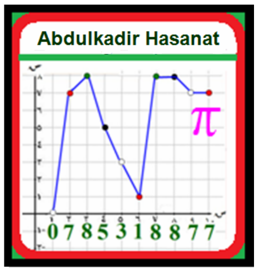


الرياضيات 2022

الصف الأول الثانوي

العلمي

مراجعة تأسيسية

مراجعة تأسيسية

إعداد الأستاذ : عبدالقادر الحسنات 078 531 88 77

عبدالقادر الحسنات

I ♥ Maths $\sqrt[3]{64}$ Ever

2 ∞ & >

I LOVE MATH
SAID NO ONE EVER!

الأستاذ
عبدالقادر الحسنات
٠٧٨٥٣١٨٨٧٧

أهم المفاهيم الأساسية

1) الأعداد السالبة والموجبة

أ) الجمع والطرح :

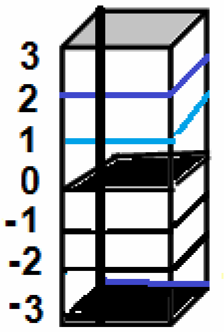
عند جمع عددين نعتبر الموجب (رصيد) أو (ربح) والسالب (دين) أو (خسارة)

مثال : (-8) + (+3) : تعني إذا كان عليك دين مقداره (8) دنانير وحصلت على رصيد لتسديد الدين مقداره (3) دنانير ، بعد التسديد ما هو وضعك المالي ؟

الجواب :يبقى عليك (5) دنانير دين ، إذاً الناتج (5 -)

أو :(- 8) + (+3) :قمتَ بعمليتين تجاريتين خسرتَ في الأولى (8) دنانير وربحتَ في الثانية (3) دنانير ماذا حدث لرأسمالك الأصلي ؟ زادَ أم نقص ؟

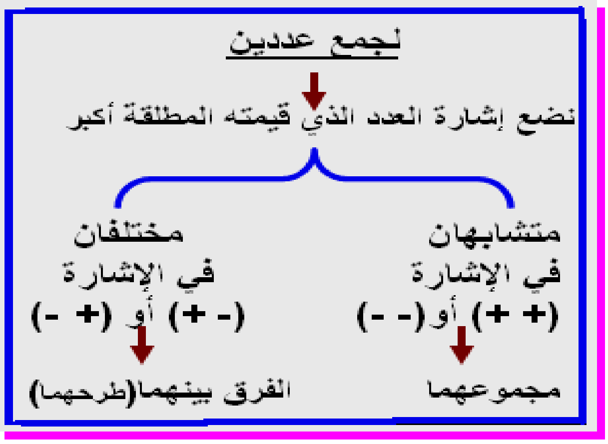
الجواب :نقصَ بمقدار (5) دنانير، إذاً الناتج (-5)



* * * كذلك يمكن أن تعتبر الموجب صعود والسالب نزول: (-3) + (+5) :
أنت في الطابق الثالث تحت الأرض (-3) وصعدت خمس طوابق ، فإلى أي طابق تصل ؟
(الطابق الثاني فوق الأرض (+2))

أيضاً : (-2) + (-3) : أنت في الطابق الثاني تحت الأرض ونزلت ثلاث طوابق فتصبح في الطابق الخامس تحت الأرض (-5)

كما يمكن استخدام القاعدة التالية:



مع ملاحظة أن (العدد الذي قيمته المطلقة أكبر) تعني العدد الأكبر بعد حذف الإشارات

مثلاً :(-5) قيمته المطلقة أكبر من (+3) لأن (5) أكبر من (3)

(-7) قيمته المطلقة أكبر من (-4) لأن (7) أكبر من (4)

مثال :

5 أكبر من 3 وإشارتها سالبة لذلك الناتج سيكون سالباً 1) (-5) + (+3)= -2 أو (-5+3=-2)

ولأنهما مختلفان في الإشارة نجد الفرق بينهما (نطرح) فيكون الجواب (-2)

4 أكبر من 2 وإشارتها سالبة لذلك الناتج سيكون سالباً 2) (- 4) + (-2)=-6 أو (-4-2=-6)

ولأنهما متشابهان في الإشارة نجد المجموع (نجمع) فيكون الجواب (-6)

6 أكبر من 2 وإشارتها موجبة لذلك الناتج سيكون موجباً 3) (-2) + (+6)=+4 أو (-2+6=+4)

ولأنهما مختلفان في الإشارة نجد الفرق بينهما (نطرح) فيكون الجواب (+4)

ملاحظة(1): إذا لم يكن هناك إشارة أمام العدد فهو موجب : 6 = + 6

فعندما لا يكون هناك أقواس(وهذا هو الأغلب مثل : 7 +3–) نعتبر العملية التي أمام العدد هي إشارته ، فهنا 3 سالبة و 7 موجبة ، والأكبر موجب ⇐ الناتج موجب : مختلفان في الإشارة ⇐ نطرح وبالتالي الناتج (+4)

2

ملاحظة(2): إذا التقت إشارتا سالب فنحولهما إلى موجب ، مثلا : 3 +=5 +2 – = 5 – – 2 –

