د . خالد جلال
079 - 9948198

AWA2EL
LEARN 2 BE

طريق التفوق في الرياضيات

للتوجيهي (الأدبي)

2005

الوحدة الثانية

التفاضل

الوحدة الثانية

التفاضل

الدرس 1

قاعدة السلسلة
The Chain Rule

مثال 1

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1 $y=(x^2+1)^3$

2 $y=\sqrt{4-3x}$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $y=(x^2-2)^4$

b) $y=\sqrt{x^3+4x}$

مثال 2

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

1 $f(x)=(2x^4-x)^3, x=1$

2 $f(x)=\sqrt{1+x^3}, x=2$

3 $y=\sqrt[3]{(x^2-1)^2}, x=-2$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

a) $f(x)=(x^4+1)^5, x=1$

b) $f(x)=\sqrt{x^2+3x+2}, x=2$

c) $y=\sqrt[4]{(2x^2-7)^5}, x=4$

مثال 3

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1 $f(x)=5(1-x^2)^3+4x+7$

2 $f(x)=(2x+1)^3-\sqrt{3x^2-2x}$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x)=(1+x^3)^4+x^8+2$

b) $f(x)=\sqrt[3]{2x-1}-(x-3)^3$

مثال 4 : من الحياة

تلوُّث: توصَّلت دراسة بيئية إلى نمذجة مُتوسِّط المستوى اليومي لغاز أوَّل أكسيد الكربون في الهواء بإحدى القرى عن طريق الاقتران: $C(p) = 0.6\sqrt{0.5p^2 + 17}$، حيث p عدد السكّان بالألف نسمة، علمًا بأنَّ C يقاس بأجزاء من المليون ($C = 5$ تعني 5 أجزاء من المليون مثلًا):

1. أجد مُعدَّل تغيُّر مُتوسِّط المستوى اليومي لغاز أوَّل أكسيد الكربون في الهواء بالنسبة إلى عدد
2. أجد مُعدَّل تغيُّر مُتوسِّط المستوى اليومي لغاز أوَّل أكسيد الكربون في الهواء بالنسبة إلى عدد السكّان عندما يكون عدد السكّان 4 آلاف نسمة، مُفسِّرًا معنى الناتج.

أتحقَّق من فهمي

صناعة: يُمثِّل الاقتران: $P(t) = \sqrt{10t^2 + t + 229}$ إجمالي الأرباح السنوية لإحدى الشركات الصناعية (بآلاف الدنانير)، حيث t عدد السنوات بعد عام 2015م:

a) أجد مُعدَّل تغيُّر إجمالي الأرباح السنوي للشركة بالنسبة إلى الزمن t.

b) أجد مُعدَّل تغيُّر إجمالي الأرباح السنوي للشركة عام 2020م، مُفسِّرًا معنى الناتج.

مثال 5

إذا كان: $y = u^3 - 2u + 1$، حيث: $u = 2\sqrt{x}$، فأجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = 4$.

أتحقَّق من فهمي

إذا كان: $y = u^5 + u^3$، حيث: $u = 3 - 4x$، فأجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $x = 2$.

أتدرَّب وأحُلُّ المسائل

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1. $f(x) = (1 + 2x)^4$
2. $f(x) = (3 - 2x^2)^{-5}$
3. $f(x) = (x^2 - 7x + 1)^{\frac{3}{2}}$
4. $f(x) = \sqrt{7 - x}$
5. $f(x) = 4(2 + 8x)^4$
6. $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{4x - 8}}$

7 $f(x)=\sqrt{5+3x^3}$ 8 $f(x)=\sqrt{x}+(x-3)^2$ 9 $f(x)=\sqrt[3]{2x-x^5}+(4-x)^2$

10 $f(x)=(\sqrt{x}+5)^4$ 11 $f(x)=\sqrt{(2x-5)^3}$ 12 $f(x)=(2x^3-3x^2+4x+1)^5$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

13 $f(x)=\frac{1}{(4x+1)^2}, x=\frac{1}{4}$ 14 $f(x)=\sqrt{25-x^2}, x=3$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكلٍّ ممّا يأتي:

15 $y=5u^2+3u, u=x^3+1$ 16 $y=\sqrt[3]{2u+5}, u=x^2-x$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكلٍّ ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

17 $y=3u^2-5u+2, u=x^2-1, x=2$ 18 $y=(1+u^2)^3, u=2x-1, x=1$

صناعة: يُمثِّل الاقتران: $C(x)=1000\sqrt{x^2-0.1x}$ تكلفة إنتاج x قطعة من مُنتَج مُعيَّن (بآلاف الدنانير):

19 أجد مُعدَّل تغيُّر تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المُنتَجة.

20 أجد مُعدَّل تغيُّر تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المُنتَجة عندما يكون عدد القطع المُنتَجة 20 قطعة.

علوم: يُمثِّل الاقتران: $N(t)=400\left(1-\frac{3}{(t^2+2)^2}\right)$ عدد الخلايا البكتيرية بعد t يومًا في مجتمع بكتيري:

21 أجد مُعدَّل تغيُّر N بالنسبة إلى t عندما $t=1$.

22 أجد مُعدَّل تغيُّر N بالنسبة إلى t عندما $t=4$.

إذا كان: $g(2)=-3, g'(2)=6, h(3)=2, h'(3)=-2$ ، فأجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عندما $x=3$:

23 $f(x)=g(h(x))$ 24 $f(x)=(h(x))^3$

مهارات التفكير العليا

25 تبرير: إذا كان: $h(x) = f(g(x))$، حيث: $f(u) = u^2 - 1$، وكان: $g(2) = 3, g'(2) = -1$، فأجد $h'(2)$، مُبرِّرًا إجابتي.

26 تبرير: أجد مشتقة الاقتران: $y = (x^2 - 4)^5$ عندما $y = 0$، مُبرِّرًا إجابتي.

27 أكتشف المُختلِف: أيُّ الاقترانات الآتية مُختلِف، مُبرِّرًا إجابتي؟

$p(x) = x^2 + 1$ $\quad g(x) = \frac{1}{(x^2+1)^2}$ $\quad h(x) = (x^2 + 1)^3$ $\quad f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

28 تحدٍّ: أجد مشتقة الاقتران: $f(x) = \sqrt[3]{2x + (x^2 + x)^4}$.

تعلم الرياضيات كما يجب ان تكون
و تكلم الرياضيات بطلاقة
معي انا د. خالد جلال
0799948198

الدرس 2

مشتقتا الضرب والقسمة
Product and Quotient Rules

مثال 1

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1 $f(x) = (2x+3)(x^2-5)$

2 $f(x) = (\sqrt{x}-1)(x^2+4)$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x) = (x^3+4)(7x^2-4x)$

b) $f(x) = (\sqrt{x}+1)(3x-2)$

مثال 2

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1 $f(x) = \dfrac{x}{2x+5}$

2 $f(x) = \dfrac{1+x^{-5}}{x^3}$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x) = \dfrac{3x+1}{x-2}$

b) $f(x) = \dfrac{x^{-3}}{x^2+1}$

مثال 3 : من الحياة

دواء: يُمثِّل الاقتران: $C(t) = \dfrac{2t}{3t^2+16}$ تركيز مُسكِّن للألم في دم مريض بعد t ساعة من تناوله، حيث C مَقيسة بوحدة $\mu g/mL$:

1 أجد مُعدَّل تغيُّر تركيز المُسكِّن في دم المريض بالنسبة إلى الزمن t.

2 أجد مُعدَّل تغيُّر تركيز المُسكِّن في دم المريض عندما $t = 1$، مُفسِّرًا معنى الناتج.

أتحقّق من فهمي

سكّان: يُمثِّل عدد سكّان بلدة صغيرة بالاقتران: $P(t)=\frac{5}{2t^2+9}$، حيث t الزمن بالسنوات منذ الآن، و P عدد السكّان بالآلاف:

a) أجد مُعدَّل تغيُّر عدد السكّان في البلدة بالنسبة إلى الزمن t.

b) أجد مُعدَّل تغيُّر عدد السكّان في البلدة عندما $t=2$، مُفسِّرًا معنى الناتج.

مثال 4

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1) $f(x)=\frac{1}{1+x^2}$

2) $f(x)=\frac{2}{3-4x}$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x)=\frac{1}{1-x^3}$

b) $f(x)=\frac{3}{2x+1}$

مثال 5

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1) $f(x)=(3x-5)^4(7-x)^{10}$

2) $f(x)=\frac{4x+3}{(2x-1)^3}$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x)=20x(4x^3-1)^6$

b) $f(x)=\frac{x^2-1}{(x+2)^4}$

أتدرّب وأحُلّ المسائل

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1) $f(x)=x(1+3x)^5$

2) $f(x)=\frac{x+3}{x+1}$

3) $f(x)=(2x+1)^5(3x+2)^4$

4) $f(x)=\frac{3x^2}{(2x-1)^2}$

5) $f(x)=\frac{6x}{\sqrt{5x+3}}$

6) $f(x)=(4x-1)(x^2-5)$

7) $f(x)=\frac{x^2+6}{2x-7}$

8) $f(x)=\frac{x}{1+\sqrt{x}}$

9) $f(x)=(x+1)\sqrt{x-1}$

10) $f(x)=\frac{x}{5+2x}-2x^4$

11) $f(x)=\frac{5}{(x+2)^2}$

12) $f(x)=\left(x+\frac{2}{x}\right)(x^2-3)$

13) $f(x)=(8x+\sqrt{x})(5x^2+3)$

14) $f(x)=5x^{-3}(x^4-5x^3+10x-2)$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

15 $f(x) = x^2(3x-1)^3, x = 1$

16 $f(x) = 3x\sqrt{5-x}, x = 4$

17 $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}, x = 2$

18 $f(x) = (2x+3)(x-2)^2, x = 0$

أعمـــال: يُمثِّل الاقتـــران: $S(t) = \frac{2000t}{4+0.3t}$ إجمالي المبيعات (بـــآلاف الدنانير) لشركة جواهر وحُلِيٍّ، حيث t عدد السنوات بعد عام 2020م:

19 أجد مُعدَّل تغيُّر إجمالي المبيعات للشركة بالنسبة إلى الزمن t.

