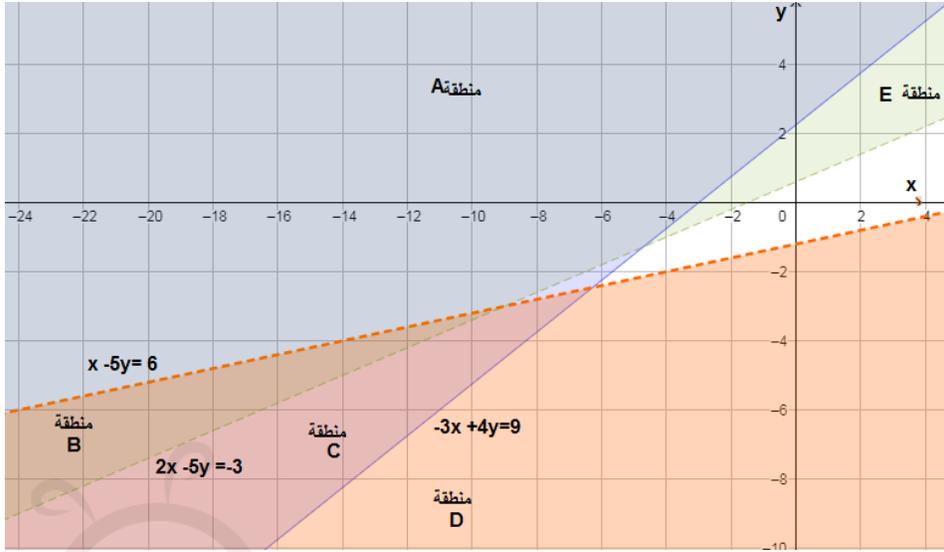


(b)

ليس له حل

أتحقق من فهمي 5

(ص 41)



• حل المتباينة

$$-3x + 4y \geq 9$$

هو المناطق A, B, C

• حل المتباينة

$$x - 5y > 6$$

هو المناطق B, C, D

• حل المتباينة

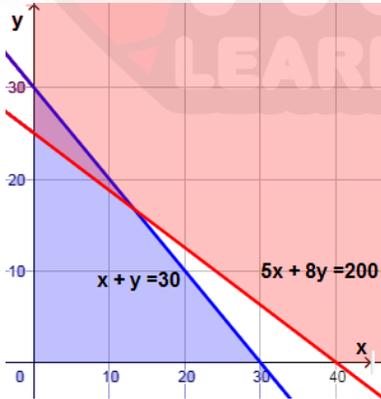
$$2x - 5y < -3$$

هو المناطق A, B, E

المنطقة المشتركة بين جميع الحلول هي المنطقة B

إذن، منطقة حل هذا النظام هي المنطقة B.

أتحقق من فهمي (ص 43)



أفرض أن كمية الكتان  $x \text{ m}^2$ ، وكمية الصوف  $y \text{ m}^2$

فيكون نظام المتباينات الذي يصف هذه المسألة هو:

$$x + y \leq 30$$

$$5x + 8y \geq 200$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

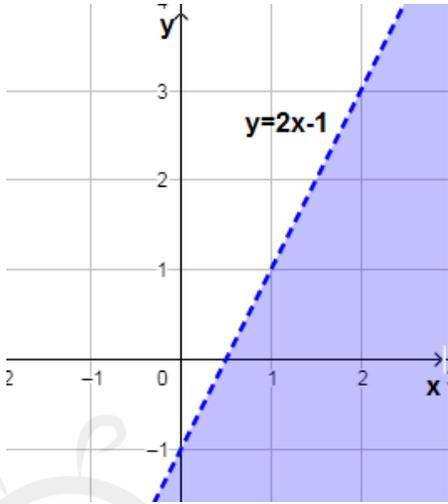
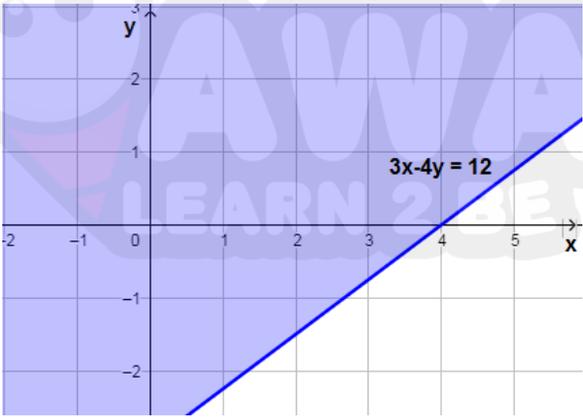
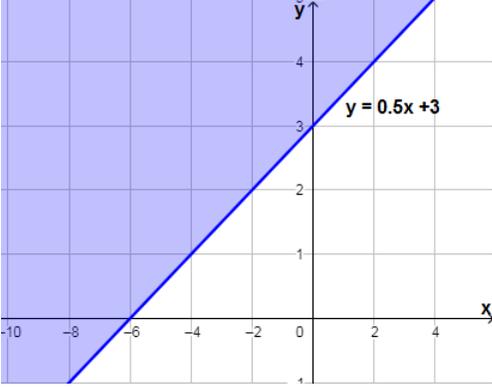
ومنطقة حله ممثلة بالرسم المجاور بالمثلث الذي يتمازج فيه اللونين.

الكميات التي يمكنه شراؤها هي إحداثيات النقاط الواقعة في منطة الحل.

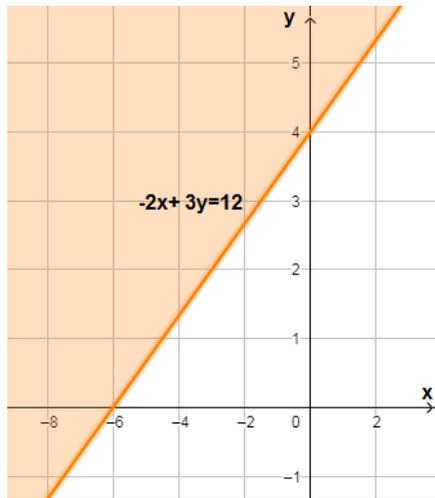
أكبر كمية كتان هي أكبر إحداثي  $x$  لنقاط منطقة الحل، وهو هنا الإحداثي  $x$  لنقطة تقاطع المستقيمين

$$5x + 8y = 200, x + y = 30$$

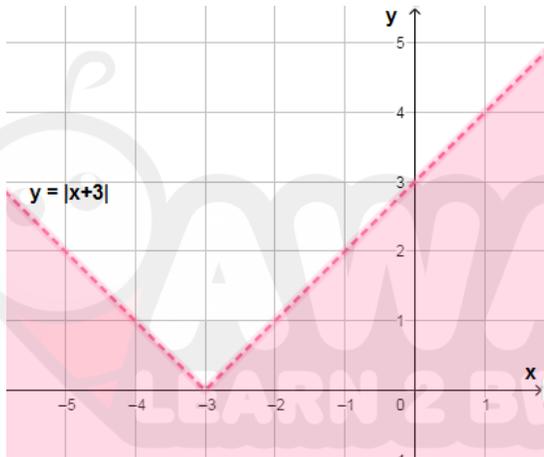
بضرب المعادلة الثانية في 8 وطرح الأولى ينتج أن  $3x = 40$  ومنها  $x = 13\frac{1}{3} \text{ m}$

رقم السؤال	الإجابة
1	 <p>A Cartesian coordinate system showing a dashed line representing the equation <math>y = 2x - 1</math>. The line passes through the points <math>(0, -1)</math> and <math>(1, 1)</math>. The region below the line is shaded in light blue, representing the solution set for the inequality <math>y &lt; 2x - 1</math>.</p>
2	 <p>A Cartesian coordinate system showing a solid line representing the equation <math>3x - 4y = 12</math>. The line passes through the points <math>(4, 0)</math> and <math>(0, -3)</math>. The region below the line is shaded in light blue, representing the solution set for the inequality <math>3x - 4y &lt; 12</math>.</p>
3	 <p>A Cartesian coordinate system showing a solid line representing the equation <math>y = 0.5x + 3</math>. The line passes through the points <math>(0, 3)</math> and <math>(-6, 0)</math>. The region below the line is shaded in light blue, representing the solution set for the inequality <math>y &lt; 0.5x + 3</math>.</p>

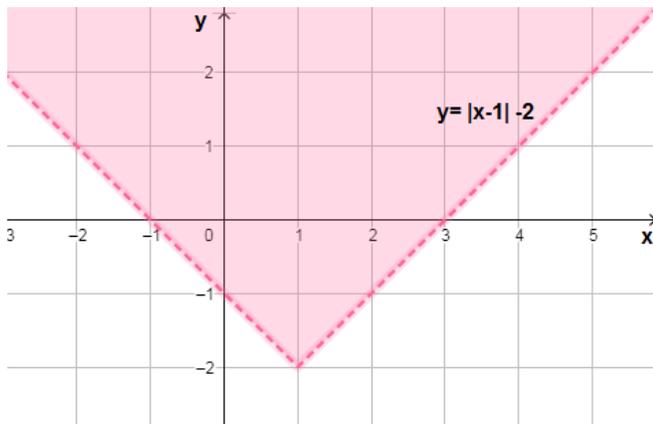
4



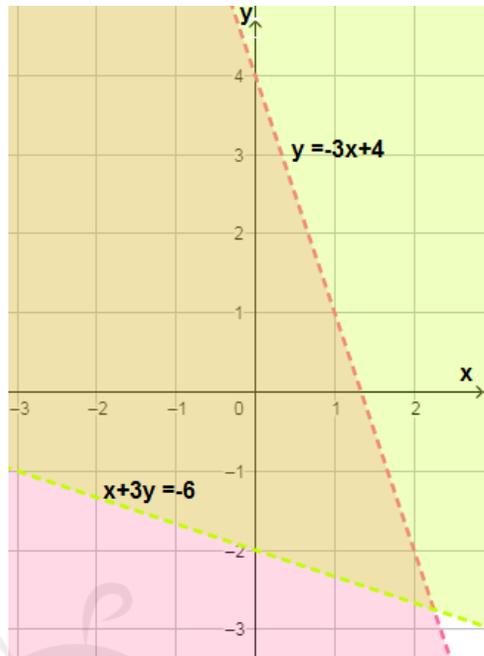
5



6

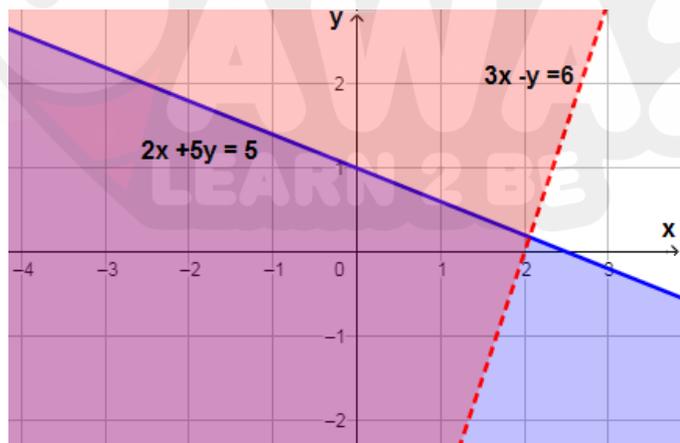


7



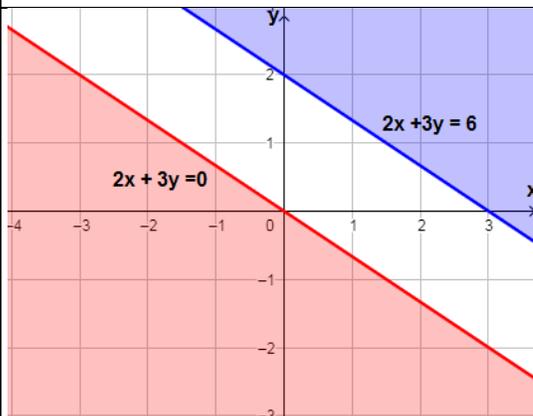
منطقة الحل هي المنطقة التي فيها المزيج من اللونين الأخضر والأحمر.

8



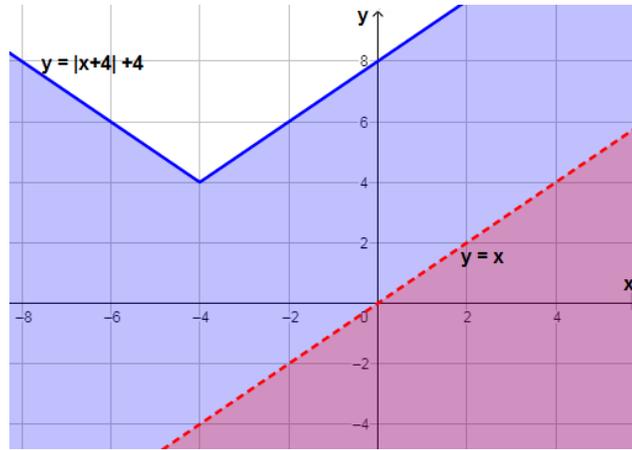
منطقة الحل هي المنطقة التي فيها المزيج من اللونين الأزرق والأحمر.

9



لا يوجد لهذا النظام حل منطقتا الحل لا تتقاطعان.  
مجموعة الحل في هذه الحالة هي  $\emptyset$ .

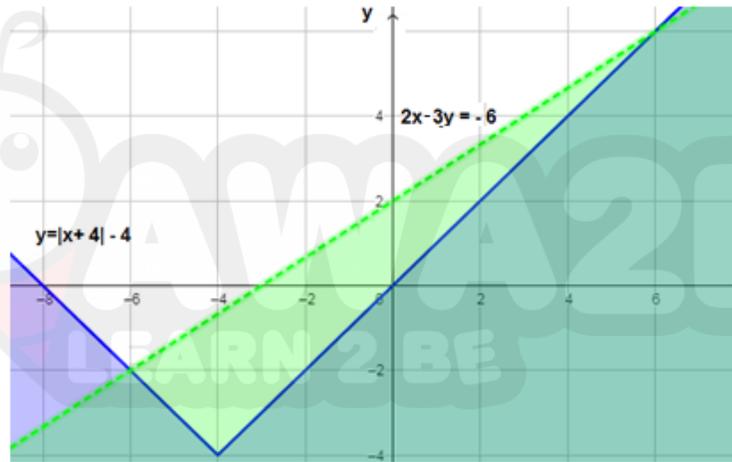
10



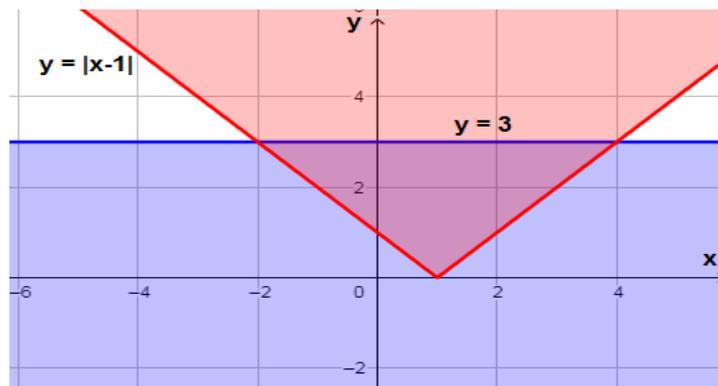
منطقة حل هذا النظام هي المنطقة التي فيها مزيج من اللونين الأزرق والأحمر في أسفل يمين الشكل وهي حل المتباينة  $y < x$ ، فكل زوج يحقق  $x < y$  هو في الوقت ذاته يحقق  $y \leq |x + 4| + 4$ .

11

منطقة الحل هي المنطقة التي فيها مزيج من اللونين الأزرق والأخضر.

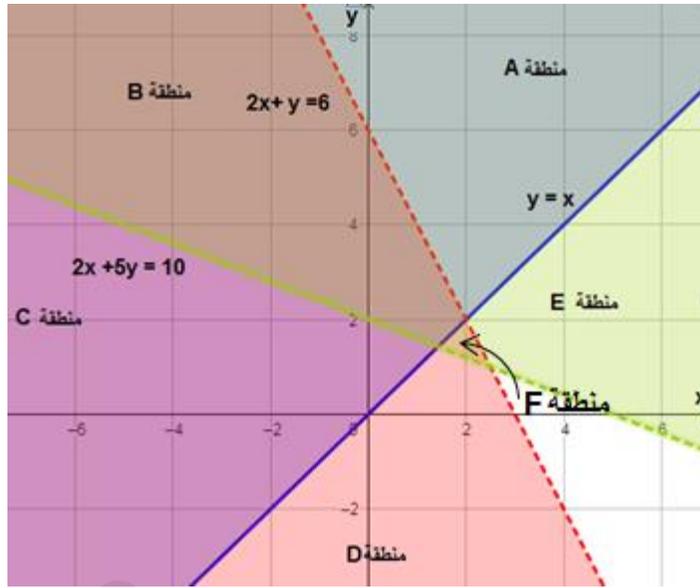


12



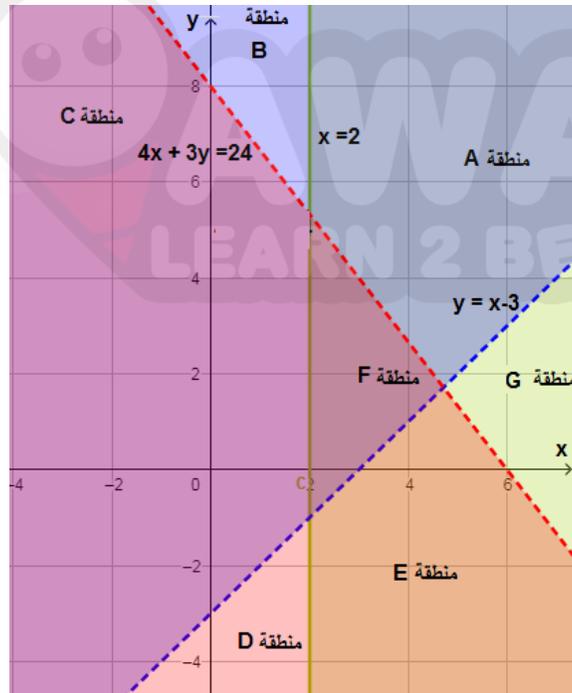
منطقة الحل هي المثلث الذي فيه مزيج من اللونين الأحمر والأزرق ورؤوسه  $(-2, 3)$ ,  $(4, 3)$ ,  $(1, 0)$

13



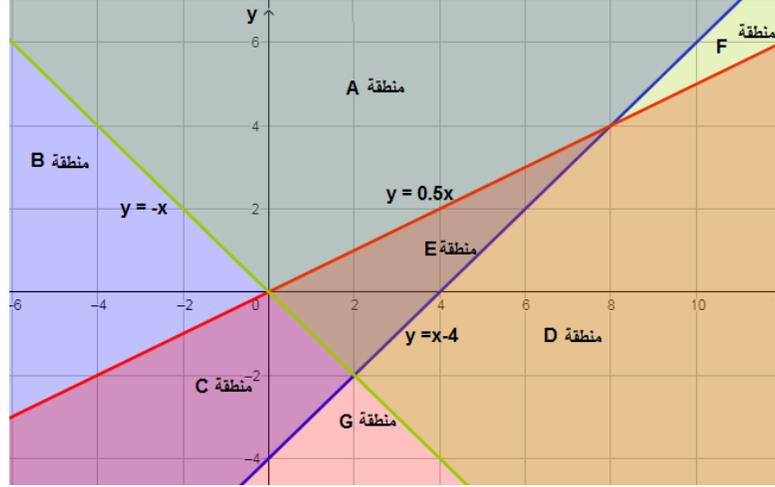
منطقة حل هذا النظام هي المنطقة B  
 لأن حل المتباينة  $y \geq x$  هو  
 المناطق A, B, C؛ و حل المتباينة  
 $2x + y < 6$  هو المناطق  
 B, C, D, F؛ و حل المتباينة  
 $2x + 5y > 10$  هو المناطق  
 A, B, E, F؛ المنطقة المشتركة بين  
 كل الحلول هي B.

14



منطقة حل هذا النظام هي المنطقة F  
 لأن حل المتباينة  $x \geq 2$  هو المناطق  
 A, F؛ و حل المتباينة  $4x + 3y < 24$  هو  
 المناطق C, D, E, F؛ و حل المتباينة  
 $y > x - 3$  هو المناطق  
 A, B, C, F؛ المنطقة المشتركة بين كل الحلول  
 هي F.

15



منطقة حل هذا النظام هي المنطقة E  
لأن حل المتباينة  $y \geq x - 4$  هو المناطق A, B, C, E؛  
وحل المتباينة  $y \leq 0.5x$  هو المناطق C, D, E, G؛  
وحل المتباينة  $y \geq -x$  هو

المناطق A, D, E, F؛ المنطقة المشتركة بين كل الحلول هي المنطقة E.

16

أفرض أن عدد لفات ورق الزينة الأزرق x، وأن عدد لفات ورق الزينة الذهبي y.

نظام المتباينات الذي يصف هذه

المسألة هو:

$$x + y \geq 6$$

$$2x + 3y \leq 15$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$



منطقة حل هذا النظام هي المنطقة

التي يمتزج فيها اللونين الأحمر

والأزرق. إحداثيات نقاط منطقة الحل

تمثل عدد اللفات التي يمكن لتغريد

شراؤها، ومنها

(4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6), (10, 2), (12, 2)

17  $2y > -3x$

18  $y \geq -2x + 3$

19  $y \geq 1.5|x - 2|$

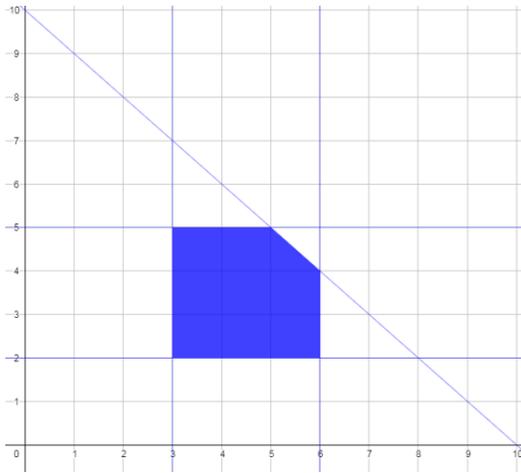
20 أفرض أن رامي يقود الحافلة على نحو متواصل x ساعة في اليوم، وأن خليل يقودها y ساعة في اليوم  
نظام المتباينات هو:

$$3 \leq x \leq 6$$

$$3 \leq y \leq 9$$

$$x + y \leq 10$$

وتمثيله في الرسم المجاور.



