المادة التعليمية للبرنامج العلاجي

المرحلة التحضيرية

للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات

الصف: الحادي عشر العلمي

المصدر: مادة التعلم المبني على المفاهيم والنتاجات الأساسية لمبحث الرياضيات

ثانيًا: تمثيلُ الاقترانِ الخطِّيِّ بيانيًّا

ماذا سأتعلّمُ؟

- أرسمُ الاقترانَ الخطِّيَّ على المستوى الإحداثيِّ.

إذا كانتْ لديَّ المعادلةُ $5x+y=3$ فكيفَ يُمكنُني أنْ أُحدِّدَ إذا كانتِ النقطةُ (2,3) هيَ إحدى حلولِ المعادلةِ أمْ لا؛ منْ دونِ حسابِها؟

معلومةٌ

النقاطُ جميعُها التي تقعُ على منحنى الاقترانِ، هيَ حلولٌ لمعادلتِهِ.

كيفَ أعرفُ إذا كانتِ النقطةُ (2, 3) تقعُ على منحنى الاقترانِ $5x+y = 3$؟

كيْ أستطيعَ أنْ أُحدِّدَ ذلكَ، لا بدَّ لي منْ معرفةِ موقعِ الاقترانِ على المستوى الإحداثيِّ، وذلكَ بالخطواتِ الآتيةِ:

1) أُكوِّنُ جدولًا منْ 3 أعمدةٍ، بحيثُ يكونُ عمودٌ للمتغيِّرِ x، وعمودٌ للمتغيِّرِ y، وعمودٌ للزوجِ المرتَّبِ الناتجِ.

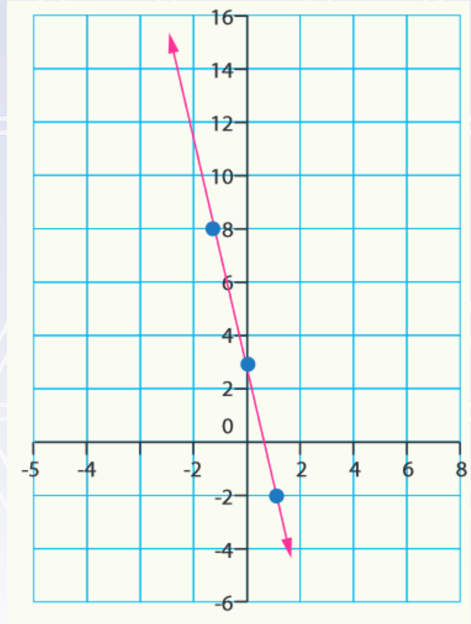
2) افترضُ 3 قِيَمٍ للمتغيِّرِ x بوصفِها مُدخلاتٍ، وأجدُ قيمةَ y بوصفِها مُخرجاتٍ لها، ثمَّ أكتبُ الزوجَ المرتَّبَ الناتجَ.

x	$y=3-5x$	(x, y)
1	**-2**	**(1,-2)**
0	**3**	**(0,3)**
-1	**8**	**(-1,8)**

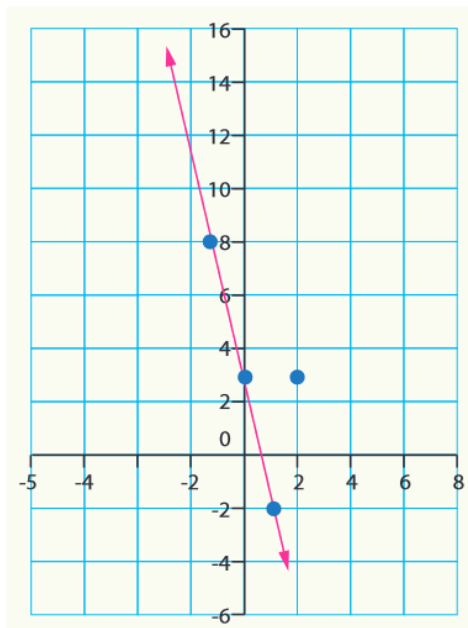
3) أُمثِّلُ الأزواجَ المرتَّبةَ على المستوى الإحداثيِّ، وأصِلُ بينَها بخطٍّ مستقيمٍ.

معلومةٌ

يُسمّى الاقترانُ الخطّيُّ هذا الاسمَ لأنَّهُ خطٌّ مستقيمٌ.



بعدَ أنْ حدَّدتُ موقعَ الاقترانِ، يُمكنُني الآنَ أنْ أُحدِّدَ النقطة المطلوبة على المستوى الإحداثيِّ؛ لأعرفَ إذا كانتْ حلًّا للمعادلةِ أمْ لا.



أُلاحِظُ منَ الرسمِ أنَّ النقطة (3 , 2) لا تقعُ على منحنى الاقترانِ؛ إذنْ: هيَ ليستْ حلًّا لمعادلتِهِ.

أُحاولُ

1) أرسمُ الاقترانَ $y=2x+1$ على المستوى الإحداثيِّ.

2) هلِ النقطةُ (5 , 4) تقعُ على منحنى الاقترانِ؟

ثالثًا: تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟ ٩
- العبارةُ التربيعيَّةُ.
- تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

لوحـةٌ مستطيلةُ الشكلِ مِساحتُها بالوحداتِ المربَّعةِ (س^{٢} + ٤ س + ٣). إذا كانَ طولُها (س + ٣) وحدةَ طولٍ؛ فما عرضُها؟

يُسمَّى المقدارُ **أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ٠** ، أ ، ب ، ج أعدادٌ حقيقيَّةٌ؛ **العبارةَ التربيعيَّةَ**.

تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

- أوَّلًا: إذا كانَ معاملُ س^{٢} ، أ = ١
- ثانيًا: إذا كانَ معاملُ س^{٢} ، أ ≠ ١

مثالٌ (١)

أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^{٢}+ ٥س + ٦ ٢) س^{٢} - ١١س + ٢٤ ٣) س^{٢} + ٣ س – ٤

الحلُّ:

١) س^{٢}+ ٥ س + ٦

= (س + ٢) (س + ٣) البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٦، وناتجُ جمعِهما ٥ (هما: ٢ و٣).

٢) س^{٢} - ١١س + ٢٤

= (س – ٣) (س – ٨) البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٢٤، وناتجُ جمعِهما -١١ (هما: -٣، -٨).

٣) س^{٢} + ٣ س – ٤ البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما -٤ وناتجُ جمعِهما ٣ (هما: -١، ٤).

- س

= (س – ١) (س + ٤)

+ ٤س

+ ٣س

للتأكُّدِ من الحدِّ الأوسطِ؛ نضربُ الحدَّينِ على الطرفَينِ والحدَّينِ الأوسطَينِ ونجمعُهُما (- س + ٤ س = ٣ س).

أحاولُ أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^{٢} + ٧ س + ١٢ ٢) س^{٢}- ٨ س + ١٦ ٣) س^{٢} – ٤ س - ٦٠

مثالٌ (٢)

أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) ٣ س^{٢} + ٤ س + ١ ٢) ٢ س^{٢} – ٧ س -٤

الحلُّ:

١) ٣س^{٢}+ ٤ س + ١

+ س

= (٣ س + ١) (س+ ١)

+٣س

تحليلُ ٣ س^{٢} إلى عواملِها وتحليلُ الحدِّ المطلقِ إلى عواملِهِ؛ معَ مراعاةِ إشاراتِ الحدودِ.
أتأكَّدُ منَ التحليلِ؛ بضربِ الحدَّينِ في الطرفينِ والحدَّينِ الأوسطينِ ثمَّ أجمعُهُما.

٢) ٢ س^{٢} – ٧س -٤

٢س× -٤

= (٢ س +١)(س – ٤)

١×س

للتأكُّدِ منَ الحدِّ الأوسطِ: (حاصلُ ضربِ الطرفينِ + حاصلِ ضربِ الوسطينِ = الحدَّ الأوسطَ).

أحاولُ أُحلِّلُ ما يأتي إلى عواملِهِ:

١) ٢ س^{٢} + ١٠ س + ٨ ٢) ٥ س^{٢} + ٤٥ س + ٧٠

أختبرُ تعلُّمي

١) أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي، وأجدُ البطاقةَ الصحيحةَ:

أ) س^{٢} + ١٤س – ٣٢

(س + ٨) (س – ٤)	(س + ٢) (س – ١٦)	(س + ١٦) (س – ٢)	(س + ٨) (س + ٤)

ب) س^{٢} + ١١س + ٢٨

(س + ٧) (س + ٤)	(س + ٢) (س + ١٤)	(س + ١٤) (س + ١٤)	(س + ٤) (س - ٧)

جـ) ٦ س^{٢} – س – ٢

(٢س + ١) (٣س – ٢)	(٢س - ٣) (٢س + ١)	(٢س - ١) (٣س + ٢)	(٦س - ١) (س - ٢)

٢) أجدُ ٣ قِيَمٍ للرمزِ (ك) لتُصبحَ العبارةُ التربيعيَّةُ الآتيةُ قابلةً للتحليلِ إلى العواملِ، ثمَّ أُحلِّلُ كلَّ حالةٍ:

س^{٢} – ٣ س + ك

٣) أكتبُ تعبيرًا جبريًّا يُمثِّلُ محيطَ لوحِ خلايا شمسيَّةٍ مستطيلةِ الشكلِ، مِساحتُها (س^{٢}+٢٤س – ٨١) وحدةً مربَّعةً.

٤) ما قِيَمُ (ك) التي تجعلُ تحليلَ كلٍّ ممّا يأتي صحيحًا:

أ) س^{٢} + ك س – ١٩ = (س - ١٩) (س + ١).

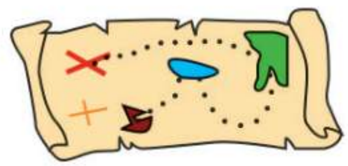
ب) ٢ س^{٢} + ك س - ٢١ = (٢ س – ٣) (س + ٧).

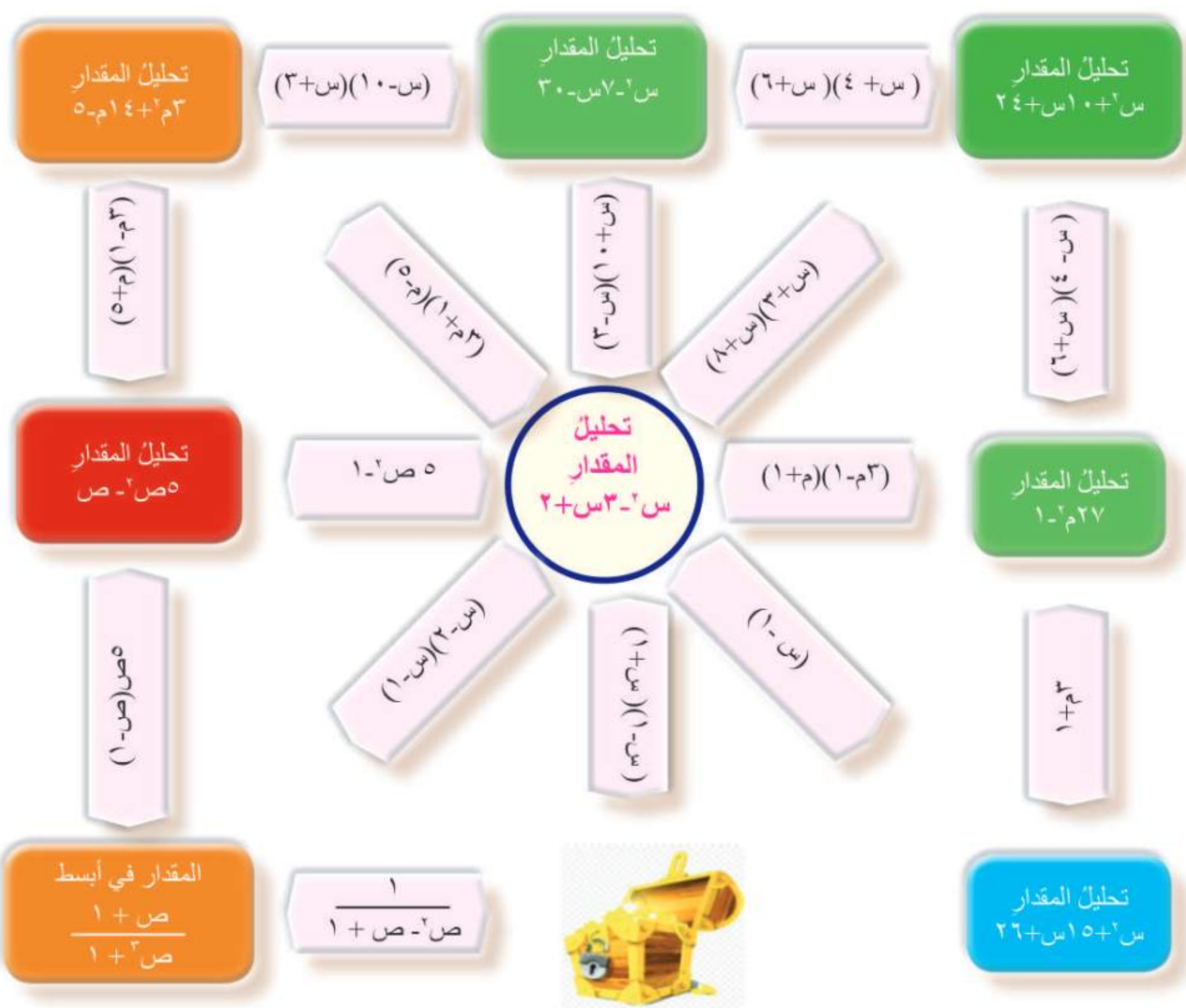
٥) أنا أحدُ عواملِ العبارةِ التربيعيَّةِ ٥ س^{٢}-٢١ س+ ٤، إذا كان أحد العوامل (س–٤)؛ فما العاملُ الآخرُ؟

لعبةٌ

لعبةُ المتاهةِ

لا تنظرْ إلى الخلفِ، ولا تُعدِ الطريقَ مرَّتَين.