20 أجد مُعدَّل تغيُّر إجمالي المبيعات للشركة عام 2030م، مُفسِّرًا معنى الناتج.

سكّان: يُمثِّل عدد سكّان بلدة صغيرة بالاقتران: $P(t) = 12(2t^2+100)(t+20)$، حيث t الزمن بالسنوات منذ الآن، وP عدد السكّان بالآلاف:

21 أجد مُعدَّل تغيُّر عدد السكّان في البلدة بالنسبة إلى الزمن t.

22 أجد مُعدَّل تغيُّر عدد السكّان في البلدة عندما $t = 6$، مُفسِّرًا معنى الناتج.

23 تفاعلات: يُمكِن نمذجة كتلة مُركَّب في أثناء تفاعل كيميائي باستعمال الاقتران: $M(t) = \frac{5.8t}{t+1.9}$، حيث t الزمن بالثواني بعد بَدْء التفاعل، وM الكتلة بالغرام. أجد مُعدَّل تغيُّر كتلة المُركَّب بعد 5 ثوانٍ من بَدْء التفاعل.

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكلٍّ ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

24 $y = u(u^2+3)^3, u = (x+3)^2, x = -2$

25 $y = \frac{u^3}{u+1}, u = (x^2+1)^3, x = 1$

إذا كان: $f(2) = 4, f'(2) = -1, g(2) = 3, g'(2) = 2$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

26 $(fg)'(2)$

27 $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$

28 $(3f+fg)'(2)$

مهارات التفكير العليا

29 تحدٍّ: أجد مشتقة الاقتران: $f(x) = x(4x-3)^6(1-4x)^9$.

تبرير: إذا كان: $f(x) = \frac{2x}{x+5} + \frac{6x}{x^2+7x+10}$، فأُجيب عن السؤالين الآتيين تباعًا:

30 أُثبِت أنَّ $f(x) = \frac{2x}{x+2}$، مُبرِّرًا إجابتي.

31 أجد $f'(3)$.

32 تبرير: إذا كان: $f(x) = \frac{2x+8}{\sqrt{x}}$، فأجد قيمة x عندما $f'(x) = 0$، مُبرِّرًا إجابتي.

الدرس 3

مشتقتا الاقتران الأُسّي الطبيعي والاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

Derivatives of Natural Exponential and Logarithmic Functions

مثال 1

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1 $f(x) = 5e^x$ 2 $f(x) = 4x^2 - e^x$ 3 $y = \dfrac{e^x}{x+1}$

أتحقّق من فهمي أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x) = 2e^x + 3$ b) $f(x) = \sqrt[3]{x} + e^x$ c) $y = xe^x$

مثال 2

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1 $f(x) = e^{4x}$ 2 $f(x) = e^{(x^2+1)}$ 3 $f(x) = 3e^{\frac{1}{x}}$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x) = e^{7x+1}$ b) $f(x) = e^{x^3}$ c) $f(x) = 5e^{\sqrt{x}}$

مثال 3 : من الحياة

حـــرارة: تُمثِّـــل المعادلـــة: $T(t) = 18 + 12\,e^{0.002t}$ درجـــة حرارة الحسّـــاس في جهاز إلكتروني (بالسليسيوس °C) بعد t ساعة من بَدْء تشغيل الجهاز:

1 أجد مُعدَّل تغيُّر درجة حرارة الحسّاس بالنسبة إلى الزمن t.

2 أجد مُعدَّل تغيُّر درجة حرارة الحسّـــاس بعد 5 ســـاعات من بَدْء تشغيل الجهاز، مُفسِّرًا معنى

أتحقّق من فهمي

قمر صناعي: تُستعمَل مادَّة مُشِعَّة لتزويد قمر صناعي بالطاقة. ويُمكِن نمذجة مقدار الطاقة المُتبقِّية في المادَّة المُشِعَّة (بالواط) باستعمال الاقتران: $P(t) = 50e^{-0.004t}$، حيث t الزمن بالأيام. أجد مُعدَّل تغيُّر الطاقة المُتبقِّية في القمر الصناعي بعد 500 يوم، مُفسِّرًا معنى الناتج.

مثال 4

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1. $f(x) = 7 \ln x$
2. $f(x) = x^{\frac{2}{3}} + \ln x$
3. $y = x \ln x$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x) = 4 \ln x$
b) $f(x) = \sqrt{x} + \ln x$
c) $y = \frac{\ln x}{x}$

مثال 5

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1. $f(x) = \ln (5x)$
2. $f(x) = \ln (x^3)$
3. $f(x) = \ln (3x^2 - 2)$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x) = \ln (8x)$
b) $f(x) = 2 \ln (x^7)$
c) $f(x) = \ln (9x + 2)$

أتدرَّب وأحُلّ المسائل

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1. $f(x) = 2e^x + 1$
2. $f(x) = e^{3x+9}$
3. $f(x) = (x^2 + 3x - 9)\, e^x$

4 $f(x)=\frac{e^x}{x^4}$

5 $f(x)=6e^{\sqrt{x}}$

6 $f(x)=\frac{e^x}{1+e^x}$

7 $f(x)=(e^x+2)(e^x-1)$

8 $f(x)=e^{-2x}(2x-1)^5$

9 $f(x)=x^3-5e^{2x}$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

10 $f(x)=3\ln x$

11 $f(x)=x^3\ln x$

12 $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$

13 $f(x)=x^2\ln(4x)$

14 $f(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

15 $f(x)=\ln\sqrt{x^2-1}$

16 $f(x)=(\ln x)^4$

17 $f(x)=\ln(x^2-5)$

18 $f(x)=x^4\ln x-\frac{1}{2}e^x$

19 $f(x)=e^{2x}\ln x$

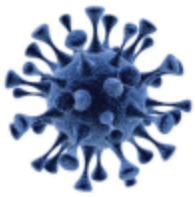
20 $f(x)=(\ln 3x)(\ln 7x)$

21 $f(x)=\ln(e^x-2)$

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

22 $f(x)=e^{2x-1}\ln(2x-1), x=1$

23 $f(x)=\frac{\ln x^2}{x}, x=4$



24 فيروسات: يُمكِن نمذجة انتشار الإنفلونزا في إحدى المدارس باستعمال الاقتران: $P(t)=\frac{100}{1+e^{3-t}}$، حيث $P(t)$ العدد الكلي للطلبة المصابين بعد t يومًا من ملاحظة الإنفلونزا أوَّل مَرَّة في المدرسة. أجد سرعة انتشار الإنفلونزا في المدرسة بعد 3 أيام.

25 ذاكرة: يُستعمَل الاقتران: $m(t)=t\ln t+1, 0<t\le 4$ لقياس قدرة الأطفال على التذكُّر، حيث m مقياس من 1 إلى 7، و t عمر الطفل بالسنوات. أجد مُعدَّل تغيُّر قدرة الأطفال على التذكُّر بالنسبة إلى عمر الطفل t.

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكلٍّ ممّا يأتي:

26 $y=e^{2u}+3, u=x^2+1$

27 $y=\ln(u+1), u=e^x$

مهارات التفكير العليا

28 أكتشف الخطأ: أكتشف الخطأ في الحَلِّ الآتي، ثم أُصحِّحه:

$$y = \ln kx$$
$$\frac{dy}{dx} = k \ln kx$$ ✗

29 تبرير: إذا كان: $y = \frac{7 \ln x - x^3}{e^{3x}}$، فأُثبِت أنَّ $\frac{dy}{dx} = \frac{7}{e^3}$ عندما $x = 1$.