أما إذا التقت إشارتا موجب وسالب(+ -) أو العكس (- +) فنحولهما إلى سالب

+ − }⇒ −	− − ⇒ +
− +	
إشارتان مختلفتان دائما سالب سالب سالب تعطي موجب	

مثلا: (على أساس أن 9 سالبة و 3 موجبة ⇐ نطرح) 1) -9+3=-6

(على أساس أن 7 سالبة و 2 سالبة ⇐ نجمع) 2) -7-2=-9

4) موجبة و7 سالبة وهي الأكبر ، مختلفتان في الإشارة ، إذاً نطرح) 3) 4 – 7 = - 3

(كلاهما سالب ⇐ نجمع) 4) -5x – 2x= -7x

ملاحظة(3):إذا لم يكن هناك إشارة أمام العددين وكان الجواب (لا يجوز)- أي دون التعامل مع السالب-

فنقوم بتبديل مكاني العددين ونضع إشارة سالب أمام الناتج : a – b = –(b – a)

مثلاً : 2– = (6 – 8)– = 8 – 6 ، كذلك ، 7 – 10 = – 3

تمارين

(a) 2 − 3= (b) − 3 − 5= (c) − 4 + 9= (d) 1 − 5 =

(e) − 5 − 7 = (f) − 6 + 2 = (g) 8 − 11 = (h) 2 − 10=

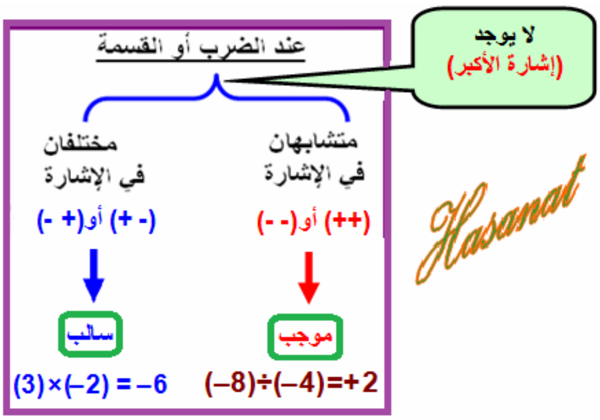
(i) −2 + 4= (j) −3 + 9 = (k) −7 + 10= (l) −6 + 1=

الإجابات	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
	-1	-8	5	-4	-12	-4	-3	-8	2	6	3	-5			

ب) **الضرب والقسمة**:عند الضرب أو القسمة لا يوجد أكبر

(متشابهان في الإشارة الناتج موجب) ،

(مختلفان في الإشارة الناتج سالب)



مثال : 1) (-5) x (+3)= -15

2) (-4) x (-2)= 8

3) (+6) x (-2)= -12

4) (-5)÷ (+5)=-1

5) (-8)÷ (-2)=4

تمارين

a) 2 × −3 = (b) −4 × 3= (c) −5 × 5= (d) −7 × −2=

e) −6 × −3= (f) 8 × −4 = (g) −9 × 3= (h) −5 × −8=

i) −10 ÷ 2 = (j) −12 ÷ 3= (k) −24 ÷ 4= (l) −42÷ 6=

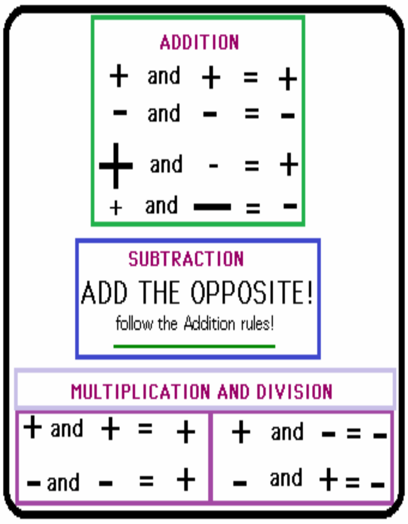
m) −10 ÷ − 5 = (n) −15 ÷ −3= (o) −36 ÷ −9= (p) 42 ÷ −7=