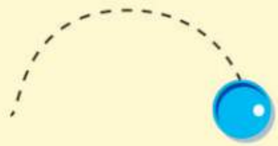




أوَّلًا: الاقترانُ التربيعيُّ

ماذا سأتعلَّمُ؟
- الاقترانُ التربيعيُّ.
- تمثيلُ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا.
- خصائصُ الاقترانِ التربيعيِّ.

رمتْ لاعبةٌ كرةً فاتَّخذتْ مسارًا وفقَ العلاقةِ ل = ٢٠ن – ٥ن^{٢} حيثُ (ن) الزمنُ بالثواني، (ل) ارتفاعُ الكرةِ بالأقدامِ.
ما أقصى ارتفاعٍ ستصلُ إليهِ الكرةُ؟



تعلمتُ سابقًا الاقترانَ الخطِّيَّ، وسأتعلَّمُ الاقترانَ التربيعيَّ.

الاقترانُ التربيعيُّ اقترانٌ على الصورةِ:

ق (س) = أس^{٢}+ ب س + جـ ، حيثُ أ، ب ، جـ أعدادٌ حقيقيَّةٌ، أ ≠ صفرًا، وتُسمّى **الصورةَ العامَّةَ للاقترانِ التربيعيِّ**.

ألاحظُ في ما يأتي التمثيلاتِ البيانيَّةَ لاقتراناتٍ تربيعيَّةٍ، وأملأُ الفراغَ أمامَ كلِّ تمثيلٍ:

الاقترانُ
علاقةٌ تربطُ كلَّ عنصرٍ في المجالِ، بعنصرٍ واحدٍ فقطْ في المدى.

١) الاقترانُ ق (س) = س^{٢}، حيثُ أ = ١ ، ب = ٠ ، جـ = ٠،

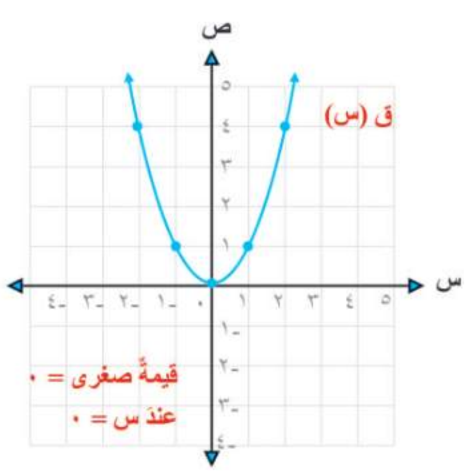
إشارةُ أ ....

مجالُ الاقترانِ ق ....، ومداهُ ....

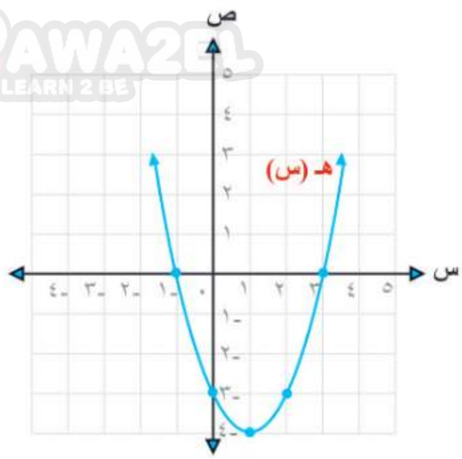
اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....



٢) الاقترانُ هـ (س) = س٢ - ٢ س - ٣



أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

إشارةُ أ ....

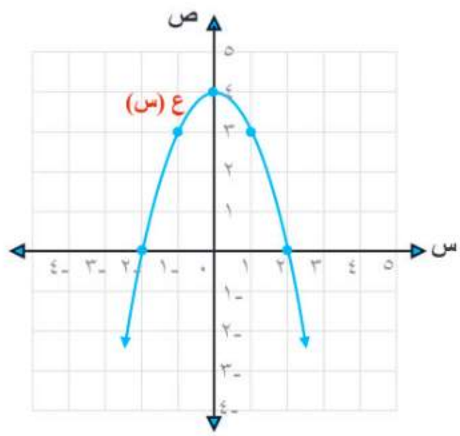
مجالُ الاقترانِ هـ ....، ومداهُ ....

اتّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....

٣) ع (س) = - س٢ + ٤



أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

إشارةُ أ ....

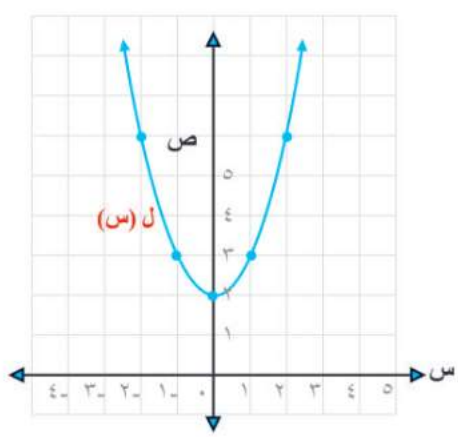
مجالُ الاقترانِ ع ....، ومداهُ ....

اتّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....

٤) ل (س) = س٢ + ١



أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

إشارةُ أ ....

مجالُ الاقترانِ ل ....، ومداهُ ....

اتّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....

أُلاحظُ ممّا سبقَ أنَّ منحنى الاقترانِ تربيعيٍّ **مفتوحٌ للأعلى أوْ للأسفلِ**، ورأسُ المنحنى النقطةُ التي يكونُ للاقترانِ عندَها **قيمةٌ عظمى أوْ صغرى**، وإحداثيّاتُ رأسِ المنحنى هيَ ($\frac{-ب}{٢أ}$ ، ق ($\frac{-ب}{٢أ}$))، **ومحورُ التماثلِ** هوَ مستقيمٌ رأسيٌّ يمرُّ برأسِ المنحنى.

الصورةُ العامَّةُ للاقترانِ التربيعيِّ ق (س) = أ س٢+ ب س + جـ ، أ ≠ ٠ ، أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيةٌ.

أ موجبةٌ	مفتوحٌ للأعلى
المجالُ	ح
المدى	ص ≥ ق($\frac{-ب}{٢أ}$)
معادلةُ محورِ التماثلِ	س = $\frac{-ب}{٢أ}$

أ سالبةٌ	مفتوحٌ للأسفلِ
المجالُ	
المدى	
معادلةُ محورِ التماثلِ	

مثالٌ (١)

أُمثِّلُ الاقترانَ ق (س)= $س^٢$ + ٢ س – ٤ بيانيًّا.

الحلُّ:

لتمثيلِ الاقترانِ بيانيًّا؛ أتَّبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

١) أُحدِّدُ معاملاتِ الحدودِ أ = ١ ، ب = ٢ ، جـ = -٤

٢) أجدُ إحداثيَا رأسِ القطعِ ($\frac{-٢}{٢(١)}$ ، ق ($\frac{-٢}{٢(١)}$)) = (-١ ، ق (-١))

ق (-١) = $(-١)^٢$ + ٢ (-١) – ٤

= ١ + -٢ – ٤ = -٥

٣) أُنشئُ جدولًا للنقاطِ، ثمَّ أُعيِّنُها على المستوى الإحداثيِّ.

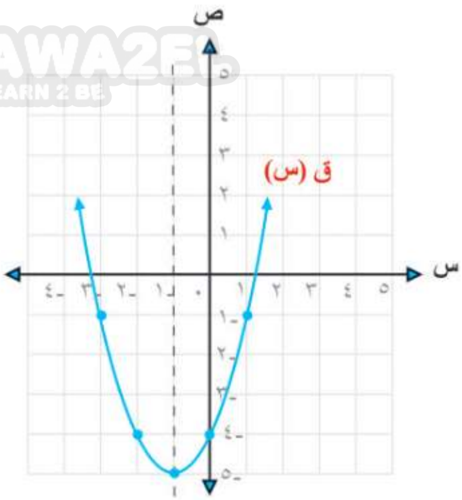
المستقيمُ الرأسيُّ

مستقيمٌ يوازي محورَ الصاداتِ، معادلتُهُ

س = أ

حيثُ أ عددٌ حقيقيٌّ.

س	١	٠	١-	٢-	٣-
ق(س)	١-	٤-	٥-	٤-	١-



مجالُ الاقترانِ يساوي ح، مدى الاقترانِ هو ص $\geq$ -٥،
معادلةُ محورِ التماثلِ س = -١

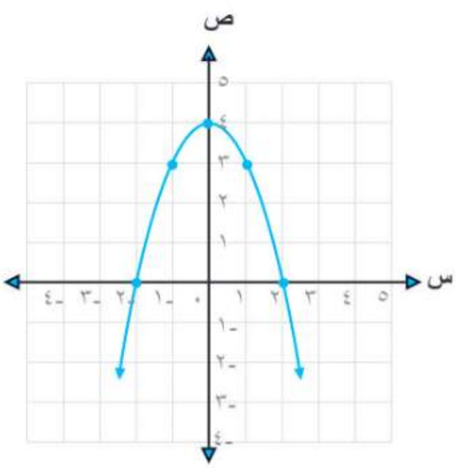
أحاولُ أُمثِّلُ الاقترانَ ك (س) = ٩ – س^{٢}، وأذكرُ المجالَ والمدى ومعادلةَ محورِ التماثلِ.

أختبرُ تعلُّمي

١) أُمثِّلُ بيانيًّا الاقتراناتِ الآتيةَ:

أ) ق (س) = س^{٢} - ١

ب) هـ (س) = س^{٢}-٤س+١



٢) أدرسُ الرسمَ المجاورَ، ثمَّ أُجيبُ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

أ) ما إحداثيّا رأسِ القطعِ؟

ب) للاقترانِ قيمةٌ عظمى أمْ صغرى؟ أُحدِّدُها.

جـ) ما مجالُ الاقترانِ؟

د) ما إشارةُ معاملِ س^{٢} ؟

هـ) ما نقاطُ التقاطعِ معَ محورِ س؟

٣) أُطلقَ صاروخٌ إلى أعلى، وكانَ ارتفاعُهُ بالأمتارِ فوقَ سطحِ البحرِ بعدَ (ن) ثانيةً منْ إطلاقِهِ وفقَ العلاقةِ:
ل (ن) = - ٤ ن^{٢} + ١٦ ن + ٥٠٠٠؛ أجدُ أقصى ارتفاعٍ يبلغُهُ الصاروخُ.

ثانيًا: حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟
- المعادلةُ التربيعيَّةُ.
- حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- القانونُ العامُّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- مميِّزُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

مربَّعانِ يزيدُ طولُ أحدِهِما على الثاني بالسنتيمتراتِ بمقدارِ ٣، وكانَ مجموعُ مساحتِهِما بالسنتيمتراتِ المربَّعةِ ٢٦٩ ما طولُ ضلعِ كلٍّ منْهُما؟

الصـورةُ العامَّـةُ **للمعادلـةِ التربيعيَّـةِ** بمتغيِّرٍ واحدٍ هـيَ: أس^{٢} + ب س + جـ =٠: أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيَّـةٌ أ $\neq$ ٠

أمّـا **حـلُّ المعادلـةِ** فهـوَ إيجـادُ قِيَمِ (س) التـي تُحقِّـقُ المعادلـةَ، وتُسـمّى جـذورَ المعادلـةِ. ويوجـدُ عـدَّةُ طرائـقَ لحـلِّ المعادلـةِ التربيعيَّـةِ.

حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ إلى العواملِ:

خطواتُ حلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ:

١) أكتبُ المعادلةَ التربيعيَّةَ بالصورةِ العامَّةِ أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

٢) أُحلِّـلُ المعادلـةَ التربيعيَّـةَ إلـى عواملِهـا الأوَّليَّـةِ؛ بكتابتِهـا علـى شـكلِ حاصـلِ ضـربِ عبارتَيـنِ خطِّيَّتَيـنِ.

٣) أستعملُ الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ.

٤) أحلُّ المعادلتَينِ الخطِّيَّتَينِ التي حصلتُ عليهِما في الخطوةِ السابقةِ.

أتعلَّمُ

إذا كانَ أ، ب عددَيـنِ حقيقيَّيـنِ، وكانَ أ×ب = صفـرًا؛ فـإنَّ أ = صفـرًا أوْ ب = صفـرًا أوْ كلَيْهِمـا يسـاوي صفـرًا.

تُسمّى هذِهِ الخاصِّيَّةُ **الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ**.