21

أفرض أن عدد الطاولات المستديرة  $x$ ، وأن عدد الطاولات المستطيلة  $y$

عدد الجالسين حول الطاولات المستديرة  $8x$ ؛ وعدد الجالسين حول الطاولات المستطيلة  $6y$

عدد الحضور 264 على الأقل

المتباينة التي تصف الموقف هي:  $8x + 6y \geq 264$

إذا كانت  $x = 18$ ، فإن  $8(18) + 6y \geq 264$

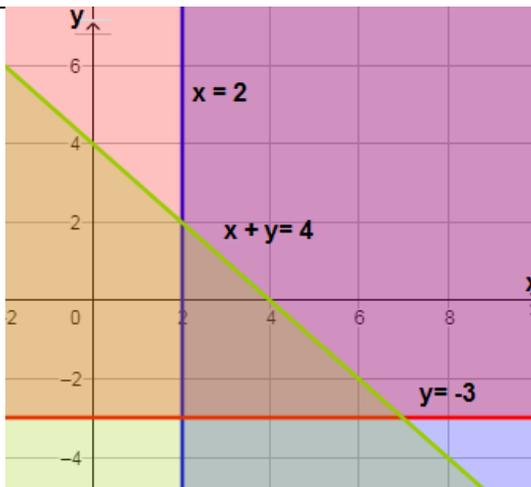
$$144 + 6y \geq 264$$

$$6y \geq 120$$

$$y \geq 20$$

يلزم 20 طاولة مستطيلة على الأقل.

22



منطقة حل النظام هي المثلث القائم الزاوية

الذي تحده المستقيمات الثلاث:

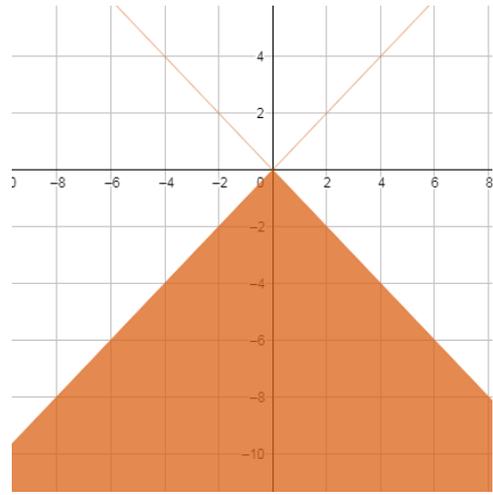
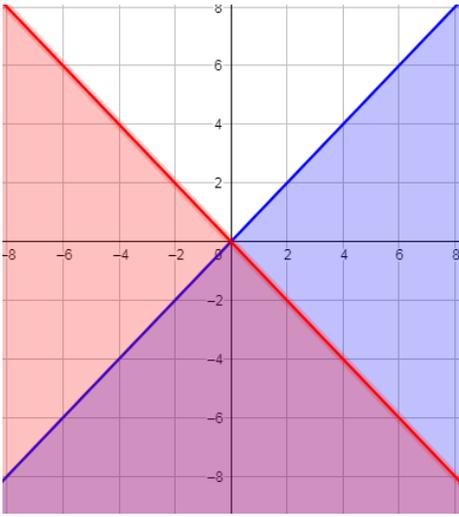
$$x=2, y=-3, x+y=4$$

23	12.5 وحدة مربعة
24	$x + y \geq 3$ , $y \leq \frac{1}{2}x + 3$ , $y \geq 5x - 15$
25	9
26	3
27	إجابة محتملة: $x + y \geq 5$ $x + y \leq 5$
28	إجابة محتملة: $y \geq 3x$ $x \leq 2x$
29	صحيحة أحياناً. النظام $4x+3y \geq 12$ , $4x+3y \leq 10$ ليس له حل، وأما النظام $4x+3y \geq 12$ , $4x+3y \geq 10$ فهذه منطقة حل المتباينة $4x+3y \geq 12$
30	بما أن النقطة (3, 2) تحقق المتباينة، فإن $2 > 3m + b$ النقطة (1, 2) لا تحقق المتباينة، فإن $2 \leq m+b$ بإضافة $2m$ لطرفي هذه المتباينة ينتج أن $2 + 2m \leq 3m + b$ ولكن $3m + b < 2$ فنستنتج أن $2 + 2m < 2$ $2m < 0$ $m < 0$ إذن، ميل المستقيم الحدودي سالب.
31	$y \leq  x $ $y \geq - x $
32	$-2 \leq x \leq 5$ $y \geq x - 2$ $y \leq x + 2$

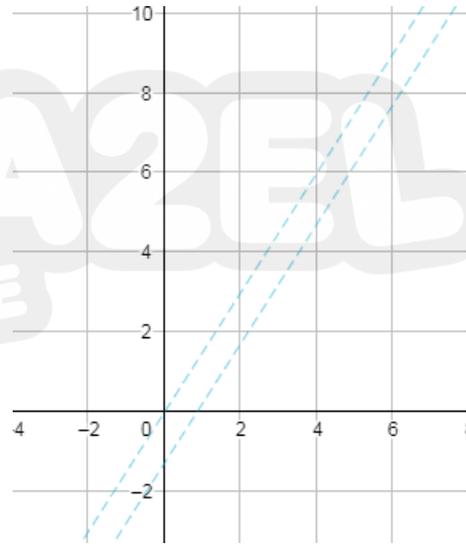
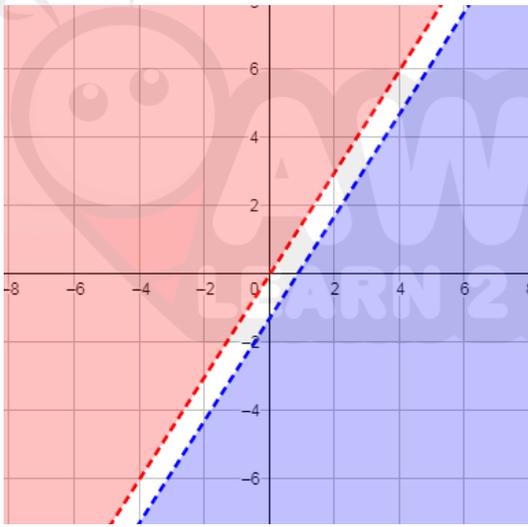
معمل برمجية جيو جبرا  
أتدرب (ص 47)

رقم السؤال	الإجابة	
1		
2		

3



4



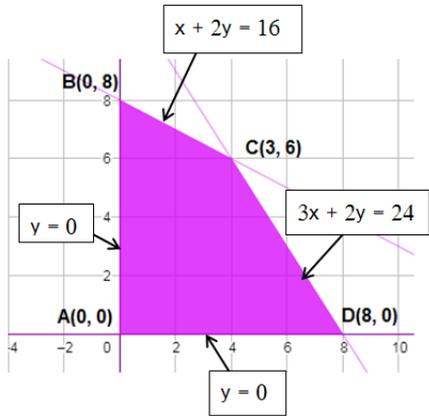
لا يوجد له حل

لا يوجد له حل

## الدرس 4

أتحقق من فهمي 1 (ص 49)

التمثيل البياني لنظام المتباينات هو



رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$T = 4x + 5y$
$A(0, 0)$	$4(0) + 5(0) = 0$
$B(0, 8)$	$4(0) + 5(8) = 40$
$C(3, 6)$	$4(3) + 5(6) = 42$
$D(8, 0)$	$4(8) + 5(0) = 32$

النقطة التي يكون للاقتران  $T = 4x + 5y$  أكبر قيمة عندها هي  $C(3, 6)$ .

أتحقق من فهمي 2 (ص 51)

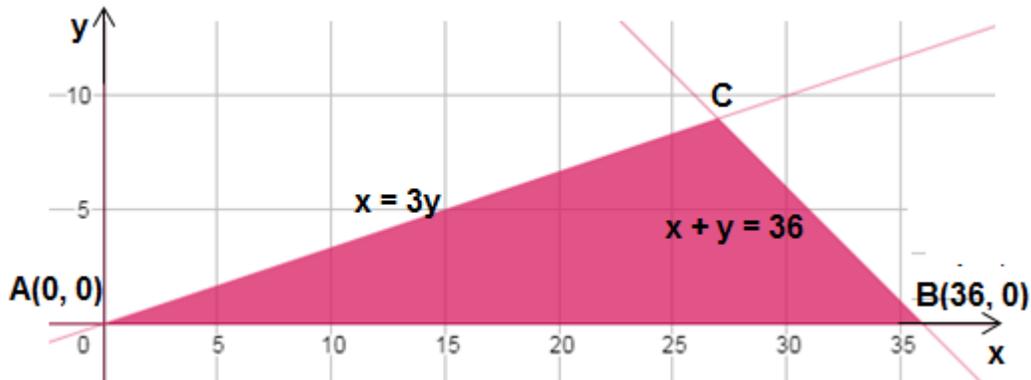
أفرض أن عدد الخزائن التي ينتجها المشغل من النوع A هو  $x$ ، ومن النوع B هو  $y$

اقتران الهدف هو الربح المتوقع وهو:  $P = 35x + 45y$

القيود التي تحكم عمل المشغل هي:

$$x + y \leq 36, \quad x \geq 3y, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

يبين الشكل الآتي التمثيل البياني لنظام المتباينات الذي تكونه هذه القيود.



أجد إحداثيي النقطة C بحل المعادلتين  $x+y = 36$ ,  $x = 3y$  بالتعويض.  
فتكون  $C(27, 9)$

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$P = 35x + 45y$
$A(0, 0)$	$35(0) + 45(0) = 0$
$B(36, 0)$	$35(36) + 45(0) = 1260$
$C(27, 9)$	$35(27) + 45(9) = 1350$

يحقق المشغل أكبر ربح عندما ينتج 27 خزانة من النوع A ، و 9 خزائن من النوع B.

أتحقق من فهمي 3 (ص 53)

أفرض أن عدد الحافلات الكبيرة المستأجرة لنقل الطلبة هو  $x$ ، والصغيرة هو  $y$

تكلفة استئجار هذه الحافلات هي:  $C = 560x + 420y$

عدد ركاب هذه الحافلات 400 طالب على الأقل ←  $50x + 40y \geq 400$

بالقسمة على 10 تصبح  $5x + 4y \leq 40$

عدد السائقين 9 ←  $x + y \leq 9$

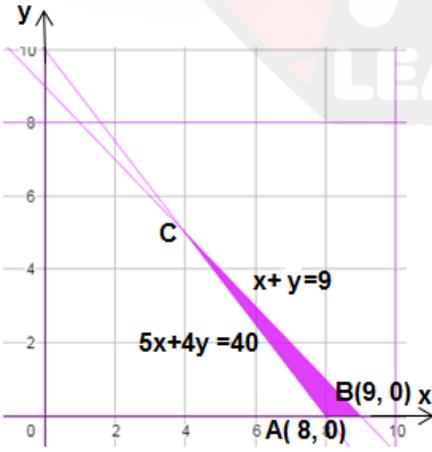
عدد الحافلات الكبيرة لدى الشركة 10 ←  $0 \leq x \leq 10$

عدد الحافلات الصغيرة لدى الشركة 8 ←  $0 \leq y \leq 8$

يبين الرسم المجاور التمثيل البياني لنظام المتباينات السابقة:

أجد إحداثيي C بحل المعادلتين  $x+y = 9$  ,  $5x+4y = 40$

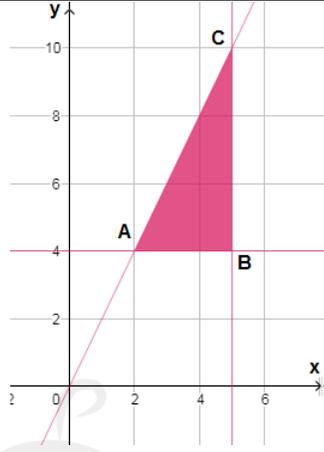
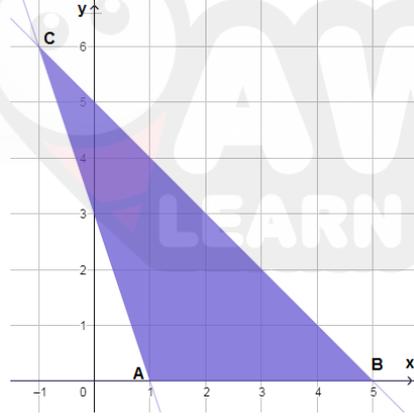
فأجد أن إحداثيي C هما  $(4, 5)$



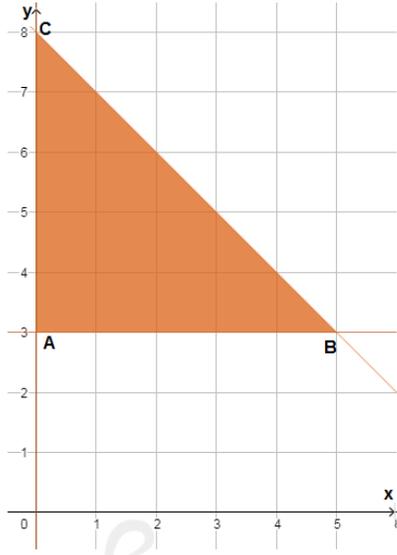
رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$C = 560x + 420y$
$A(8, 0)$	$560(8) + 420(0) = 4480$
$B(9, 0)$	$560(9) + 420(0) = 5040$
$C(4, 5)$	$560(4) + 420(5) = 4340$

إذن، أقل تكلفة لاستئجار الحافلات لهذه الرحلة هي 4340 دينار عند استئجار 4 حافلات كبيرة ، و 6 صغيرة.

أتدرب وأحل المسائل

رقم السؤال	الإجابة								
1	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>رؤوس منطقة الحلول الممكنة</th> <th><math>T = 5x + 2y</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A(2, 4)</td> <td><math>T = 5(2) + 2(4) = 18</math></td> </tr> <tr> <td>B(5, 4)</td> <td><math>T = 5(5) + 2(4) = 33</math></td> </tr> <tr> <td>C(5, 10)</td> <td><math>T = 5(5) + 2(10) = 45</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>أصغر قيمة لاقتزان الهدف هي 18 عند النقطة <math>A(2, 4)</math>.</p>	رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$T = 5x + 2y$	A(2, 4)	$T = 5(2) + 2(4) = 18$	B(5, 4)	$T = 5(5) + 2(4) = 33$	C(5, 10)	$T = 5(5) + 2(10) = 45$
رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$T = 5x + 2y$								
A(2, 4)	$T = 5(2) + 2(4) = 18$								
B(5, 4)	$T = 5(5) + 2(4) = 33$								
C(5, 10)	$T = 5(5) + 2(10) = 45$								
2	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>رؤوس منطقة الحلول الممكنة</th> <th><math>P = 2x + 4y</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A(1, 0)</td> <td><math>P = 2(1) + 4(0) = 2</math></td> </tr> <tr> <td>B(5, 0)</td> <td><math>P = 2(5) + 4(0) = 10</math></td> </tr> <tr> <td>C(-1, 6)</td> <td><math>P = 2(-1) + 4(6) = 22</math></td> </tr> </tbody> </table> <p>أصغر قيمة لاقتزان الهدف هي 2 عند النقطة <math>A(1, 0)</math>.</p>	رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$P = 2x + 4y$	A(1, 0)	$P = 2(1) + 4(0) = 2$	B(5, 0)	$P = 2(5) + 4(0) = 10$	C(-1, 6)	$P = 2(-1) + 4(6) = 22$
رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$P = 2x + 4y$								
A(1, 0)	$P = 2(1) + 4(0) = 2$								
B(5, 0)	$P = 2(5) + 4(0) = 10$								
C(-1, 6)	$P = 2(-1) + 4(6) = 22$								

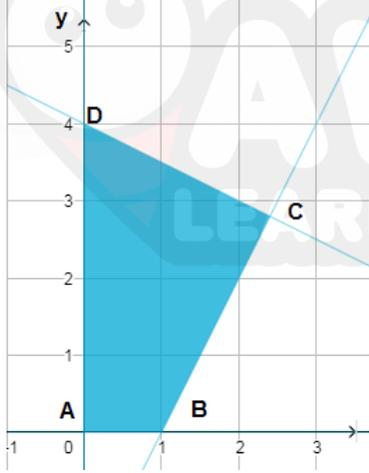
3



رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$Z=3x + 2y$
$A(0, 3)$	$Z=3(0) + 2(3) = 6$
$B(5, 3)$	$Z=3(5) + 2(3) = 21$
$C(0, 8)$	$Z=3(0) + 2(8) = 16$

أصغر قيمة لاقتزان الهدف هي 6 عند النقطة  $A(0, 3)$

4



بعد تمثيل نظام المتباينات، أجد إحداثيي  $C$  بحل المعادلتين

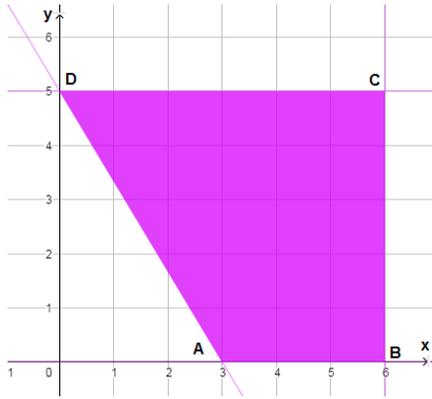
$$x+2y=8, \quad 2x-y=2$$

فأجد أن إحداثيي  $C$  هما  $(2.4, 2.8)$

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$T=5x - 2y$
$A(0, 0)$	$T = 5(0) - 2(0) = 0$
$B(1, 0)$	$T = 5(1) - 2(0) = 5$
$C(2.4, 2.8)$	$T = 5(2.4) - 2(2.8) = 6.4$
$D(0, 4)$	$T = 5(0) - 2(4) = -8$

أكبر قيمة لاقتزان الهدف هي 6.4 عند النقطة  $C(2.4, 2.8)$

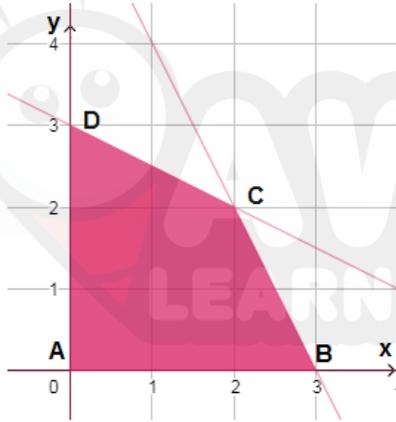
5



رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$Q=3x + y$
A(3, 0)	$Q = 3(3) + 0 = 9$
B(6, 0)	$Q = 3(6) + 0 = 18$
C(6, 5)	$Q = 3(6) + 5 = 23$
D(0, 5)	$Q = 3(0) + 5 = 5$

أكبر قيمة لاقتزان الهدف هي 23 عند النقطة  $C(6, 5)$

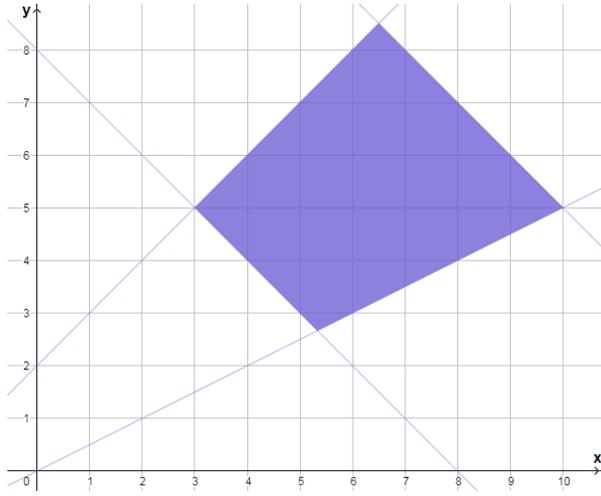
6



رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$K=x + 2y$
A(0, 0)	$K = 0 + 2(0) = 0$
B(3, 0)	$K = 3 + 2(0) = 3$
C(2, 2)	$K = 2 + 2(2) = 6$
D(0, 3)	$K = 0 + 2(3) = 6$

أكبر قيمة لاقتزان الهدف هي 6 وتتحقق عند النقطتين  $C(2, 2)$ ,  $D(0, 3)$

7



أفرض أن عدد الحافلات الكبيرة  $x$ ،  
والمتوسطة  $y$

فيكون نظام المتباينات هو:

$$x + y \leq 15$$

$$x + y \geq 8$$

$$y \geq 0.5x$$

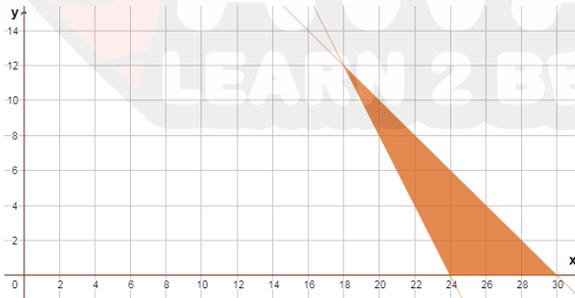
$$y \leq x + 2$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

8

إذا كان لدى الشركة 6 حافلات كبيرة، فيمكن أن يكون لديها 3 أو 4 أو 5 أو 6 أو 7 أو 8 حافلات متوسطة. (نأخذ الإحداثيات  $y$  الصحيحة لجميع النقاط التي الإحداثي  $x$  لها 6 وتقع في منطقة الحلول الممكنة لنظام المتباينات).

9



أفرض أن عدد الكبار  $x$ ، وعدد الأطفال  $y$ ، فنظام المتباينات الذي يصف هذه المسألة هو:

$$x + y \leq 30$$

$$20x + 10y \geq 480 \rightarrow 2x + y \geq 48$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

أقل عدد للكبار الذين يحملهم القارب هو أقل قيمة للإحداثي  $x$  للنقاط الواقعة في منطقة الحلول الممكنة وهو هنا 18

10

أفرض أن عدد خزائن النوع  $A$  هو  $x$ ، وعدد خزائن النوع  $B$  هو  $y$

$$C = 90x + 75y$$

تكلفة شراء هذه الخزائن هي:

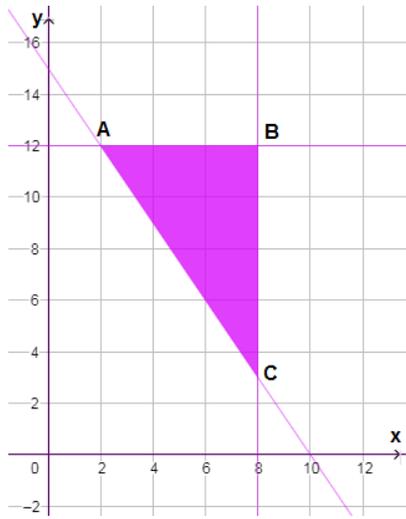
نظام المتباينات الذي يصف هذا الموقف هو:

$$3x + 2y \geq 30$$

$$0 \leq x \leq 8$$

$$0 \leq y \leq 12$$

11



رؤوس منطقة الحل هي:

$A(2, 12), B(8, 12), C(8, 3)$

12

أحسب قيمة اقتران التكلفة عند رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$C=90x + 75y$
$A(2, 12)$	$C=90(2) + 75(12) = 1080$
$B(8, 12)$	$C=90(8) + 75(12) = 1620$
$C(8, 3)$	$C=90(8) + 75(3) = 945$

أقل تكلفة ممكنة هي 945 دينارًا عند شراء 8 خزائن من النوع A، و 3 خزان من النوع B.