تعلم الرياضيات كما يجب ان تكون
و تكلم الرياضيات بطلاقة
معي انا د. خالد جلال
0799948198

الدرس 4

مشتقتا اقتران الجيب واقتران جيب التمام
Sine and Cosine Functions Derivatives

مثال 1

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1 $f(x) = 2\sin x$ 2 $f(x) = x^2 + \cos x$ 3 $f(x) = \frac{\sin x}{2} + 3\cos x$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x) = 7 + \sin x$ b) $f(x) = 3x - \cos x$ c) $f(x) = 3\sin x + 2\cos x$

مثال 2

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1 $f(x) = x^2 \sin x$ 2 $f(x) = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x) = e^x \cos x$ b) $f(x) = \frac{x + \cos x}{\sin x}$

مثال 3

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

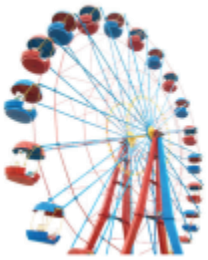
1 $f(x) = \sin 4x$ 2 $f(x) = \cos^3 x$ 3 $f(x) = e^{\sin 2x}$

أتحقّق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

a) $f(x) = \cos 5x$ b) $f(x) = \sqrt{\sin x}$ c) $f(x) = \ln(\cos 3x)$

مثال 4 : من الحياة



عجلة دوّارة: يُمثِّل الاقتران: $h(t) = 85 \sin \frac{\pi}{20}(t-10) + 90$ الارتفاع (بالأقدام) لشخص يركب في عجلة دوّارة، حيث t الزمن بالثواني. أجد مُعدَّل تغيُّر ارتفاع الشخص بالنسبة إلى الزمن t.

أتحقَّق من فهمي

ميناء: يُمثِّل الاقتران: $h(t) = 10 + 4 \sin \frac{\pi}{6} t$ ارتفاع الماء (بالأقدام) عند رصيف أحد الموانئ بعد t ساعة تلي الساعة 6 a.m. أجد مُعدَّل تغيُّر ارتفاع الماء عند الرصيف بالنسبة إلى الزمن t.

أتدرَّب وأحُلُّ المسائل

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

1. $f(x) = 2\cos x + \sin x$
2. $f(x) = 5 + \cos x$
3. $f(x) = \sin x - \cos x$
4. $f(x) = x \sin x$
5. $f(x) = \sin x \cos x$
6. $f(x) = e^x \sin x$
7. $f(x) = \frac{e^x}{\cos x}$
8. $f(x) = \sin(x^2 + 1)$
9. $f(x) = \ln(\sin x)$
10. $f(x) = \cos(5x - 2)$
11. $f(x) = \sin 3x + \cos 6x$
12. $f(x) = \cos(x^2 - 3x - 4)$
13. $f(x) = e^{2x} \sin 10x$
14. $f(x) = (\cos x^2)(\ln x)$
15. $f(x) = \sqrt{x+1} \sin \frac{\pi x}{2}$
16. $f(x) = 4 \sin^2 x$
17. $f(x) = \cos^3 2x \cos x$
18. $f(x) = 5 \sin \sqrt{x}$
19. $f(x) = (\cos 2x - \sin x)^2$
20. $f(x) = \sin \sqrt{x} + \sqrt{\sin 2x}$
21. $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{\sin x}$

22. غزلان: يُمثِّل الاقتران: $D(t) = 1500 + 400 \sin 0.4t$ عدد الغزلان في إحدى الغابات بعد t سنة من بَدْء دراسة لأحد الباحثين عليها. أجد مُعدَّل تغيُّر عدد الغزلان في الغابة بالنسبة إلى الزمن t.

23 نهـار: يُمكِـن إيجاد عدد سـاعات النهـار H في أيِّ يـوم t من العـام في إحدى المـدن باسـتعمال الاقتران: $H(t) = 12 + 2.4 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)$. أجد مُعدَّل تغيُّر عدد ساعات النهار بالنسبة إلى الزمن t في هذه المدينة.

مهارات التفكير العليا

24 تبرير: إذا كان: $y = \frac{1}{2}(x - \sin x \cos x)$، فأُثبِت أنَّ $\frac{dy}{dx} = \sin^2 x$، مُبرِّرًا إجابتي.

25 تحدٍّ: أجد مشتقة الاقتران: $f(x) = e^x \sin^2 x \cos x$.

26 أكتشف الخطأ: أكتشف الخطأ في الحَلِّ الآتي، ثم أُصحِّحه:

$f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ ✗

$f'(x) = \frac{1}{x^2}\sin\left(\frac{1}{x}\right)$

تعلم الرياضيات كما يجب ان تكون
و تكلم الرياضيات بطلاقة
معي انا د. خالد جلال
0799948198

اختبار نهاية الوحدة

أختار رمز الإجابة الصحيحة في كلٍّ ممّا يأتي:

1 إذا كان: $f(x)=(x^2-1)(x^2+1)$، فإنَّ $f'(-1)$ هي:

a) 3 b) −3 c) 4 d) −4

2 إذا كان: $y=uv$، وكان:

$u(1)=2,\ u'(1)=3,\ v(1)=-1,\ v'(1)=1$،

فإنَّ $y'(1)$ تساوي:

a) −4 b) −1 c) 1 d) 4

3 إذا كان: $f(x)=x-\frac{1}{x}$، فإنَّ $f'(x)$ هي:

a) $1+\frac{1}{x^2}$ b) $1-\frac{1}{x^2}$

c) $1+\frac{1}{x}$ d) $1-\frac{1}{x}$

4 إذا كان: $y=\sin 4t$، فإنَّ $\frac{dy}{dt}$ هي:

a) $\cos 4t$ b) $-\cos 4t$

c) $4\cos 4t$ d) $-4\cos 4t$

5 إذا كان: $f(x)=\frac{x+1}{x-1}$، فإنَّ $f'(x)$ هي:

a) $\frac{2}{(x-1)^2}$ b) $\frac{1}{(x-1)^2}$

c) $-\frac{2}{(x-1)^2}$ d) $-\frac{1}{(x-1)^2}$

6 إذا كان: $f(x)=x\cos x$، فإنَّ $f'(x)$ هي:

a) $\cos x-x\sin x$ b) $\cos x+x\sin x$

c) $\sin x-x\cos x$ d) $\sin x$

7 إذا كان: $f(x)=\sin^4 3x$، فإنَّ $f'(x)$ هي:

a) $4\sin^3 3x\cos 3x$ b) $12\sin^3 3x\cos 3x$

c) $12\sin 3x\cos 3x$ d) $2\cos^3 3x$

إذا كان $f(x)$ و $g(x)$ اقترانين قابلين للاشتقاق عندما $x=2$، وكان: $f(2)=3, f'(2)=-4, g(2)=1, g'(2)=2$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

8 $(fg)'(2)$ 9 $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)$

10 $(3f-4fg)'(2)$

أنهار: يُمثِّل الاقتران: $h(t)=0.12e^{0.1t}$ ارتفاع نهر (بالسنتيمتر) فوق مستواه الطبيعي، حيث t الزمن بالساعات بعد بداية هَطْل المطر:

11 أجد مُعدَّل تغيُّر ارتفاع النهر بالنسبة إلى الزمن t.

12 أجد مُعدَّل تغيُّر ارتفاع النهر بعد 3 ساعات من بَدْء هَطْل المطر.

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

13 $f(x)=\frac{x}{3x+1}, x=1$

14 $f(x)=(x^2+2)(x+\sqrt{x}), x=4$

15 $f(x)=e^{3x}+e^{-3x}, x=1$

16 $f(x)=e^{0.5}-x^2, x=20$

17 $f(x)=x^2(3x-1)^3, x=1$

18 $f(x)=(x+3)^2e^{3x}, x=2$

19 $f(x)=3\ln x+\frac{1}{x}, x=e$

اختبار نهاية الوحدة

أجد مشتقة كل اقتران ممّا يأتي:

20 $f(x) = \sqrt{2x^4 + 7}$

21 $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 16)^5}$

22 $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 5x + 2}$

23 $f(x) = (8x^2 - 6)^{-40}$

24 $f(x) = \frac{1}{3 + 2x}$

25 $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$

26 $f(x) = (2x - 8)^2 (3x^2 - 4)$

27 $f(x) = x^5 (3x^2 + 4x - 7)$

28 $f(x) = x^3 (2x + 6)^4$

29 $f(x) = (e^{-x} + e^x)^3$

30 $f(x) = 2x^3 e^{-x}$

31 $f(x) = \frac{e^x}{x + 1}$

32 $f(x) = 5 \ln (5x - 4)$

33 $f(x) = \ln e^x$

34 $f(x) = \ln (3x^2 + 2x - 1)$

35 $f(x) = x^5 \sin 3x$

36 $f(x) = \cos^2 x + \sin x$

37 $f(x) = \frac{\sqrt{\cos x}}{x}$

38 $f(x) = \sin (5x) \ln (\cos x)$

39 $f(x) = \ln \left(\frac{1}{x^2 + 9}\right)$

40 $f(x) = e^{2x} \sin 2x$

بكتيريا: يُمثِّل الاقتران: $N(t) = 1000\left(1 - \frac{3}{t^2 + 50}\right)$ عدد الخلايا البكتيرية بعد t يومًا في مجتمع بكتيري:

41 أجد مُعدَّل تغيُّر N بالنسبة إلى الزمن t.

42 أجد مُعدَّل تغيُّر N بالنسبة إلى الزمن t عندما $t = 1$.

غزلان: يُمثِّل عدد الغزلان في غابة بالاقتران: $P(t) = \frac{2000}{4t + 80}$، حيث t الزمن بالأشهر منذ الآن:

43 أجد مُعدَّل تغيُّر عدد الغزلان في الغابة بالنسبة إلى الزمن t.