مثالٌ (١)

أحلُّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^{٢} - ٤ = ٥

٢) س^{٢} + ٧ س – ٨ = ٠

الحلُّ:

١) س^{٢} – ٤ -٥ = ٠	كتابةُ المعادلةِ بالصورةِ العامَّةِ.
س^{٢} – ٩ = ٠	
(س – ٣) (س + ٣) = ٠	تحليلُ المعادلةِ باستعمالِ الفرقِ بينَ مربَّعَينِ.
إمّا س – ٣ = ٠ ، ومنهُ س = ٣	استعمالُ الخاصّيَّةِ الصفريَّةِ.
أوْ س + ٣ = ٠ ، ومنهُ س = -٣	

إذنْ: مجموعةُ الحلِّ هيَ: {٣ ، -٣}.

٢) س^{٢} + ٧ س – ٨ = ٠	
(س – ١) (س + ٨) = ٠	البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما (-٨) ومجموعُهُما (+٧).
إمّا س -١ = صفر ، ومنهُ س = ١	باستعمالِ الخاصّيَّةِ الصفريَّةِ.
أوْ س + ٨ = ٠ ، ومنهُ س = -٨	

مجموعةُ حلِّ المعادلةِ هيَ: {١ ، - ٨}.

أحاولُ أجدُ حلَّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^{٢} + ٣ س + ٢ = ٠

٢) س^{٢} -٤ س - ٥ = ٠

حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ:

أتأمَّلُ المعادلاتِ الآتيةَ: ٢س^{٢} – ٤ س – ١ = ٠، س^{٢} – ٢ س - ١٠ = ٠، س^{٢} +٣ س + ٧ = ٠

سأجدُ صعوبةً في حلِّ هذهِ المعادلاتِ بالتحليلِ إلى العواملِ الأوَّليَّةِ؛ لذا، **أستعملُ القانونَ العامَّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.**

أيُّ معادلـةٍ تربيعيَّـةٍ أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠، حيثُ أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيـةٌ، أ ≠ ٠، يُمكنُنـي حلُّهـا باسـتعمالِ القانـونِ العـامِّ للمعادلـةِ التربيعيَّـةِ، وهـو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

ويُسـمّى المقـدارُ ب^{٢} - ٤ أ حـ **مميِّـزَ المعادلـةِ التربيعيَّـةِ** ويُرمـزُ لـهُ بالرمـز Δ: ب^{٢} - ٤ أ جـ ≤ ٠ (لمــاذا؟)

أُلاحـظُ أنَّ المميِّـزَ يُمكـنُ اسـتعمالُهُ للكشـفِ عـنْ إمكانيَّـةِ تحليـلِ المعـادلاتِ التربيعيَّـةِ وتحديـدِ عـددِ الحلـولِ الحقيقيَّـةِ (إنْ وجـدتْ).

إذا كانَ:

١) Δ > ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرَينِ حقيقيَّينِ مختلفَينِ.

٢) Δ < ٠ فإنَّهُ لا يوجدُ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذورٌ حقيقيَّةٌ.

٣) Δ = ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرًا حقيقيًّا مكرَّرًا هوَ س = $\frac{-ب}{٢أ}$

مثالٌ (٢)

أجدُ قيمةَ المميِّزِ للمعادلةِ التربيعيَّةِ ٣ س^{٢} – ٤ س = - ١٠، ثمَّ أتبيَّنُ إذا كانَ للمعادلةِ حلولٌ حقيقيَّةٌ.

الحلُّ:

٣ س^{٢} – ٤ س + ١٠ = ٠	كتابةُ المعادلـةِ بالصورةِ العامَّةِ.
أ = ٣ ، ب = -٤ ، جـ = ١٠	تحديدُ معاملاتِ الحدودِ
Δ = ب^{٢} - ٤ أ جـ	كتابةُ مميِّزِ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
= (-٤)^{٢} – ٤ × (٣) × (١٠)	تعويضُ قِيَمِ أ ، ب ، جـ.
= ١٦ – ١٢٠	
= - ١٠٤ المميِّزُ < ٠	

∴ لا يوجدُ حلولٌ حقيقيَّةٌ للمعادلةِ التربيعيَّة

أحاولُ أجدُ قيمةَ المميِّزِ للمعادلةِ التربيعيَّةِ ٢ س^{٢} + ١ + ٣ س = ٠؛ ثمَّ أتبيَّنُ إذا كانَ للمعادلةِ حلولٌ حقيقيَّةٌ.

مثالٌ (٣)

أجدُ حلَّ المعادلةِ ٢ س^{٢} + ٣ س – ٣ = ٠ باستعمالِ القانونِ العامِّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ.

الحلُّ:

أ = ٢ ، ب = ٣ ، جـ = -٣ — تحديدُ معاملاتِ الحدودِ.

Δ = ب^{٢} – ٤ × أ × جـ — كتابةُ مميِّزِ المعادلةِ التربيعيَّةِ.

= (٣)^{٢} – ٤ (٢) (-٣) — تعويضٌ.

= ٩ + ٢٤ = ٣٣ > ٠

إذنْ: يوجدُ للمعادلةِ حلّانِ حقيقيّانِ.

س = $\dfrac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{٢} - ٤\,\text{أ}\,\text{جـ}}}{٢\,\text{أ}}$ — كتابةُ القانونِ العامِّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.

س = $\dfrac{-٣ \pm \sqrt{٣٣}}{٤}$ — التعويضُ في القانونِ، ثمَّ التبسيطُ.

أحاولُ أجدُ حلَّ المعادلةِ س^{٢} - ٣ س = ٤ باستعمالِ القانونِ العامِّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ.

حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ على الصورةِ: (أ س + ب)^{٢} = جـ^{٢}

مثالٌ (٤)

أجدُ حلَّ المعادلة (س + ٤)^{٢} = ٣^{٢}

الحلُّ:

(س + ٤)^{٢} = ٣^{٢}

$\sqrt{(\text{س} + ٤)^{٢}}$ = $\sqrt{٣^{٢}}$ — آخذُ الجذرَ التربيعيَّ لطرفَي المعادلةِ.

س + ٤ = $\pm$ ٣ — تطبيقُ القاعدةِ.

س + ٤ = ٣ ، ومنهُ س= -١ — حلُّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ.

أوْ س + ٤ = - ٣ ، ومنهُ س = -٧

فائدةٌ

$\sqrt{\text{س}^{٢}}$ = | س |

إذا كانَ | س | = أ؛ حيثُ أ ≥ ٠ ، فإنَّ:

س = أ أو س = - أ

أفكّرُ

هلْ للمعادلةِ $س^{٢} = -٤$ حلٌّ؟ لماذا؟

أحاولُ

أحلُّ المعادلةَ $(س - ٣)^{٢} - ٤٩ = ٠$

أختبرُ تعلُّمي

١) أحلُّ المعادلاتِ الآتيةَ:

أ) $٤ س^{٢} - ٢٥ = ٠$ ب) $ص^{٢} + ٦ = ٥ ص$

٢) إذا كانتْ $أ س^{٢} + ٤ س + ٣ = ٠$، فأجدُ قيمةَ (أ) التي تجعلُ للمعادلةِ حلًّا وحيدًا.

٣) يُنتجُ مصنعٌ للحديدِ والصلبِ قطعةً على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ أبعادُها بالسنتيمتراتِ: ٤، (س+٢)، (س+٢)، وحجمُها يُساوي ١٠٠ سم^{٣}. أجدُ قيمةَ (س).

٤) أحلُّ المعادلةَ $٣ س^{٢} + ٤ س - ١ = ٠$

٥) ما العددُ الحقيقيُّ الذي ينقصُ مربَّعُهُ عنْ خمسةِ أمثالِهِ بمقدارِ ٤؟

٦) حلَّتْ بيانُ المعادلةَ $(س + ١)^{٢} = ١٠٠$ كالآتي:

$(س + ١)^{٢} = ١٠٠$

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ

$س + ١ = ١٠$

$س = ٩$

أُبيِّنُ الخطأَ الذي وقعتْ فيهِ.

أوّلًا: الأُسسُ النسبيَّةُ وقوانينُها

ماذا سأتعلَّمُ؟
- الأُسسُ النسبيَّةُ.
- قوانينُ الأُسسِ.
- تبسيطُ التعابيرِ.

هلْ أنا بارعٌ بلعبِ المكعَّبِ السحريِّ (روبيك)؟
إذا علمتُ أنَّ حجمَ المكعَّبِ السحريِّ المسموحَ بهِ في المباراةِ هوَ ٢٧٠٠٠ مم^{٣}، فما طولُ ضلعِ هذا المكعَّبِ؟

نشاطٌ أتأمّلُ البطاقاتِ الآتيةَ، وأملأُ الفراغَ في كلٍّ مِنْها:

$٨^{٣}$	$٨^{-٣}$	$٨^{\frac{١}{٣}}$
$٨ \times ٨ \times ٨ = \square$	$\frac{١}{٨} \times \frac{١}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	؟

أُلاحظُ أنَّ:

البطاقتَينِ الأولى والثانيةَ، تحتوي على أُسسٍ لأعدادٍ صحيحةٍ وقدْ درستُها سابقًا. ولكنْ، كيفَ سأجدُ الحلَّ في البطاقةِ الثالثةِ؟ ما نوعُ الأُسِّ فيها؟

تُكتَبُ $(٨)^{\frac{١}{٣}}$ على الصورةِ $\sqrt[٣]{٨}$ ويُسمّى $(\frac{١}{٣})$ **أسًّا نسبيًّا.**

أتعلَّمُ

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$ (إذا كانَ (ن) عددًا زوجيًّا موجبًا، و(س) عددًا حقيقيًّا ليسَ سالبًا).

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$ (إذا كانَ (ن) عددًا فرديًّا موجبًا، و(س) عددًا حقيقيًّا).

مثلُ: $\sqrt[\underset{\text{دليلُ الجذرِ}}{٤}]{١٣^{\overset{\text{الأُسُّ}}{٣}}} = (١٣)^{\overset{\text{الأُسُّ النسبيُّ}}{\frac{٣}{٤}}}$

مثالٌ (١)

أكتبُ $\left(\sqrt[٣]{\frac{-١}{٦٤}}\right)$ على صورةِ أُسسٍ نسبيّةٍ، ثم أجدُ قيمتَها:

الحلُّ: $\left(\sqrt[٣]{\frac{-١}{٦٤}}\right) = \left(\frac{-١}{٦٤}\right)^{\frac{١}{٣}} = \frac{-١}{٤}$

أحاولُ أجدُ قيمةَ كلٍّ منْ: $(٦٢٥)^{\frac{١}{٤}}$ ، $\sqrt[٦]{\frac{٧٢٩}{٦٤}}$

إذا كانَ (س) عددًا حقيقيًّا، وكانَ (م)، (ن) عددَين نسبيَّين؛ فإنَّ:

- $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$
  - $(٧)^{\frac{٣}{٢}} \times (٧)^{\frac{١}{٢}} = ٧^{\frac{٣}{٢}+\frac{١}{٢}}$
  - $٧^{\frac{٤}{٢}} = ٧^{٢} = ٤٩$
- $\frac{س^{م}}{س^{ن}} = س^{م-ن}$ ، س $\neq$ صفرًا
  - $\frac{(\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{٨}}{(\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{-٤}}$
  - $= (\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{١٢}$
- $(س^{م})^{ن} = (س^{ن})^{م} = س^{ن\times م}$
  - $\sqrt{(١١^{٤})^{٣}} = ١١^{٦}$
  - $(١١^{١٢})^{\frac{١}{٢}} = ١١^{٦}$

أحاولُ أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

$(٦٤)^{\frac{١}{٣}} \times (٦٤)^{\frac{١}{٦}}$ ، $\frac{(\sqrt{٧} - \sqrt{٣})^{١٨}}{(\sqrt{٧} - \sqrt{٣})^{١٦}}$ ، $\sqrt[٣]{(٢^{٦})^{-٤}}$

إذا كانَ (س) و(ص) عددَين حقيقيَّين، حيثُ س $\neq$ ٠، ص $\neq$ ٠، وكانَ (م) عددًا نسبيًّا؛ فإنَّ:

- $س^{م} \times ص^{م} = (س\times ص)^{م}$
  - $٢^{\frac{١}{٩}} \times ٧^{\frac{١}{٩}}$
  - $= (٢\times ٧)^{\frac{١}{٩}} = ١٤^{\frac{١}{٩}}$
- $\frac{س^{م}}{ص^{م}} = \left(\frac{س}{ص}\right)^{م}$
  - $\left(\frac{-٣٢}{٢٤٣}\right)^{\frac{١}{٥}}$
  - $= \frac{-٢}{٣}$
- $س^{٠} = ١$
  - $س^{٨} \div س^{٨}$
  - $س^{٨-٨} = س^{٠}$ $=١$
- $س^{-م} = \frac{١}{س^{م}}$
  - $٦^{-٢} = \frac{١}{٦^{٢}}$
  - $= \frac{١}{٣٦}$
- إذا كانَ (م) عددًا طبيعيًّا، و(ن) عددًا نسبيًّا، و(س) عددًا حقيقيًّا موجبًا؛ فإنَّ:
  - $\sqrt[م]{س^{ن}} = (\sqrt[م]{س})^{ن}$
  - $= (س^{ن})^{\frac{١}{م}} = س^{\frac{ن}{م}}$

يمكنُني تبسيطُ العباراتِ التي تتضمَّنُ أُسسًا نسبيَّةً؛ عنْ طريقِ: تحويلِ الأُسسِ السالبةِ إلى موجبةٍ، ثمَّ التبسيطِ باستعمالِ قوانينِ الأُسسِ.