13

أفرض أن عدد الدراجات التي ينتجها المصنع أسبوعيًا من النوع الأول  $x$ ، ومن النوع الثاني  $y$ .  
نظام المتباينات الذي يصف المسألة هو:

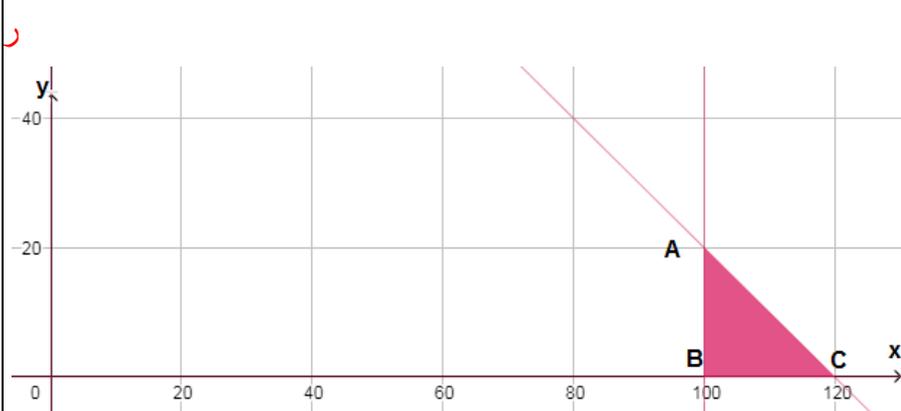
$$x + y \leq 120$$

$$x \geq 100$$

$$y \leq 200$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

اقتران الهدف هو دخل المصنع من بيع الدراجات وهو:  $R = 60x + 75y$



رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$R=60x + 75y$
A(100, 20)	$R=60(100) + 75(20) = 7500$
B(100, 0)	$R=60(100) + 75(0) = 6000$
C(120, 0)	$R=60(120) + 75(0) = 7200$

يكون الدخل أكبر ما يمكن عند إنتاج 100 دراجة من النوع الأول، و 20 دراجة من النوع الثاني.

14

أفرض أن المزارع يشتري  $x$  kg من النوع A، و  $y$  kg من النوع B

اقتران التكلفة هو:  $C = 1x + 1.5y$

نظام المتباينات الذي يصف هذه المسألة هو:

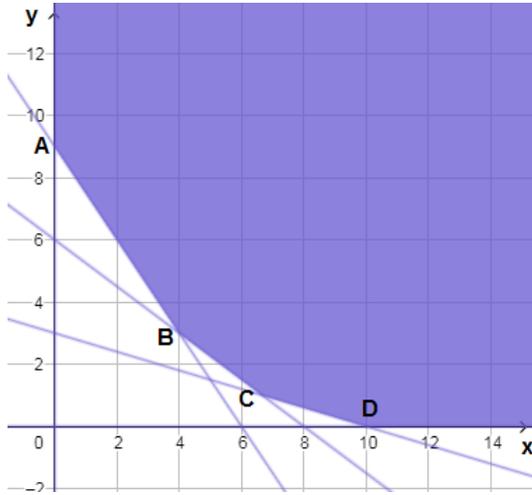
كمية الفوسفات:  $6x + 4y \geq 36 \leftarrow 3x + 2y \geq 18$

كمية النيترات:  $3x + 4y \geq 24$

كمية الأمونيا:  $3x + 10y \geq 30$

عدم السالبة:  $x \geq 0, y \geq 0$

15

أجد إحداثيي  $C$  بحل المعادلتين

$$3x + 4y = 24, 3x + 10y = 30$$

$$C\left(\frac{20}{3}, 1\right)$$

رؤوس منطقة الحلول الممكنة هي:

$$A(0, 9), B(4, 3), C\left(\frac{20}{3}, 1\right), D(10, 0)$$

16

أحسب قيمة اقتران التكلفة عند رؤوس منطقة الحلول.

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$C = x + 1.5y$
$A(0, 9)$	$C = 0 + 1.5(9) = 13.5$
$B(4, 3)$	$C = 4 + 1.5(3) = 8.5$
$C\left(\frac{20}{3}, 1\right)$	$C = \frac{20}{3} + 1.5(1) = 7\frac{1}{6} \approx 7.16$
$D(10, 0)$	$C = 10 + 1.5(0) = 10$

أقل تكلفة هي JD7.16 عند شراء  $\frac{20}{3} \approx 6.67$  kg من السماد A، و 1 kg من السماد B.

17

أحسب قيمة الاقتران الهدف عند رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$P = 5x + 6y$
(0, 0)	$P = 5(0) + 6(0) = 0$
(0, 45)	$P = 5(0) + 6(45) = 270$
(30, 45)	$P = 5(30) + 6(45) = 420$
(60, 20)	$P = 5(60) + 6(20) = 420$
(60, 0)	$P = 5(60) + 6(0) = 300$

أكبر قيمة لاقتران الهدف هي 420 وتتحقق عند الرأسين (60, 20), (30, 45)، وذلك لأن المستقيم الحدودي المار بهاتين النقطتين يوازي المستقيم الذي يمثل اقتران الهدف فميلهما متساويان  $-\frac{5}{6}$  وجميع النقاط الواقعة على هذا الحد تعطي القيمة نفسها لاقتران الهدف ومنها (30, 45), (48, 30), (36, 40) وغيرها، لأن معادلة هذا الحد هي  $5x + 6y = 420$

18

تتنوع الإجابات. المسألة الآتية مثال لإجابة:  
ينتج مصنع أثاث طاولات وخزائن. يتطلب صنع الطاولة الواحدة ساعتان من العمل الآلي وساعة عمل يدوي، بينما يتطلب صنع الخزانة الواحدة ساعة عمل آلي وساعتان عمل يدوي. ويمكن أن تعمل الآلات في المصنع مدة 180 ساعة أسبوعياً، ويمكن تنفيذ 270 ساعة عمل يدوي أسبوعياً. إذا كان المصنع يربح 5 دنانير في كل طاولة، و8 دنانير في كل خزانة، فكم طاولة وخزانة ينتج المصنع أسبوعياً ليحقق أكبر ربح؟

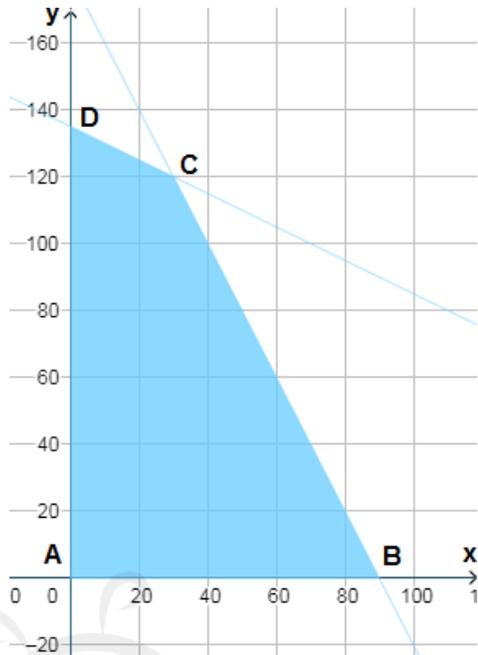
أفرض أن عدد الطاولات  $x$ ، والخزائن  $y$

نظام المتباينات الذي يصف هذه المسألة هو:

$$2x + y \leq 180 \quad \text{عدد ساعات العمل الآلي المتاحة:}$$

$$x + 2y \leq 280 \quad \text{عدد ساعات العمل اليدوي المتاحة:}$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \quad \text{عدم السالبة:}$$



أحل المعادلتين  $x+2y = 270$ ,  $2x+y = 180$

فأجد أن إحداثيي C هما  $(30, 120)$

لإيجاد إحداثيي B أعوض  $y = 0$  في المعادلة

$$2x + y = 180$$

فينتج أن:  $x = 90$

لإيجاد إحداثيي B أعوض  $x = 0$

$$x + 2y = 270$$

فينتج أن  $y = 135$

اقتران الهدف هو الربح  $P = 5x + 8y$

أحسب قيمة اقتران الهدف عند رؤوس منطقة

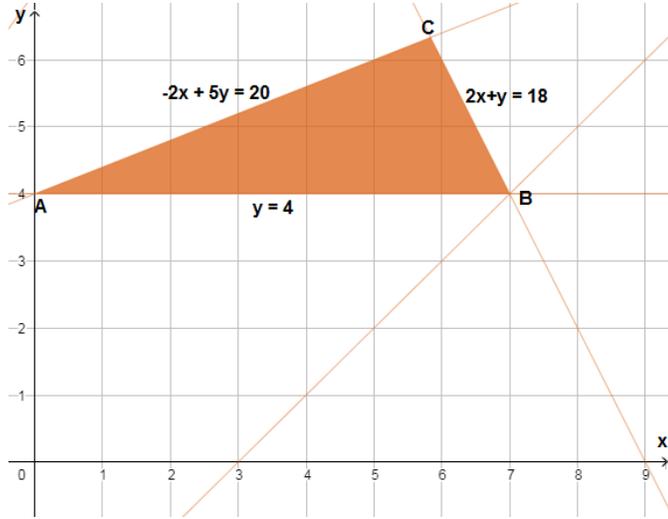
الحل.

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$P = 5x + 8y$
A(0, 0)	$P = 5(0) + 6(0) = 0$
B(90, 0)	$P = 5(90) + 6(0) = 450$
C(30, 120)	$P = 5(30) + 6(120) = 870$
D(0, 135)	$P = 5(0) + 6(135) = 810$

يحقق المصنع أكبر ربح أسبوعي قدره 870 دينارًا عندما ينتج 30 طاولة، و120 خزانة.

19 قد تكون موجبة وقد تكون غير ذلك لأن الأمر يعتمد على المعاملين  $a$ ، و  $b$  بالإضافة إلى قيمة  $x$ ، و  $y$ .

20



التمثيل البياني لنظام المتباينات  
مبين في الرسم المجاور .

أجد إحداثيي C بحل المعادلتين

$$-2x + 5y = 20, 2x + y = 18$$

فأجد أن  $C(4.5, 6.75)$

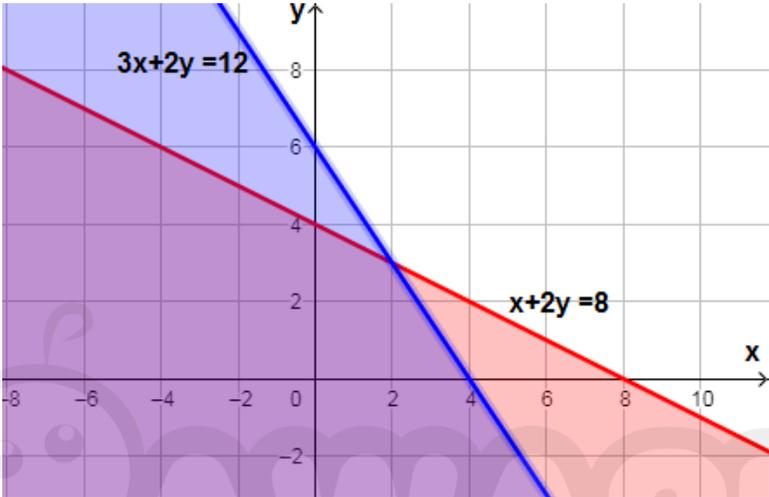
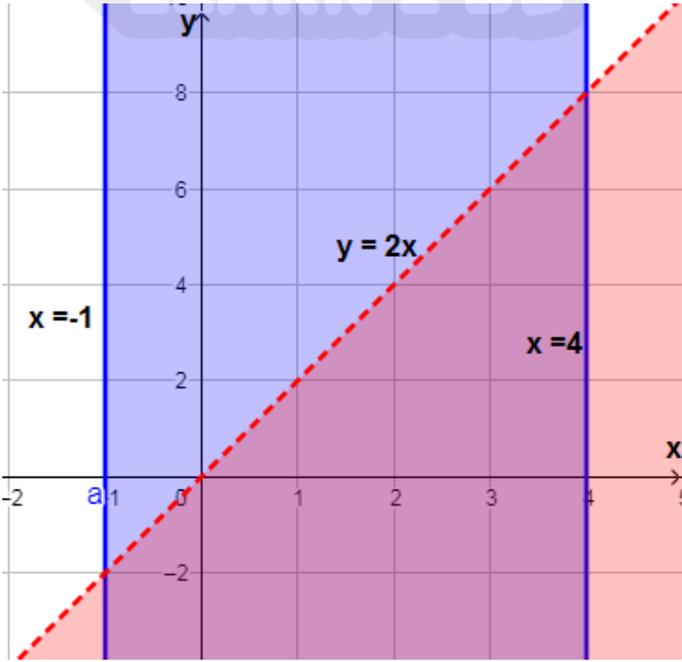
ثم أحسب قيمة اقتران الهدف عند  
رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$T = -3x + 5y$
$A(0, 4)$	$T = -3(0) + 5(4) = 20$
$B(7, 4)$	$T = -3(7) + 5(4) = -1$
$C(4.5, 6.75)$	$T = -3(4.5) + 5(6.75) = 20.25$

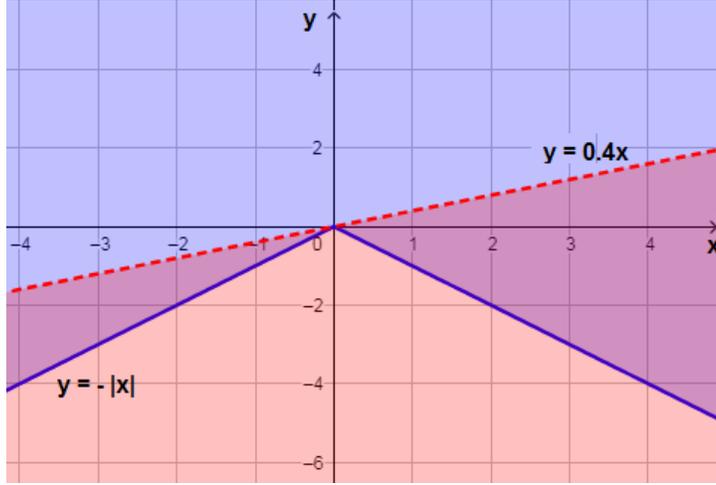
القيمة العظمى هي 20.25 ، والقيمة الصغرى -1

اختبار نهاية الوحدة

رقم السؤال	الإجابة
1	d
2	c
3	d
4	a
5	d
6	a
7	c
8	b
9	
10	

11	$x = -3.5, x = 0.5$
12	$x = -6, x = -0.25$
13	$x \leq -3$ or $x \geq 6 : (-\infty, -3] \cup [6, \infty)$
14	$0.5 \leq x \leq 8 : [0.5, 8]$
15	 <p data-bbox="1182 457 1390 680">منطقة الحل هي المظللة بمزيج من اللونين الأحمر والأزرق.</p>
16	 <p data-bbox="808 1010 1390 1115">منطقة الحل هي المظللة بمزيج من اللونين الأحمر والأزرق.</p>

17



منطقة الحل هي المظللة  
بمزيج من اللونين الأحمر  
والأزرق.

18

أفرض أن عدد تذاكر المقاعد القريبة المنصبة  $x$ ، وعدد تذاكر المقاعد الخلفية  $y$

$$\text{عدد التذاكر: } x + y \leq 100$$

$$\text{الإيرادات: } 15x + 10y \leq 1200$$

$$( \text{بالقسمة على } 5 ) \quad 3x + 2y \leq 240$$

19



منطقة الحل هي المظللة بمزيج  
من اللونين الأحمر  
والأزرق.

20

أكبر قيمة ممكنة لعدد تذاكر المقاعد الخلفية هو أعلى إحداثي  $y$  للنقاط الواقعة في منطقة حل

النظام. ويلاحظ من الرسم أن أكبر قيمة لـ  $y$  في منطقة الحل هي 60

أي أن عدد تذاكر المقاعد الخلفية المباعة هو 60 على الأكثر.

21

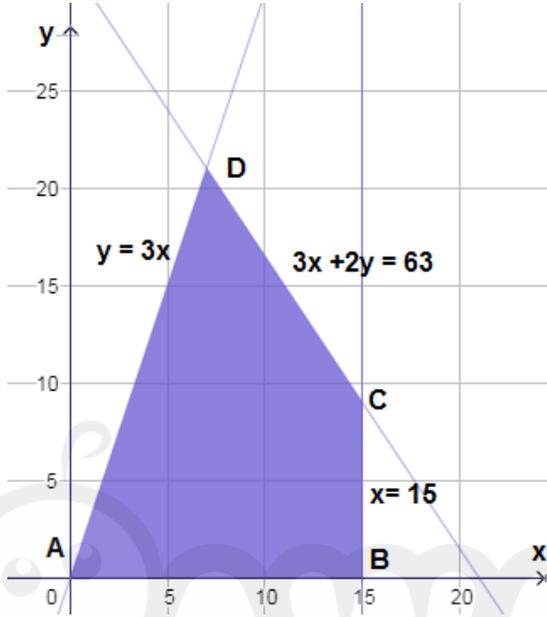
أفرض أن عدد العمال المهرة هو  $x$ ، والعمال المبتدئين هو  $y$ ، فيكون نظام المتباينات هو:  
مجموع الأجر:  $30x + 20y \leq 630 \rightarrow 3x + 2y \leq 63$

عدد العمال المهة المتوفرين:  $x \leq 15$

النسبة بين العمال:  $x \geq \frac{y}{3} \rightarrow y \leq 3x$

عدم السالبية:  $x \geq 0, y \geq 0$

الرسم المجاور هو التمثيل البياني لنظام المتباينات.



22

اقتران الهدف هو عدد الطرود المجهزة في الساعة وهو:  $K = 25x + 18y$   
إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة هي  $A(0, 0)$ ,  $B(15, 0)$  ويتعين إيجاد إحداثيات  
بحل المعادلتين  $x = 15, 3x + 2y = 63$

فيكون إحداثيي  $C$  هما  $(15, 9)$

ولإيجاد إحداثيي  $D$  أحل المعادلتين  $y = 3x, 3x + 2y = 63$

فيكون إحداثيي  $D$  هما  $(9, 27)$

أحسب قيمة اقتران الهدف عند رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

رؤوس منطقة الحلول	$K = 25x + 18y$
$A(0, 0)$	$K = 25(0) + 18(0) = 0$
$B(15, 0)$	$K = 25(15) + 18(0) = 375$
$C(15, 9)$	$K = 25(15) + 18(9) = 537$
$D(9, 27)$	$K = 25(9) + 18(27) = 711$

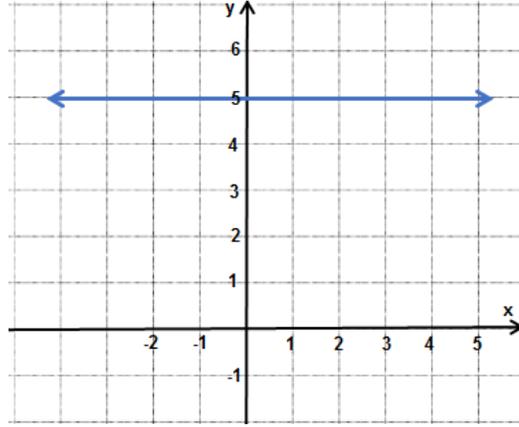
إن، لتجهيز أكبر عدد من الطرود يجب تشغيل 9 عمال مهرة، و 27 عاملاً مبتدئاً.

23	b
24	d
25	a

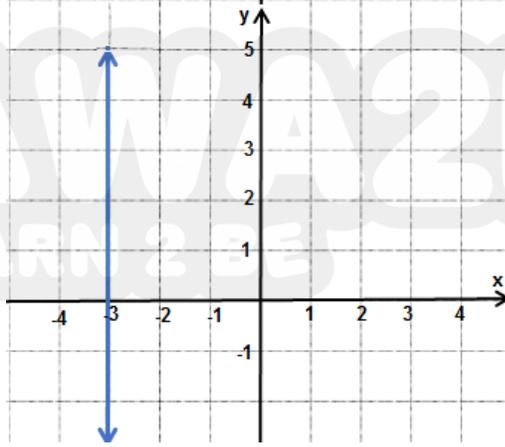


إجابات كتاب التمارين  
الصف 11 علمي  
الوحدة الأولى

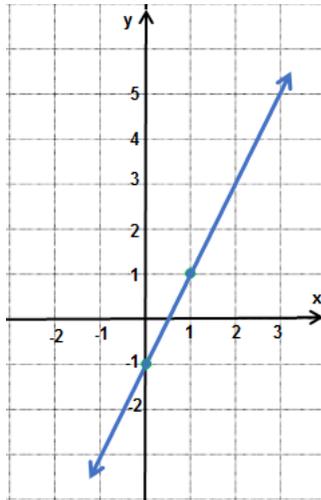
أستعد لدراسة الوحدة  
تمثيل المعادلات الخطية بيانياً



(1)



(2)



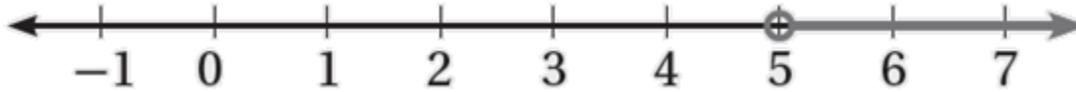
(3)

x	0	1
$y=2x-1$	-1	1

حلّ متباينات خطية بمتغير واحد، وتمثيل الحلّ على خطّ الأعداد

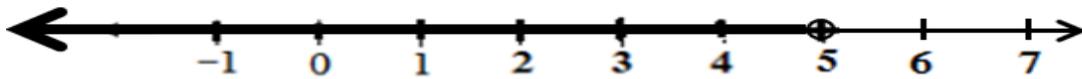
1)  $x > 5$

مجموعة الحل: الفترة  $(5, \infty)$



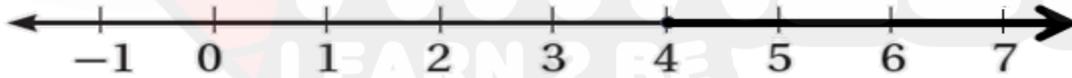
2)  $x < 5$

مجموعة الحل: الفترة  $(-\infty, 5)$



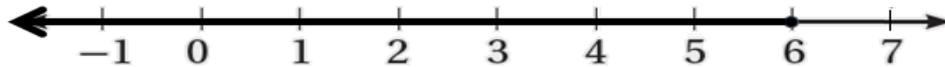
3)  $x \geq 4$

مجموعة الحل: الفترة  $[4, \infty)$



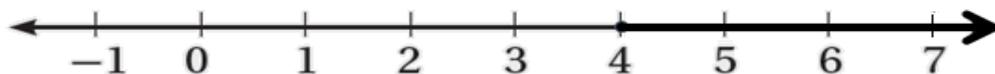
4)  $x \leq 6$

مجموعة الحل: الفترة  $(-\infty, 6]$



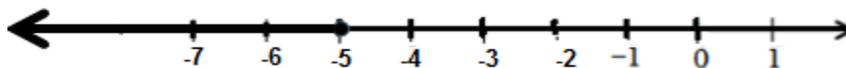
5)  $x \geq 4$

مجموعة الحل: الفترة  $[4, \infty)$



6)  $x \leq -5$

مجموعة الحل: الفترة  $(-\infty, -5]$



حلّ نظام مكوّن من معادلتين خطّيتين

1)  $x = 5, y = 2$

2)  $x = 2, y = -1$

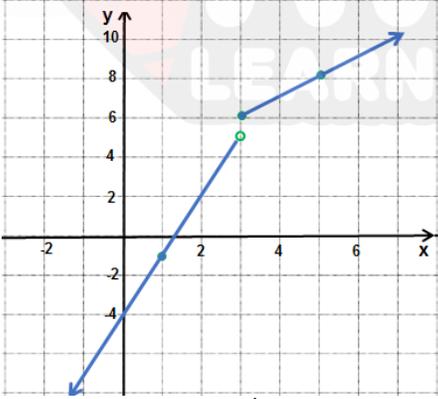
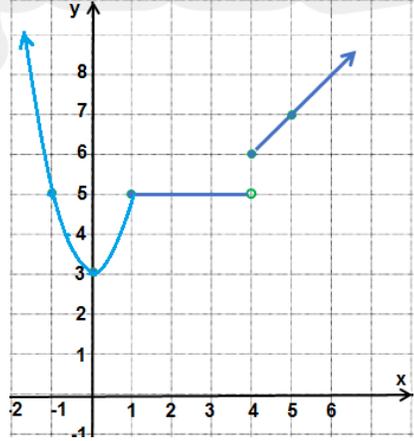
3)  $x = 3, y = 5$



## الدرس 1 الاقتران المتشعب واقتان القيمة المطلقة

ملاحظة:

نبه الطلبة إلى مسح التظليل في الدائرة عند نقطة الأصل في السؤال الرابع لتصبح دائرة مفتوحة.