44 أجد مُعدَّل تغيُّر عدد الغزلان في الغابة عندما $t = 10$، مُفسِّرًا معنى الناتج.

سكّان: يُمثِّل عدد سكّان بلدة صغيرة بالاقتران: $P(t) = \frac{700}{t^2 + 1}$، حيث t الزمن بالسنوات، وp عدد السكّان بالآلاف:

45 أجد مُعدَّل تغيُّر عدد السكّان في البلدة بالنسبة إلى الزمن t.

46 أجد مُعدَّل تغيُّر عدد السكّان في البلدة عندما $t = 3$، مُفسِّرًا معنى الناتج.

اجابات كتاب الطالب

وحدة التفاضل

اعداد

المركز الوطني لتطوير المناهج

National Center for Curriculum Development

الدرس الأول: قاعدة السلسلة

مسألة اليوم يُمثِّل الاقتران: $N(t) = 20 - \frac{30}{\sqrt{9-t^2}}$ عدد السلع التقريبي التي يُمكِن لمُحاسِب مُبتدِئ في أحد المَحالِّ التجارية أنْ يُمرِّرها فوق الماسح الضوئي في الدقيقة الواحدة بعد t ساعة من بَدْئه العمل. أجد سرعة المُحاسِب في أداء هذه المهمة بعد زمن مقداره t ساعة.

مسألة اليوم صفحة 54

$$N(t) = 20 - \frac{30}{\sqrt{9-t^2}}$$

$$N'(t) = \frac{30\left(\frac{-2t}{2\sqrt{9-t^2}}\right)}{9-t^2} = \frac{-30t}{(9-t^2)\sqrt{9-t^2}}$$

أتحقق من فهمي صفحة 56

a

$$y = (x^2-2)^4$$
$$u = x^2 - 2$$
$$y = u^4$$
$$\frac{du}{dx} = 2x$$
$$\frac{dy}{du} = 4u^3$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$
$$= 4u^3 \times 2x$$
$$= 8xu^3$$
$$= 8x(x^2-2)^3$$

b

$$y = \sqrt{x^3 + 4x} = (x^3 + 4x)^{\frac{1}{2}}$$
$$u = x^3 + 4x$$
$$y = u^{\frac{1}{2}}$$
$$\frac{du}{dx} = 3x^2 + 4$$
$$\frac{dy}{du} = \frac{1}{2}u^{-\frac{1}{2}}$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$
$$= \frac{1}{2}u^{-\frac{1}{2}} \times (3x^2 + 4)$$
$$= \frac{3x^2+4}{2\sqrt{x^3+4x}}$$

أتحقق من فهمي صفحة 58

a

$$f'(x) = 5(x^4 + 1)^4(4x^3)$$
$$= 20x^3(x^4 + 1)^4$$
$$f'(1) = 20(1)^3((1)^4 + 1)^4 = 20 \times 16 = 320$$

b

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 2} = (x^2 + 3x + 2)^{\frac{1}{2}}$$
$$f'(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 3x + 2)^{-\frac{1}{2}}(2x + 3)$$
$$= \frac{1}{2}(2x + 3)(x^2 + 3x + 2)^{-\frac{1}{2}}$$
$$= \frac{2x + 3}{2\sqrt{x^2 + 3x + 2}}$$
$$f'(2) = \frac{2(2) + 3}{2\sqrt{2^2 + 3 \times 2 + 2}} = \frac{7}{2\sqrt{12}}$$

c

$$f(x) = \sqrt[4]{(2x^2 - 7)^5} = (2x^2 - 7)^{\frac{5}{4}}$$
$$f'(x) = \frac{5}{4}(2x^2 - 7)^{\frac{1}{4}}(4x)$$
$$= \frac{5}{4}(4x)(2x^2 - 7)^{\frac{1}{4}}$$
$$= 5x \times \sqrt[4]{2x^2 - 7}$$
$$f'(4) = 5 \times 4 \times \sqrt[4]{2(4)^2 - 7} = 20\sqrt[4]{25}$$

أتحقق من فهمي صفحة 59

a

$$f'(x) = 4(1+x^3)^3(3x^2) + 8x^7$$
$$= 12x^2(1+x^3)^3 + 8x^7$$

b

$$f(x) = (2x-1)^{\frac{1}{3}} - (x-3)^3$$
$$f'(x) = \frac{1}{3}(2x-1)^{-\frac{2}{3}}(2) - 3(x-3)^2(1)$$
$$= \frac{2}{3\sqrt[3]{(2x-1)^2}} - 3(x-3)^2$$

أتحقق من فهمي صفحة 61

a

$$P'(t) = \frac{20t+1}{2\sqrt{10t^2+t+229}}$$

b

$$t = 2020 - 2015 = 5$$
$$P'(5) = \frac{101}{2\sqrt{250+5+229}} = \frac{101}{2\sqrt{484}} = \frac{101}{2\times 22} = \frac{101}{44} \approx 2.3$$

إذن، في سنة 2020 يزداد إجمالي الأرباح بمعدل 2300 دينار لكل سنة.

أتحقق من فهمي صفحة 62

$$\frac{dy}{du} = 5u^4 + 3u^2$$
$$\frac{du}{dx} = -4$$
$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$
$$= (5u^4 + 3u^2) \times -4$$
$$= -4(5(3-4x)^4 + 3(3-4x)^2)$$
$$= -20\,(3-4x)^4 - 12(3-4x)^2$$
$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = -20(625) - 12(25) = -12800$$

أتدرب وأحل المسائل صفحة 62

1

$$f'(x) = 4(1+2x)^3(2)$$
$$= 8(1+2x)^3$$

2	$f'(x) = -5(3-2x^2)^{-6}(-4x)$ $= 20x(3-2x^2)^{-6}$ $= \frac{20x}{(3-2x^2)^6}$
3	$f'(x) = \frac{3}{2}(x^2-7x+1)^{\frac{1}{2}}(2x-7)$ $= \frac{3}{2}(2x-7)\sqrt{x^2-7x+1}$
4	$f'(x) = \frac{-1}{2\sqrt{7-x}}$
5	$f'(x) = 16(2+8x)^3(8)$ $= 128(2+8x)^3$
6	$f(x) = (4x-8)^{-\frac{1}{3}}$ $f'(x) = -\frac{1}{3}(4x-8)^{-\frac{4}{3}}(4)$ $= -\frac{4}{3}(4x-8)^{-\frac{4}{3}}$ $= \frac{-4}{3\sqrt[3]{(4x-8)^4}}$
7	$f'(x) = \frac{9x^2}{2\sqrt{5+3x^3}}$
8	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2(x-3)$
9	$f(x) = (2x-x^5)^{\frac{1}{3}} + (4-x)^2$ $f'(x) = \frac{1}{3}(2x-x^5)^{-\frac{2}{3}}(2-5x^4) + 2(4-x)(-1)$ $= \frac{2-5x^4}{3\sqrt[3]{(2x-x^5)^2}} - 8 + 2x$
10	$f'(x) = 4(\sqrt{x}+5)^3 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $= \frac{2(\sqrt{x}+5)^3}{\sqrt{x}}$

11	$f'(x)=\frac{3(2x-5)^2(2)}{2\sqrt{(2x-5)^3}}$ $=\frac{3(2x-5)^2}{\sqrt{(2x-5)^3}}=3\sqrt{2x-5}$
12	$f'(x)=5(2x^3-3x^2+4x+1)^4(6x^2-6x+4)$
13	$f(x)=(4x+1)^{-2}$ $f'(x)=-2(4x+1)^{-3}(4)$ $=-\frac{8}{(4x+1)^3}$ $f'\left(\frac{1}{4}\right)=-\frac{8}{\left(4\times\frac{1}{4}+1\right)^3}=-1$
14	$f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{25-x^2}}$ $f'(3)=\frac{-3}{\sqrt{25-(3)^2}}=-\frac{3}{4}$
15	$\frac{dy}{du}=10u+3$ $\frac{du}{dx}=3x^2$ $\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$ $=(10u+3)\times 3x^2$ $=(10(x^3+1)+3)\times 3x^2$ $=(10x^3+13)\times 3x^2$ $=30x^5+39x^2$

16

$$y=(2u+5)^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{dy}{du}=\frac{1}{3}(2u+5)^{-\frac{2}{3}}(2)=\frac{2}{3}(2u+5)^{-\frac{2}{3}}$$

$$\frac{du}{dx}=2x-1$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$$

$$=\frac{2}{3}(2u+5)^{-\frac{2}{3}}\times(2x-1)$$

$$=\frac{2}{3}(2(x^2-x)+5)^{-\frac{2}{3}}\times(2x-1)$$

$$=\frac{4x-2}{3\sqrt[3]{(2x^2-2x+5)^2}}$$

17

$$\frac{dy}{du}=6u-5$$

$$\frac{du}{dx}=2x$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$$

$$=(6u-5)\times(2x)$$

$$=(6(x^2-1)-5)\times(2x)$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2}=(6(4-1)-5)\times(4)=52$$

18

$$\frac{dy}{du}=3(1+u^2)^2(2u)=6u(1+u^2)^2$$

$$\frac{du}{dx}=2 \quad \rightarrow \quad \frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$$

$$=6u(1+u^2)^2\times(2) \quad =12(2x-1)(1+(2x-1)^2)^2$$

$$\rightarrow \quad \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1}=12(2-1)(1+(2-1)^2)^2=48$$