مثالٌ (٢) أجدُ قيمةَ المقدارِ الآتي في أبسطِ صورةٍ: ($\sqrt[٩]{\frac{٣^{٢٠} \times ٥^{-٩}}{٣^{١١}}}$)

الحلُّ: $\sqrt[٩]{٣^{٢٠-١١} \times ٥^{-٩}} = \sqrt[٩]{٣^{٩} \times ٥^{-٩}}$ تبسيطُ ما داخلَ الجذرِ باستعمالِ قوانينِ الأُسسِ.

$= (٣^{٩} \times ٥^{-٩})^{\frac{١}{٩}}$ تحويلُ الجذرِ إلى أُسٍّ نسبيٍّ.

$= (٣^{\frac{٩}{٩}} \times ٥^{\frac{-٩}{٩}}) = ٣^{١} \times ٥^{-١} = \frac{٣}{٥}$ تغييرُ الأُسِّ السالبِ إلى موجبٍ ($٥^{-١} = \frac{١}{٥}$).

أحاولُ أجدُ قيمةَ المقاديرِ الآتيةِ في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\left(\frac{٤^{٥} \times ٧^{٦}}{٧^{-٤} \times ٤^{-٣}}\right)^{\frac{١}{٢}}$ ب) $\sqrt[٥]{\frac{٨^{٥} \times ٩^{١٥}}{(٢ \times ٤)^{١٠}}}$

أختبرُ تعلُّمي

١) أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $(٢٥)^{\frac{٣}{٢}}$ ب) $(٦٤)^{\frac{-٤}{٣}}$ جـ) $\frac{(٣٢)^{\frac{١}{٣}}}{\sqrt[٣]{٤}}$ د) $(\sqrt[٧]{١٣})^{-٧}$

٢) أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\frac{(\sqrt{١١} - \sqrt{٦})^{-٥}}{(\sqrt{١١} - \sqrt{٦})^{-١٠}}$ ب) $\left(\frac{١}{(\sqrt{٣})^{-٥}}\right)^{٢}$

جـ) $\sqrt{٨^{-٦} \times (٨^{-٤})^{٢}}$ د) $\sqrt[٣]{\frac{(٢ \times ٥)^{٧} \times ٢^{٦}}{١٠^{٣} \times ٨٠}}$

٣) أجابَ رشيدٌ عنْ ورقةِ عملٍ خاصَّةٍ بقوانينِ الأسسِ كالآتي، أُساعدُهُ على الحكمِ على صحَّةِ إجابةِ كلِّ سؤالٍ؛ موضحًا ذلكَ في العمودِ الثاني منَ الجدولِ:

السؤالُ	الإجابةُ (معَ التوضيحِ)
$٤^{٠,٢٥} \times ٤^{٠,٧٥} = ٤$	
$ع^{-٧} \div ع^{١٠} = ع^{٣}$	
$\sqrt[٦]{س^{-٦}} = -س$	
$(-٣\,ل^{٣})^{٢} = -٣\,ل^{٦}$	
$\sqrt{ص^{-٨} \times (ص^{-٢})^{٣}} = ص^{٧}$	
$٥\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٥} = ١٠\sqrt{٥}$	
$\left(\sqrt[٤]{\frac{٤٥}{١٢٥}}\right)^{٢} = \frac{٣}{٥}$	

مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ مسألةً رياضيَّةً تعتمدُ على الأُسسِ، تُوضِّحُ انتشارَ فيروسِ كورونا.

أمسحُ رمزَ الاستجابةِ السريعةِ المجاورَ؛ لمشاهدةِ الفيديو الذي يشرحُ النموَّ المتسارعَ لفيروسِ كورونا.

أبحثُ عنْ اسمِ العالِمِ المسلمِ الذي يُعدُّ أوَّلَ منْ استعملَ الأُسسَ السالبةَ، وعنْ اسمِ أوَّلِ عالِمٍ استعملَ الأُسسَ النسبيَّةَ في الرياضيّاتِ.

نشاطٌ أُجيبُ عنْ كلِّ سؤالٍ في ما يأتي:

أوّلًا: النسبُ المثلثيةُ الأساسيةُ للزاويةِ الحادّةِ

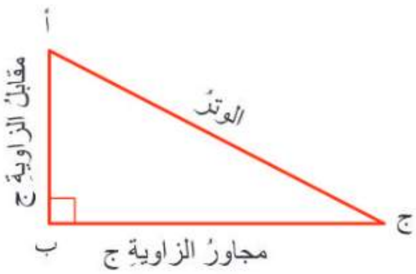
ماذا سأتعلَّمُ؟

- جيبُ الزاويةِ (جا).
- جيبُ التمامِ (جتا)
- الظلُّ (ظا)
- مقابلُ الزاويةِ.
- مجاورُ الزاويةِ.

هلْ سمعتُ بطائرِ الكويتزال؟

وقعَ طائرُ الكويتزال بشِباكِ أحدِ الصيّادينَ؛ فأرادتْ لجنةُ حمايةِ البيئةِ إنقاذَهُ لأنَّهُ مهدَّدٌ بالانقراضِ. ثُبِّتَ سلَّمٌ طولُهُ ١٠م على غصنِ شجرةٍ بزاويةِ ٥٧° بينَ حافَّةِ السلَّمِ وسطحِ الأرضِ. ما ارتفاعُ الشجرةِ؟

أُلاحظُ أنَّ إيجادَ المطلوبِ في مسألةِ طائرِ الكويتزال؛ يتطلَّبُ قانونًا يربطُ الزاويةَ معَ الوترِ، فهُما المعطيانِ الوحيدانِ في المسألةِ.
يُمكنُني إيجادُ ارتفاعِ الشجرةِ باستعمالِ نسبةِ جيبِ الزاويةِ، إذْ إنَّ:



جيبَ الزاويةِ ج = جا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{\text{أب}}{\text{أج}}$

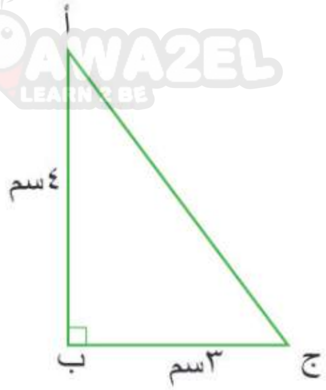
جيبُ تمامِ الزاويةِ ج = جتا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{\square}{\square}$

- الزاويتانِ ج ، أ زاويتانِ ______ ؛ لأنَّ قياسَ كلٍّ منْهُما أكبرُ منْ صفرٍ وأقلُّ من ٩٠°
- أُسمّي المثلَّثَ أ ب ج مثلَّثًا ________ ؛ لأنَّ قياسَ الزاويةِ ب = ٩٠°
- الضلعُ المقابلُ للزاويةِ أ هوَ ________ ، وجيبُ الزاويةِ أ = جا أ = $\frac{\square}{\square}$
- الضلعُ المجاورُ للزاويةِ أ هوَ ________ ، وجيبُ تمامِ الزاويةِ أ = جتا أ = $\frac{\square}{\square}$
- ظلُّ الزاويةِ أ = ظا أ = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ أ}}{\text{طولُ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ أ}} = \frac{\square}{\square}$

أتعلَّمُ

- **جيبُ الزاويةِ** الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المقابلَ}}{\text{الوترِ}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الوترِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (جا) وبالإنجليزيَّةِ (Sine) واختصارًا (sin).
- **جيبُ تمامِ** الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المجاورَ}}{\text{الوترِ}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الوترِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (جتا) وبالإنجليزيَّةِ (Cosine) واختصارًا (cos).
- **ظلُّ الزاويةِ** الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المقابلَ}}{\text{المجاورِ}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الضلعِ المجاورِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (ظا) وبالإنجليزيَّةِ (Tangent) واختصارًا (tan).

مثالٌ (١)



الشكلُ المجاورُ يُبيِّنُ المثلَّثَ أ ب ج القائمَ الزاويةِ في ب، فيهِ أ ب = ٤ سم، ب ج = ٣ سم. أجدُ: جا أ ، جا ج، جتا ج، ظا ج.

الحلُّ: أجدُ طولَ الوترِ (أ ج) باستعمالِ نظريَّةِ فيثاغورس.

$(\text{الوتر})^{2} = (\text{أ ب})^{2} + (\text{ب ج})^{2}$ نظريَّةُ فيثاغورس.

$(\text{أ ج})^{2} = ٤^{2} + ٣^{2}$ تعويضٌ.

$(\text{أج})^{2} = ١٦ + ٩ = ٢٥$

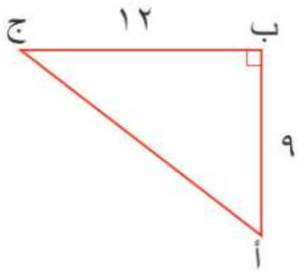
$\therefore$ أج = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم أخذُ الجذرِ التربيعيِّ للطرفين.

$\text{جا أ} = \dfrac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ أ}}{\text{طولِ الوترِ}} = \dfrac{٣}{٥}$ نسبةُ جيبِ الزاويةِ، تعويضٌ.

$\text{جا ج} = \dfrac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \dfrac{٤}{٥}$ نسبةُ جيبِ الزاويةِ، تعويضٌ.

$\text{جتا ج} = \dfrac{\text{طولَ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \dfrac{٣}{٥}$ نسبةُ جيبِ تمامِ الزاويةِ، تعويضٌ.

$\text{ظا ج} = \dfrac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}} = \dfrac{٤}{٣}$ نسبةُ ظلِّ الزاويةِ، تعويضٌ.



أحاولُ بناءً على الشكلِ المجاورِ، أجدُ جا أ ، جا ج، جتا أ، ظا أ

أتعلَّمُ

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ جيبِ زاويةٍ معلومةٍ حسبَ الخطواتِ الآتيةِ:

أتأكَّدُ أنَّ النظامَ في الآلةِ الحاسبةِ بالدرجاتِ (Degrees). ← أُدخلُ قياسَ الزاويةِ المطلوبةِ. ← أضغطُ على المفتاحِ (sin).

تنويهٌ: - في بعضِ الآلاتِ الحاسبةِ؛ أحتاجُ إلى الضغطِ على مفتاحِ (sin) أوَّلًا، ثمَّ إدخالِ قياسِ الزاويةِ المطلوبةِ.

- لإيجادِ جيبِ تمامِ زاويةٍ معلومةٍ، أستعملُ المفتاحَ (cos).
- لإيجادِ ظلِّ زاويةٍ معلومةٍ، أستعملُ المفتاحَ (tan).

مثالٌ (٢)

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ جا ٤٨°

الحلُّ:

١) أتأكَّدُ منْ ضبطِ نظامِ الدرجاتِ (Deg).

٢) أُدخلُ قياسَ الزاويةِ (٤٨).

٣) أضغطُ على المفتاحِ (sin).

٤) الناتجُ: جا ٤٨° ≈ ٠,٧٤

أحاولُ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجاد ما يأتي:

١) جا ٧٩°　　٢) - جا ١٥°　　٣) جتا ٦٥°　　٤) ظا ٨٠°

أتعلَّمُ

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ؛ إذا علمتُ قيمةَ الجيبِ لَها حسبَ الخطواتِ الآتيةِ:

أُدخلُ قيمةَ جيبِ الزاويةِ. ← أضغطُ على مفتاحِ (Inv) أوْ (shift). ← أضغطُ على المفتاحِ (sin).

تنويهٌ

١) توجدُ آلاتٌ حاسبةٌ فيها مفتاحُ ($\sin^{-1}$)، وبهذهِ الحالةِ أضغطُ على المفتاحِ ($\sin^{-1}$)، ثمَّ أُدخلُ قيمةَ الجيبِ لأحصلَ على الزاويةِ المطلوبةِ.

٢) توجدُ آلاتٌ حاسبةٌ أُخرى أضغطُ بِها على مفتاحِ (Inv) ثمَّ (sin) أوْ ($\sin^{-1}$)، وبعدَها أُدخلُ قيمةَ النسبةِ المثلَّثيَّةِ للزاويةِ المطلوبةِ ثمَّ (=) أوْ (enter).

مثالٌ (٣)

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ س؛ حيثُ جا س = ٠,٧

الحلُّ:

١) أتأكَّدُ منْ ضبطِ الآلةِ على نظامِ الدرجاتِ.

٢) أُدخلُ قيمةَ جيبِ الزاويةِ ٠,٧

٣) أضغطُ على المفتاحِ (Inv) ثمَّ (sin).