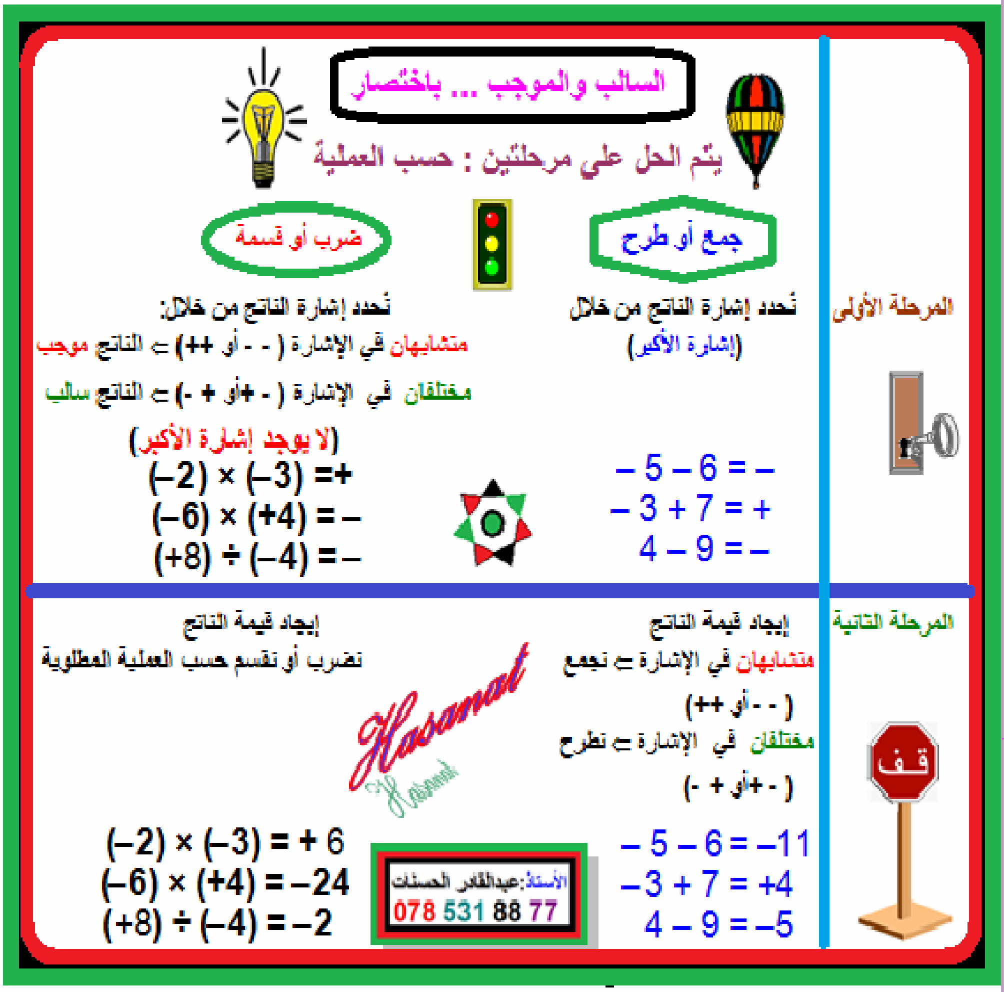
الإجابات	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p
	-6	-12	-25	14	18	-32	-27	40	-5	-4	-6	-7	2	5	4	-6

أخطاء قاتلة : بحجة سالب وسالب = موجب (الصواب(8–) لأنه جمع وليس ضرباً) 1) – 3 – 5 = + 8

2) –3×5 = +15 لأن إشارة الأكبر موجبة (الصواب(15–) لا يوجد أكبر عند الضرب)

3) – 4 – 4 = 0 (الصواب(8–) لأن كلاهما سالب فنجمع)





(a) 4 + −1 =	(b) − 6 + −2 =	(c) 8 + −7 =	(d) 3 + −5 =
(e) 1 + −7 =	(f) −3 + 3=	(g) −2 + −1=	(h) −1− 1=
i) 2 × −3 =	(j) −4 × 3=	(k) −4 × 4=	(l) −7 × −2=
m) −6 × −3=	(n) 8 × −4 =	(o) −9 × 3=	(p) −5 × −8=
q) 10 ÷ −2 =	(r) 12 ÷ − 3=	(s) −16 ÷ 4=	(t) 42 ÷ − 6=
u) −10 ÷ − 2 =	(v) −15 ÷ 3=	(w) −24 ÷ −8 =	(x) −42÷ −7=

الإجابات	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p
	3	- 8	1	- 2	- 6	0	- 3	- 2	- 6	- 12	- 16	14	18	- 32	- 27	40

الإجابات	q	r	s	t	u	v	w	x
	- 5	- 4	- 4	- 7	5	- 5	3	6

4

2) الكسور العادية

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

أ) قاعدة الجمع والطرح : نضرب بسط الأول في مقام الثاني ثم(±)
ثم بسط الثاني في مقام الأول ونقسم على حاصل ضرب المقامين

$$\frac{-3}{7}+\frac{5}{8}=\frac{-24}{56}+\frac{35}{56}=\frac{-24+35}{56}=\frac{11}{56}$$

$$3\,\frac{7}{10}=\frac{(3\times 10)+7}{10}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{4}{9}=\frac{9+20}{45}=\frac{29}{45}$$

$$\frac{6}{5}-\frac{10}{3}=\frac{6\cdot 3-10\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{18-50}{15}=\frac{-32}{15}$$

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3-2}{6}=\frac{1}{6}$$

$$\frac{7}{8}-\frac{5}{9}=\frac{63-40}{72}=\frac{23}{72}$$

ب) قاعدة الضرب:
نضرب بسط الأول في بسط الثاني مقسوما
على حاصل ضرب مقام الأول في مقام الثاني

$$\frac{-2}{5}\times\frac{1}{6}=\frac{-2\times 1}{5\times 6}=\frac{-2}{30}$$

$$\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

$b \neq 0\ ;\ c \neq 0$

ج) قاعدة القسمة:نحول القسمة إلى ضرب
ونقلب المقسوم عليه ثم نطبق قاعدة الضرب السابقة

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$$

$$\frac{5}{-6}\div\frac{-3}{2}=\frac{5}{-6}\times\frac{+2}{-3}=\frac{5\times 2}{-6\times(-3)}=\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$$

$$\frac{-4}{5}\div 2=\frac{-4}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{-4\times 1}{5\times 2}=\frac{-2}{5}$$