19	$C'(x) = \dfrac{1000(2x-0.1)}{2\sqrt{x^2-0.1x}} = \dfrac{1000x-50}{\sqrt{x^2-0.1x}}$
20	$C'(20) = \dfrac{1000(20)-50}{\sqrt{(20)^2-0.1(20)}} = \dfrac{19950}{\sqrt{398}} \approx 1000$
21	$N(t) = 400(1-3(t^2+2)^{-2})$ $N'(t) = 400\left(6(t^2+2)^{-3}(2t)\right) = \dfrac{4800t}{(t^2+2)^3}$ $N'(1) = \dfrac{4800}{(1+2)^3} \approx 178$
22	$N'(4) = \dfrac{4800(4)}{(16+2)^3} \approx 3$
23	$f'(x) = g'(h(x)) \times h'(x)$ $f'(3) = g'(h(3)) \times h'(3)$ $= g'(2) \times -2$ $= 6 \times -2 = -12$
24	$f'(x) = 3(h(x))^2 \times h'(x)$ $f'(3) = 3(h(3))^2 \times h'(3)$ $= 3(2)^2 \times -2 = -24$
25	$h'(x) = f'(g(x)) \times g'(x)$ $h'(2) = f'(g(2)) \times g'(2)$ $= f'(3) \times -1$ نجد مشتقة f ونحسب $f'(3)$ $f(u) = u^2 - 1 \rightarrow f'(u) = 2u \rightarrow f'(3) = 2 \times 3 = 6$ إذن، $h'(2) = f'(3) \times -1$ $= 6 \times -1 = -6$

26	$y = (x^2-4)^5$ $0 = (x^2-4)^5 \rightarrow x^2-4=0 \rightarrow (x-2)(x+2)=0$ $\rightarrow \quad x=2 \; or \; x=-2$ $\frac{dy}{dx} = 5(x^2-4)^4(2x) = 10x(x^2-4)^4$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=2} = 10(2)(2^2-4)^4 = 0$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=-2} = 10(-2)((-2)^2-4)^4 = 0$
27	$p(x)$ هو الاقتران الوحيد الذي يمكن اشتقاقه بدون تطبيق قاعدة السلسلة
28	$f(x) = (2x+(x^2+x)^4)^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = \frac{1}{3}(2x+(x^2+x)^4)^{-\frac{2}{3}}\left(2+4(x^2+x)^3(2x+1)\right)$ $= \frac{2+4(x^2+x)^3(2x+1)}{3\sqrt[3]{(2x+(x^2+x)^4)^2}}$

تعلم الرياضيات كما يجب ان تكون
و تكلم الرياضيات بطلاقة
معي انا د. خالد جلال
0799948198

الدرس الثاني: مشتقتا الضرب والقسمة

مسألة اليوم وجد فريق من الباحثين الزراعيين أنَّه يُمكِن التعبير عن ارتفاع نبتة بندورة h (بالأمتار) باستعمال الاقتران: $h(t)=\frac{t^3}{8+t^3}$، حيث t الزمن بالأشهر بعد زراعة البذور. أجد مُعدَّل تغيُّر ارتفاع النبتة بالنسبة إلى الزمن t.

مسألة اليوم صفحة 64

$$\frac{dh}{dt}=\frac{(8+t^3)(3t^2)-(t^3)(3t^2)}{(8+t^3)^2}$$
$$=\frac{24t^2+3t^5-3t^5}{(8+t^3)^2}$$
$$=\frac{24t^2}{(8+t^3)^2}$$

أتحقق من فهمي صفحة 65

a
$$f'(x)=(x^3+4)(14x-4)+(7x^2-4x)(3x^2)$$
$$=14x^4-4x^3+56x-16+21x^4-12x^3$$
$$=35x^4-16x^3+56x-16$$

b
$$f'(x)=(\sqrt{x}+1)(3)+(3x-2)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$$
$$=3\sqrt{x}+3+\frac{3x}{2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$=3\sqrt{x}+3+\frac{3}{2}\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$$
$$=\frac{9}{2}\sqrt{x}+3-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

أتحقق من فهمي صفحة 67

a
$$f'(x)=\frac{(x-2)(3)-(3x+1)(1)}{(x-2)^2}$$
$$=\frac{3x-6-3x-1}{(x-2)^2}\qquad\frac{-7}{-2)^2}$$

b	$f'(x)=\frac{(x^2+1)(-3x^{-4})-(x^{-3})(2x)}{(x^2+1)^2}$ $=\frac{-3x^{-2}-3x^{-4}-2x^{-2}}{(x^2+1)^2}$ $=\frac{-5x^{-2}-3x^{-4}}{(x^2+1)^2}$

أتحقق من فهمي صفحة 68

a	$P'(t)=\frac{(2t^2+9)(0)-(5)(4t)}{(2t^2+9)^2}$ $=\frac{-20t}{(2t^2+9)^2}$
b	$P'(2)=\frac{-40}{(8+9)^2}=\frac{-40}{289}\approx -0.14$ يتناقص عدد السكان بمعدل 140 نسمة لكل سنة بعد سنتين من الآن

أتحقق من فهمي صفحة 70

a	$f'(x)=\frac{-(1)(-3x^2)}{(1-x^3)^2}$ $=\frac{3x^2}{(1-x^3)^2}$
b	$f'(x)=\frac{-(3)(2)}{(2x+1)^2}$ $=\frac{-6}{(2x+1)^2}$

أتحقق من فهمي صفحة 71

a	$f'(x)=(20x)\times 6(4x^3-1)^5(12x^2)+(4x^3-1)^6(20)$ $=(4x^3-1)^5(1520x^3-20)$

b	$f'(x)=\dfrac{(x+2)^4(2x)-(x^2-1)\times 4(x+2)^3\times 1}{(x+2)^8}$ $=\dfrac{2x(x+2)^4-4(x^2-1)(x+2)^3}{(x+2)^8}$ $=\dfrac{(x+2)^3(2x(x+2)-4(x^2-1))}{(x+2)^8}$ $=\dfrac{-2x^2+4x+4}{(x+2)^5}$
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 71
1	$f'(x)=x\times 5(1+3x)^4(3)+(1+3x)^5(1)$ $=(1+3x)^4(18x+1)$
2	$f'(x)=\dfrac{(x+1)(1)-(x+3)(1)}{(x+1)^2}$ $=\dfrac{-2}{(x+1)^2}$
3	$f'(x)=(2x+1)^5\times 4(3x+2)^3(3)+(3x+2)^4\times 5(2x+1)^4\times 2$ $=2(2x+1)^4(3x+2)^3(27x+16)$
4	$f'(x)=\dfrac{(2x-1)^2(6x)-(3x^2)\times 2(2x-1)(2)}{(2x-1)^4}$ $=\dfrac{6(2x-1)(2x^2-x-2x^2)}{(2x-1)^4}$ $=\dfrac{-6x}{(2x-1)^3}$
5	$f'(x)=\dfrac{(\sqrt{5x+3})(6)-(6x)\left(\dfrac{5}{2\sqrt{5x+3}}\right)}{5x+3}=\dfrac{30x+18-15x}{(5x+3)\sqrt{5x+3}}$ $=\dfrac{15x+18}{(5x+3)\sqrt{5x+3}}$

6	$f'(x) = (4x-1)(2x) + (x^2-5)(4)$ $= 8x^2 - 2x + 4x^2 - 20$ $= 12x^2 - 2x - 20$
7	$f'(x) = \frac{(2x-7)(2x) - (x^2+6)(2)}{(2x-7)^2}$ $= \frac{4x^2 - 14x - 2x^2 - 12}{(2x-7)^2}$ $= \frac{2x^2 - 14x - 12}{(2x-7)^2}$
8	$f'(x) = \frac{(1+\sqrt{x})(1) - (x)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{(1+\sqrt{x})^2}$ $= \frac{1+\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x}}{(1+\sqrt{x})^2}$ $= \frac{1+\frac{1}{2}\sqrt{x}}{(1+\sqrt{x})^2}$
9	$f'(x) = (x+1) \times \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + (\sqrt{x-1})(1)$ $= \frac{x+1}{2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-1} = \frac{x+1+2x-2}{2\sqrt{x-1}} = \frac{3x-1}{2\sqrt{x-1}}$
10	$f'(x) = \frac{(1)(5+2x) - (x)(2)}{(5+2x)^2} - 8x^3$ $= \frac{5}{(5+2x)^2} - 8x^3$
11	$f'(x) = \frac{(-5)(2)(x+2)(1)}{(x+2)^4}$ $= \frac{-10}{(x+2)^3}$