٤) الناتجُ: قيمةُ الزاويةِ س ≈ ٤٤,٤°

أحاولُ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ س في كلٍّ ممّا يأتي:

١) جا س = ٠,٦٥　　٢) جتا س = ٠,٣٧　　٣) ظا س = ٠,٥٨

أختبرُ تعلُّمي

١) المثلَّثُ أ ب ج قائمُ الزاويةِ في ب، فيهِ أ ب = ١٢ سم، أ ج = ٢٠ سم. أجدُ كلًّا ممّا يأتي:

أ) ب ج

ب) جا أ

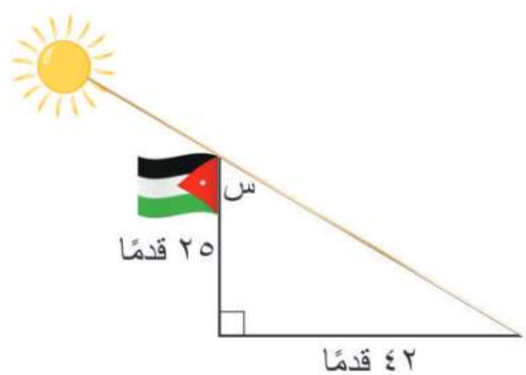
جـ) جتا ج

د) ظا أ

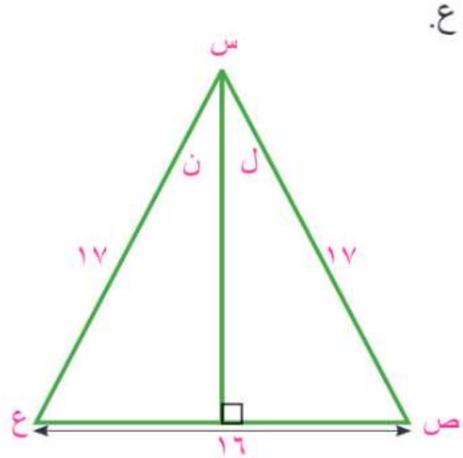
هـ) قياسُ الزاويةِ (أ) باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ (إلى أقربِ عددٍ صحيحٍ).

و) قياسُ الزاويةِ (ج).

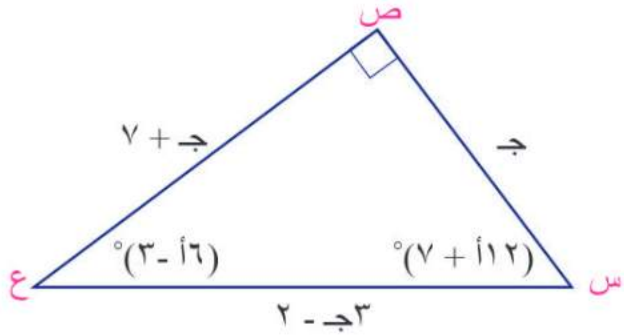
٢) ساريةُ علمٍ بطولِ ٢٥ قدمًا تُلقي بظلٍّ طولُهُ ٤٢ قدمًا. ما قياسُ الزاويةِ س التي تضربُ فيها الشمسُ قمَّةَ ساريةِ العلمِ؟



٣) أتأمَّلُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أجدُ جا ن، جا ص،
وقياسَ كلٍّ منَ الزوايا س، ص، ع.



٤) المثلَّثُ س ص ع قائمُ الزاويةِ في ص، كما يُوضِّحُ الشكلُ المجاورُ، أجدُ قيمةَ كلٍّ منْ: أ ، جـ ، جتا س، ظا ع.



٥) أقرأُ البطاقاتِ الآتيةَ، ثمَّ أختارُ البطاقةَ (البطاقاتِ) الصحيحةَ منْها. أُبرِّرُ إجابتي:

- إذا كانتْ هـ زاويةً حادَّةً؛ فإنَّ جا هـ > ١
- إذا كانتْ: ٤٥° > هـ > ٩٠° فإنَّ ظا هـ > ١
- إذا كانتْ (س) زاويةً حادَّةً، بحيثُ جا س = جتاس؛ فإنَّ س = ٤٥°
- كلَّما زادَ قياسُ الزاويةِ الحادَّةِ زادتْ قيمةُ ظلِّها.
- إذا كانتْ (س) زاويةً حادَّةً، بحيثُ ظا س =١ فإنَّ س = ٤٥°
- إذا كانتْ هـ زاويةً حادَّةً؛ فإنَّ جتا هـ < ١
- إذا كانتْ هـ زاويةً حادَّةً؛ فإنَّ ظا هـ ≤ ١
- كلَّما زادَ قياسُ الزاويةِ الحادَّةِ، زادتْ قيمةُ جيبِ تمامِها.

أبحثُ

- عنْ أكبرِ قيمةٍ لجيبِ الزاويةِ وأقلِّ قيمةٍ لهُ.
- عنْ سببِ تسميةِ جيبِ الزاويةِ هذا الاسمَ.
- للعربِ والمسلمينَ إنجازاتٌ مهمَّةٌ في علمِ حسابِ المثلَّثاتِ، أبحثُ عنِ العالِمِ المسلمِ الذي يُعدُّ أوَّلَ منْ استعملَ مصطلحَي جيبِ الزاويةِ وجيبِ التمامِ، وأكتبُ عنهُ وعنْ إنجازاتِهِ.

- أمسحُ رمزَ الاستجابةِ السريعةِ المجاورَ؛ لأخذِ لمحةٍ عنْ أهمِّيَّةِ علمِ حسابِ المثلَّثاتِ.

المادة التعليمية للبرنامج العلاجي

المرحلة التحضيرية

للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات

الصف : الحادي عشر العلمي

المصدر: المادة التعليمية المساندة لمبحث الرياضيات

4

النتاجات: • أتعرَّفُ الاقترانَ.
• أجدُ قاعدةَ اقترانٍ.

النشاطُ 1 القيمةُ العدديةُ لمقدارٍ جبريٍّ.

1) إذا كانَتْ قيمةُ $x = 3$ وكانَتْ قيمةُ $y = 5$ وأجدُ ناتجَ ما يأتي :

ـ أُعوّض قيمةَ كلٍّ منْ x, y
ـ أُجري العملياتِ الحسابيةَ

① $2x + 3y$ $= 2(3) + 3(5)$ $= 6+15 = 21$	② $4x + 2y$ $= 4(3) + 2(.........)$ $= ....+10 = 22$	③ $3y + 7x$ $= ....$

2) في أحدِ الأنديةِ الرياضيةِ يكافئُ النادي اللاعبَ مقابلَ كلِّ هدفٍ يُحرزُهُ بـ 4 دنانيرَ وعليهِ أُكملُ الجدولَ الآتيَ:

اسمُ اللاعبِ	عددُ الأهدافِ	العمليةُ الحسابيةُ	المبلغُ بالدينارِ
سيفٌ	3	3×4	12
زيدٌ	4	....	16
أنسٌ	2	2×4	....
محمودٌ	n	$n \times 4$	$4n$
يوسفُ	x	....	....

أتذكَّرُ
$n \times 4 = 4n$

3) أكملُ جدولَ المدخلاتِ والمخرجاتِ في ما يلي:

المخرجةُ $y = 4x - 2$	المدخلةُ (x)
$y = 4(1) - 2 = 2$	1
$y = 4(......) - 2 = 6$	2
$y = 4(......) - 2 = ...$	3

أتعلَّمُ

تُسمَّى العلاقةُ بينَ المدخلةِ x والمخرجةِ y اقترانًا؛ حيثُ إنَّ الاقترانَ هوَ: علاقةٌ تربطُ كلَّ قيمةٍ منَ المدخلاتِ **بقيمةٍ واحدةٍ فقطْ** منَ المخرجاتِ. ويمكنُ التعبيرُ عنِ الاقترانِ بطرائقَ مختلفةٍ.

النشاطُ 2 وصفُ قاعدةِ اقترانٍ بالكلماتِ وجبريًّا.

1) أكملُ الجدولَ الآتي:

المقدارُ الجبريُّ	الجملةُ
$3x + 2$	المتغيرُ x مضروبًا بـ 3 ومضافًا إليْهِ 2
$4(x - 2)$	المتغيرُ x مضروبًا بـ 4 ومطروحًا منْهُ 1
	المتغيرُ x مطروحًا منْهُ 2 ومضروبًا بالعددِ 4
	المتغيرُ x مضافًا إليْهِ 7 ومضروبًا بـ 2

2) أكتبُ **آلةَ الاقترانِ** في ما يلي، ثمَّ أعبِّرُ عنْها جبريًّا:

① آلةُ الاقترانِ المعطاةُ نضربُ المدخلةَ x في 2، ثمَّ نضيفُ 3: $x \longmapsto \boxed{\times 2} \longmapsto \boxed{+3} \longmapsto$

إذنْ، يُمكنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ بالصورةِ **الجبريةِ** $x \longmapsto 2x + 3$

أوْ بصورةِ **معادلةٍ** $y = 2x + 3$

② آلةُ الاقترانِ المعطاةُ: نضربُ المدخلةَ x في .... ، ثمَّ نطرحُ 3: $x \longmapsto \boxed{\times 5} \longmapsto \boxed{-3} \longmapsto$

إذنْ يُمكِنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ بالصورةِ **الجبريةِ** ....

أوْ بصورةِ **معادلةٍ** ....

③ آلةُ الاقترانِ المعطاةُ: نُضيفُ 5 إلى المدخلةِ x ، ثمَّ نضربُ الناتجَ بـ 3:

إذنْ يُمكِنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ بالصورةِ **الجبرية** ....

أو **معادلة** .... $\longleftarrow x$

$x \longmapsto \boxed{+5} \longmapsto \boxed{+3} \longmapsto$

④ آلةُ الاقترانِ المعطاةُ: نطرحُ 2 منَ المدخلةِ x ، ثمَّ نضربُ الناتجَ بـ ....

إذنْ، يُمكِنُني كتابةُ قاعدةِ الاقترانِ بالصورةِ **الجبرية**

$x \longmapsto (x - 2) \times 5$

أو بصورةِ **معادلةٍ** على الشكلِ .... = y

$x \longmapsto \boxed{-2} \longmapsto \boxed{\times 5} \longmapsto$

⑤ $x \longmapsto \boxed{\times 6} \longmapsto \boxed{-2} \longmapsto$

⑥ $x \longmapsto \boxed{+6} \longmapsto \boxed{\times 2} \longmapsto$

3) أُمثِّلُ جدولَ المدخلاتِ والمخرجاتِ الآتيَ باستخدامِ **المخطّطِ السهميِّ**:

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
0	-2
1	0
2	2
3	4

$0 \longrightarrow -2$

$1 \longrightarrow .....$

$2 \longrightarrow 2$

$3 \longrightarrow .....$

4) معتمدًا على الاقترانَ: $x \longmapsto x + 4$

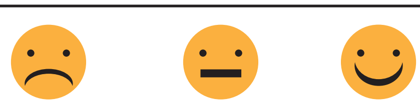
① أجدُ المخرجاتِ المناظرةَ للمدخلاتِ 1,2,3,4

② أُمثِّلُ المدخلاتِ والمخرجاتِ **بمخطّطٍ سهميٍّ**

المدخلةُ (x)	المخرجةُ (y)
1	....
2	....
3	....
4	....

المدخلاتُ	المخرجاتُ
1	.....
2	.....
3	.....
4	.....

أَضَعُ ✓ أَسْفَلَ الصورةِ التي تمثِّلُ تَعَلُّمي



3 الاقترانُ التربيعيُّ

النتاجُ: • أذكرُ خصائصَ الاقترانِ التربيعيِّ.
• أمثلُ الاقترانَ التربيعيِّ بيانيًّا في المستوى الإحداثي.

نشاط 1 خصائصُ الاقترانِ التربيعيِّ

أتعلمُ

الاقترانُ التربيعيُّ هو كلُّ اقترانٍ يكتبُ على الصيغة $f(x) = ax^2 + bx + c$ حيثُ a,b,c أعدادٌ حقيقيةٌ $a \neq 0$

ويسمى الاقترانُ $f(x) = ax^2$ بالاقترانِ الرئيسِ لأنه أبسطُ صورة للاقترانِ التربيعيِّ.