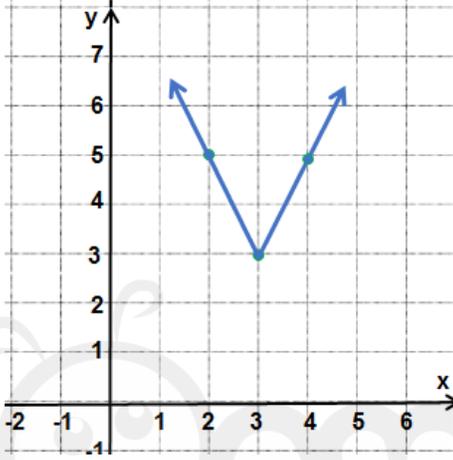
الرقم	الإجابة	الرقم	الإجابة																								
1	$f(x) = \begin{cases} 4 - 5x, & x < 0.8 \\ 5x - 4, & x \geq 0.8 \end{cases}$	2	$f(x) = \begin{cases} -2x - 3, & x < 1.5 \\ 2x - 9, & x \geq 1.5 \end{cases}$																								
3	$f(x) = 1.5 x+2 $	4	$f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \frac{1}{3}x + 2, & x \geq 0 \end{cases}$																								
5	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-1</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>8</td> </tr> </table>  <p>المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية المدى: <math>(-\infty, 5) \cup [6, \infty)</math></p>	x	1	3	3	5	y	-1	5	6	8	6	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>5</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> </tr> </table>  <p>المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية المدى: <math>y \geq 3</math> أو الفترة <math>[3, \infty)</math></p>	x	-1	0	1	4	4	5	y	5	3	5	5	6	7
x	1	3	3	5																							
y	-1	5	6	8																							
x	-1	0	1	4	4	5																					
y	5	3	5	5	6	7																					

7

إحداثيا الرأس  $(\frac{6}{2}, 3)$  ، أختار نقطة قبله  
ونقطة بعده لأكون الجدول:

x	2	3	4
y	5	3	5

وأعين النقاط وأرسم شكل V.



المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

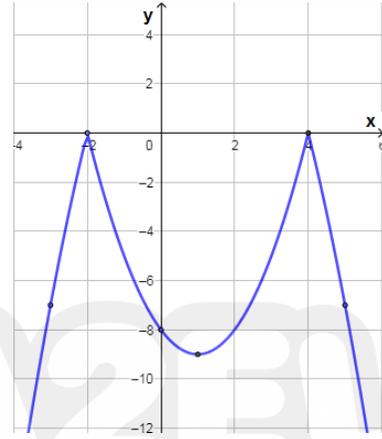
المدى:  $y \geq 3$  أو الفترة  $[3, \infty)$

8

أجد الإحداثي x لرأس القطع المكافئ  
ومقاطعته من المحورين وقيمتين أخريين  
أعوضها في معادلة الاقتران لأكون الجدول:

x	-3	-2	0	1	4	5
y	-7	0	-6	-9	0	-7

وأعين النقاط وأرسم المنحنى.



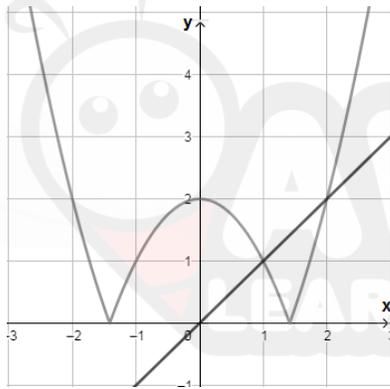
المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية

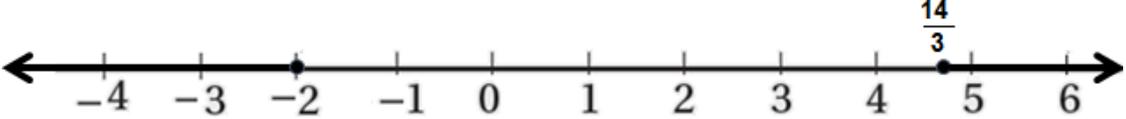
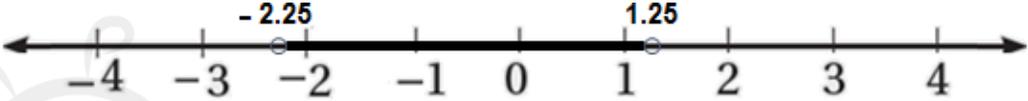
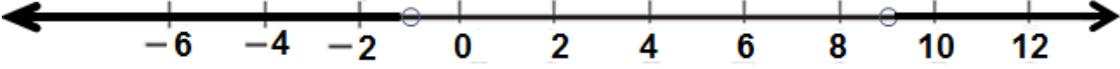
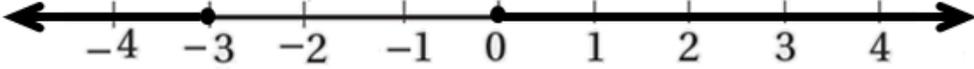
المدى:  $y \leq 0$  أو الفترة  $(-\infty, 0]$

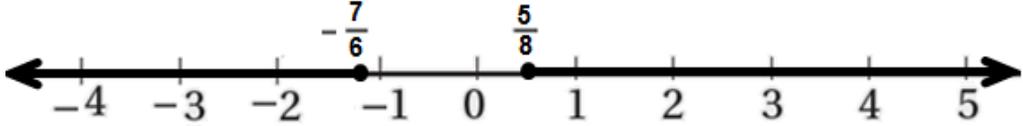
9

$$f(x) = \begin{cases} 1.20 + 0.121x, & 0 \leq x \leq 2000 \\ 0.176x - 108.80, & x > 2000 \end{cases}$$

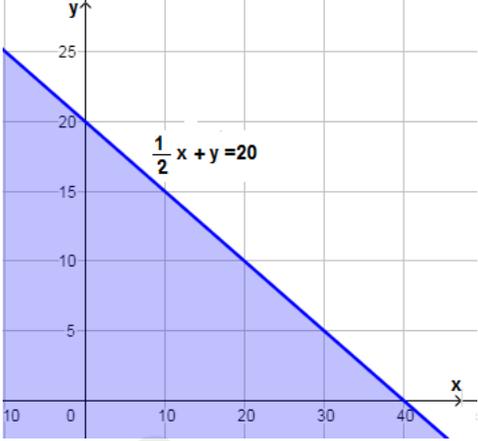
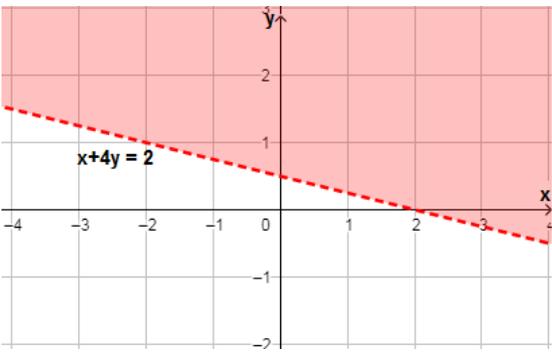
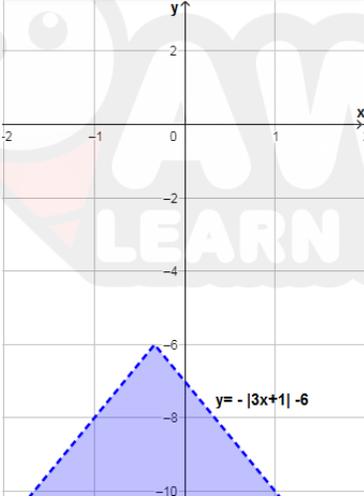
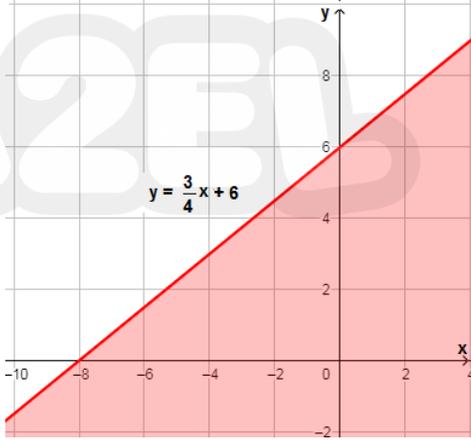
## الدرس 2 حلّ معادلات ومتباينات القيمة المطلقة

الرقم	الإجابة	الرقم	الإجابة		
1	$x = 1.6, x = -0.8$ الحلان يحققان المعادلة الأصلية	2	$x = 1, x = -5$ الحلان يحققان المعادلة الأصلية		
3	$x = 1, x = -3$ الحلان يحققان المعادلة الأصلية	4	بإعادة ترتيب المعادلة تتحول إلى: $ x-2  = -2$ ليس لها حل لأن القيمة المطلقة غير سالبة		
5	$x = \frac{5}{7}$ عند حل المعادلة جبريًا، نجد لها حلين هما $\frac{5}{7}$ و $\frac{1}{5}$ ، ولكن $\frac{1}{5}$ لا يحقق المعادلة الأصلية، فيكون لهذه المعادلة حل واحد هو $\frac{5}{7}$ .	6	$x = 1.2, x = 4$ الحلان يحققان المعادلة الأصلية		
7	<div style="display: flex; align-items: flex-start;"> <div style="flex: 1;">  </div> <div style="flex: 2; padding-left: 20px;"> <p>يمكن حل المعادلة <math> x^2-2 =x</math> بتمثيل طرفيها في المستوى البياني نفسه كما في الرسم المجاور، وملاحظة الاحداثي <math>x</math> لنقطتي التقاطع. لهذه المعادلة حلان هما <math>x = 1, x = 2</math> ويمكن حلها جبريًا على النحو التالي:</p> <p><b>الحالة 1:</b></p> <math display="block">x^2 - 2 = x</math> <math display="block">x^2 - x - 2 = 0</math> <math display="block">(x-2)(x+1) = 0 \rightarrow x = -1, x = 2</math> <p><b>الحالة 2:</b></p> <math display="block">x^2 - 2 = -x</math> <math display="block">x^2 + x - 2 = 0</math> <math display="block">(x+2)(x-1) = 0 \rightarrow x = 1, x = -2</math> <p>الحلان السالبان لا يحققان المعادلة الأصلية لأن طرفها الأيمن عند التعويض يكون عددًا سالبًا والأيسر موجبًا (قيمة مطلقة) فلا تكون العبارة صحيحة.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; border-right: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>وبتعويض <math>x = 2</math> ينتج</p> <math display="block"> 4 - 2  = 2</math> <math display="block"> 2  = 2 \checkmark</math> </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <p>وبتعويض <math>x = 1</math> ينتج</p> <math display="block"> 1 - 2  = 1</math> <math display="block"> -1  = 1 \checkmark</math> </td> </tr> </table> <p>إذن، لهذه المعادلة حلان هما <math>x = 1, x = 2</math></p> </div> </div>			<p>وبتعويض <math>x = 2</math> ينتج</p> $ 4 - 2  = 2$ $ 2  = 2 \checkmark$	<p>وبتعويض <math>x = 1</math> ينتج</p> $ 1 - 2  = 1$ $ -1  = 1 \checkmark$
<p>وبتعويض <math>x = 2</math> ينتج</p> $ 4 - 2  = 2$ $ 2  = 2 \checkmark$	<p>وبتعويض <math>x = 1</math> ينتج</p> $ 1 - 2  = 1$ $ -1  = 1 \checkmark$				

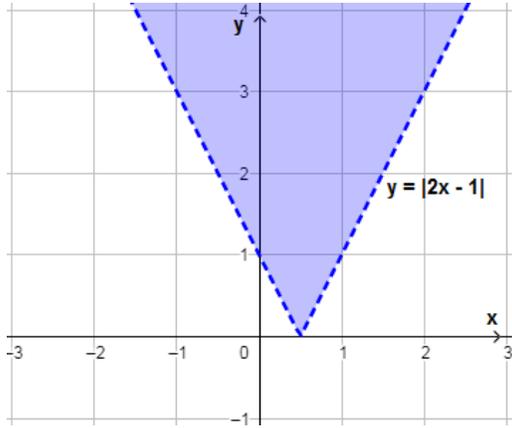
8	$x = 0.5, x = -6$ الحلان يحققان المعادلة الأصلية	9	$x = 2, x = -\frac{6}{7}$ الحلان يحققان المعادلة الأصلية
10	$x \leq -2$ or $x \geq \frac{14}{3}$ مجموعة الحل: $(-\infty, -2] \cup [\frac{14}{3}, \infty)$ 		
11	$-2.25 < x < 1.25$ مجموعة الحل: الفترة $(-2.25, 1.25)$ 		
12	$x < 2$ or $x > 2$ مجموعة الحل: $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$ 		
13	$x < -1$ or $x > 9$ مجموعة الحل: $(-\infty, -1) \cup (9, \infty)$ 		
14	$x \leq -3$ or $x \geq 0$ مجموعة الحل: $(-\infty, -3] \cup [0, \infty)$ 		

15	$x \leq -\frac{7}{6} \text{ or } x \geq \frac{5}{8}$ <p style="text-align: right;">مجموعة الحل: <math>(-\infty, -\frac{7}{6}] \cup [\frac{5}{8}, \infty)</math></p> 
16	<p style="text-align: right;">إجابة محتملة: <math> x-5  \leq 3</math></p>
17	<p style="text-align: right;">إجابة محتملة: <math> 2x-1  \geq 5</math></p>
18	<p>أفرض أن بعد الأرض عن الشمس هو <math>x</math> مليون ميل، فيكون الفرق المطلق بين <math>x</math> والمتوسط أقل من 1.55 مليون ميل أو يساويها. أي أن:</p> $ x - 92.95  \leq 1.55$ $-1.55 \leq x - 92.95 \leq 1.55$ $92.95 - 1.55 \leq x \leq 92.95 + 1.55$ $91.4 \leq x \leq 94.5$ <p>إذن، يتراوح بعد الأرض عن الشمس خلال العام ما بين 91.4، و 94.5 مليون ميل.</p>

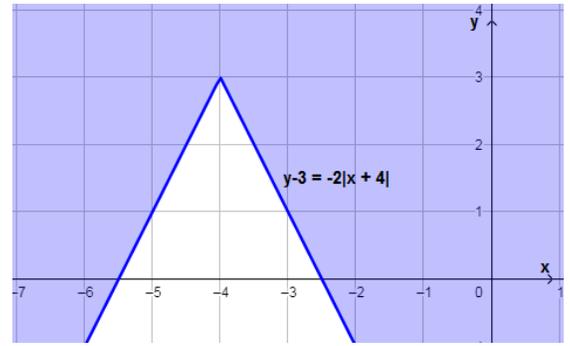
الدرس 3 حلّ نظام مُكوّن من متباينات خطّية بمتغيّرين بيانيًا

الرقم	الإجابة	الرقم	الإجابة
1	 <p>Graph showing the inequality <math>\frac{1}{2}x + y = 20</math>. The shaded region is below the line.</p>	2	 <p>Graph showing the inequality <math>x + 4y = 2</math>. The shaded region is above the line.</p>
3	 <p>Graph showing the inequality <math>y = - 3x+1  - 6</math>. The shaded region is below the line.</p>	4	 <p>Graph showing the inequality <math>y = \frac{3}{4}x + 6</math>. The shaded region is above the line.</p>

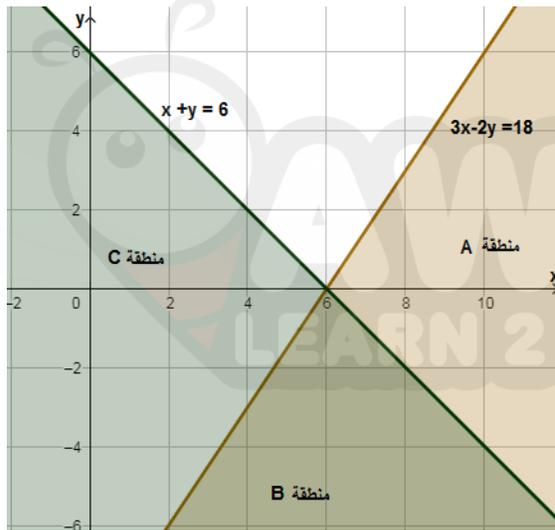
5



6



7



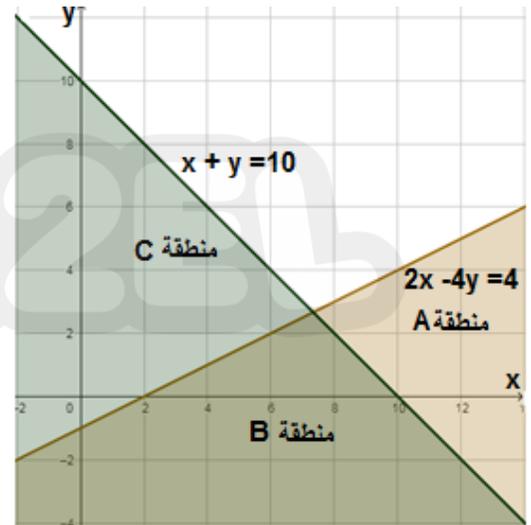
مناطق حل المتباينة  $3x - 2y \leq 18$  هي

A, B

مناطق حل المتباينة  $x + y \leq 6$  هي C, B

منطقة حل النظام هي المنطقة المشتركة B.

8

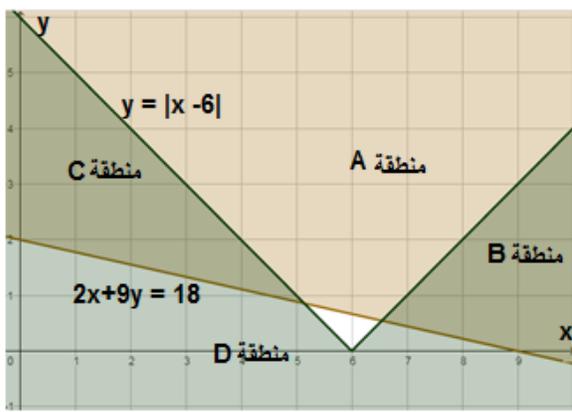


مناطق حل المتباينة  $2x - 4y \geq 4$  هي A, B

مناطق حل المتباينة  $x + y \leq 10$  هي C, B

منطقة حل النظام هي المنطقة المشتركة B.

9



مناطق حل المتباينة  $2x + 9y \geq 18$  هي

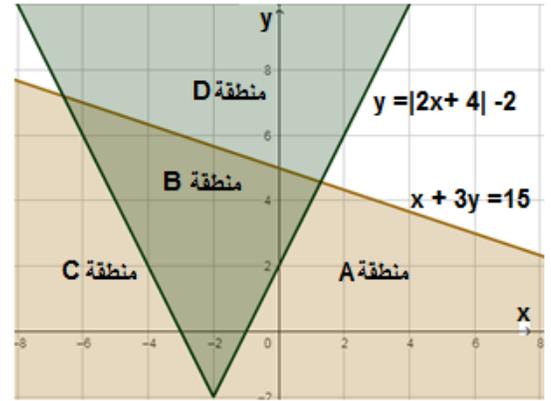
A, B, C هي

مناطق حل المتباينة  $y \leq |x - 6|$  هي

منطقتا حل النظام هما المنطقتان المشتركتان

B, C

10



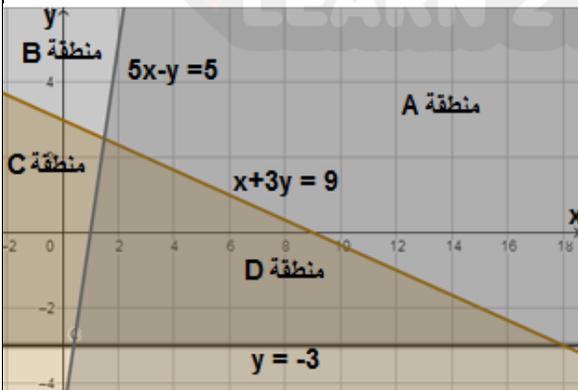
مناطق حل المتباينة  $x + 3y \leq 15$  هي

B, D هي

مناطق حل المتباينة  $y \geq |2x + 4| - 2$  هي

منطقة حل النظام هي المنطقة المشتركة B.

11



مناطق حل المتباينة  $x + 3y \leq 9$  هي

A, D هي

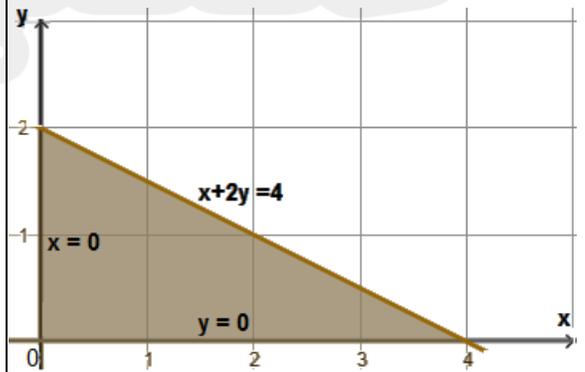
مناطق حل المتباينة  $5x - y \geq 5$  هي

A, B, C, D هي

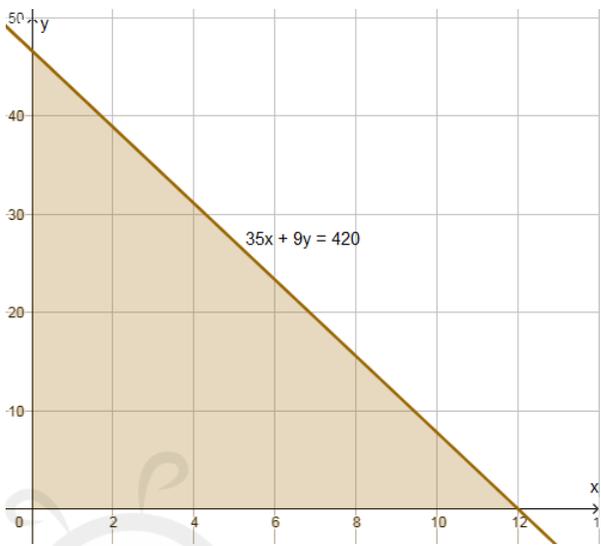
مناطق حل المتباينة  $y \geq -3$  هي

منطقة حل النظام هي المنطقة المشتركة D.