ملاحظة :
أي عدد أو متغير يوجد معه (3 واحدات) مخفية نُظهر منها ما يلزم للعملية الحسابية المطلوبة

$$6 = \frac{1\times 6^1}{1}$$

مثلاً:

$$7 \times 7^3 = 7^1 \times 7^3 = 7^{1+3} = 7^4$$

$$3+\frac{2}{5}=\frac{3}{1}+\frac{2}{5}=\frac{15+2}{2}=\frac{17}{5}$$

$$4x + 4 = 4x + 4(1) = 4(x+1)$$

$$3\,\frac{1}{2}=\frac{2\times 3+1}{2}=\frac{7}{2}$$

تمارين

1. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$
2. $\frac{4}{5}+\frac{1}{6}=$
3. $7-\frac{5}{8}$
4. $\frac{3}{4}\times\frac{6}{9}$
5. $\frac{-1}{7}\times\frac{2}{3}$
6. $9\times(-1\,\frac{2}{7})$
7. $(\frac{6}{8})\times(-3\,\frac{1}{2})$
8. $2\,\frac{3}{5}\times 2\,\frac{1}{6}$
9. $11\times 1\,\frac{4}{5}$
10. $11\div\frac{2}{3}$
11. $\frac{4}{6}\div\frac{1}{12}$
12. $5\,\frac{3}{4}\div\frac{2}{7}$

3) الكسور العشرية

يُسمى الكسر العادي الذي مقامه (10) أو أحد قواها (10 ، 100 ، 1000 ، ...) بالكسر العشري

مثل : $\frac{3}{10}$; $\frac{125}{10}$; $\frac{4}{100}$ ويمكن كتابة الكسر العشري باستخدام الفاصلة (.)

بشرط أن يكون عدد المنازل على اليمين مساويا لعدد الأصفار أمام العدد (1) في المقام

مثلاً : $\frac{7}{10} = 0.7$; $\frac{123}{100} = 1.23$; $\frac{25}{1000} = 0.025$

جمع وطرح الكسور العشرية: عند الجمع والطرح نكتب العددين تحت بعضهما بحيث كون الفاصلة تحت الفاصلة

$$\begin{array}{r} 31.3 \\ +16.4 \\ \hline 47.7 \end{array}$$

$$78.9 - 37.43 = \begin{array}{r} 78.90 \\ -37.43 \\ \hline 41.47 \end{array}$$

$$17 - 8.43 = \begin{array}{r} 17.00 \\ -8.43 \\ \hline 8.57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31.3 \\ -16.4 \\ \hline 14.9 \end{array}$$

$$23.6 + 1.75 + 300.002 = \begin{array}{r} 23.600 \\ 1.750 \\ +300.002 \\ \hline 325.352 \end{array}$$

$$54.26 - 1.1 = \begin{array}{r} 54.26 \\ -1.10 \\ \hline 53.16 \end{array}$$

ضرب الكسور العشرية: عند الضرب نفترض عدم وجود الفواصل ونضرب العددين الصحيحين وفي الناتج نضع الفاصلة بحيث يكون عدد المنازل على اليمين مساويا لمجموع عددي المنازل على يمين العددين

40.012 × 3.1 =

$$\begin{array}{rl} 40.012 & \leftarrow \text{3 منازل} \\ \times\ 3.1 & \leftarrow \text{منزلة واحدة} \\ \hline 40012 & \\ 120036 & \\ \hline 124.0372 & \leftarrow \text{المجموع 4 منازل} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7.3 \\ \times\ 27 \\ \hline 511 \\ +\ 1460 \\ \hline 197.1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2.25 \\ \times\ 31 \\ \hline 225 \\ +\ 6750 \\ \hline 69.75 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.45 \\ \times\ 1.2 \\ \hline 690 \\ +\ 3450 \\ \hline 4.140 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 12.3 & \rightarrow \text{1 decimal place} \\ \times\ 6.11 & \rightarrow \text{2 decimal places} \\ \hline 123 & \\ 1230 & \text{NEEDS} \\ +\ 73800 & \\ \hline 75.153 & \rightarrow \text{3 decimal places} \end{array}$$

قسمة الكسور العشرية: عند القسمة يجب أن يكون المقسوم عليه عددا صحيحا ، لذلك نُحرك الفاصلة إلى اليمين في المقسوم والمقسوم عليه حتى يصبح الأخير صحيحا ثم نقسم إلى أن نصل الفاصلة فنرفعها إلى الناتج

$$168.3 \div 9 = 18.7 \qquad 33.0 \div 6 = 5.5 \qquad 338.56 \div 23 = 14.72$$

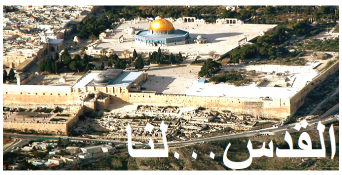
5 ÷ 1.25 =

500 ÷ 125 = 4

$$\begin{array}{r} 4 \\ 125\,)\overline{500.} \\ 500 \\ \hline 0 \end{array}$$

9.440 ÷ 2.95

$$\begin{array}{r} 003.2 \\ 295\,)\overline{944.0} \\ -0 \\ \hline 94 \\ -0 \\ \hline 944 \\ -885 \\ \hline 590 \\ -590 \\ \hline 0 \end{array}$$



Abdulkadir Hasanat
078 531 88 77

6

$x + x = 2x$

$(x)(x) = x^2$

$\frac{x}{x} = 1$

4) المقادير الجبرية:

1) مفهوم (الحد) في الرياضيات :هو أي مقدار جبري لا يحتوي على جمع (+) أو طرح (–)
مثلاً : (3xy) حد واحد بينما (4x + 2y – 5) يتكون من 3 حدود

يتكون الحد من جزأين : عددي وحرفي ، ويسمى العددي بالمعامل
مثلاً : (6xy) معامله (6) كذلك ($-3x^2$) معامله (– 3)

2) يتشابه حدان إذا كان فيهما نفس المتغيرات بنفس القوى
مثلاً : ($3x^2 y$) ، ($5x^2 y$) متشابهان ، بينما ($4x^2 y^3$) ، ($5xy^3$) غير متشابهين

3) لا يمكن جمع أو طرح إلا الحدود الجبرية المتشابهة – عندها نجمع أو نطرح المعاملات
مثلاً : ($5xy^3 + 4xy^3 = 9xy^3$) بينما ($3xy^2 + 4xy^3 =$) لا يمكن جمعهما لأنهما غير متشابهين

4) عند الضرب أو القسمة لا يشترط التشابه حيث نضرب أو نقسم المعاملات
ونجمع الأسس عند الضرب ونطرحها عند القسمة : مثلاً : $(3x^2)(4x^3) = 12x^5$

ملاحظة : مفهوم (x) أو (y) :
يدل الرمز (x) عادة على قيمة مجهولة في مقدار جبري (لا يوجد فيه إشارة =) أو معادلة (تحتوي إشارة =)
مثلاً : (x + 3 = 8) وهذه معادلة تعني : ما هو العدد الذي إذا أضيف إليه (3) يعادل (8)؟ ، والجواب (5)
أما إذا أراد أحمد أن يتصدق يومياً بمبلغ من المال تبعا لتاريخ ذلك اليوم في الشهر مضافاً إلية خمسة قروش
فإن المقدار الذي سيتصدق به هو : (تاريخ اليوم المعني) + 5 أو المقدار= (x + 5) وهذه ليست معادلة بل مقدار

5) القوس المسبوق بإشارة سالب : نعكس جميع الإشارات داخله

مثلا: $6x^2 + 5x - 8 - (4x^2 - 3x + 1) = 6x^2 + 5x - 8 - 4x^2 + 3x - 1 = 2x^2 + 8x - 9$

6) الأسس (القوى) :

1) الضرب المكرر يتم تحويله إلى أسس مثلاً :
$(5)(5)(5) = 5^3$

2) عند الضرب (وتساوي الأساسات) نجمع الأسس مثلاً :
$(4^3)(4^2) = 4^{2+3} = 4^5$

3) عند القسمة (وتساوي الأساسات) نطرح الأسس مثلاً :
$7^8 \div 7^2 = 7^{8-2} = 7^6$

$\frac{7^4}{7^9} = 7^{4-9} = 7^{-5} = \frac{1}{7^5}$

$\frac{3^{11}}{3^6} = 3^{11-6} = 3^5$

4) في حالة قوة القوة نضرب الأسس مثلاً :
$(7^3)^2 = (7)^{3(2)} = 7^6$

5) توزيع القوى ، مثلاً : $(x\,y)^2 = (x)^2 (y)^2$
كذلك $(3x)^2 = 9x^2$

خصائص ضرب القوى وقسمتها

لأيِّ عددَيْن حقيقيَّيْن a و b وعددَيْن صحيحيْن m و n، فإنَّ:

ضربُ القوى	نجمع الأسس	$a^n \times a^m = a^{n+m}$	1
قوَّةُ القوى	نضرب القوى	$(a^n)^m = a^{n \times m}$	2
قوَّةُ ناتجِ الضربِ	نوزع القوة	$(ab)^n = a^n \times b^n$	3
قسمةُ القوى	نطرح الأسس	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}, a \neq 0$	4
قوَّةُ ناتجِ القسمةِ	نوزع القوة	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, a, b \neq 0$	5

$\bullet (x^m)(x^n) = x^{m+n}$ | $\bullet (x^m)^n = x^{m \times n}$ | $\bullet \frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

الأستاذ عبدالقادر الحسنات ٠٧٨٥٣١٨٨٧٧

ملاحظة : $(x+y)^2 \neq x^2 + y^2$ ، بل $(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + 2xy + y^2$

$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

$(x-2)^2 = (x-2)(x-2) = x^2 - 4x + 4$

6) القوة السالبة يتم تغيير مكانها من البسط إلى المقام أو العكس لتصبح موجبة :

$x^{-n}=\frac{1}{x^{n}}$ أو نعكس البسط والمقام $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$

$3^{-2}=-9$

$\frac{1}{9^{-2}}=\frac{9^{2}}{1}=\frac{81}{1}=81$ $\quad 8^{-2}=\frac{1}{8^{2}}=\frac{1}{64}$ $\quad \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}=\left(\frac{5}{3}\right)^{+2}=\frac{25}{9}$ $\quad 3^{-2}=\frac{1}{3^{2}}=\frac{1}{9}$

7) القوة الكسرية يتم تحويلها إلى جذر :

$$a^{\frac{m}{n}}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^{m}=\sqrt[n]{\left(a^{m}\right)} \quad | \quad a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$$

$$x^{-n}=\frac{1}{x^{n}} \qquad 8^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{8}=2 \quad | \quad 25^{\frac{3}{2}}=\left(\sqrt[2]{25}\right)^{3}=5^{3}=125$$