أتعلمُ

القطعُ المكافئ: هو الشكلُ الناتجُ عن تمثيلِ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا $f(x) = ax^2 + bx + c$ ويكونُ على شكلِ $\cap$ إذا كان $a<0$ أو على شكلِ $\cup$ إذا كانت $a>0$

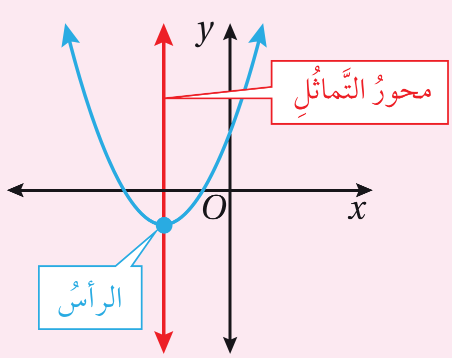
محورُ التماثلِ: الخطُّ الرأسيِّ الذي يقسمُ الشكلَ إلى قسمين متماثلين ومعادلتهُ $x = -\frac{b}{2a}$

رأس القطعِ: نقطةُ تقاطعِ محورِ التماثلِ معَ منحنى القطعِ، وإحداثياتهُ $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

وتكون: $\begin{cases} \text{قيمةً عظمى إذا كانتْ } a<0 \\ \text{وقيمةً صغرى إذا كانتْ } a>0 \end{cases}$

المجال: مجالُ الاقترانِ التربيعيِّ دائما هو $(-\infty, \infty)$

المـــدى: $\begin{cases} \{y \mid y \geq f\left(\frac{-b}{2a}\right)\} \text{ إذا كانت } a>0 \\ \{y \mid y \leq f\left(\frac{-b}{2a}\right)\} \text{ إذا كانت } a<0 \end{cases}$



1) أميزُ الاقترانَ التربيعيَّ في كلٍّ مما يأتي وأبررُ إجابتي:

الاقترانُ	تربيعيٌّ ومعاملاتُه	غير تربيعيٍّ	التبريرُ
$f(x) = x^2+3x-2$	✓ a =1 b =3 c =−2		لأنه على الصيغةِ $f(x) = ax^2+bx+c$
$f(x) = x^3+3x$		✓	لأنَّ أكبر قوة للمتغيرِ فيه تساوي 3
$g(x) = 4x^2+6$	✓ a =4 b =0 c =6		لأنهُ على الصيغةِ $f(x) = ax^2+bx+c$ **أتذكرُ:** أيُّ حدٍّ من حدودِ الاقترانِ التربيعيِّ غيرُ موجودٍ يكونُ معاملهُ 0
$g(x) = 4x-6$			لأنَّ قوةَ المتغيرِ فيه تساوي 1
$f(x) = 2x^3-3x^2+4$		✓	
$f(x) = x^2$	✓ a = , b = , c =		
$f(x) = 8x^3-1$			لأنَّ قوةَ المتغيرِ فيه تساوي 3

2) أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ وإحداثياتِ رأسِ القطعِ والقيمةِ العظمى أو الصغرى ومدى الاقتراناتِ الآتيةِ:

الاقترانُ	قيمُ المعاملاتِ a, b, c	معادلةُ محور $x = \frac{-b}{2a}$	إحداثياتُ رأسِ القطعِ $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$	القيمةُ العظمى a < 0 القيمةُ الصغرى a > 0	المدى
$f(x) = x^2+2x+1$	a =1 b = 2, c =1	$x = \frac{-2}{2(1)} = -1$ $x = -1$	$f(-1) = (-1)^2+2(-1)+1$ $= 1-2+1=0$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(-1, 0)$	بما أن a=1 للاقتران قيمةٌ صغرى مقدارُها -1	$[-1, \infty)$ $\{y \mid y \geq -1\}$
$f(x) = x^2-6x-5$	a =1 b =-6 c =−5	$x = \frac{-(-6)}{2(1)}$ $x =$	$f(3) =$ $= -14$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ (3,)	بما أن a=1 للاقتران قيمةٌ .... مقدارُها......	$[......, \infty)$ $\{y \mid y \geq ......\}$
$f(x) = -2x^2+4x$	a = b = c = 0	$x =$ $=$	$f(\ ) =$ $= 2$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ (,)	بما أن...=a للاقتران قيمةٌ عظمى مقدارُها......	$(-\infty, ...]$ $\{y \mid y \leq ......\}$
$f(x) = 4x^2-7$	a = b = c =	$x =$	$f(\ ) =$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ (,)	بما أن...=a للاقتران قيمةٌ .... مقدارُها......	$[......, \infty)$ $\{y \mid y \geq ......\}$
$f(x) = -3x^2-6x-5$					
$f(x) = -x^2+6x$					
$f(x) = x^2-2x+4$					

نشاط 1 تمثيلُ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا

خطواتُ تمثيلِ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا

أحددُ اتجاهَ القطعِ: $a > 0$ مفتوحٌ للأعلى $\cup$ ، $a < 0$ مفتوحٌ للأسفلِ $\cap$

↓

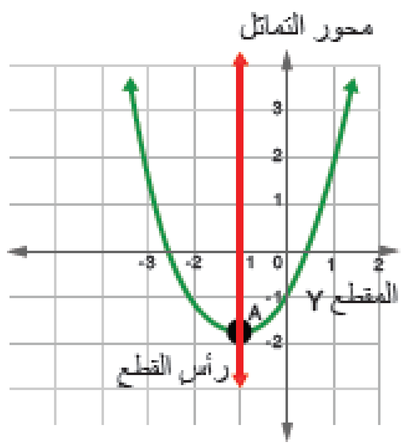
أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ

↓

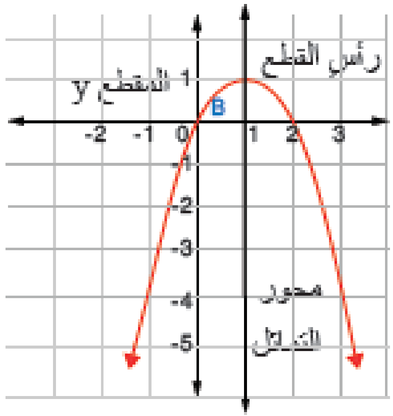
أجدُ إحداثياتِ رأسِ القطعِ

أجدُ أحداثياتِ المقطعِ y ، أختارُ قيمةً للمتغيرِ x تقعُ في جهةِ المقطعِ y نفسِها

1) أمثلُ الاقترانَ $f(x)=x^2+2x-1$ بيانيًّا

السؤال	الحلُّ	التمثيلُ البيانيُّ
1 أجدُ قيمَ المعاملاتِ a,b,c	a= b= c=	
2 أحددُ اتجاهَ القطعِ	بما أنَّ a=1 فإنَّ المنحنى مفتوحٌ للأعلى.	
3 أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ	$x =$ $x = -1$	
4 أجدُ إحداثياتِ رأسِ القطعِ	$f(-1)=$ إحداثياتِ الرأسِ (,)	
5 أجدُ المقطعَ y	المقطعُ y هو قيمةُ الثابتِ c فالمقطعُ يساوي -1 إذنْ إحداثياتِ المقطعِ y هو $(0, -1)$	
6 أختارُ قيمةً للمتغيرِ x والقيمةَ المناظرةَ لها في الاقترانِ $f(x)$	أختارُ قيمةَ $x =$ $f(1)=1^2+2(1)-1=2$ أحصلُ على الزوجِ المرتبِ $(1,2)$	المجالُ $(-\infty,\infty)$ المدى { y | } او
7 أعينُ النقاطَ على المنحنى وأصلُ بينَها بخطٍّ منحنٍ، فيظهرُ الشكلُ في التمثيلِ البياني.	إحداثياتُ الرأسِ (,) إحداثياتُ المقطعِ y (,) إحداثياتُ نقطةٍ على المنحنى (,)	القيمةُ الصغرى هي -2

2) أمثلُ الاقترانَ $f(x) = -x^2 + 2x$ بيانيًّا

<table>
<tr><th>السؤالُ</th><th>الحلُّ</th><th>التمثيلُ البيانيُّ</th></tr>
<tr><td>1 أجدُ قيمَ المعاملاتِ a,b,c</td><td>a=   b=   c=</td><td rowspan="4">
</td></tr>
<tr><td>2 أحددُ اتجاهَ القطعِ</td><td>بما أنَّ $a=-1$ فإنَّ المنحنى مفتوحٌ................</td></tr>
<tr><td>3 أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ</td><td></td></tr>
<tr><td>4 أجدُ إحداثياتِ رأسِ القطعِ</td><td>إحداثياتُ الرأسِ (,)</td></tr>
<tr><td>5 أجدُ المقطعَ y</td><td>المقطعُ y يساوي
اذنْ احداثياتُ المقطعِ y
(,)</td><td rowspan="3">المجالُ ....
المدى ....
القيمةُ العظمى.........</td></tr>
<tr><td>6 أختارُ قيمةً للمتغيرِ x والقيمةَ المناظرةَ لها في الاقترانِ $f(x)$</td><td>أختارُ قيمةً $x =$
............: ....
أحصلُ على الزوجِ المرتبِ
(,)</td></tr>
<tr><td>7 أعينُ النقاطَ على المنحنى وأصلُ بينها بخطٍّ منحنٍ، فيظهرُ الشكلُ في التمثيلِ البيانيِّ.</td><td>إحداثياتُ الرأسِ (,)
إحداثياتُ المقطعِ y (,)
إحداثياتُ نقطةٍ على المنحنى
(,)</td></tr>
</table>

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدربُ" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحددُ خواصَّ الاقترانِ التربيعيِّ ( )	• أمثلُ الاقترانَ التربيعيَّ بيانيًّا ( )	

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًا

النتاجُ: • أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بيانيًّا.

نشاط 1 أحلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ بيانيًّا

أولًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًّا

أتذكرُ

المعادلةُ: هي جملةٌ تتضمنُ إشارةَ مساواةٍ تدلُ على تساوي المقدارينِ في طرفيها، وقد تتضمن أعدادًا مجهولة تسمى متغيراتٍ مثل: x, y **حلُّ المعادلةِ:** هو قيمةٌ عدديةٌ للمتغيرِ تجعلُ المساواة صحيحةً. **مثال:** (المعادلةُ) $2x+1=5$ فإن (حل المعادلةِ) $x=2$.

أتعلمُ

المعادلةُ التربيعيةُ: هي معادلةٌ غيرُ خطيةٍ يمكنُ كتابتُها على الصورةِ: $ax^2+bx+c=0$، حيث $a\neq0$.

حلُّ المعادلةِ التربيعيةِ: هو تحديدُ القيمِ التي يقطعُ عندها منحنى الاقترانِ المرتبط المحورَ x، وتسمى تلك القيمُ جذورَ المعادلةِ أو أصفارَ الاقتران. **مثالٌ:** (المعادلةُ التربيعيةُ) $x^2-2x-8=0$ فإن (حلَّ المعادلةِ التربيعيةِ) $x=-2, 4$

حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًّا:

1- أكتب المعادلة بالصورة القياسية $ax^2+bx+c=0$

2- أمثلُ بيانيًّا الاقتران المرتبط $f(x)=ax^2+bx+c$

3- أجدُ القيمَ التي يقطعُ عندهَا المنحنى المحورَ x

لحلِّ معادلةٍ تربيعيةٍ يمكنُ استعمالُ إحدى الطريقتين:

حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ جبريًّا:

1- حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ.

2- حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بإكمالِ المربعِ.

3- حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ.

1) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2 - 4x = -3$ بيانيًّا:

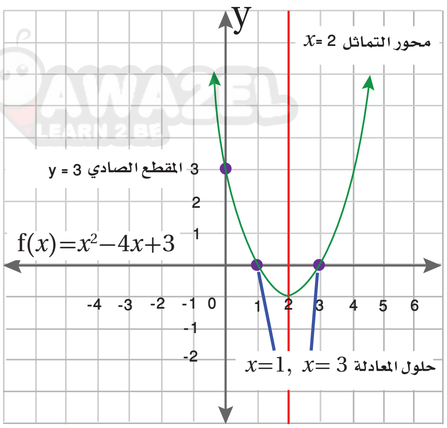
الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ: $x^2 - 4x + 3 = 0$

أمثّلُ الاقترانَ المرتبطَ بيانيًّا: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

ألاحظُ أن القيمَ التي يقطعُ عندَها المنحنى المحورَ x:

$x = 1, x = 3$

إذن: حَلُّ المعادلةِ التربيعيةِ هو $x = 1, x = 3$



2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x - x^2 = -6$ بيانيًّا:

الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ: ....

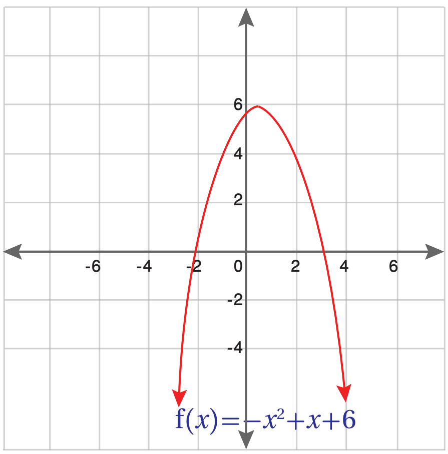
أمثّلُ الاقترانَ المرتبطَ بيانيًّا: $f(x) =$.................

ألاحظُ أن القيمَ التي يقطعُ عندَها المنحنى المحورَ x:

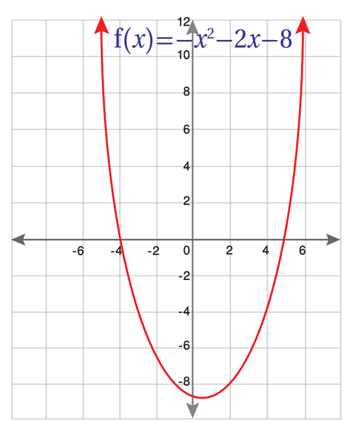
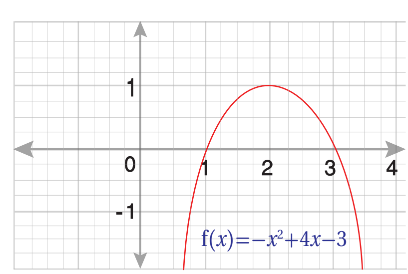
$x=$............, $x=$...........

إذن: حَلُّ المعادلةِ التربيعيةِ

هو $x=$............, $x=$............