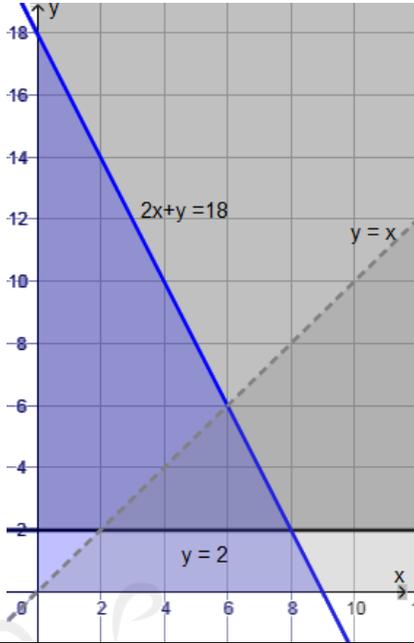
12



منطقة حل النظام هي المثلث المظلل.

13	<p>أفرض أن عدد الطاولات هو <math>x</math>، وعدد الكراسي هو <math>y</math>، فتكون المتباينة المطلوبة هي:</p> $35x + 9y \leq 420$
14	
15	<p>يمكنه شراء 6 طاولات، و 20 كرسيًا؛ أو 4 طاولات ، و30 كرسيًا؛ أو 8 طاولات، و15 كرسيًا، أو غير ذلك من الأزواج من قيم <math>x, y</math> الصحيحة الواقعة في منطقة حل المتباينة.</p>
16	$2x + y \leq 18$ $x > y$ $y \geq 2$

17



منطقة الحل هي المثلث المحدود بالمستقيمات الثلاثة

$$y = 2, y = x, 2x + y = 18$$

18

عدد مرات فوز الفريق وعدد مرات تعادله الممكنة هي أزواج الإحداثيات الصحيحة للنقاط الواقعة في منطقة الحل وهي:

(3, 2), (4, 2), (4, 3), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (7, 2), (7, 3), (7, 4), (8, 2)

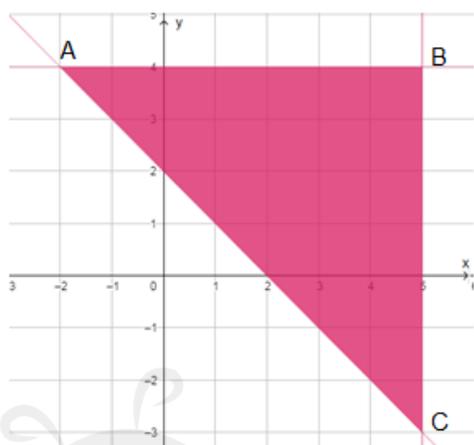
LEARN 2 BE

الإجابة

رقم

السؤال

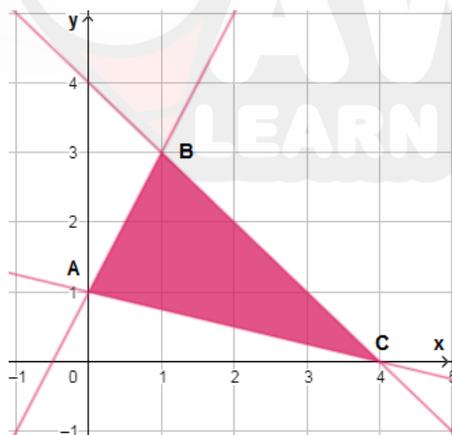
1



رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$T=3x + y$
$A(-2, 4)$	$T = 3(-2) + 4 = -2$
$B(5, 4)$	$T = 3(5) + 4 = 19$
$C(5, -3)$	$T = 3(5) + (-3) = 12$

أصغر قيمة لاقتزان الهدف هي  $-2$  عند النقطة  $A(-2, 4)$ .

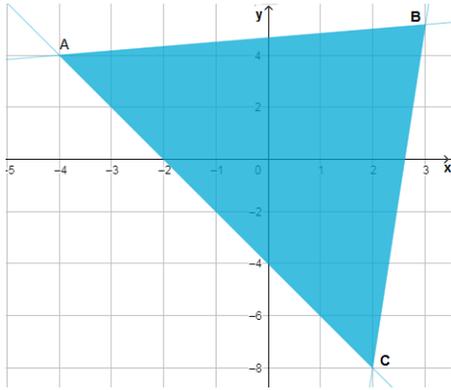
2



رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$P=5x + 2y$
$A(0, 1)$	$P = 5(0) + 2(1) = 2$
$B(1, 3)$	$P = 5(1) + 2(3) = 11$
$C(4, 0)$	$P = 5(4) + 2(0) = 20$

أصغر قيمة لاقتزان الهدف هي  $2$  عند النقطة  $A(0, 1)$ .

3

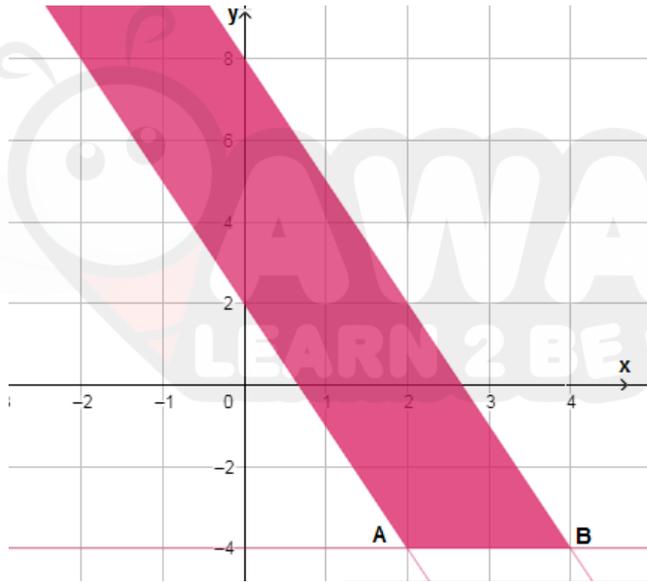


رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$R=10x-3y$
A(-4, 4)	$R=10(-4) - 3(4) = -52$
B(3, 5)	$R=10(3) - 3(5) = 15$
C(2, -8)	$R=10(2) - 3(-8) = 44$

إحداثيا النقطة B هما تقريبًا (3, 5)

أصغر قيمة لاقتران الهدف هي -52 عند النقطة A(-4, 4)

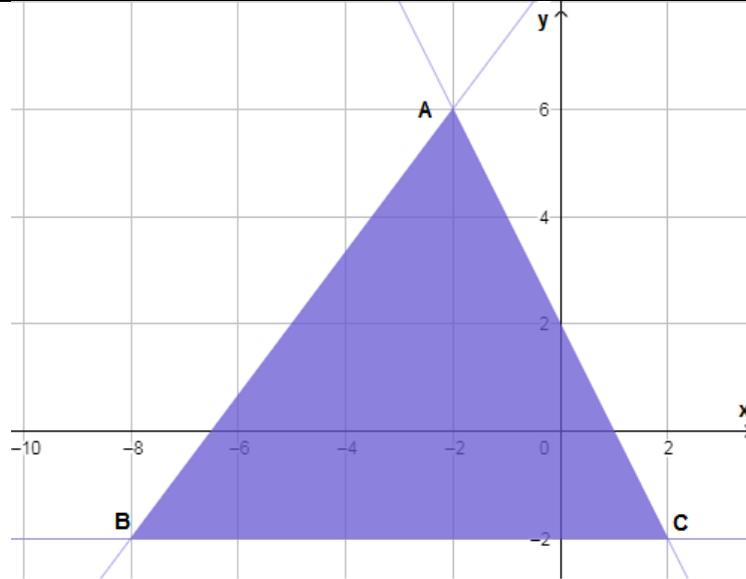
4



رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$S=2x + 14y$
A(2, -4)	$S = 2(2) + 14(-4) = -52$
B(4, -4)	$S = 2(4) + 14(-4) = -48$

لا يوجد لهذا الاقتران قيمة عظمى لأنه يأخذ قيمًا أكبر من -48، فمثلًا عند (-2, 8) الواقعة في منطقة الحل تكون قيمته 108 ويأخذ قيمًا أكبر من ذلك عند نقاط أخرى في منطقة الحل.

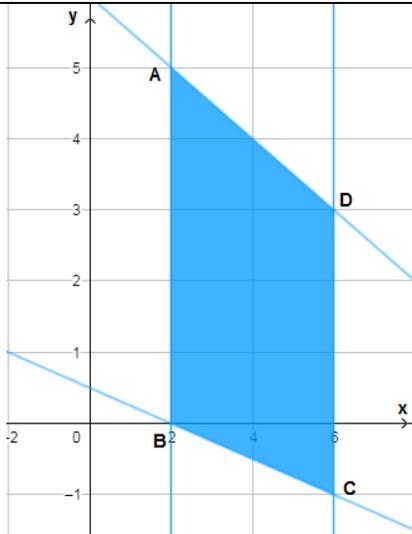
5



رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$W = -3x - 6y$
A(-2, 6)	$W = -3(-2) + -6(6) = -30$
B(-8, -2)	$W = -3(-8) + -6(-2) = 36$
C(2, -2)	$W = -3(2) + -6(-2) = 6$

أكبر قيمة لاقتزان الهدف هي 36 عند النقطة B(-8, -2)

6



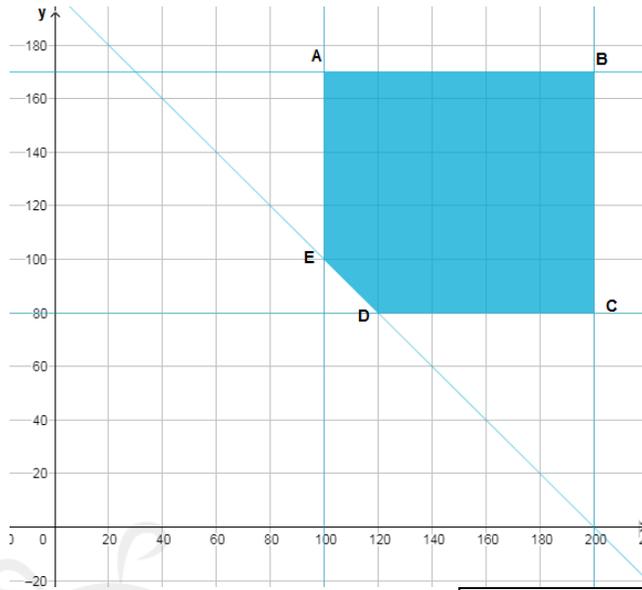
رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$M = 6x + 7y$
A(2, 5)	$M = 6(2) + 7(5) = 47$
B(2, 0)	$M = 6(2) + 7(0) = 12$
C(6, -1)	$M = 6(6) + 7(-1) = 29$
D(6, 3)	$M = 6(6) + 7(3) = 57$

أكبر قيمة لاقتزان الهدف هي 57 وتتحقق عند النقطة

D(6, 3)

7

أفرض أن عدد الآلات العادية التي تصنعها الشركة هو  $x$ ، وأن عدد الآلات العلمية هو  $y$ .



اقتران التكلفة هو:

$$C = 3.5x + 5y$$

ضمن القيود الآتية:

$$100 \leq x \leq 200$$

$$80 \leq y \leq 170$$

$$x + y \geq 200$$

تكون التكلفة أقل ما يمكن عندما تصنع الشركة 120 آلة حاسبة عادية، و 80 آلة حاسبة علمية يوميًا.

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$C=3.5x+5y$
A(100, 170)	$C = 3.5(100) + 5(170) = 1200$
B(200, 170)	$C = 3.5(200) + 5(170) = 1550$
C(200, 80)	$C = 3.5(200) + 5(80) = 1100$
D(120, 80)	$C = 3.5(120) + 5(80) = 820$
E(100, 100)	$C = 3.5(100) + 5(100) = 850$

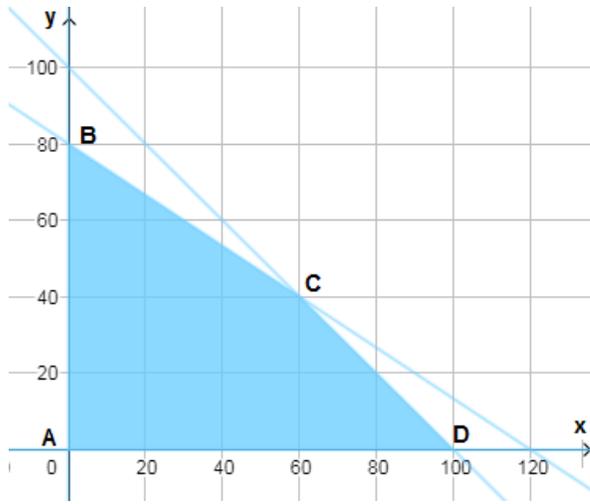
8

اقتران الربح هو  $P = 0.5x + 3y$

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$P=0.5x+3y$
A(100, 170)	$P = 0.5(100) + 3(170) = 560$
B(200, 170)	$P = 0.5(200) + 3(170) = 610$
C(200, 80)	$P = 0.5(200) + 3(80) = 340$
D(120, 80)	$P = 0.5(120) + 3(80) = 300$
E(100, 100)	$P = 0.5(100) + 3(100) = 350$

تحقق الشركة أكبر ربح يومي قدره 610 دنانير عندما تنتج 200 آلة عادية، و 170 آلة علمية يوميًا.

9



أفرض أن عدد بيوت النوع الأول  $x$ ، وعدد

بيوت النوع الثاني  $y$

اقتران الربح هو:  $P = 4300x + 6400y$

يخضع للقيود الآتية:

$$x + y \leq 100$$

$$30000x + 45000y \leq 3600000$$

$$\rightarrow 2x + 3y \leq 240$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

رؤوس منطقة الحلول الممكنة	$P = 4300x + 6400y$
A(0, 0)	$P = 4300(0) + 6400(0) = 0$
B(0, 80)	$P = 4300(0) + 6400(80) = 512000$
C(60, 40)	$P = 4300(60) + 6400(40) = 514000$
D(100, 0)	$P = 4300(100) + 6400(0) = 430000$

تحقق الشركة أكبر ربح وقدره 514000 دينار عندما تبني 60 بيتاً من النوع الأول،

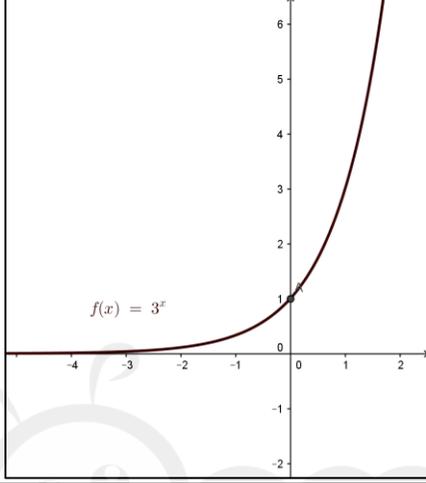
و 40 بيتاً من النوع الثاني.

الوحدة الثانية: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

الدرس الأول: الاقترانات الأسية

اتحقق من فهمي مثال 1 صفحة 61

a)\_



مجال الاقتران هو الاعداد الحقيقية ومداه الفترة  
 $(0, \infty)$   
وله خط تقارب افقي هو المحور  $x$

b)\_

ليس للإقتران مقطع  $x$  وله مقطع  $y$  هو 1 عند  $x=0$

c)\_

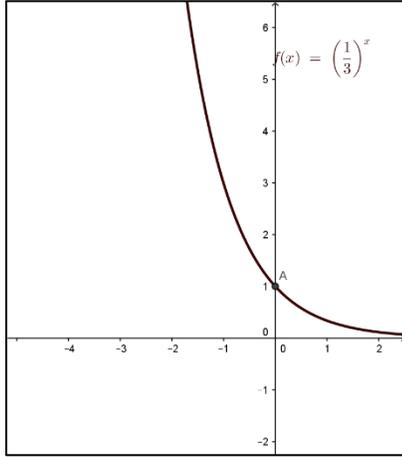
الاقتران متزايد

d)\_

الاقتران واحد لواحد

اتحقق من فهمي مثال 2 صفحة 63

a)



مجال الإقتران هو الأعداد الحقيقية ومداه الفترة  $(0, \infty)$   
وله خط تقارب افقي هو المحور  $x$

b)

ليس للإقتران مقطع  $x$  وله مقطع  $y$  هو 1 عند  $x=0$

c)

الإقتران متناقص

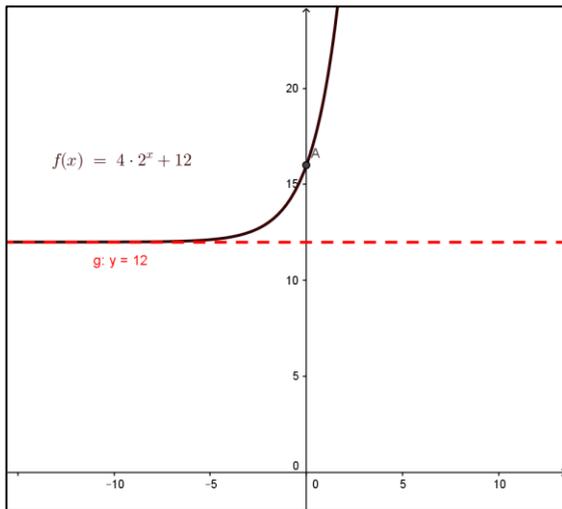
d)

الإقتران واحد لواحد

اتحقق من فهمي مثال 3 صفحة 65

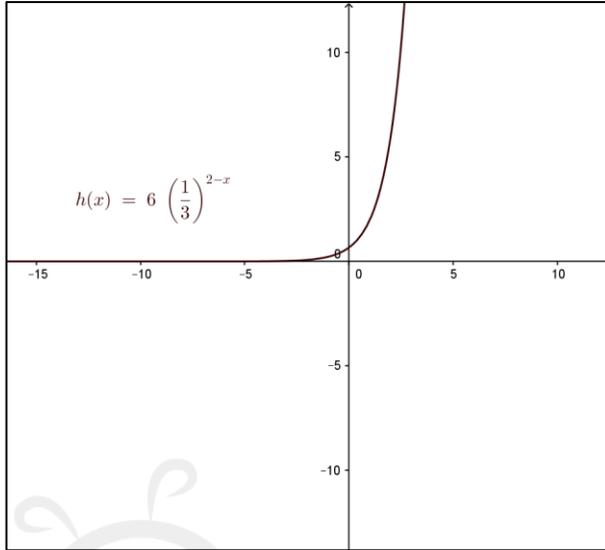
a)

خط التقارب الافقي  $y=12$   
مجال الإقتران الأعداد الحقيقية  $R$   
المدى في الفترة  $(12, \infty)$



b)

خط التقارب الافقي هو محور x  
مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R المدى في الفترة  $(0, \infty)$



اتحقق من فهمي مثال 4 صفحة 66

a)

$$N(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{30}} \Rightarrow N(30) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{30}{30}} = \frac{1}{2}$$

كمية السيزيوم 137 المتبقية بعد 30 سنة هي  $\frac{1}{2}g$

b)

$$N(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{30}}$$

$$\Rightarrow 0.25 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{30}}$$

$$\Rightarrow (0.5)^2 = (0.5)^{\frac{t}{30}}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{t}{30} \Rightarrow t = 60$$

إذن بعد 60 سنة يتبقى من (السيزيوم 137)  $0.25g$

اتحقق من فهمي مثال 5 صفحة 67

a)

$$r = 2.4\% \Rightarrow r = 0.024$$

$$\Rightarrow 1 + r = 1.024$$

$$\Rightarrow A(t) = 84370(1.024)^t$$

b)

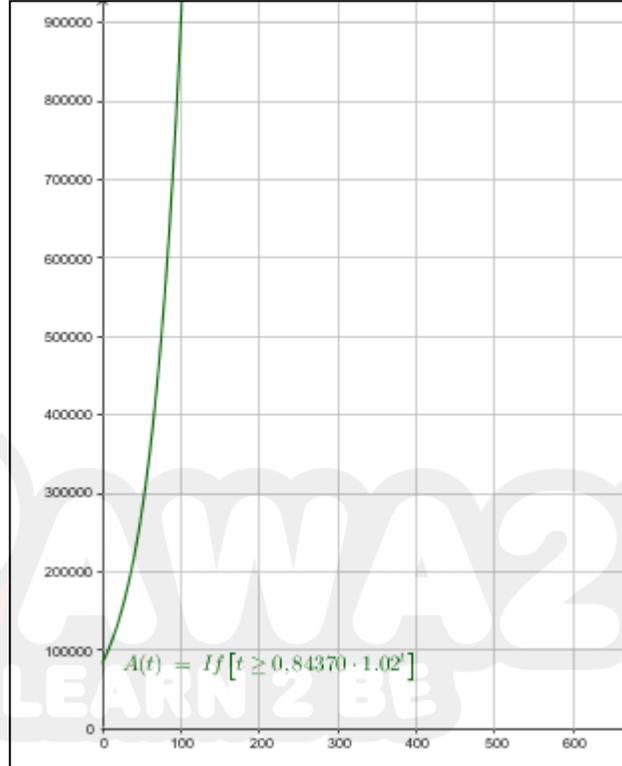
عام 2015 هو القيمة الابتدائية أي عند  $t=0$  فعند عام 2050 تكون قيمة  $t=35$

$$\Rightarrow A(t) = 84370(1.024)^t$$

$$A(35) = 84370(1.024)^{35} \approx 193502$$

فيكون عدد السكان عام 2050 تقريبا 193502 نسمة

c)



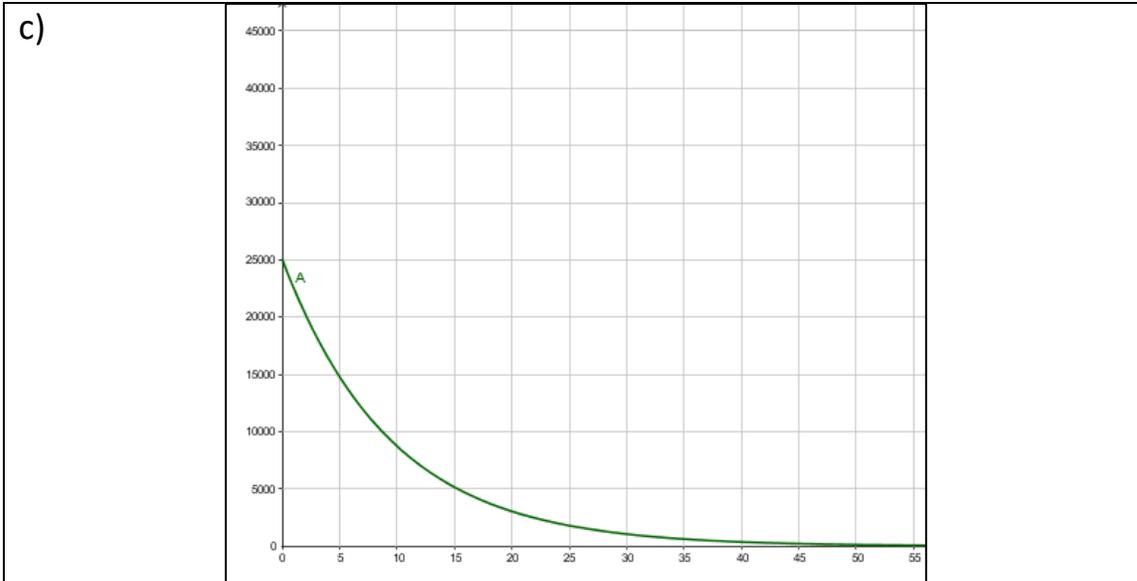
اتحقق من فهمي مثال 6 صفحة 69

a)

$$\begin{aligned} r = 10\% &\Rightarrow r = 0.1 \\ &\Rightarrow 1 - r = 0.9 \\ &\Rightarrow A(t) = 25000(0.9)^t \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} A(t) &= 25000(0.9)^t \\ \Rightarrow A(5) &= 25000(0.9)^5 = 14762.25 JD \end{aligned}$$