12	$f'(x)=\left(x+\frac{2}{x}\right)(2x)+(x^2-3)\left(1-\frac{2}{x^2}\right)$ $=2x^2+4+x^2-3-2+\frac{6}{x^2}$ $=3x^2-1+\frac{6}{x^2}$
13	$f'(x)=(8x+\sqrt{x})(10x)+(5x^2+3)\left(8+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ $=80x^2+10x^{\frac{3}{2}}+40x^2+\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}+24+\frac{3}{2\sqrt{x}}$ $=120x^2+\frac{25}{2}x^{\frac{3}{2}}+24+\frac{3}{2\sqrt{x}}$
14	$f(x)=5x-25+50x^{-2}-10x^{-3}$ $f'(x)=5-100x^{-3}+30x^{-4}$
15	$f'(x)=(x^2)\times 3(3x-1)^2\times 3+(3x-1)^3(2x)$ $f'(1)=(1)3(3-1)^2\times 3+(3(1)-1)^3(2(1))=36+16=52$
16	$f'(x)=(3x)\left(\frac{-1}{2\sqrt{5-x}}\right)+(\sqrt{5-x})(3)$ $f'(4)=\frac{(3\times 4)(-1)}{2\sqrt{5-4}}+(\sqrt{5-4})(3)$ $=\frac{-12}{2\times 1}+1\times 3=-6+3=-3$
17	$f'(x)=\frac{(2x+1)(1)-(x-1)(2)}{(2x+1)^2}=\frac{3}{(2x+1)^2}$ $f'(2)=\frac{3}{(4+1)^2}=\frac{3}{25}$
18	$f'(x)=(2x+3)\times 2(x-2)(1)+(x-2)^2(2)$ $f'(0)=3\times 2(-2)+2(-2^2)=-12+8=-4$
19	$S'(t)=\frac{(4+0.3t)(2000)-2000t(0.3)}{(4+0.3t)^2}=\frac{8000}{(4+0.3t)^2}$

20

$$t = 2030 - 2020 = 10$$

$$S'(10) = \frac{8000}{(4+3)^2} = \frac{8000}{49} \approx 163$$

يتزايد إجمالي المبيعات بمقدار 163 ألف دينار لكل سنة في عام 2030م.

21

ملاحظة:

نرجو حذف كلمة (بالآلاف) من مقدمة السؤال لتدل P على عدد السكان بوحدة الفرد الواحد (شخص أو نسمة).

$$P'(t) = 12(2t^2 + 100)(1) + (t + 20) \times 12(4t) = 12(6t^2 + 80t + 100)$$

22

$$P'(6) = 12(216 + 480 + 100) = 12(796) = 9552$$

يتزايد عدد السكان بمعدل 9552 نسمة كل سنة بعد 6 سنوات من الآن.

23

$$M'(t) = \frac{(t+1.9)(5.8) - (5.8t)(1)}{(t+1.9)^2}$$

$$= \frac{11.02}{(t+1.9)^2}$$

$$M'(5) = \frac{11.02}{(5+1.9)^2} \approx 0.23$$

24

$$\frac{dy}{du} = u \times 3(u^2+3)^2(2u) + (u^2+3)^3(1) = (u^2+3)^2(7u^2+3)$$

$$\frac{du}{dx} = 2(x+3)(1) = 2x + 6$$

عندما $x = -2$، فإن $u = (-2+3)^2 = 1$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=-2} = \left.\frac{dy}{du}\right|_{u=1} \times \left.\frac{du}{dx}\right|_{x=-2}$$

$$\left.\frac{dy}{du}\right|_{u=1} = (1^2+3)^2(7(1^2)+3) = 16(10) = 160$$

$$\left.\frac{du}{dx}\right|_{x=-2} = 2(-2) + 6 = 2$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=-2} = 160 \times 2 = 320$$

25	$\frac{dy}{du}=\frac{(u+1)\times 3u^2-u^3(1)}{(u+1)^2}=\frac{2u^3+3u^2}{(u+1)^2}$ $\frac{du}{dx}=3(x^2+1)^2(2x)=6x(x^2+1)^2$ عندما $x=1$، فإن $u=(1^2+1)^3=8$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=1}=\left.\frac{dy}{du}\right\|_{u=8}\times\left.\frac{du}{dx}\right\|_{x=1}$ $\left.\frac{dy}{du}\right\|_{u=8}=\frac{2(8^3)+3(8^2)}{(8+1)^2}=\frac{1216}{81}$ $\left.\frac{du}{dx}\right\|_{x=1}=6(1)(1^2+1)^2=24$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=1}=\frac{1216}{81}\times 24=\frac{9728}{27}$
26	$(fg)'(x)=(f\times g)'(x)$ $=f(x)\times g'(x)+g(x)\times f'(x)$ $(fg)'(2)=f(2)\times g'(2)+g(2)\times f'(2)$ $=4\times 2+3\times -1=5$
27	$\left(\frac{f}{g}\right)'(x)=\frac{g(x)\times f'(x)-f(x)\times g'(x)}{(g(x))^2}$ $\left(\frac{f}{g}\right)'(2)=\frac{g(2)\times f'(2)-f(2)\times g'(2)}{(g(2))^2}=\frac{3\times -1-4\times 2}{(3)^2}=-\frac{11}{9}$
28	$(3f+fg)'(x)=3f'(x)+f(x)\times g'(x)+g(x)\times f'(x)$ $(3f+fg)'(2)=3f'(2)+f(2)\times g'(2)+g(2)\times f'(2)$ $=3\times -1+4\times 2+3\times -1=2$
29	$f'(x)=(x(4x-3)^6)\times 9(1-4x)^8(-4)+(1-4x)^9\times(x\times 6(4x-3)^5(4)+(4x-3)^6\times(1))$ $f'(x)=-36x(4x-3)^6(1-4x)^8+(1-4x)^9(24x(4x-3)^5+(4x-3)^6)$ $=(4x-3)^5(1-4x)^8(-36x(4x-3)+(1-4x)(24x+4x-3))$ $=(4x-3)^5(1-4x)^8(-256x^2+148x-3)$

30

$$f(x)=\frac{2x}{x+5}+\frac{6x}{x^2+7x+10}$$
$$=\frac{2x}{x+5}+\frac{6x}{(x+5)(x+2)}$$
$$=\frac{2x(x+2)}{(x+5)(x+2)}+\frac{6x}{(x+5)(x+2)}$$
$$=\frac{2x^2+10x}{(x+5)(x+2)}$$
$$=\frac{2x(x+5)}{(x+5)(x+2)}$$
$$=\frac{2x}{x+2}$$

31

$$f'(x)=\frac{(x+2)(2)-(2x)(1)}{(x+2)^2}=\frac{4}{(x+2)^2}$$
$$f'(3)=\frac{4}{(3+2)^2}=\frac{4}{25}$$

32

$$f'(x)=\frac{(\sqrt{x})(2)-(2x+8)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{x}$$
$$0=\frac{(\sqrt{x})(2)-(2x+8)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{x}$$
$$(\sqrt{x})(2)-(2x+8)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)=0$$
$$2\sqrt{x}-\sqrt{x}-\frac{4}{\sqrt{x}}=0$$
$$\sqrt{x}-\frac{4}{\sqrt{x}}=0$$
$$\sqrt{x}=\frac{4}{\sqrt{x}}$$
$$x=4$$

الدرس الثالث: مشتقتا الاقتران الأسي الطبيعي والاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

مسألة اليوم يستعمل خبراء علم الاجتماع المعادلة: $N = P(1 - e^{-0.15d})$ لتقدير عدد الأشخاص الذين سمعوا شائعة انتشرت في مجتمع عدد أفراده P نسمة بعد d يومًا من انطلاقها. أجد مُعدَّل تغيُّر عدد الأشخاص الذين يسمعون شائعة بالنسبة إلى الزمن d في مجتمع عدد أفراده 10000 نسمة.

مسألة اليوم صفحة 73	
	$N = 10000(1 - e^{-0.15d})$ $N'(d) = 10000(0.15e^{-0.15d})$ $= 1500e^{-0.15d}$
أتحقق من فهمي صفحة 74	
a	$f'(x) = 2e^x$
b	$f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + e^x = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + e^x$
c	$\frac{dy}{dx} = xe^x + e^x = e^x(x+1)$
أتحقق من فهمي صفحة 75	
a	$f'(x) = 7e^{7x+1}$
b	$f'(x) = 3x^2e^{x^3}$
c	$f'(x) = \frac{5}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$
أتحقق من فهمي صفحة 76	
a	$P'(t) = 50(-0.004)e^{-0.004t} = -0.2e^{-0.004t}$ $P'(500) = -0.2e^{-0.004(500)} = -0.2e^{-2} \approx -0.03$ تتناقص الطاقة المتبقية بمعدل 0.03 واط لكل يوم بعد 500 يوم

أتحقق من فهمي صفحة 78	
a	$f'(x)=\frac{4}{x}$
b	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{x}$
c	$f'(x)=\frac{(x)\left(\frac{1}{x}\right)-(\ln x)(1)}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$

أتحقق من فهمي صفحة 80	
a	$f'(x)=\frac{8}{8x}=\frac{1}{x}$
b	$f'(x)=2\times\frac{7x^6}{x^7}=\frac{14}{x}$
c	$f'(x)=\frac{9}{9x+2}$