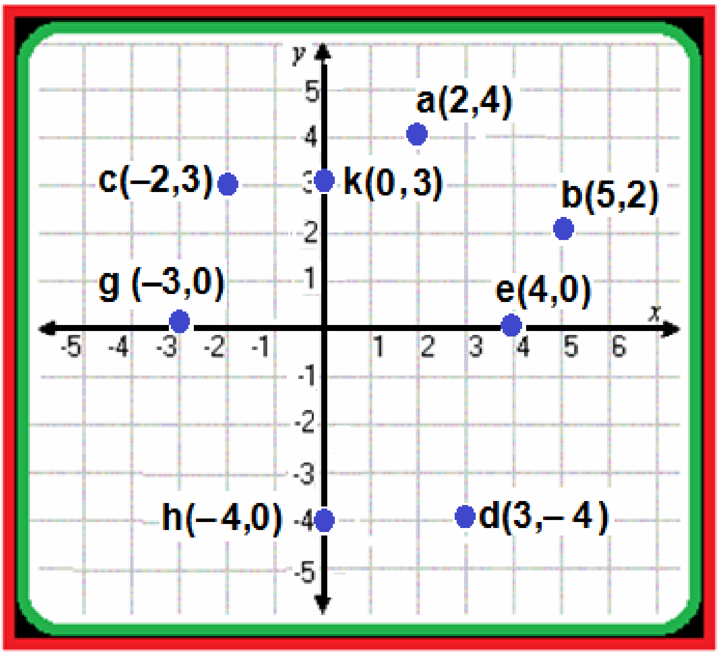
ملاحظة : أي عدد غير الصفر قوة صفر يساوي 1 ، مثلاً : $5^{0}=1$ ، $(2022)^{0}=1$ ، $(1443)^{0}=1$

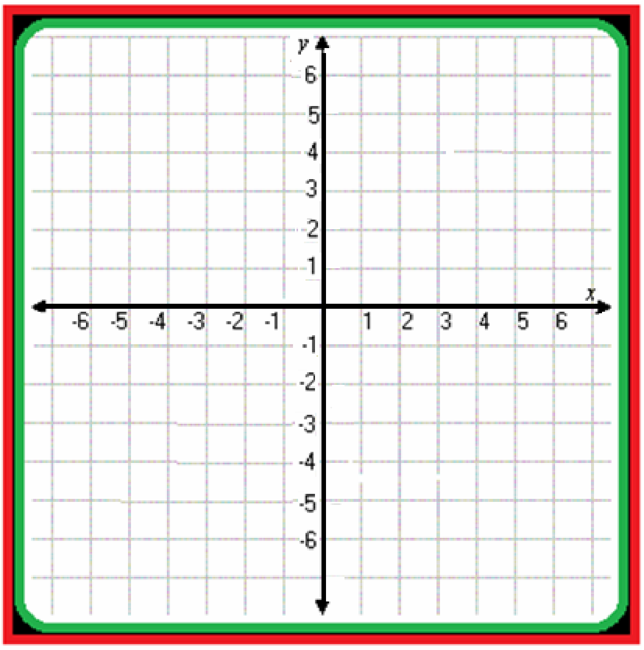
7) المستوى الديكارتي :

يتكون من مستقيمين متعامدين : الأفقي يسمى (x) ، والعمودي (y)

كل نقطة على المستوى (زوج مرتب) تتكون من جزأين : x و y ....(x ، y)

ولتحديد موقع النقطة (x ، y) ، نبدأ من نقطة الأصل ونتجه يمينا (إذا كان العدد موجبا) أو يسارا (في حالة السالب) ثم إلى الأعلى (موجب) أو الأسفل





حدد موقع النقاط الآتية على المستوى الديكارتي

a(1,4) b(–3,3) c(4,3) d(2,– 5) g(5,0)

e (–4,0) h (0,6) k(–5,0) m(–2, –6) n(–6,2)

8

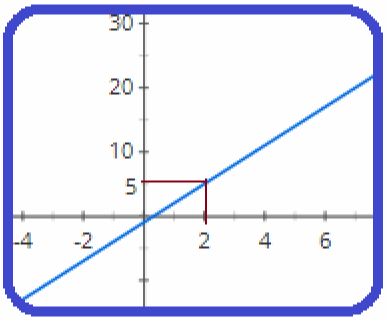
8) الاقتران : صورة عدد ما في الاقتران هي القيمة الناتجة عن استبدال (x) بذلك العدد

مثلاً :

$f(x) = 3x - 1$
$f(2) = 3(2) - 1$
$= 5$

أي أن صورة العدد (2) في الاقتران f هي (5)

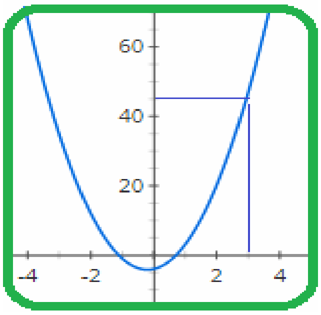
والزوج المرتب (5 ، 2) يقع على منحنى الاقتران f