اتحقق من فهمي مثال 7 صفحة 70

a)

$$P(t) = 34.706e^{0.0097t}$$

عام 2015 تكون  $t=0$

$$\Rightarrow P(0) = 34.706e^0 = 34.706$$

b)

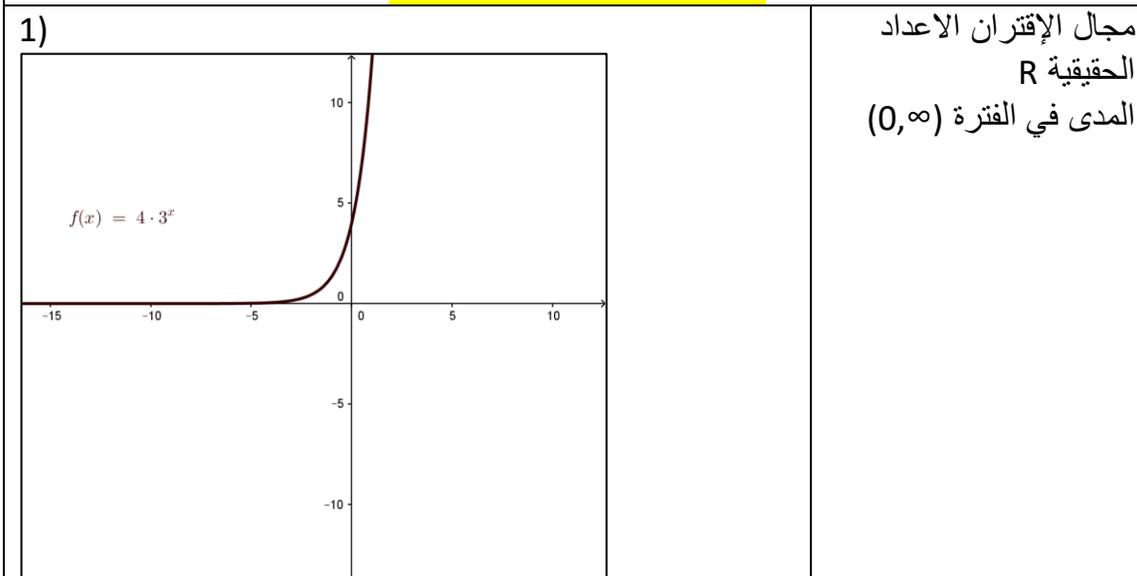
عام 2030 تكون  $t=15$

$$\Rightarrow P(15) = 34.706e^{0.0097 \times 15}$$

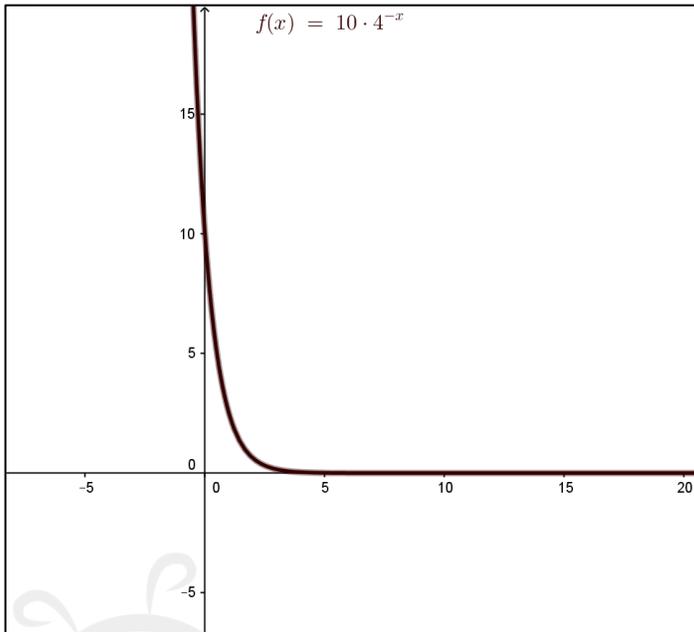
$$= 34.706e^{0.1455}$$

$$\approx 40$$

اتدرب وأحل المسائل صفحة 71

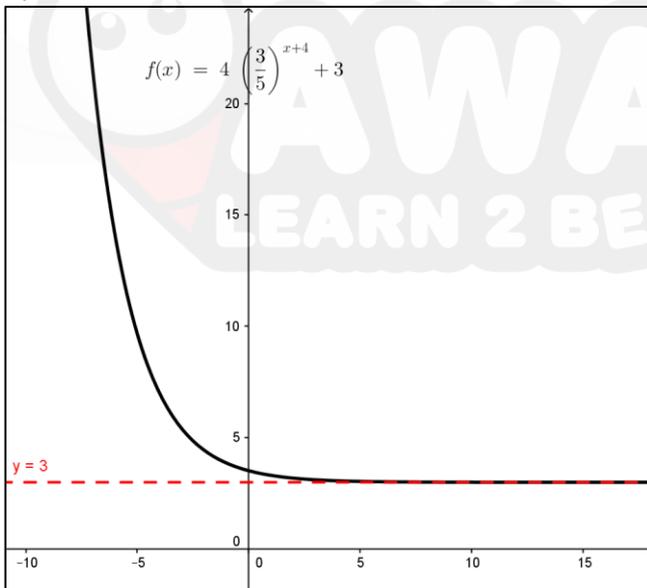


2)

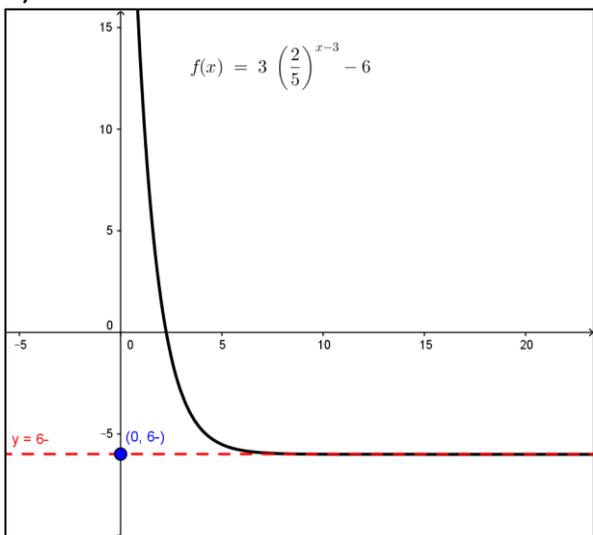
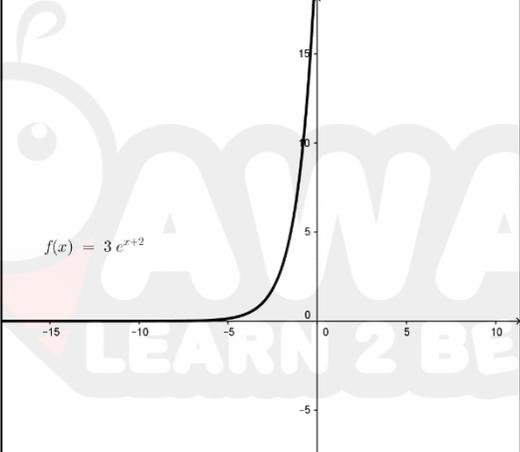
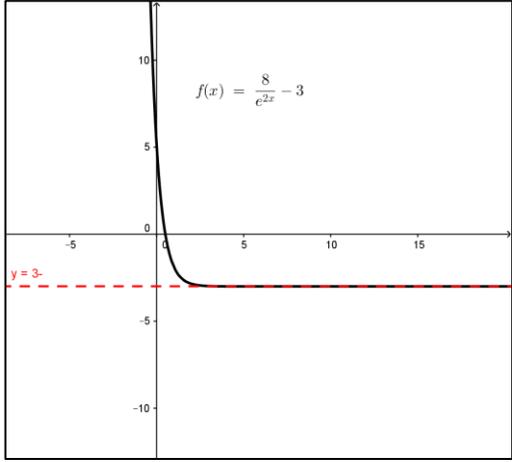


مجال الإقتران الاعداد  
الحقيقية R  
المدى في الفترة  $(0, \infty)$

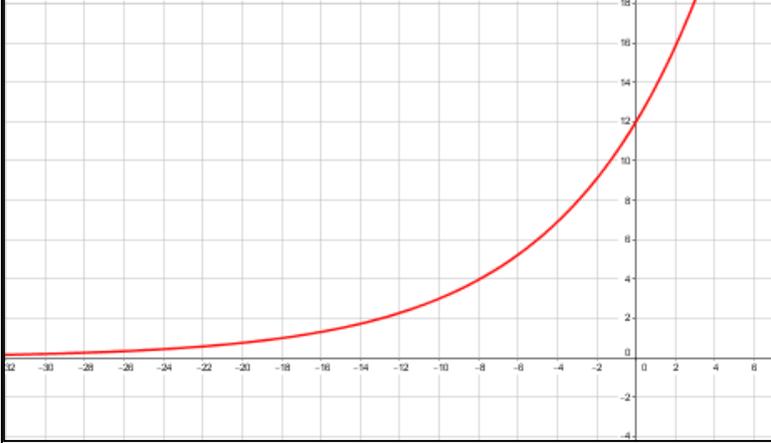
3)



مجال الإقتران الاعداد  
الحقيقية R  
المدى في الفترة  $(3, \infty)$

<p>4)</p>  <p><math>f(x) = 3 \left(\frac{2}{5}\right)^{x-3} - 6</math></p> <p><math>y = -6</math></p> <p><math>(0, 6)</math></p>	<p>مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R المدى في الفترة <math>(-6, \infty)</math></p>
<p>5)</p>  <p><math>f(x) = 3 e^{x+2}</math></p>	<p>مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R المدى في الفترة <math>(0, \infty)</math></p>
<p>6)</p>  <p><math>f(x) = \frac{8}{e^{2x}} - 3</math></p> <p><math>y = -3</math></p>	<p>مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R المدى في الفترة <math>(-3, \infty)</math></p>

7)

خط التقارب الافقي هو  
محور x

8)

أجد المقطع y

$$f(x) = 12(2)^{\frac{x}{5}}$$

$$\Rightarrow f(0) = 12(2)^{\frac{0}{5}}$$

$$= 12 \Rightarrow y = 12$$

وهذا يعني أن طول الشجرة الحالي هو 12 قدم لأن  $x=0$  تمثل الوقت الحاضر

9)

من الرسم البياني يتضح أن عدد الخلايا في البداية (عند  $h=0$ ) هو  $a=200$  خلية

10)

من الرسم البياني أجد أن قيمة عدد خلايا البكتيريا A عند  $h=2$  هو 440 خلية وهو إقتران نمو أسّي إذن:

$$A(2) = 440$$

$$a = 200$$

$$A(h) = a(1+r)^h$$

$$\Rightarrow 440 = 200(1+r)^2$$

بالقسمة على 200

$$\Rightarrow 2.2 = (1+r)^2$$

$$\Rightarrow 1+r \approx 1.48$$

$$\Rightarrow r \approx 0.48 = 48\%$$

11)

$$A(h) = a(1.48)^h$$

12)

$$a = 200 \Rightarrow 3a = 600$$

من الرسم نجد قيمة h عند  $A=600$  فيكون تقريبا 2.8 ساعة

13)

$$\begin{aligned}y &= k(2)^x + c \\(0,10) &\Rightarrow 10 = k(2)^0 + c \\ \Rightarrow 10 &= k + c \Rightarrow k = 10 - c \dots\dots 1 \\(-1,7) &\Rightarrow 7 = k(2)^{-1} + c \\ &\Rightarrow 7 = \frac{k}{2} + c \\ &\Rightarrow 14 = k + 2c \dots\dots 2\end{aligned}$$

بتعويض المعادلة 1 في 2

$$\begin{aligned}14 &= 10 - c + 2c \Rightarrow c = 4 \\ &\Rightarrow k = 10 - 4 = 6\end{aligned}$$

14)

$$\begin{aligned}y &= k(2)^x + c \\ k &= 6, c = 4 \\ \Rightarrow y &= 6(2)^x + 4\end{aligned}$$

بتعويض  $x=3$

$$\begin{aligned}\Rightarrow y &= 6(2)^3 + 4 \\ &\Rightarrow y = 52\end{aligned}$$

15)

ثمن الدراجة عند شرائها أي عند  $t=0$  وهو 1000JD

16)

من الرسم أجد أن ثمن الدراجة عند  $t=2$  هو  $P(2)=500$  وبما أن الثمن عند  $t=0$  هو  $a=1000$  إذن:

$$\begin{aligned}P(t) &= a(1 - r)^t \\ \Rightarrow 500 &= 1000(1 - r)^2\end{aligned}$$

بالقسمة على 1000

$$\begin{aligned}\Rightarrow 0.5 &= (1 - r)^2 \Rightarrow 1 - r \approx 0.7 \\ &\Rightarrow r \approx 0.3 = 30\%\end{aligned}$$

17)

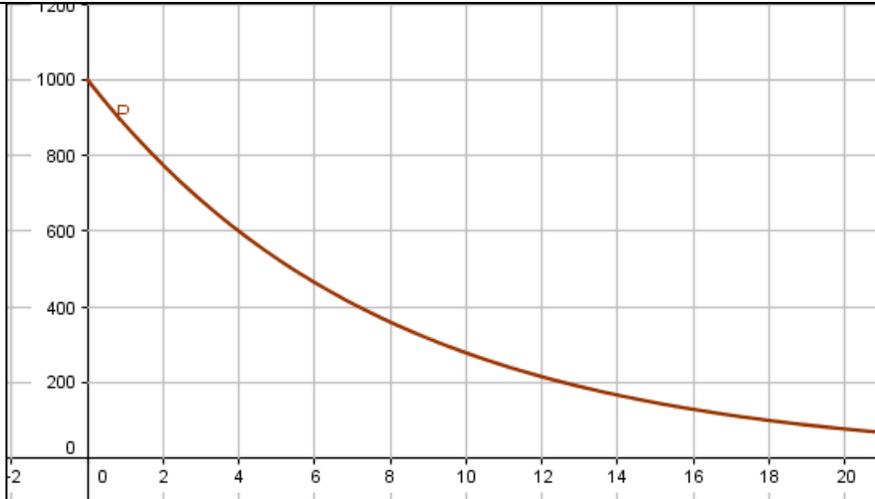
$$P(t) = 1000(0.7)^t$$

18)

عند سطح البحر تكون  $h=0$  أي أن الضغط عند البداية يكون 1000

$$\begin{aligned}P(h) &= a(1 - r)^h \\ P(h) &= 1000(1 - 0.12)^h \\ P(h) &= 1000(0.88)^h\end{aligned}$$

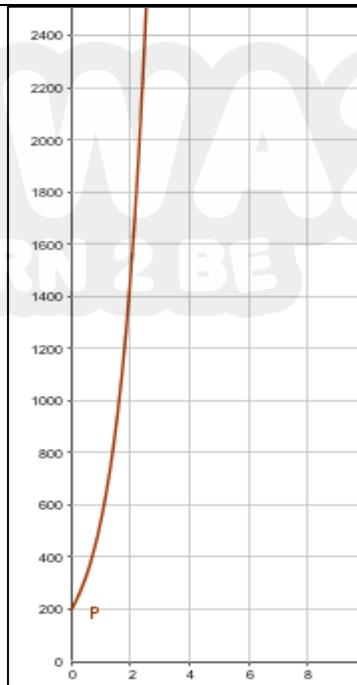
19)



20)

$$P(t) = 200(e)^t$$
$$P(3) = 200(e)^3 \approx 4017$$

21)



22)

$$r = 40\% = 0.4$$
$$\Rightarrow 1 - r = 0.6$$
$$\Rightarrow M(t) = m(0.6)^t$$

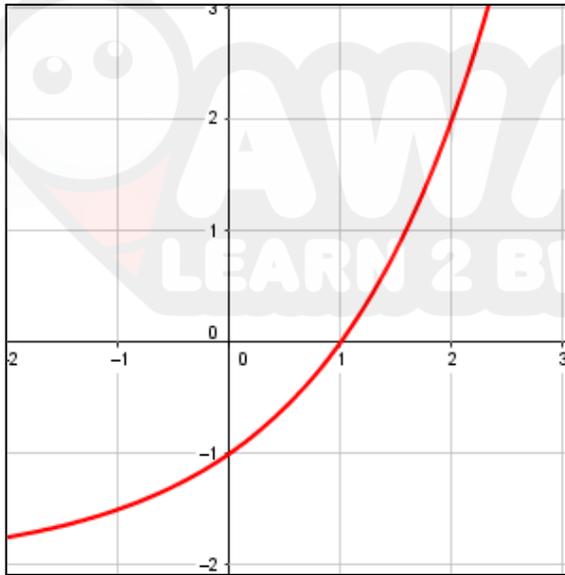
23)

خطأ، لأن الرسم البياني ليس على شكل الإقتران الأسّي حيث أن الإقتران الأسّي المتزايد يكون مقعرا للأعلى وليس للأسفل

24)

$$\begin{aligned}P &= e^{2x} \\ \Rightarrow P &= (e^x)^2 \\ \Rightarrow e^x &= \sqrt{P} = P^{\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow e^{3x} &= P^{\frac{3}{2}} \\ \Rightarrow e^{-2x} &= P^{-1} = \frac{1}{P} \\ \Rightarrow e^{-x} &= P^{-\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow e^{2x+1} &= P \times e \approx 2.7P \\ \Rightarrow e^{4x} &= P^2\end{aligned}$$

25)



الإقتران الأسّي يقطع محور  $x$  إذا كان على صورة  $f(x) = ab^x + c$  حيث  $c < 0$  مثل  $f(x) = 2^x - 2$  حيث يكون تمثيله البياني كما في الشكل المجاور:

26)

$$\begin{aligned}g(x) &= \frac{1}{16}(4)^x = \frac{4^x}{4^2} = 4^{x-2} = f(x) \\ \Rightarrow g(x) &= f(x)\end{aligned}$$

الدرس الثاني: الإقترانات اللوغاريتمية

اتحقق من فهمي مثال 1 صفحة 74

a)

$$\log_3 9 = 2 \Leftrightarrow 3^2 = 9$$

b)

$$\log_5 5 = 1 \Leftrightarrow 5^1 = 5$$

c)

$$\log_4 \frac{1}{256} = -4 \Leftrightarrow 4^{-4} = \frac{1}{256}$$

d)

$$\log_8 1 = 0 \Leftrightarrow 8^0 = 1$$

اتحقق من فهمي مثال 2 صفحة 74

a)

$$25^2 = 625 \Leftrightarrow \log_{25} 625 = 2$$

b)

$$81^{\frac{1}{2}} = 9 \Leftrightarrow \log_{81} 9 = \frac{1}{2}$$

c)

$$10^{-4} = \frac{1}{10000} \Leftrightarrow \log_{10} \frac{1}{10000} = -4$$

d)

$$19^0 = 1 \Leftrightarrow \log_{19} 1 = 0$$

اتحقق من فهمي مثال 3 صفحة 75

a)

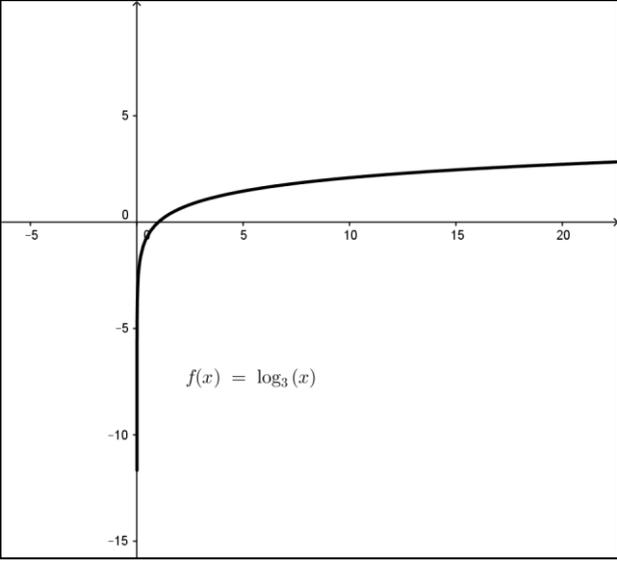
$$\begin{aligned} \log_8 64 = y &\Rightarrow 8^y = 64 \\ &\Rightarrow 8^y = 8^2 \Rightarrow y = 2 \\ &\Rightarrow \log_8 64 = 2 \end{aligned}$$

b)

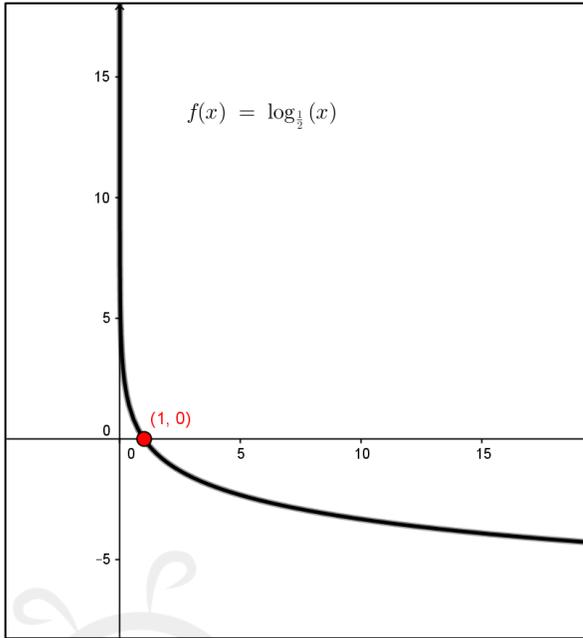
$$\begin{aligned} \log_{11} \sqrt{11} = y &\Rightarrow 11^y = 11^{\frac{1}{2}} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \\ \log_{11} \sqrt{11} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \log_{25} 5 = y & \\ \Rightarrow 25^y = 5 &\Rightarrow 5^{2y} = 5 \\ \Rightarrow 2y = 1 &\Rightarrow y = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

d)	$\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = y \Rightarrow 2^y = 2^{-3} \Rightarrow y = -3$
	اتحقق من فهمي مثال 4 صفحة 76
a)	$\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$
b)	$\log_{19} \sqrt{19} = \log_{19} 19^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$
c)	$\log_{18} 18 = 1$
d)	$4^{\log_4 15} = 15$
	اتحقق من فهمي مثال 5 صفحة 78
a)	$\log 1200 \approx 3.08$
b)	$\log(6.3 \times 10^5) \approx 5.8$
c)	$\ln 0.00025 \approx -8.29$
	اتحقق من فهمي مثال 6 صفحة 80
a)	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="flex: 1;">  <p><math>f(x) = \log_3(x)</math></p> </div> <div style="flex: 1; padding-left: 20px;"> <p>المجال في الفترة <math>(0, \infty)</math>  المدى الأعداد الحقيقية <math>R</math>  الإقتران متزايد  ليس له مقطع <math>y</math>  مقطع <math>x</math> هو <math>x=1</math>  له خط تقارب رأسي هو محور <math>y</math></p> </div> </div>