أتدرب وأحل المسائل صفحة 80	
1	$f'(x)=2e^x$
2	$f'(x)=3e^{3x+9}$
3	$f'(x)=(x^2+3x-9)(e^x)+(e^x)(2x+3)=e^x(x^2+5x-6)$
4	$f'(x)=\frac{x^4e^x-e^x(4x^3)}{x^8}=\frac{xe^x-4e^x}{x^5}$
5	$f'(x)=6\times\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}=\frac{3}{\sqrt{x}}e^{\sqrt{x}}$
6	$f'(x)=\frac{(1+e^x)(e^x)-e^x(e^x)}{(1+e^x)^2}=\frac{e^x}{(1+e^x)^2}$
7	$f'(x)=(e^x+2)(e^x)+(e^x-1)(e^x)=2e^{2x}+e^x$
8	$f'(x)=(e^{-2x})\times5(2x-1)^4\times2+(2x-1)^5(-2e^{-2x})$ $=2e^{-2x}(2x-1)^4(6-2x)$

9	$f'(x) = 3x^2 - 5 \times 2e^{2x} = 3x^2 - 10e^{2x}$
10	$f'(x) = \frac{3}{x}$
11	$f'(x) = (x^3)\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)(3x^2) = x^2 + 3x^2 \ln x$
12	$f'(x) = \frac{x^2\left(\frac{1}{x}\right) - (\ln x)(2x)}{x^4} = \frac{x - 2x\ln x}{x^4} = \frac{1 - 2\ln x}{x^3}$
13	$f'(x) = (x^2)\left(\frac{4}{4x}\right) + (\ln(4x))(2x) = x + 2x\ln(4x)$
14	$f'(x) = \frac{(x)(1) - (x+1)(1)}{\frac{x^2}{x+1}} = \frac{\frac{-1}{x^2}}{\frac{x+1}{x}} = \frac{-1}{x^2} \times \frac{x}{x+1} = \frac{-1}{x(x+1)}$
15	$f'(x) = \frac{\frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-1}} \times \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} = \frac{x}{x^2-1}$
16	$f'(x) = 4(\ln x)^3 \times \frac{1}{x} = \frac{4(\ln x)^3}{x}$
17	$f'(x) = \frac{2x}{x^2-5}$
18	$f'(x) = (x^4)\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)(4x^3) - \frac{1}{2}e^x = x^3 + 4x^3 \ln x - \frac{1}{2}e^x$
19	$f'(x) = (e^{2x})\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)(2e^{2x}) = \frac{e^{2x}(1 + x\ln x)}{x}$
20	$f'(x) = (\ln 3x)\left(\frac{7}{7x}\right) + (\ln 7x)\left(\frac{3}{3x}\right) = \frac{\ln 3x + \ln 7x}{x}$
21	$f'(x) = \frac{e^x}{e^x - 2}$

22	$f'(x) = (e^{2x-1})\left(\frac{2}{2x-1}\right) + (\ln(2x-1))(2e^{2x-1})$ $f'(1) = (e^{2-1})\left(\frac{2}{2-1}\right) + (\ln(2-1))(2e^{2-1}) = 2e + 0 = 2e$
23	$f'(x) = \frac{x\left(\frac{2x}{x^2}\right) - (\ln x^2)(1)}{x^2} = \frac{2 - \ln x^2}{x^2}$ $f'(4) = \frac{2 - \ln 16}{16}$
24	$P'(t) = \frac{-100 \times -e^{3-t}}{(1+e^{3-t})^2} = \frac{100e^{3-t}}{(1+e^{3-t})^2}$ $P'(3) = \frac{100e^{3-3}}{(1+e^{3-3})^2} = \frac{100}{4} = 25$
25	$m'(t) = (t)\left(\frac{1}{t}\right) + (\ln t)(1) = 1 + \ln t$
26	$\frac{dy}{du} = 2e^{2u}$ $\frac{du}{dx} = 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= 2e^{2u} \times 2x$ $= 4xe^{2u}$ $= 4xe^{2(x^2+1)}$
27	$\frac{dy}{du} = \frac{1}{u+1}$ $\frac{du}{dx} = e^x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = \frac{1}{u+1} \times e^x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{e^x}{e^x+1}$

28	$\frac{dy}{dx}=\frac{k}{kx}=\frac{1}{x}$
29	$\frac{dy}{dx}=\frac{(e^{3x})\times\left(7\times\frac{1}{x}-3x^2\right)-(7\ln x-x^3)(3e^{3x})}{(e^{3x})^2}$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=1}=\frac{(e^3)\times(7\times1-3)-(7\ln 1-1)(3e^3)}{(e^3)^2}$ $=\frac{4e^3+3e^3}{(e^3)^2}$ $=\frac{7e^3}{(e^3)^2}$ $=\frac{7}{e^3}$

تعلم الرياضيات كما يجب ان تكون
و تكلم الرياضيات بطلاقة
معي انا د. خالد جلال
0799948198

الدرس الرابع: مشتقتا اقتران الجيب واقتران جيب التمام

مسألة اليوم يُمكِن نمذجة ضغط الدم لمريض في حالة الراحة باستعمال الاقتران: $P(t) = 100 + 20\sin 2\pi t$، حيث P ضغط الدم بالملّيمتر من الزئبق، و t الزمن بالثواني. أجد مُعدَّل تغيُّر ضغط دم المريض بالنسبة إلى الزمن t.

	مسألة اليوم صفحة 82
	$P(t) = 100 + 20\sin 2\pi t$ $\frac{dP}{dt} = 40\pi\cos 2\pi t$
	أتحقق من فهمي صفحة 83
a	$f'(x) = \cos x$
b	$f'(x) = 3 + \sin x$
c	$f'(x) = 3\cos x - 2\sin x$
	أتحقق من فهمي صفحة 84
a	$f'(x) = (e^x)(-\sin x) + (\cos x)(e^x) = -e^x\sin x + e^x\cos x$
b	$f'(x) = \frac{(\sin x)(1-\sin x) - (x+\cos x)(\cos x)}{\sin^2 x}$ $= \frac{\sin x - \sin^2 x - x\cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x}$ $= \frac{\sin x - (\sin^2 x + \cos^2 x) - x\cos x}{\sin^2 x}$ $= \frac{\sin x - 1 - x\cos x}{\sin^2 x}$

أتحقق من فهمي مثال 3 صفحة 86	
a	$f'(x) = -5\sin 5x$
b	$f'(x) = \dfrac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$
c	$f'(x) = \dfrac{-3\sin 3x}{\cos 3x}$
تحقق من فهمي مثال 4 صفحة 86	
	$h'(x) = 4 \times \frac{\pi}{6}\cos\frac{\pi}{6}t = \frac{2\pi}{3}\cos\frac{\pi}{6}t$
أتدرب وأحل المسائل صفحة 86	
1	$f'(x) = -2\sin x + \cos x$
2	$f'(x) = -\sin x$
3	$f'(x) = \cos x + \sin x$
4	$f'(x) = (x)(\cos x) + (\sin x)(1)$ $= x\cos x + \sin x$
5	$f'(x) = (\sin x)(-\sin x) + (\cos x)(\cos x)$ $= -\sin^2 x + \cos^2 x$
6	$f'(x) = (e^x)(\cos x) + (\sin x)(e^x)$ $= e^x\cos x + e^x\sin x$
7	$f'(x) = \dfrac{(\cos x)(e^x) - (e^x)(-\sin x)}{\cos^2 x} = \dfrac{e^x\cos x + e^x\sin x}{\cos^2 x}$
8	$f'(x) = 2x\cos(x^2 + 1)$
9	$f'(x) = \dfrac{\cos x}{\sin x}$
10	$f'(x) = -5\sin(5x - 2)$

11	$f'(x) = 3\cos 3x - 6\sin 6x$
12	$f'(x) = -(2x-3)\sin(x^2-3x-4)$
13	$f'(x) = (e^{2x})(10\cos 10x) + (\sin 10x)(2e^{2x})$ $= 10e^{2x}\cos 10x + 2e^{2x}\sin 10x$
14	$f'(x) = (\cos x^2)\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)(-2x\sin x^2)$ $= \frac{1}{x}(\cos x^2) - 2x(\ln x)\sin x^2$
15	$f'(x) = \left(\sqrt{x+1}\right)\left(\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi x}{2}\right) + \left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)$
16	$f(x) = 4(\sin x)^2$ $f'(x) = 4 \times 2(\sin x)(\cos x) = 8\sin x\cos x$
17	$f(x) = (\cos 2x)^3(\cos x)$ $f'(x) = (\cos 2x)^3(-\sin x) + (\cos x) \times 3(\cos 2x)^2 \times -2\sin 2x$ $= -(\cos 2x)^3(\sin x) - 6(\cos x)(\cos 2x)^2\sin 2x$
18	$f'(x) = 5 \times \frac{1}{2\sqrt{x}}\cos\sqrt{x} = \frac{5}{2\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}$
19	$f'(x) = 2(\cos 2x - \sin x)(-2\sin 2x - \cos x)$
20	$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}\cos\sqrt{x} + \frac{2\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}\cos\sqrt{x} + \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$
21	$f'(x) = \frac{(\sin x)\left(2(\ln x) \times \frac{1}{x}\right) - (\ln x)^2(\cos x)}{\sin^2 x}$ $= \frac{2\sin x\ln x - x\cos x(\ln x)^2}{x\sin^2 x}$
22	$D'(t) = 400 \times 0.4\cos 0.4t = 160\cos 0.4t$