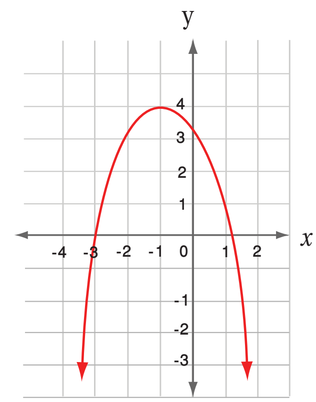
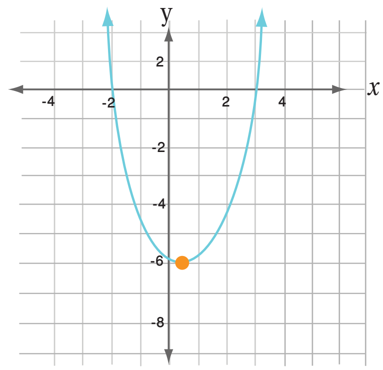
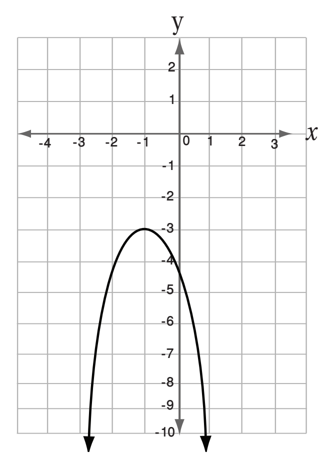
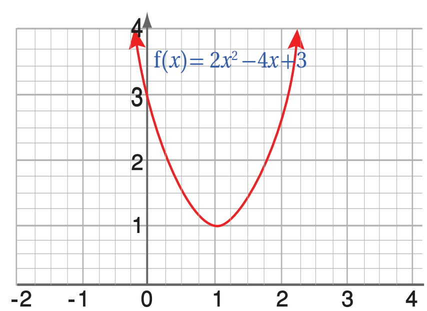
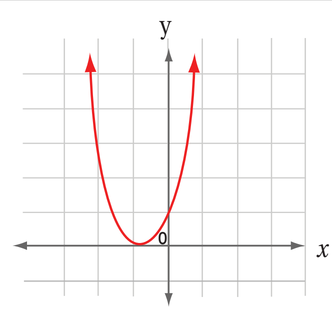
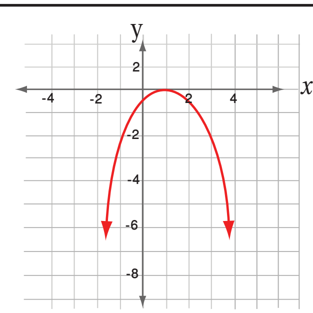


3) أكتبُ حلولَ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ بيانيًّا:

تمثيلُ الاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ بيانيًّا	حَلُّ المعادلةِ
	$x_1=$................ $x_2=$................
	$x_1=$................ $x_2=$................

ثانيًا: عددُ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ

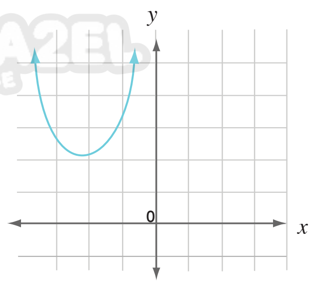
1) أحددُ عددَ قيمِ x التي تمثلُ حلولًا للمعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ (أصفار الاقترانِ، جذورُ المعادلةِ)، ثم أبررُ إجابتي:

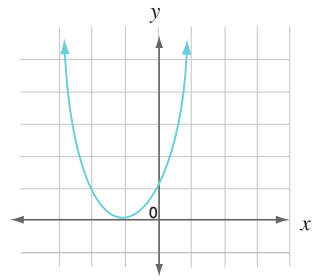
منحنى الاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ التربيعيةِ		حلولُ المعادلةِ
		عددُ الحلولِ (عددُ قيمِ x): .... التبريرُ: ....
		عددُ الحلولِ (عددُ قيمِ x): .... التبريرُ: ....
		عددُ الحلولِ (عددُ قيمِ x): .... التبريرُ: ....

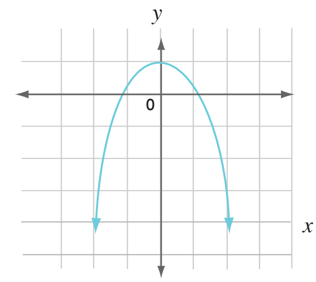
أتعلمُ

يمكنُ أن يكونَ للمعادلةِ التربيعية **حلان حقيقيانِ مختلفانِ**، أو **حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ**، أو ألا **يكونَ لها حلولٌ حقيقيةٌ**.

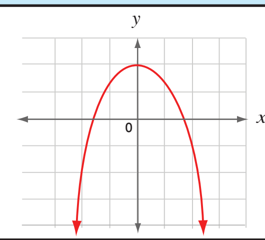
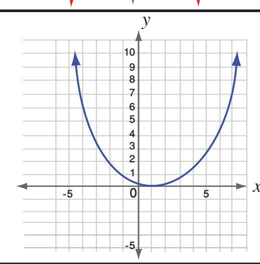
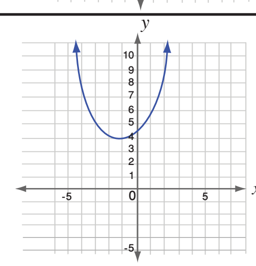
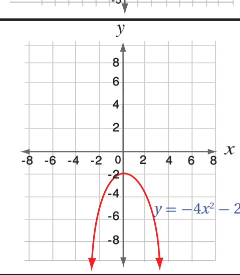
2) التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ التربيعيةِ التي لا يوجدُ لها حَلٌّ حقيقيٌّ هو:







3) أصلُ العمودَ الأولَ بما يناسبُه في العمودِ الثاني:

التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ التربيعيةِ	عددُ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلةِ التربيعيةِ
	0
	1
	2
	

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أجدُ حلَّ معادلةٍ تربيعيةٍ بيانيًّا ( )		

2 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ (1)

النتاجُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بالتحليلِ.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ

أولًا: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

أتذكرُ

بعضَ طرائقِ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ	طريقةُ التحليلِ	
2 أو أكثرُ	إخراجُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ	
2	الفرقُ بَيْنَ مربعَين	$a^2-b^2=(a+b)\,(a-b)$
3	مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ	$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
3	x^2+bx+c	$x^2+bx+c=(x+m)(x+n)$ $m+n=b$ and $mn=c$
4 أو أكثرُ	التحليلُ بتجميعِ الحدودِ	$ax+bx+ay+by=x(a+b)+y(a+b)$ $=(a+b)(x+y)$

1) أحلُّ المقدارَ الجبريَّ $6x^2+8x$:

1 أجدَ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: $2x$؛ لأنَّ

$$6x^2=2\times3\times x\times x,\ 8x=2\times2\times2\times x$$

2 أخرجُ المقدارَ $(2x)$ عاملًا مشتركًا: $\mathbf{2x}\,(3x+4)$

3 هل المقدارُ الجبريُّ $6x^2+8x=2x(3x+4)$ تمَّ تحليلُه تحليلًا كاملًا؟ أبررُ إجابتي.

نعمْ؛ لأنَّه تمَّ كتابةُ كلِّ حدٍّ من الحدودِ الجبريةِ للمقدارِ بالصورةِ التحليليةِ.

إذنْ، تمَّ تحليلُ المقدارِ الجبريَّ تحليلًا كاملًا.

أتذكرُ

حينَ لا تساوي قيمةُ العاملِ المشتركِ الأكبرُ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ 1، فإنَّ من الأسهلِ البدءَ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، ثمَّ اختيارُ طريقةِ التحليلِ المناسبةِ.

أتذكرُ

إذا كانـتْ c موجبـةً، و b سـالبةً فـي ثلاثـيِّ الحـدودِ x^2+bx+c، فـإنَّ لـكلٍّ مـن n, m إشـارةً سـالبةً.

2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $x^2 - 6x + 8$:

1 أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: 1

2 أختارُ طريقةَ التحليلِ المناسبةَ: تحليلُ ثلاثيةِ الحدودِ

$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$

$m + n = b$ and $mn = c$

بما أنَّ c=.........، و b=...........، فيجبُ إيجادُ عددينِ سالبينِ مجموعُهما .... وحاصلُ ضربِهما ....

3 أنشىءُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 8 السالبةِ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 6-:

العاملانِ الصحيحانِ

أزوجُ عواملِ العددِ 8 السالبةُ	$-1, -8$	$-2, -4$
مجموعُ العاملَينِ	-9	-6

4 أكتبُ القاعدةَ: $x^2 - 6x + 8 = (x + \mathbf{m})(x + \mathbf{n})$

5 أعوضُ $m = -2,\ n = -4$ $= (...........)(...........)$

3) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

1 x^2+3x+2

2 $2x^2-2x-24$

ثانيًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ

أتعلمُ

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ: إذا كان حاصلُ ضربِ عددينِ حقيقيينِ صفرًا، فإن أحدَهما على الأقلِّ يجبُ أنْ يكونَ صفرًا، **مثالٌ:** $x(x+1)=0$، فإن إما $x=0$، أو $x+1=0$.

1) أحَلُّ المعادلةَ $4x^2 + 20x + 25 = 0$ بالتحليلِ

أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عامِلينِ:

$4x^2+20x+25=0$

ألاحظُ:

المقدارُ الجبريُّ $4x^2+20x+25$ يتكونُ من 3 حدودٍ؛ أختارُ تحليلَهُ بإحدى الطرائقِ الثلاثةِ: (إخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، أو مربعِ كاملٍ ثلاثيٍّ، أو تحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ x^2+bx+c)؛ وبمَا أنَّ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الجبريةِ الثلاثةِ هو 1؛ فلا يمكنُ استعمالُ الطريقةِ الأولى، وبما أنَّ معاملَ x^2 $(a \neq 1)$، فلا يمكنُ تحليلُهُ باستعمالِ الطريقةِ الثانيةِ؛ لذلك عليَّ أنْ أتحققَ من شروطِ طريقةِ تحليلِ مربعِ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ.

$$4x^2 \quad + \quad 20x \quad + \quad 25$$

1 الحدُّ الأول مربعٌ كاملٌ
$4x^2 = (2x)^2$

2 الحدُّ الأوسط يساوي ضعفَ ناتجِ ضربِ الجذرِ التربيعيِّ لكلِّ مِنَ الحدّين: الأولِ، والأخيرِ.
$20x = 2(2x)(5)$

3 الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ
$25 = 5^2$

إذنْ، أحللُ المقدارَ الجبريَّ باستعمالِ مربعٍ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ:

مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

تحليلُ المقدارِ الجبريِّ هو: $4x^2+20x+25=(2x+5)^2=(2x+5)(2x+5)$

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وبما أنَّ العاملينِ متساويان فأحَلُّ المعادلةَ الخطيةَ (بينَ القوسينِ):

$$4x^2+20x+25 = 0$$
$$(2x+5)^2 = 0$$
$$2x+5 = 0$$
$$x = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

إذنْ، للمعادلةِ جذرانِ حقيقيانِ متساويان (حَلٌّ واحدٌ) هو، $\{-2\frac{1}{2}\}$

أتعلمُ

لحلِّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ، أتبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

الخطوةُ (1): أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ.

الخطوةُ (2): أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ.

الخطوةُ (3): أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةِ الضربِ الصفريِّ)، وأحلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ.

الخطوةُ (4): حلولُ المعادلةِ التربيعيةِ هي حلولُ المعادلتينِ الخطيتينِ.

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2 = 12x - 36$

1 أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ:

....

2 أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملين:

- أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: ....
- هل الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ؟ ....
- هل الحدُّ الأوسطُ يساوي $2(x)(6)$؟ ....
- هل الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ؟ ....
- هل يمكنُ تحليلُ المقدارِ الجبريِّ باستعمالِ طريقةِ المربعِ الكاملِ ثلاثيِّ الحدودِ؟ ......
- أحللُ المقدارَ الجبريَّ: $x^2-12x+36=(x-6)^2=(x-6)(x-6)$

(وبما أن العاملينِ متساويان أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، فأحَلُّ المعادلةَ الخطيةَ (بين القوسين):

....

....

إذن، للمعادلةِ جذرانِ حقيقيانِ متساويانِ (حَلٌّ واحدٌ) هو، ....

3) أحُلُّ المعادلتينِ التربيعيتينِ الآتيتينِ:

1 $9x^2-42x+49=0$

1 $x^2+6x+9=0$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخل (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحللُ المقاديرَ الجبريةَ ( )	• أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ جبريًّا ( )	

النتاجُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ على صورةِ $ax^2+bx+c=0$

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ على صورةِ $ax^2+bx+c=0$

أولًا: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ بتجميعِ الحدودِ

أتذكرُ

بعضَ طرائقِ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ	طريقةُ التحليلِ	
4 أوْ أكثرُ	التحليلُ بتجميعِ الحدودِ	$ax+bx+ay+by=x(a+b)+y(a+b)$ $=(a+b)(x+y)$

1) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $x-2x^2-18x+9$ تحليلًا كاملًا

أجمِّع الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ: $x-2x^2-18x+9=(x-2x^2)+(-18x+9)$

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ: $=x(1-2x)+9(-2x+1)$

أخرجُ $(1-2x)$ عاملًا مشتركًا: $=(1-2x)(x+9)$

2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $2x^2-12x+42-7x$ تحليلًا كاملًا:

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ: $2x^2-12x+42-7x=(\ldots\ldots\ldots\ldots)+(\ldots\ldots\ldots\ldots)$

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ: $=2x(\ldots\ldots\ldots)-7(\ldots\ldots\ldots)$

أخرجُ $(2x-7)$ عاملًا مشتركًا: $=(\ldots\ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots\ldots)$

3) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

2 $3x^2+15x-4x-20$

1 $x^2+5x-x-5$

ثانيًا: تحليلُ ثلاثيةِ الحدودِ ax^2+bx+c

أتذكرُ:

طرائقَ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ		طريقةُ التحليلِ
3	x^2+bx+c	$x^2+bx+c = (x+m)(x+m)$ $m+n=b$ and $mn=c$

أتذكرُ:

طرائقُ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

لتحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ ax^2+bx+c، أجِدُ عددَيْنِ صحيحَيْنِ m و n حاصلُ ضربِهِما يُساوي (ac)، ومجموعُهُما يُساوي b، ثمَّ أكتبُ ax^2+bx+c على الصورةِ $ax^2+mx+nx+c$، ثمَّ أُحَلِّلُ بتجميعِ الحدودِ.

1) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $2x^2+5x+3$ تحليلًا كاملًا:

بما أنَّ $c=3$، و $b=5$، و $a=2$، فيجبُ إيجادُ عددينِ موجبينِ مجموعهُما 5، وحاصلُ ضربِهما 6،

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 6 الموجبةَ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 5:

أزوجُ عواملِ العددِ 6 الموجبةُ	1, 6	2 , 3
مجموعُ العاملَينِ	7	5

العاملانِ الصحيحانِ: 2 , 3

$2x^2+5x+3 = 2x^2+mx+nx+3$ أكتبُ القاعدةَ

$= 2x^2+2x+3x+3$ أعوضُ $m=2, n=3$

$= (2x^2+2x)+(3x+3)$ أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ

$= 2x(x+1)+3(x+1)$ أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

$= (x+1)(2x+3)$ أخرجُ $(x+1)$ عاملًا مشتركًا

ألاحظ

إذا كانت إشارةُ $a.c$ موجبةً في ثلاثيِّ الحدود $ax^2 + bx + c$، فإن لكلٍّ من m و n الإشارةَ نفسَها، ويعتمدُ تحديدُ إشارتيْ m و n' (موجبةً/سالبةً) على إشارة b، فإذا كانت b موجبةً فإنَّ إشارةَ كلٍّ منهما موجبةٌ، وإذا كانت إشارةُ b سالبةً فإنَّ إشارةَ كلٍّ منهما سالبةٌ.

2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $6x^2 - x - 12$ تحليلًا كاملًا:

بما أن c=............، و b=...........، و a=.................. فيجبُ إيجادُ عددينِ سالبينِ مجموعُهما .... وحاصلُ ضربِهما ....

ألاحظُ

إذا كانت $a.c$ سالبةً في ثلاث الحدود $ax^2 + bx + c$، فإنَّ لـ m و n إشارتين مختلفتين.

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 72 مختلفةَ الإشارةِ (إشارةُ الأكبرِ سالبةٌ)، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 1-

أزواجُ عواملِ العددِ 72 مختلفةُ الإشارةِ	مجموعُ العاملينِ
-72 ,1	-71
-36,2	-34
-24 ,3	-21
-18 ,4	-14
-12 ,6	-6
العاملانِ الصحيحانِ 8, -9	-1

أكتبُ القاعدةَ
$6x^2-x-12 =$ ....

أعوضُ $m = 8, n = -9$
$=$..............................

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ
$=$ (...........)+(...........)

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ
$=$........(.........)-3(..........)

أخرجُ $(3x+4)$ عاملًا مشتركًا
$=$ (.............)(..........)

3) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

1) $6x^2+22x-8$

2) $12x^2-x-20$

ثالثًا: حَلُّ المعادلةِ التربيعيةِ على صورةِ $ax^2 + bx + c$

1) أحَلُّ المعادلةَ التربيعية $2x^2 = 13x + 7$

أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: $2x^2-13x-7=0$

أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:

ألاحظُ أنَّ الطرفَ الأيسرَ من المعادلةِ على صورةِ ax^2+bx+c

بما أن $c = -7$، و $b = -13$، و $a = 2$، فإنَّ $ac = -14$ (إشارةُ ac سالبةٌ، وإشارةُ b سالبةٌ)؛ فيجبُ إيجادُ عددينِ مختلفي الإشارةِ مجموعُهما 13- وحاصلُ ضربِهما 14-

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 14- مختلفةَ الإشارةِ (إشارةُ الأكبرِ سالبةٌ)، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 1-

أزواجُ عواملِ العددِ 14 مختلفةُ الإشارةِ	مجموعُ العاملينِ
العاملانِ الصحيحانِ 1, -14	-13
2,-7	-5

أكتبُ القاعدةَ: $2x^2-13x-7 = 2x^2+mx+nx-7$

أعوضُ $m=-14,\ n=1$: $= 2x^2-14x+1x-7$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ: $= (2x^2-14x)+(x-7)$

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ: $= 2x(x-7)+ (x-7)$

أخرجُ $(x-7)$ عاملًا مشتركًا: $= (x-7)(2x+1)$

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وأحَلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ:

$x - 7 = 0,\ 2x+1= 0$

$x = 7,\ x = \frac{-1}{2}$

إذن، للمعادلةِ جذرانِ هما: $x =7,\ x = \frac{-1}{2}$

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعية $3x^2 + 13x + 12 = 0$

- أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: $3x^2+13x+12=0$
- أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:
- ألاحظُ أنَّ الطرفَ الأيسرَ من المعادلةِ على صورةِ ax^2+bx+c

بما أنَّ c=....... ، و b=....... ، و a=....... ، فإن ac=........ (إشارةُ ac ....، وإشارةُ b ....)؛ فيجبُ إيجادُ عددينِ موجبينِ مجموعُهما .... وحاصلُ ضربِهما ....

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 36 موجبةَ الإشارةِ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 13

أزواجُ عواملِ العددِ 36 موجبةُ الإشارةِ	مجموعُ العاملينِ
1, 36	37
2, 18	20
3, 12	15
العاملانِ الصحيحانِ 4, 9	13
6, 6	12

أكتبُ القاعدةَ $3x^2 + 13x\ 12+ = ...$

أعوضُ $m = 9, n = 4$ $=.....................$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ $= (..........)+(........)$

أحللُ كُلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ $=3x(.......)+4(......)$

أخرجُ $(x+3)$ عاملًا مشتركًا $=(........)(........)$

- أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وأحَلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ: $.........=0,\ ....=0$

$x = ...,\ x = ...$

إذنْ للمعادلةِ جذرانِ هما: $x =................,\ x =.........$

3) أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ الآتيةَ:

1) $2x^2=x+6$

2) $14x^2+5=17x$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخل (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحللُ المقاديرَ الجبريةَ بتجميعِ الحدودِ ( )	• أحللُ ثلاثيةَ الحدودِ ax^2+bx+c ( )	• أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ على صورةِ $ax^2+bx+c=0$ ( )

5 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

النتاجُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ باستعمالِ القانونِ العامِّ.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

أولًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

أتعلمُ

يمكنُ حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ بالقانونِ العامِّ على النَّحوِ الآتي:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيثُ $a \neq 0$ و $b^2 - 4ac \geq 0$.

1) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $5x^2 - 2x - 4 = 0$ باستعمالِ القانونِ العامِّ

- أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركَ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ

$$5x^2 - 2x - 4 = 0$$

أكتبُ القانونَ العامَّ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- أعوضُ $a = 5, b = -2, c = -4$ في القانونِ العامِّ

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4(5)(4)}}{10}$$

- بالتبسيطِ

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{84}}{10} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{5}$$

إذنْ، جذرا المعادلةِ (حلانِ) هما: $\frac{1 + \sqrt{21}}{5}$ ، $\frac{1 - \sqrt{21}}{5}$

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $7x = 3x^2 + 3$ باستعمالِ القانونِ العامِّ:

- أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركَ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: ....=0

أكتبُ القانونَ العامَّ $x =$

- أعوضُ a=.......... , b=.........., c=...... في القانونِ العامِّ: $x =$

- بالتبسيطِ $x =$

إذن، جذرا المعادلةِ (حلانِ) هما: .... ، ....

3) أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ الآتيةَ:

1. $2x^2 = 3x - 2$
2. $x^2 + 6x + 2 = 0$

ثانيًا: عددُ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ باستعمالِ المميزِ

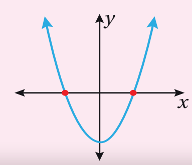
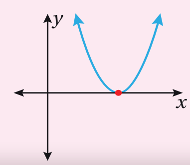
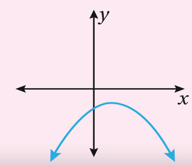
1) أحددُ عددَ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلةِ التربيعيةِ $5x^2 - 2x - 3 = 0$ باستعمالِ المميزِ

أكتبُ صيغةَ المميزِ $\Delta = b^2 - 4ac$

أعوضُ a=5, b=-2, c=-3 في صيغةِ المميزِ $\Delta = (-2)^2 - 4(5)(-3)$

أتعلمُ

مُمَيِّزُ المُعادلةِ التربيعيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ هُوَ $\Delta = b^2 - 4ac$، ويمكنُ استعمالُهُ لتحديدِ عددِ حلولِ المُعادلةِ التربيعيَّةِ كما يأتي:

إشارةُ المُمَيِّزِ Δ	$\Delta > 0$ موجبٌ	$\Delta = 0$ صفرٌ	$\Delta < 0$ سالبٌ
عددُ الحُلولِ	حلّانِ حقيقيّانِ مختلفانِ	حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ	لا توجدُ حُلولٌ حقيقيَّةٌ
مثالٌ بيانيٌّ			

بالتبسيطِ $\Delta = 4 + 60 = 64$

بما أن Δ موجبٌ، إذن للمعادلةِ حلانِ حقيقيانِ مختلفانِ

2) أحددُ عددَ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلةِ التربيعيةِ $x^2-2x+3=0$ باستعمالِ المميزِ:

أكتبُ صيغةَ المميزِ $\Delta=$.........................

أعوضُ a=........., b=........, c=......... في صيغةِ المميزِ: $\Delta=$............................

بالتبسيطِ $\Delta=$............................

بما أنَّ Δ ....، إذن ....

3) أحددُ عددَ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ:

1. $x^2=7x-1$
2. $9x^2+6x+1=0$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ (   ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ باستعمالِ القانونِ العامِّ ( )	• أحددُ عددَ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ باستعمالِ المميزِ ( )	

5 الأسسُ النسبيةُ والجذورُ

النتاجاتُ: • أربطُ بينَ الأسسِ النسبيةِ والجذورِ، وأُحوِّلُ بينَها.

نشاطُ 1 الربطُ بينَ الأسسِ النسبيةِ، والجذورِ، والتحويلُ بينَها

أتذكرُ

دليلُ الجذرِ 2 وهوَ يدلُّ على الجذرِ التربيعيِّ ولا يُكتَبُ

أتذكرُ

دليلُ الجذرِ

الأسُّ

$$x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[a]{x^{b}}$$

الأساسُ

1) أكتبُ العباراتِ الآتيةَ على الصورةِ الجذريةِ:

① $5^{\frac{1}{2}}$ $= \sqrt{5}$	② $64^{\frac{1}{2}}$
③ $(-3)^{\frac{2}{3}}$ $= \sqrt[3]{(-3)^2}$	④ $b^{\frac{-1}{3}}$ $= \sqrt[\square]{\square^{\square}}$

2) أكتبُ العباراتِ الآتيةَ على الصورةِ الأسيةِ:

① $\sqrt[3]{a^4}$ $a^{\frac{\boxed{4}}{\boxed{3}}}$	② $\sqrt{x}$ $= x^{\frac{1}{\square}}$
③ $\sqrt[3]{(y)^2}$ $= y^{\frac{\square}{\square}}$	④ $\sqrt[3]{x^6}$ $= x^{\frac{\square}{\square}} = x^{\square}$

6 ضربُ الأسسِ النسبيةِ وقسمتُها

النتاجاتُ: • أستعملُ ضربَ الأسسِ النسبيةِ، وقسمتها في إيجادِ قيمِ مقاديرَ تحتوي على أسسٍ نسبيةٍ وتبسيطِها.

نشاطٌ 1 قوانينُ الأسسِ

قاعدةُ (1) ضربُ القوى $a^m \times a^n = a^{m+n}$

3×3^4 $=\underbrace{3\times\overbrace{3\times3\times3\times3}^{\text{4 مراتٍ}}}_{\text{5 مراتٍ}}$ $=3^5$	أستخدمُ القاعدةَ 3×3^4 $=3^{(1+4)}$ $=3^5$ $a^m \times a^n = a^{m+n}$

1 $a^3\times a^5$ $=a^{(\ )+(\ )}$ $=a^{(\ )}$	2 $(-2)^3\times(-2)^4$ $=(\ \ )^{(\ )+(\ )}$	3 $f^5\times f^2\times f^3$ $=(\ \ )^{(\ )+(\ )+(\ )}$

قاعدةُ (2) قسمةُ القوى $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n},\ a\neq 0$

$\frac{3^4}{3}$ $=\frac{3\times3\times3\times\cancel{3}}{\cancel{3}}=3\times3\times3$ $=3^3$	أستخدمُ القاعدةَ $\frac{3^4}{3}$ $=3^{(4-1)}$ $=3^3$

1 $3^8\div3^4$ $=\frac{y^3}{y^3}$ $=$........	2 $\frac{a^7}{a^6}$	3 $\frac{a^{\frac{1}{5}}}{a^{\frac{4}{5}}}$