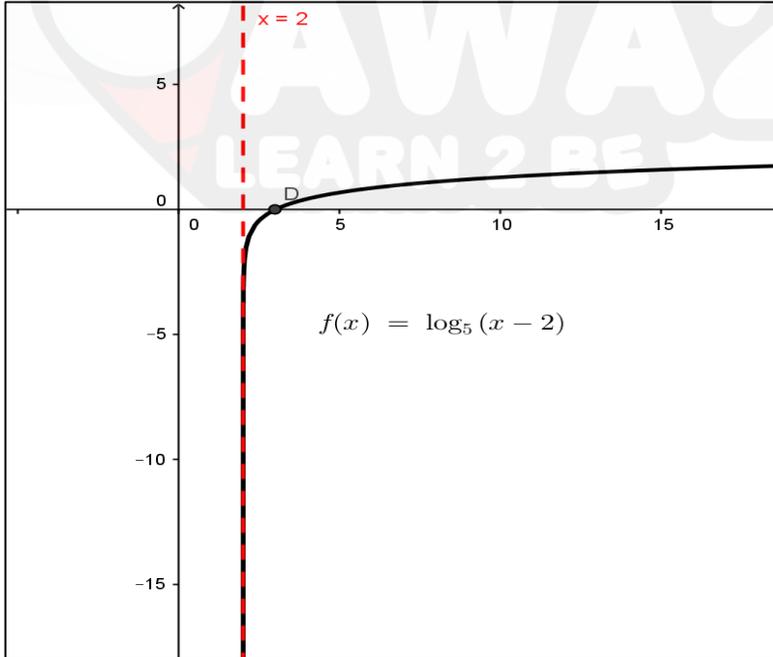
b)



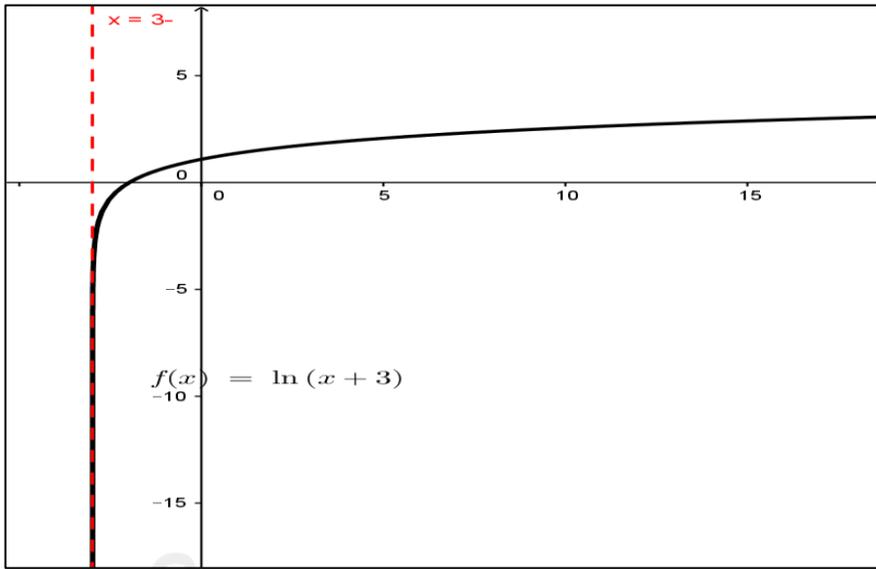
المجال في الفترة  $(0, \infty)$   
المدى الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$   
الإقتران متناقص  
ليس له مقطع  $y$   
مقطع  $x$  هو  $x=1$   
له خط تقارب رأسي هو محور  $y$

اتحقق من فهمي مثال 7 صفحة 82

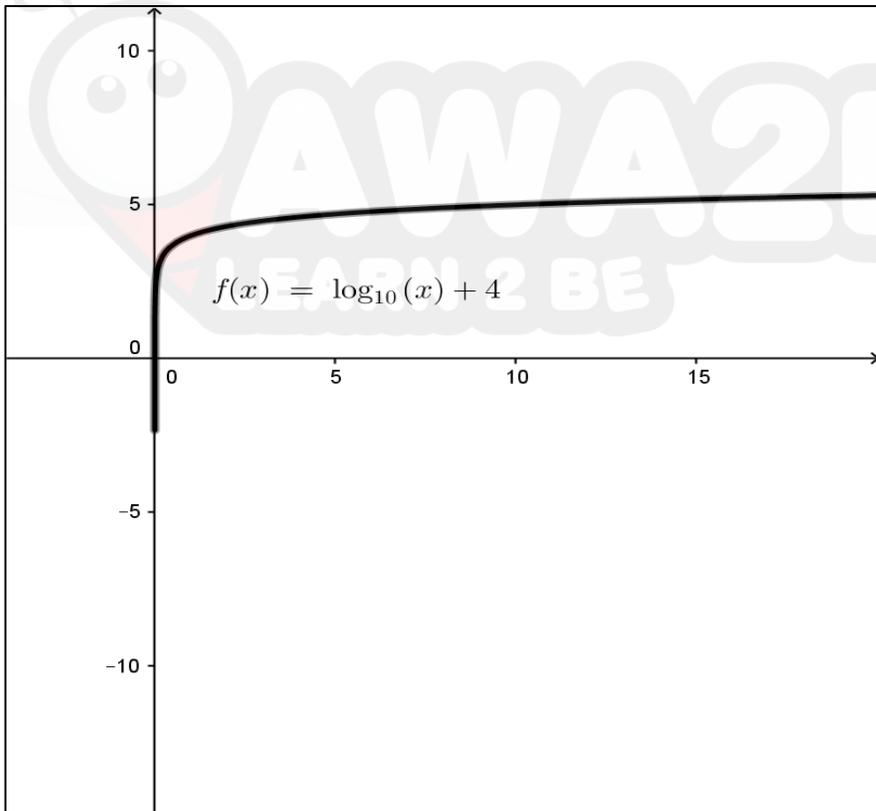
a)

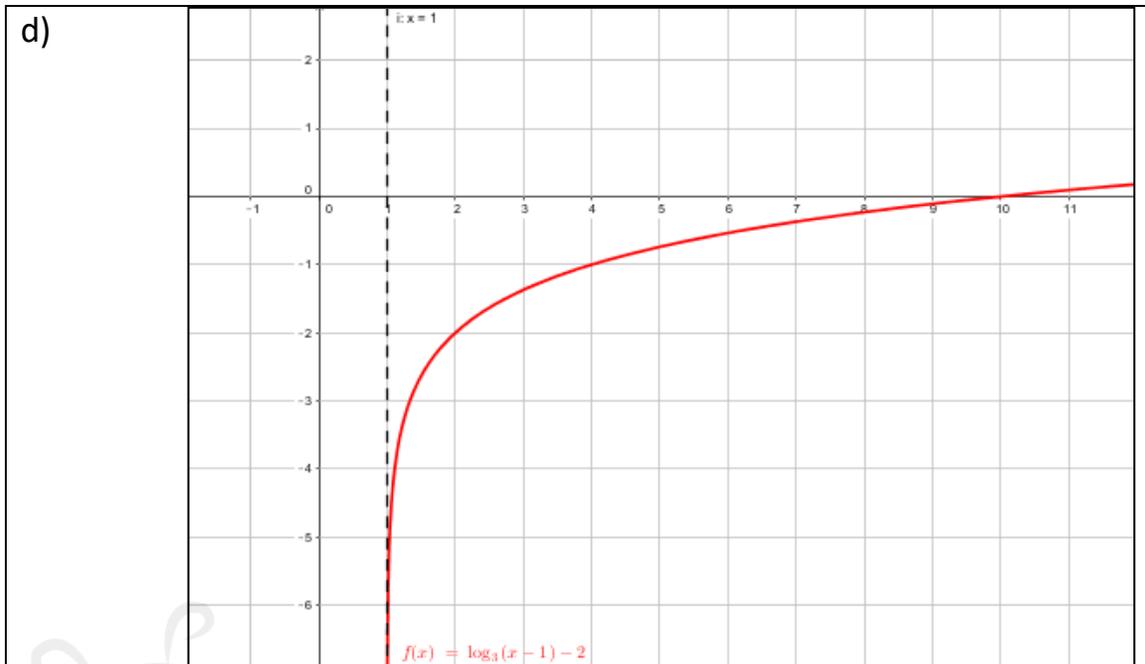


b)



c)





اتحقق من فهمي مثال 8 صفحة 83

$$p^H = -\log[H^+]$$

$$p^H = -\log(5.88 \times 10^{-7}) \approx 6.23$$

إذن الشامبو حمضي

أتدرب وأحل المسائل صفحة 84

1)

$$\log_4 1025 = 5 \Leftrightarrow 4^5 = 1025$$

2)

$$\log_3 729 = 6 \Leftrightarrow 3^6 = 729$$

3)

$$\log_8 2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 8^{\frac{1}{3}} = 2$$

4)

$$\log_{25} 5 = 0.5 \Leftrightarrow 25^{0.5} = 5$$

5)

$$6^3 = 216 \Leftrightarrow \log_6 216 = 3$$

6)

$$3^{-2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \log_3 \frac{1}{9} = -2$$

7)

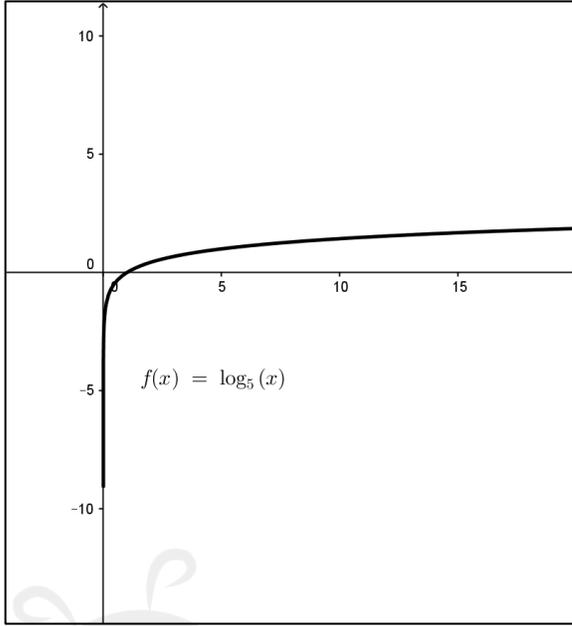
$$5^4 = 625 \Leftrightarrow \log_5 625 = 4$$

8)

$$2^{-3} = 0.125 \Leftrightarrow \log_2 0.125 = -3$$

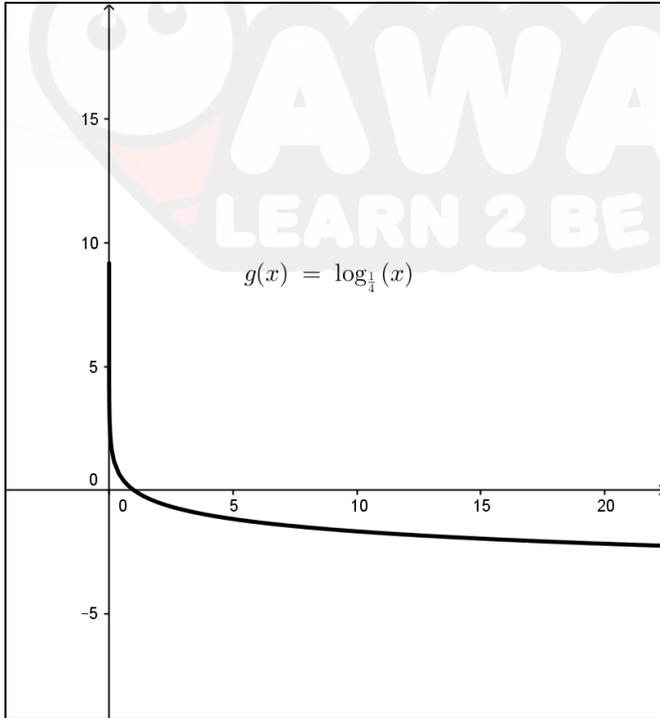
9)	$\log_2 256 = \log_2 2^8 = 8$
10)	$\log_9 27 = y \Rightarrow 9^y = 27$ $3^{2y} = 3^3 \Rightarrow 2y = 3$ $\Rightarrow y = \frac{3}{2}$
11)	$\log 0.1 = \log 10^{-1} = -1$
12)	$\log_7 1 = 0$
13)	$e^{\ln \frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$
14)	$\log_y \sqrt[3]{y} = \log_y y^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$
15)	$\log(0.1 \times 10^{-6}) = \log(10^{-1} \times 10^{-6}) = -7$
16)	$6^{\log_6 2.8} = 2.8$
17)	$\log \frac{1}{32} \approx -1.5$
18)	$\log(2.77 \times 10^{-4}) \approx -3.6$
19)	$\ln 0.000062 \approx -9.7$
20)	$\ln \pi \approx 1.1$

21)



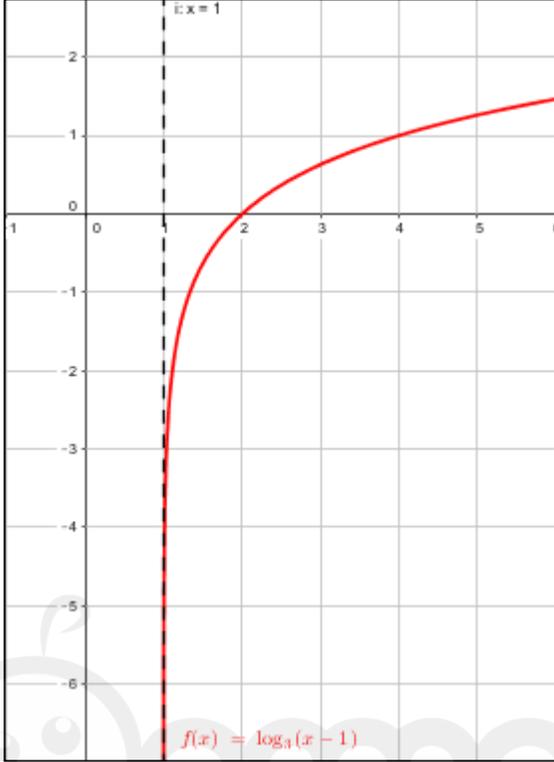
المجال في الفترة  $(0, \infty)$   
المدى الاعداد الحقيقية  $R$   
الإقتران متزايد  
ليس له مقطع  $y$   
مقطع  $x$  هو  $x=1$   
له خط تقارب رأسي هو محور  $y$

22)



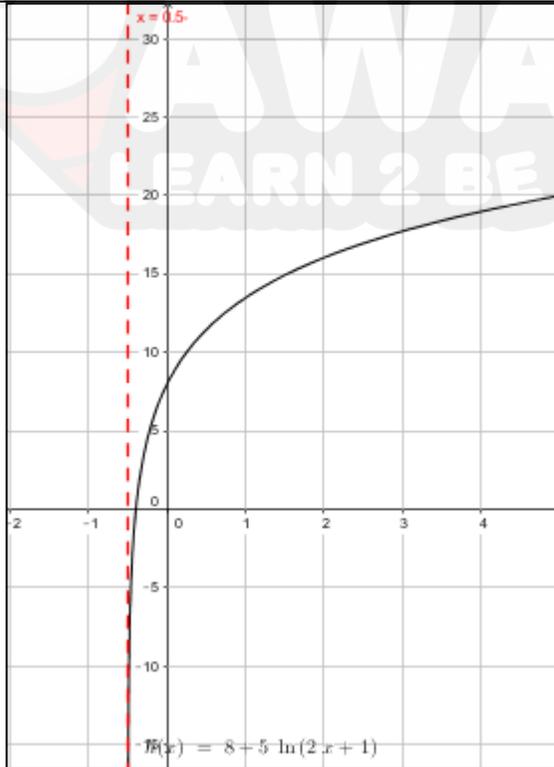
المجال في الفترة  $(0, \infty)$   
المدى الاعداد الحقيقية  $R$   
الإقتران متناقص  
ليس له مقطع  $y$   
مقطع  $x$  هو  $x=1$   
له خط تقارب رأسي هو محور  $y$

23)



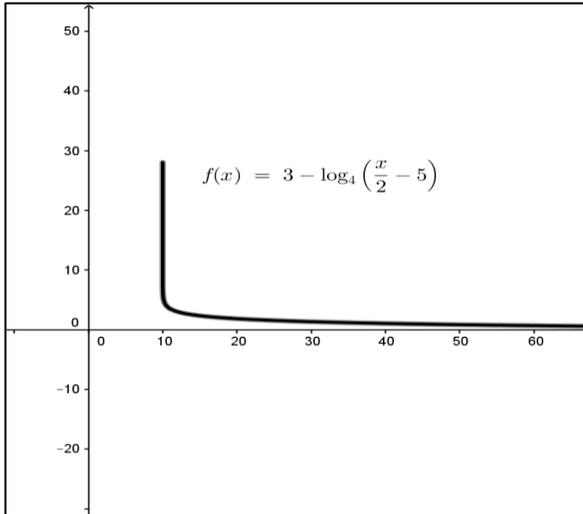
المجال في الفترة  $(1, \infty)$   
 المدى الاعداد الحقيقية  $R$   
 الإقتران متزايد  
 ليس له مقطع  $y$   
 مقطع  $x$  هو  $x=2$   
 له خط تقارب رأسي هو  $x=1$

24)



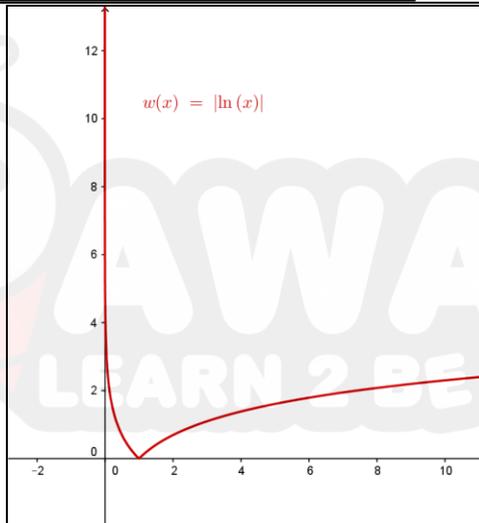
المجال في الفترة  $(-0.5, \infty)$  المدى  
 الاعداد الحقيقية  $R$   
 الإقتران متزايد  
 له مقطع  $y$  هو  $y=8$   
 مقطع  $x$  هو  $x=-0.4$   
 له خط تقارب رأسي هو  $x=-0.5$

25)



المجال في الفترة  $(10, \infty)$  المدى  
 الأعداد الحقيقية  $R$   
 الإقتران متناقص  
 ليس له مقطع  $y$   
 ليس له مقطع  $x$   
 له خط تقارب رأسي هو  $x=10$

26)



المجال في الفترة  $(0, \infty)$   
 المدى الأعداد الحقيقية  $R$   
 الإقتران متناقص في الفترة  $(0, 1)$   
 ومنتزايد في الفترة  $(1, \infty)$   
 ليس له مقطع  $y$   
 مقطع  $x$  هو  $x=1$   
 له خط تقارب رأسي هو محور  $y$

27)

$$S(t) = 78 - 15 \log(t + 1)$$

$$S(0) = 78 - 15 \log 1 = 78$$

28)

$$S(t) = 78 - 15 \log(t + 1)$$

$$S(4) = 78 - 15 \log(5) \approx 67.5$$

29)

$$f(x) = \log_a x$$

$$2 = \log_a 2$$

$$a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

30)

$$f(x) = \log_c x$$

$$-4 = \log_c \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow c^{-4} = \frac{1}{2} \Rightarrow c^4 = 2 \Rightarrow c = 2^{\frac{1}{4}}$$

31)

$$A = 2 - \log 100T$$
$$A = 2 - \log(100 \times 0.72) \approx 0.143$$

32)

$$A = 2 - \log 100T$$
$$0.174 = 2 - \log 100T$$
$$\log 100T = 2 - 0.174 = 1.826$$
$$\Rightarrow 100T = 10^{1.826} \Rightarrow T = \frac{10^{1.826}}{100} \approx 0.67$$

33)

التمثيل البياني له هو الرسم b لأن مجاله في الفترة  $(1, \infty)$

34)

التمثيل البياني له هو الرسم c لأن مقطع x هو  $x=3$  والاقتران متزايد

35)

التمثيل البياني له هو الرسم a لأن مقطع x له هو  $x=3$  والاقتران متناقص

36)

مقطع x عندما  $f(x)=0$

$$f(x) = \log(x - k)$$
$$0 = \log(x - k)$$
$$x - k = 1 \Rightarrow x = k + 1$$

37)

عبارة صحيحة لأن الاقتران اللوغاريتمي يجب أن يكون ما بداخله قيمة موجبة

38)

عبارة صحيحة لأن مدى الاقتران اللوغاريتمي دائما الاعداد الحقيقية

39)

عبارة صحيحة لأن مجال الاقتران يكون دائما محدد بنقطة بداية وتشكل خط التقارب الرأسي للاقتران

40)

$$\log_5 28 = h \Rightarrow 5^h = 28 \Rightarrow h > 2$$

$$\log_6 32 = y \Rightarrow 6^y = 32 \Rightarrow y < 2$$

$$\log_7 40 = z \Rightarrow 7^z = 40 \Rightarrow z < 2$$

إذن الاقتران الاكبر هو  $\log_5 28$

الدرس الثالث: قوانين اللوغاريتمات

اتحقق من فهمي مثال 1 صفحة 88

a)

$$\log_b 12 = \log_b 3 \times 4 = \log_b 3 + \log_b 4 \\ \approx 0.68 + 0.86 = 1.54$$

b)

$$\log_b 9 = \log_b 3^2 \\ = 2 \log_b 3 \approx 2 \times 0.68 = 1.36$$

c)

$$\log_b 0.75 = \log_b \frac{3}{4} \\ = \log_b 3 - \log_b 4 \\ \approx 0.68 - 0.86 = -0.18$$

d)

$$\log_b \frac{1}{3} = \log_b 1 - \log_b 3 \\ \approx 0 - 0.68 = -0.68$$

اتحقق من فهمي مثال 2 صفحة 89

a)

$$\log_3 a^2 b c^3 \\ = \log_3 a^2 + \log_3 b + \log_3 c^3 \\ = 2 \log_3 a + \log_3 b + 3 \log_3 c$$

b)

$$\ln a^2 \sqrt{a-1} = \ln a^2 + \ln(a-1)^{\frac{1}{2}} \\ = 2 \ln a + \frac{1}{2} \ln(a-1)$$

c)

$$\log \left( \frac{x^2 - 1}{x^3} \right) = \log(x^2 - 1) - \log x^3 \\ = \log(x^2 - 1) - 3 \log x$$

d)

$$\log_b \left( \frac{x^2 y}{b^3} \right) = \log_b x^2 + \log_b y - \log_b b^3 \\ = 2 \log_b x + \log_b y - 3$$