23	$H'(t)=2.4\times\frac{2\pi}{365}\cos\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)=\frac{4.8\pi}{365}\cos\left(\frac{2\pi}{365}(t-80)\right)$
24	$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{2}\left(1-\left((\sin x)(-\sin x)+(\cos x)(\cos x)\right)\right)$ $=\frac{1}{2}\left(1-(-\sin^2 x+\cos^2 x)\right)$ $=\frac{1}{2}(1+\sin^2 x-\cos^2 x)$ $=\frac{1}{2}(\sin^2 x+1-\cos^2 x)$ $=\frac{1}{2}(\sin^2 x+\sin^2 x)$ $=\frac{1}{2}(2\sin^2 x)$ $=\sin^2 x$
25	$f(x)=(e^x\cos x)(\sin x)^2$ $f'(x)=(e^x\cos x)(2(\sin x)^1\cos x)+(\sin x)^2\left((e^x)(-\sin x)+(\cos x)(e^x)\right)$ $=e^x\sin x(2\cos^2 x-\sin^2 x+\cos x\sin x)$
26	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}\cos\left(\frac{1}{x}\right)$

اختبار نهاية الوحدة الثانية

1	d
2	b
3	a
4	c
5	c
6	a
7	b
8	$(fg)'(x) = \big(f(x)\big)\big(g'(x)\big) + \big(g(x)\big)\big(f'(x)\big)$ $(fg)'(2) = \big(f(2)\big)\big(g'(2)\big) + \big(g(2)\big)\big(f'(2)\big)$ $= (3)(2) + (1)(-4) = 2$
9	$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{\big(g(x)\big)\big(f'(x)\big) - \big(f(x)\big)\big(g'(x)\big)}{\big(g(x)\big)^2}$ $\left(\frac{f}{g}\right)'(2) = \frac{\big(g(2)\big)\big(f'(2)\big) - \big(f(2)\big)\big(g'(2)\big)}{\big(g(2)\big)^2}$ $= \frac{(1)(-4) - (3)(2)}{(1)^2} = -10$
10	$(3f - 4fg)'(x) = 3f'(x) - 4\Big(\big(f(x)\big)\big(g'(x)\big) + \big(g(x)\big)\big(f'(x)\big)\Big)$ $(3f - 4fg)'(2) = 3f'(2) - 4\Big(\big(f(2)\big)\big(g'(2)\big) + \big(g(2)\big)\big(f'(2)\big)\Big)$ $= 3(-4) - 4\big((3)(2) + (1)(-4)\big) = -20$
11	$h'(t) = 0.12 \times 0.1e^{0.1t}$ $= 0.012e^{0.1t}$

12	$h'(3) = 0.012e^{0.1(3)} \approx 0.016$
13	$f'(x) = \frac{(3x+1)(1)-(x)(3)}{(3x+1)^2} = \frac{1}{(3x+1)^2}$ $f'(1) = \frac{1}{(3(1)+1)^2} = \frac{1}{16}$
14	$f'(x) = (x^2+2)\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) + (x+\sqrt{x})(2x)$ $f'(4) = (4^2+2)\left(1+\frac{1}{2\sqrt{4}}\right) + (4+\sqrt{4})(2\times 4) = 18\left(1+\frac{1}{4}\right) + 6(8) = 70.5$
15	$f'(x) = 3e^{3x} - 3e^{-3x}$ $f'(1) = 3e^3 - 3e^{-3}$
16	$f'(x) = -2x$ $f'(20) = -2(20) = -40$
17	$f'(x) = (x^2)(3)(3x-1)^2(3) + (3x-1)^3(2x)$ $f'(1) = (1)(3)(3-1)^2(3) + (3-1)^3(2)$ $= 36 + 16 = 52$
18	$f'(x) = (x+3)^2(3e^{3x}) + (e^{3x})(2)(x+3)(1)$ $f'(2) = (2+3)^2(3e^6) + (e^6)(2)(2+3)(1)$ $= 75e^6 + 10e^6$ $= 85e^6$
19	$f'(x) = 3\times\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ $f'(e) = \frac{3}{e} - \frac{1}{e^2}$
20	$f'(x) = \frac{8x^3}{2\sqrt{2x^4+7}}$

21	$f'(x)=\frac{-1\times 5(x^2+16)^4(2x)}{(x^2+16)^{10}}$ $=\frac{-10x}{(x^2+16)^6}$
22	$f(x)=(x^2-5x+2)^{\frac{1}{4}}$ $f'(x)=\frac{1}{4}(x^2-5x+2)^{-\frac{3}{4}}(2x-5)$ $=\frac{2x-5}{4\sqrt[4]{(x^2-5x+2)^3}}$
23	$f'(x)=-40(8x^2-6)^{-41}(16x)$ $=-640x(8x^2-6)^{-41}$
24	$f'(x)=\frac{-1\times 2}{(3+2x)^2}=\frac{-2}{(3+2x)^2}$
25	$f'(x)=\frac{(x^2+1)(3x^2)-(x^3)(2x)}{(x^2+1)^2}$ $=\frac{x^4+3x^2}{(x^2+1)^2}$
26	$f'(x)=(2x-8)^2(6x)+(3x^2-4)(2)(2x-8)^1(2)$ $=(2x-8)(6x(2x-8)+4(3x^2-4))$ $=(2x-8)(24x^2-48x-16)$
27	$f'(x)=x^5(6x+4)+(3x^2+4x-7)(5x^4)$ $=6x^6+4x^5+15x^6+20x^5-35x^4$ $=21x^6+24x^5-35x^4$ حل آخر: بفك الأقواس: $f(x)=3x^7+4x^6-7x^5$ $f'(x)=21x^6+24x^5-35x^4$

28	$f'(x) = (x^3)(4)(2x+6)^3(2) + (2x+6)^4(3x^2)$ $= 2x^2(2x+6)^3(7x+9)$
29	$f'(x) = 3(e^{-x}+e^x)^2(-e^{-x}+e^x)$
30	$f'(x) = (2x^3)(-e^{-x}) + (e^{-x})(6x^2)$ $= -2x^3e^{-x} + 6x^2e^{-x}$
31	$f'(x) = \dfrac{(x+1)(e^x) - (e^x)(1)}{(x+1)^2}$ $= \dfrac{xe^x}{(x+1)^2}$
32	$f'(x) = 5 \times \dfrac{5}{5x-4} = \dfrac{25}{5x-4}$
33	$f'(x) = \dfrac{e^x}{e^x} = 1$
34	$f'(x) = \dfrac{6x+2}{3x^2+2x-1}$
35	$f'(x) = (x^5)(3\cos 3x) + (\sin 3x)(5x^4)$ $= 3x^5\cos 3x + 5x^4 \sin 3x$
36	$f(x) = (\cos x)^2 + \sin x$ $f'(x) = 2(\cos x)^1(-\sin x) + \cos x$ $= -2\cos x \sin x + \cos x$
37	$f'(x) = \dfrac{(x)\left(\dfrac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}\right) - (\sqrt{\cos x})(1)}{x^2} = \dfrac{-\sin x}{2x\sqrt{\cos x}} - \dfrac{\sqrt{\cos x}}{x^2}$
38	$f'(x) = (\sin 5x)\left(\dfrac{-\sin x}{\cos x}\right) + (\ln(\cos x))(5\cos 5x)$
39	$f'(x) = \dfrac{\dfrac{-1 \times 2x}{(x^2+9)^2}}{\dfrac{1}{x^2+9}} = \dfrac{-1 \times 2x}{(x^2+9)^2} \times \dfrac{x^2+9}{1} = \dfrac{-2x}{x^2+9}$
40	$f'(x) = (e^{2x})(2\cos 2x) + (\sin 2x)(2e^{2x}) = 2e^{2x}(\cos 2x + \sin 2x)$

41	$N'(t) = 1000\left(\frac{3 \times 2t}{(t^2+50)^2}\right) = \frac{6000t}{(t^2+50)^2}$
42	$N'(1) = \frac{6000}{(1+50)^2} \approx 2.3$
43	$P'(t) = \frac{-2000 \times 4}{(4t+80)^2} = \frac{-8000}{(4t+80)^2}$
44	$P'(10) = \frac{-8000}{(40+80)^2} \approx -0.56$ يتناقص عدد الغزلان بمعدل 0.56 غزال كل شهر بعد 10 أشهر من الآن
45	$P'(t) = \frac{-700 \times 2t}{(t^2+1)^2} = \frac{-1400t}{(t^2+1)^2}$
46	$P'(3) = \frac{-1400 \times 3}{(9+1)^2} = -42$ يتناقص عدد السكان بمعدل 42 ألف شخص لكل سنة بعد 3 سنوات.

تعلم الرياضيات كما يجب ان تكون
و تكلم الرياضيات بطلاقة
معي انا د. خالد جلال
0799948198

جيل
2005

الرياضيات كما ينبغي أن تكون

AWA2EL
LEARN 2 BE

تتضمن الوحدة:

١ - الأمثلة

٢ - أتحقق من فهمي

٣ - التمارين

٤ - اختبار نهاية الوحدة

مع الاجابات الكاملة لكل منها