اتحقق من فهمي مثال 3 صفحة 91

a)

$$\ln 25 + \ln 4 = \ln 25 \times 4 = \ln 100 = 2 \ln 10$$

b)

$$\begin{aligned}\ln(3x + 1) - \ln(3x^2 - 5x - 2) \\ &= \ln\left(\frac{3x + 1}{3x^2 - 5x - 2}\right) \\ &= \ln\left(\frac{3x + 1}{(3x + 1)(x - 2)}\right) \\ &= \ln\left(\frac{1}{x - 2}\right) = \ln 1 - \ln(x - 2) \\ &= -\ln(x - 2)\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(\log_2(a^2 + ab) - \log_2 a) \\ &= \frac{1}{2}(\log_2 a(a + b) - \log_2 a) \\ &= \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2(a + b) - \log_2 a) = \frac{1}{2}\log_2(a + b)\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}\frac{1}{3}(\log_2 x + \log_2(x - 4)) \\ &= \frac{1}{3}(\log_2 x(x - 4)) \\ &= \log_2(x^2 - 4x)^{\frac{1}{3}} \\ &= \log_2 \sqrt[3]{x^2 - 4x}\end{aligned}$$

اتحقق من فهمي مثال 4 صفحة 92

a)

$$\log_2 89 = \frac{\log 89}{\log 2} \approx 6.48$$

b)

$$\log_5 19 = \frac{\ln 19}{\ln 5} \approx 1.83$$

c)

$$\log_{\frac{1}{2}} 12 = \frac{\ln 12}{\ln \frac{1}{2}} \approx -3.58$$

d)

$$\log_8 e^2 = \frac{\ln e^2}{\ln 8} \approx \frac{2}{2.08} \approx 0.96$$

a)

$$5^x = 8$$

بأخذ اللوغاريتم للطرفين

$$\begin{aligned} \log 5^x &= \log 8 \Rightarrow x \log 5 = \log 8 \\ \Rightarrow x &= \frac{\log 8}{\log 5} \approx 1.2920 \end{aligned}$$

b)

$$4e^{2x} - 3 = 2$$

$$4e^{2x} = 5$$

$$e^{2x} = \frac{5}{4}$$

$$\ln e^{2x} = \ln 1.25$$

$$2x \approx 0.2231$$

$$x \approx 0.1116$$

c)

$$2^{x-1} = 3^{3x+2}$$

$$2^x \times 2^{-1} = 3^{3x} \times 3^2$$

$$\frac{2^x}{2} = 27^x \times 9$$

$$\left(\frac{2}{27}\right)^x = 18$$

$$x \log \left(\frac{2}{27}\right) = \log 18$$

$$x = \frac{\log 18}{\log \left(\frac{2}{27}\right)} \approx -1.8128$$

d)

$$9^x + 3^x - 20 = 0$$

بفرض  $y = 3^x$

$$y^2 + y - 20 = 0$$

$$(y + 5)(y - 4) = 0$$

$$y = -5 \Rightarrow 3^x = -5 \text{ مرفوض}$$

Or

$$y = 4 \Rightarrow 3^x = 4 \Rightarrow \log_3 4 = x$$

$$\Rightarrow x \approx 1.2619$$

اتحقق من فهمي مثال 6 صفحة 97

a)

$$\begin{aligned}5 + 2\ln x &= 4 \\ \ln x^2 &= -1 \Rightarrow x^2 = e^{-1} \\ \Rightarrow x &= e^{-\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\log_5(x + 6) + \log_5(x + 2) &= 1 \\ \log_5(x + 6)(x + 2) &= 1 \\ x^2 + 8x + 12 &= 5^1 \\ x^2 + 8x + 7 &= 0 \\ (x + 1)(x + 7) &= 0 \\ x &= -7 \text{ مرفوض} \\ \text{or } x &= -1\end{aligned}$$

اتحقق من فهمي مثال 7 صفحة 98

$$\begin{aligned}A(p) &= \frac{\ln p}{-0.000121} \\ 4000 &= \frac{\ln p}{-0.000121} \\ \ln p &= -0.484 \\ p &= e^{-0.484} \approx 0.62 = 62\%\end{aligned}$$

أتدرب وأحل المسائل صفحة 98

1)

$$\log_a \frac{7}{11} = \log_a 7 - \log_a 11 \approx -0.196$$

2)

$$\log_a 77 = \log_a 7 \times 11 = \log_a 7 + \log_a 11 \approx 1.886$$

3)

$$\frac{\log_a 11}{\log_a 7} \approx 1.232$$

4)

$$\log_a \frac{1}{7} = \log_a 1 - \log_a 7 \approx 0 - 0.845 = -0.845$$

5)

$$\log_a 539 = \log_a 7^2 \times 11 = 2 \log_a 7 + \log_a 11 \approx 2.731$$

6)	$\log_7 11 = \frac{\log_a 11}{\log_a 7} \approx 1.232$
7)	$\log_a 11a^2 = \log_a 11 + 2\log_a a \approx 3.041$
8)	$\log_a \sqrt[3]{121} = \log_a 11^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\log_a 11 \approx 0.694$
9)	$\log_a \left(\frac{xy}{z}\right) = \log_a x + \log_a y - \log_a z$
10)	$\log_a (xyz) = \log_a x + \log_a y + \log_a z$
11)	$\ln \sqrt[3]{5x^2} = \ln 5^{\frac{1}{3}} + \ln x^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\ln 5 + \frac{2}{3}\ln x \approx 0.536 + \frac{2}{3}\ln x$
12)	$\begin{aligned} \log \sqrt{\frac{m^8 n^{12}}{a^3 b^5}} &= \log \frac{m^4 n^6}{a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{5}{2}}} \\ &= 4\log m + 6\log n - \frac{3}{2}\log a - \frac{5}{2}\log b \end{aligned}$
13)	$\ln 75 + \ln 2 = \ln 150$
14)	$\begin{aligned} &\log x + \log(x^2 - 1) - \log 7 - \log(x + 1) \\ &= \log \left(\frac{x(x^2 - 1)}{7(x + 1)}\right) = \log \left(\frac{x(x + 1)(x - 1)}{7(x + 1)}\right) \\ &= \log \left(\frac{x(x - 1)}{7}\right) = \log \left(\frac{x^2 - x}{7}\right) \end{aligned}$
15)	$\begin{aligned} &\log_a \frac{a}{\sqrt{x}} - \log_a \sqrt{ax} \\ &= \log_a a - \log_a x^{\frac{1}{2}} - \log_a a^{\frac{1}{2}} - \log_a x^{\frac{1}{2}} \\ &= 1 - 2\log_a x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \\ &= 1 - \log_a x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \log_a x \end{aligned}$

16)

$$\begin{aligned}
& \frac{2}{3}(\ln(x^2 - 9) - \ln(x + 3) + \ln(x + y)) \\
&= \frac{2}{3}(\ln(x - 3) + \ln(x + 3) - \ln(x + 3) + \ln(x + y)) \\
&= \frac{2}{3}(\ln(x - 3) + \ln(x + y)) \\
&= \ln \sqrt[3]{(x^2 - 3x - 3y + xy)^2}
\end{aligned}$$

17)

$$\log_4 17 = \frac{\log 17}{\log 4} \approx 2.0437$$

18)

$$\log_4 \frac{1}{100} = \frac{\ln 0.01}{\ln 4} \approx -3.3219$$

19)

$$\log_9 0.0006 = \frac{\log 0.0006}{\log 9} \approx -3.3763$$

20)

$$\log_8 120 = \frac{\log 120}{\log 8} \approx 2.3022$$

21)

$$\begin{aligned}
H &= 15500(5 - \log p) \\
8850 &= 15500(5 - \log p) \\
0.57 &= 5 - \log p \\
\log p &= 5 - 0.57 \\
\log p &= 4.43 \Rightarrow p = 10^{4.43} \approx 26915.35
\end{aligned}$$

22)

$$\begin{aligned}
5^{x+2} &= 4^{1-x} \\
\Rightarrow 5^x \times 5^2 &= \frac{4^1}{4^x} \\
\Rightarrow 5^x \times 4^x \times 25 &= 4 \\
\Rightarrow 20^x &= \frac{4}{25} \\
\Rightarrow \ln 20^x &= \ln 0.16 \\
\Rightarrow x &= \frac{\ln 0.16}{\ln 20} \approx -0.6117
\end{aligned}$$

23)

$$e^x + e^{-x} - 6 = 0$$

بالضرب في  $e^x$ 

$$e^{2x} + 1 - 6e^x = 0$$

بفرض  $y = e^x$ 

$$y^2 - 6y + 1 = 0$$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{32}}{2}$$

$$y = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$e^x = 3 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \ln(3 + 2\sqrt{2}) \approx 1.7627$$

or

$$e^x = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \ln(3 - 2\sqrt{2}) \approx -1.7627$$

24)

$$3^{x^2+4x} = \frac{1}{27}$$

$$\Rightarrow 3^{x^2+4x} = 3^{-3}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x = -3$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$(x + 1)(x + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ or } x = -3$$

25)

$$25^x - 3(5^x) + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 5^{2x} - 3(5^x) + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (5^x - 2)(5^x - 1) = 0$$

$$5^x = 2 \Rightarrow \log_5 2 = x$$

$$\Rightarrow x = \frac{\log 2}{\log 5} \approx 0.4307$$

or

$$5^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

26)

$$\log(x + 5) - \log(x - 3) = \log 2$$

$$\log\left(\frac{x + 5}{x - 3}\right) = \log 2$$

$$\frac{x + 5}{x - 3} = 2$$

$$x + 5 = 2x - 6 \Rightarrow x = 11$$

27)

$$\begin{aligned}\ln(x+8) + \ln(x-1) &= 2\ln x \\ \ln(x+8)(x-1) &= \ln x^2 \\ (x+8)(x-1) &= x^2 \\ x^2 + 7x - 8 &= x^2 \Rightarrow 7x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{7}\end{aligned}$$

28)

$$\begin{aligned}\log_3(\log_4 x) &= 0 \Rightarrow \log_4 x = 3^0 \\ &\Rightarrow \log_4 x = 1 \Rightarrow x = 1\end{aligned}$$

29)

$$\begin{aligned}\ln x^2 &= (\ln x)^2 \\ 2\ln x - (\ln x)^2 &= 0 \\ \ln x(2 - \ln x) &= 0 \\ \Rightarrow \ln x = 0 &\Rightarrow x = 1 \\ &\text{or} \\ \ln x = 2 &\Rightarrow x = e^2\end{aligned}$$

30)

$$\begin{aligned}2\log 50 &= 3\log 25 + \log(x-2) \\ 2(\log 5 + \log 10) &= 3\log 5^2 + \log(x-2) \\ 2\log 5 + 2 &= 6\log 5 + \log(x-2) \\ 2 &= 4\log 5 + \log(x-2) \\ \log(x-2)(5^4) &= 2 \\ (x-2)(625) &= 10^2 \\ 625x - 1250 &= 100 \Rightarrow x = \frac{1350}{625} = 2.16\end{aligned}$$

31)

$$\begin{aligned}T &= 27 + 219e^{-0.032t} \\ 100 &= 27 + 219e^{-0.032t} \\ 73 &= 219e^{-0.032t} \\ \frac{1}{3} &= e^{-0.032t} \Rightarrow \ln \frac{1}{3} = -0.032t \Rightarrow t = \frac{\ln \frac{1}{3}}{-0.032} \approx 34.332\end{aligned}$$

32)

$$7e^{3k} - 7e^{-3k} - 48 = 0$$

بالضرب في  $e^{3k}$ 

$$7e^{6k} - 7 - 48e^{3k} = 0$$

بفرض  $y = e^{3k}$ 

$$7y^2 - 48y - 7 = 0$$

$$y = \frac{48 \pm \sqrt{2108}}{14}$$

$$e^{3k} = \frac{48 + \sqrt{2108}}{14} \Rightarrow e^{3k} \approx 6.7 \Rightarrow 3k = \ln 6.7 \Rightarrow k \approx 0.634$$

or

$$e^{3k} = \frac{48 - \sqrt{2108}}{14} \Rightarrow e^{3k} \approx 0.15 \Rightarrow 3k = \ln 0.15 \Rightarrow k \approx -0.634$$

33)

$$|2^{x^2} - 8| = 3$$

$$2^{x^2} - 8 = 3 \quad \text{or} \quad 2^{x^2} - 8 = -3$$

$$2^{x^2} - 8 = 3 \Rightarrow 2^{x^2} = 11 \Rightarrow x^2 \log 2 = \log 11 \Rightarrow x^2 \approx 3.459 \Rightarrow x \approx 1.86$$

or

$$2^{x^2} - 8 = -3 \Rightarrow 2^{x^2} = 5 \Rightarrow x^2 \log 2 = \log 5 \Rightarrow x^2 \approx 2.322 \Rightarrow x \approx 1.52$$

34)

$$\log_3 x = k \log_2 x$$

$$\frac{\log x}{\log 3} = k \frac{\log x}{\log 2}$$

$$\Rightarrow k = \left( \frac{\log x}{\log 3} \right) \left( \frac{\log 2}{\log x} \right) \Rightarrow k = \frac{\log 2}{\log 3} \approx 0.6309$$

35)

$$f(x) = e^x - e^{-x}$$

$$f(x) = y$$

$$\Rightarrow y = e^x - e^{-x}$$

$$e^x(y) = e^{2x} - 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{e^{2x} - 1}{e^x}$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln \left( \frac{e^{2x} - 1}{e^x} \right)$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln(e^{2x} - 1) - \ln(e^x)$$

$$\Rightarrow \ln y = 2x - 1 - x$$

$$\Rightarrow \ln y = x - 1$$

$$\Rightarrow x = \ln y + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \ln x + 1$$

اختبار نهاية الوحدة صفحة 100

1) a	2) b	3) a	4) b	5) d	6) d
7)	$\log_3 15 = \log_3 5 + \log_3 3 = c + 1$				
8)	$\log_3 0.2 = \log_3 \frac{1}{5} = \log_3 1 - \log_3 5 = -c$				
9)	$\log_3 125 = \log_3 5^3 = 3c$				
10)	$\log_9 5 = \frac{\log_3 5}{\log_3 9} = \frac{c}{2}$				
11)	$\frac{1}{4} \log_3(x-3) = \log_3 6$ $\log_3(x-3)^{\frac{1}{4}} = \log_3 6$ $\Rightarrow (x-3)^{\frac{1}{4}} = 6$ $\Rightarrow x-3 = 1296 \Rightarrow x = 1299$				
12)	$\log_4(x+3) + \log_4(x-3) = 2$ $\Rightarrow \log_4(x+3)(x-3) = 2$ $\Rightarrow x^2 - 9 = 4^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$				
13)	$e^x + e^{-x} = 5 \Rightarrow e^{2x} + 1 = 5e^x$ $\Rightarrow y^2 - 5y + 1 = 0$ $\Rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ $\Rightarrow y \approx 4.791 \quad \text{or} \quad y \approx 0.209$ $\Rightarrow e^x = 4.791 \Rightarrow x = \ln 4.791 \approx 1.57$ <p style="text-align: right;"><i>بفرض <math>y = e^x</math></i></p> $\text{or}$ $\Rightarrow e^x = 0.209 \Rightarrow x = \ln 0.209 \approx -1.57$				
14)	$27 = 9^{x^2} \times 3^{5x}$ $3^3 = 3^{2x^2} \times 3^{5x}$ $\Rightarrow 2x^2 + 5x = 3$				

$$(2x - 1)(x + 3) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ or } x = -3$$

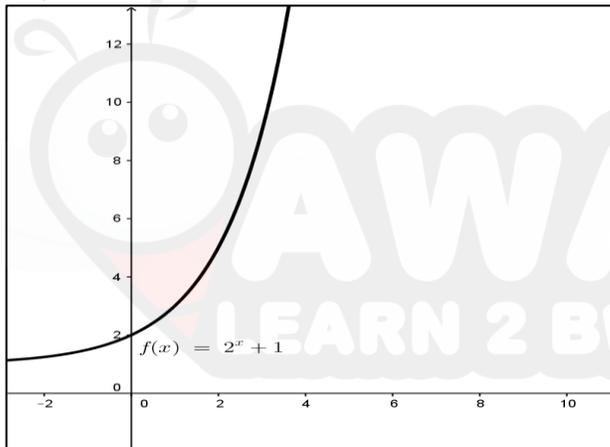
15)

$$\begin{aligned} T &= 18 + 12e^{0.002t} \\ T &= 18 + 12e^{0.002 \times 5} \\ T &\approx 30.121 \end{aligned}$$

16)

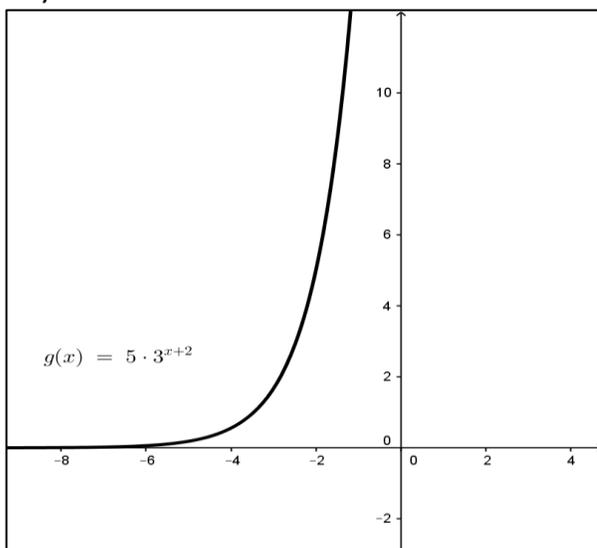
$$\begin{aligned} T &= 18 + 12e^{0.002t} \\ 50 &= 18 + 12e^{0.002t} \\ 32 &= 12e^{0.002t} \Rightarrow e^{0.002t} \approx 2.7 \\ \Rightarrow e^{0.002t} &= e \Rightarrow t = \frac{1}{0.002} = 500 \end{aligned}$$

17)



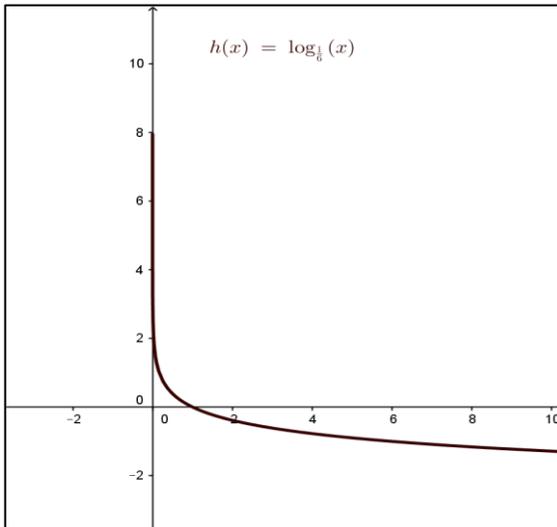
المجال الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$   
المدى  $(1, \infty)$

18)



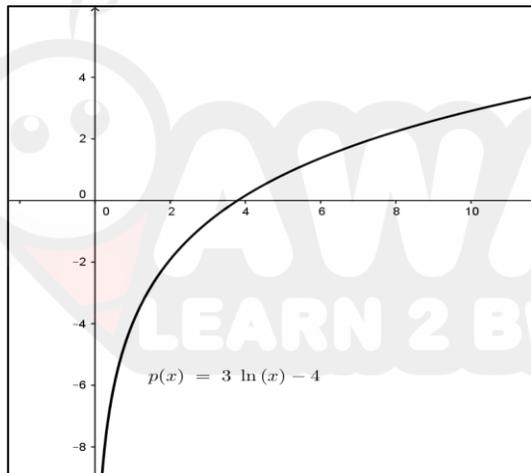
المجال الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$   
المدى  $(0, \infty)$

19)



المجال  $(0, \infty)$   
 المدى الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$

20)



المجال  $(0, \infty)$   
 المدى الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$

21)

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$L = 10 \log\left(\frac{5500 I_0}{I_0}\right)$$

$$L = 10 \log 5500 \approx 37.404$$

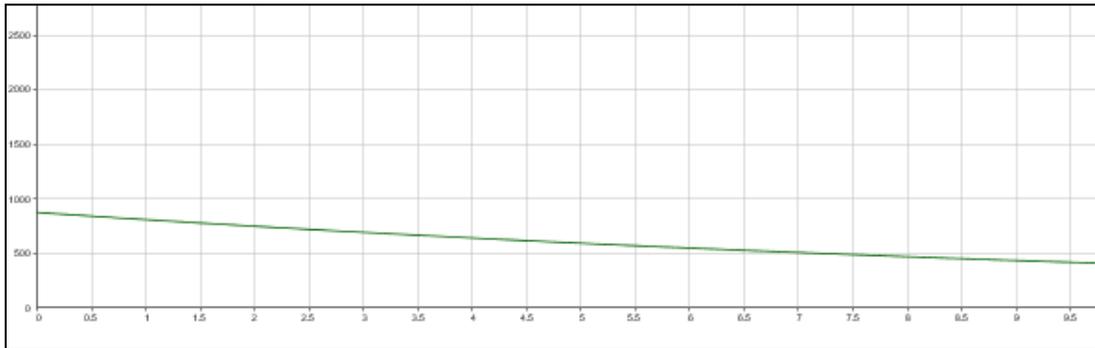
22)

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$32 = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$3.2 = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 10^{3.2} = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = 10^{3.2} I_0$$

23)



24)

$$N = 873e^{-0.078t}$$

$$N = 873e^{-0.078 \times 10} \approx 400$$

25)

$$\log_a \sqrt{xyz} = \frac{1}{2} (\log_a x + \log_a y + \log_a z)$$

26)

$$\ln \left( \frac{2}{3x^3y} \right) = \ln 2 - \ln 3 - 3 \ln x - \ln y$$

27)

$$\ln \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right) = \ln x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$$

28)

$$\log_a x \sqrt{y} = \log_a x + \frac{1}{2} \log_a y$$

29)

$$2 \log x - \log(x + 1) = \log \left( \frac{x^2}{x + 1} \right)$$

30)

$$\begin{aligned} & \log(x^2 - 5x - 14) - \log(x^2 - 4) \\ &= \log \left( \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 4} \right) \\ &= \log \left( \frac{(x - 7)(x + 2)}{(x - 2)(x + 2)} \right) = \log \left( \frac{x - 7}{x - 2} \right) \end{aligned}$$

31)

$$\begin{aligned} & 4 \log_b x - 2 \log_b 6 - \frac{1}{2} \log_b y \\ &= \log_b x^4 - \log_b 36 - \log_b \sqrt{y} \\ & \log_b \left( \frac{x^4}{36\sqrt{y}} \right) \end{aligned}$$

32) b

33) a

34) c