$g(x) = 5x^2 + 2x - 4$
$g(3) = 5(3)^2 + 2(3) - 4$
$= 47$

أي أن صورة العدد (3) هي (47)

والزوج المرتب (47 ، 3) يقع على منحنى الاقتران g



9) فك الأقواس : الأول × الأول + الأول × الثاني + الثاني × الأول + الثاني × الثاني

1) $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 3x + 2x + 6 = x^2 + 5x + 6$

2) $(3x + 1)(x - 5)= 3x^2 -15x + x - 5 = 3x^2 -14 x - 5$

3) $(2x^2 - x)(3x^3 - 5)= 6x^5 -10x^2 -3x^4 + 5x$

4) $(x +5)^2 = (x + 5)(x + 5) = x^2 + 10x + 25$

$(a + b)^2 = (\ )^2 + 2(\ )(\ ) + (\ )^2$
$= a^2 + 2ab + b^2$

مربع الأول + 2 × الأول × الثاني + مربع الثاني

$(2x + 5)(x^2 - 1) = 2x^3 - 2x + 5x^2 - 5 = 2x^3 + 5x^2 - 2x - 5$

$(a + b)^3 = (\ )^3 + 3(\ )^2(\ ) + 3(\ )(\ )^2 + (\ )^3$

مكعب الأول + 3× مربع الأول × الثاني +3×مربع الثاني × الأول + مكعب الثاني

تمارين

1) $4x(5x^2 -7x -3)=$

2) $6x^5 (5x^2 - 7x + 1)=$

3) $8xy(x + 8y)=$

4) $(x - 7)(3x + 1)=$

5) $(7n + 8)(8n - 3)=$

6) $(5p - 5)(7p + 6)=$

7) $(5x + 2)(7x - 2)=$

8) $(2a - 8b)(6a - 8b)=$

9) $(7x - 5y)(2x + 5y)=$

10) $(2a - 6b)(7a - 3b)=$

11) $(3m - 2)^2 =$

12) $(x^2 - 4)^2 =$

13) $(x + 6y)(5x + 7y)=$

14) $(3x - y)(6x^2 + 5xy - 7y^2)=$

10) ترتيب العمليات الحسابية (الأولويات):

1) الأقواس : ( ) ، [ ] ، { }

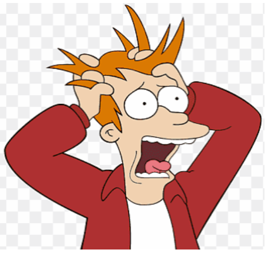
2) الأسس والجذور

3) الضرب والقسمة

4) الجمع والطرح

9

The order of operations is:
1) Brackets
2) Indices
3) Dividing and Multiplying
4) Adding and Subtracting



$3+2\times 4 = 5\times 4 = 20$ ✗

$3+2\times4 = 3+8 = 11$ ✓

الضرب قبل الجمع

مثلا :

1) $4 + 5(2) = 4 + 10 = 14$

2) $3 - 5^2 = 3 - 25 = -22$

3) $6 + 5(3)^2 = 6 + 5(9) = 6 + 45 = 51$

4) $4 - (1 - 5)^2 + (4 - 6)^3 + 4(3)^2 = 4 - (-4)^2 + (-2)^3 + 4(9)$
$= 4 - 16 + -8 + 36$
$= -12 + 28 = 16$

Abdulkadir Hasanat
078 531 88 77

1. $5(3 + 5) + 20 =$
2. $42 \div 7 + 9 \times 4 =$
3. $20 + 4^2 \times 2 =$
4. $5^2 + 3^2 \times 2 =$
5. $12(32 \div 4) + 4^2 =$
6. $4 \times 4 + 12 \times 7 =$
7. $10(4 \times 5) \times 2 =$
8. $5^2 \times 3(10 + 5) =$
9. $96 + 12(20 - 8) \times 2 =$
10. $22 \times 2 + 18 \times 2 =$

1. $9 \times 8 + 7 \times 6 + 3^2 =$
2. $5 \times 2(6 + 6) + 4 \times 8 =$
3. $9^2 \times 2 + 2 \times 9 =$
4. $8 \times 8 + 7 \times 7 + 4^2 =$
5. $81 \div 9 \times 7 \div 7 =$
6. $5^2 \times 5 \times 2 =$
7. $54 \div 9 + 8 \times 5 =$
8. $5(5 \times 4) + 3(4 \times 2) =$
9. $18(5 - 3) \times 2 + 7^2 =$
10. $5 \times 5 + 6 \times 6 =$

10

11) التحليل إلى العوامل :

Factoring is an action in which polynomial is represented as a product of simpler polynomials that cannot be further factored

التحليل إلى العوامل في المقادير الجبرية ،هو كتابة المقدار على شكل حاصل ضرب مجموعة من المقادير كل منها أصغر منه درجة ،ولا يمكن تحليل أيا منها
ومن طرقه (العامل المشترك ، الفرق بين مربعين ...) ولتجنب الأخطاء نقوم بذلك على شكل خطوات :

أولاً:العامل المشترك : دائماً نبدأ بالسؤال التالي : هل يوجد عامل مشترك؟($5x-10$ ،

مثلاً:

1) $5x-10 = 5x-5(2) = 5(x-2)$

2) $3x^2+6x = 3xx+2(3)x = 3x(x+2)$

ثانياً:الفرق بين مربعين:إذا لم يكن هناك عامل مشترك، نلاحظ فيما إذا كان المقدار فرق بين مربعين أو مكعبين :

مثلاً:

1) $x^2-9 = (x)^2-(3)^2 = (x-3)(x+3)$

2) $x^2+4 = (b^2-4ac$ (المميز) لا يمكن تحليلها لأن المميز سالب

3) $x^3-8 = (x)^3-(2)^3 = (x-2)(x^2+2x+4)$

4) $x^3+27 = (x)^3+(3)^3 = (x+3)(x^2-3x+9)$

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

ثالثاً: إذا لم يكن كذلك نلاحظ فيما إذا كان ثلاثي حدود : ax^2+bx+c

تحليل ثلاثي الحدود : x^2+bx+c : نبحث عن عددين حاصل ضربهما (c) ومجموعهما (b)

1) $x^2+2x-15$: نبحث عن عددين حاصل ضربهما (-15) ومجموعهما (2)

وهما (–2 ، 5) لذلك : $x^2+2x-15 = (x-2)(x+5)$

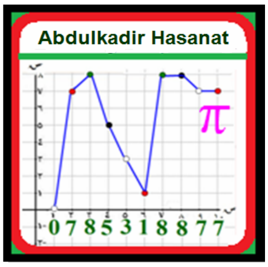
وهذا يعني أن الاقتران $f(x)= x^2+2x-15$ يقطع محور السينات عند النقطتين (x=2)،(x= – 5)

2) $x^2-2x-3 = (x-3)(x+1)$

3) $x^2-9x+20 = (x-5)(x-4)$

4) $x^2-8x-20 = (x-10)(x+2)$

5) $x^2+x-20 = (x+5)(x-4)$



ويمكن استخدام القانون العام

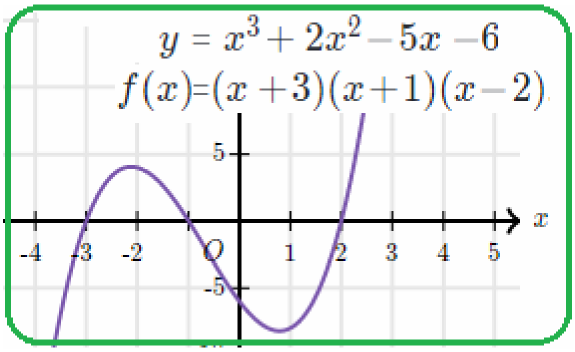
$x^2+12x+32=0$ $a=1$ $b=12$ $c=32$

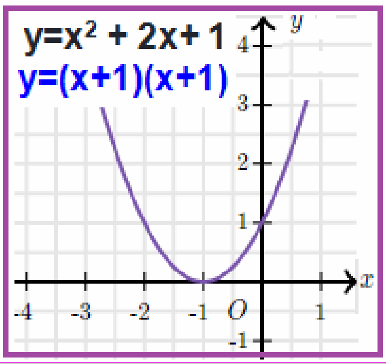
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-12\pm\sqrt{(12)^2-4(1)(32)}}{2(1)}$$

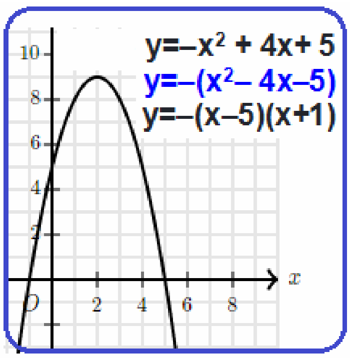
$$=\frac{-12\pm\sqrt{144-128}}{2}=\frac{-12\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{-12\pm4}{2}$$

$$=\frac{-12+4}{2}\quad x=-4 \qquad =\frac{-12-4}{2}\quad x=-8$$

يمكن ملاحظة مفهوم التحليل إلى العوامل من خلال التمثيل البياني للاقتران المرافق وعلاقته بالمقطع من المحور (x)







1) $x^2 + 8x + 12 = (x \qquad)(x \qquad)$

2) $x^2 - 4x - 32 = (x \qquad)(x \qquad)$

3) $x^2 - 11x + 24 = (x \qquad)(x \qquad)$

4) $x^2 + x - 2 = (x \qquad)(x \qquad)$

5) $x^2 + 10x + 24 = (x \qquad)(x \qquad)$

6) $x^2 + 12x + 35 = (x \qquad)(x \qquad)$

7) $x^2 - 3x - 40 = (x \qquad)(x \qquad)$

8) $x^2 + 3x - 4 = (x \qquad)(x \qquad)$

9) $x^2 + 4x - 12 = (x \qquad)(x \qquad)$

10) $x^2 - 14x + 45 = (x \qquad)(x \qquad)$

11) $x^2 + 5x - 6 = (x \qquad)(x \qquad)$

12) $x^2 - 4 = (x \qquad)(x \qquad)$

13) $x^2 - 6x - 7 = (x \qquad)(x \qquad)$

14) $x^2 + 6x - 16 = (x \qquad)(x \qquad)$

15) $x^2 + 11x + 28 = (x \qquad)(x \qquad)$

16) $x^2 + 10x + 16 = (x \qquad)(x \qquad)$

17) $x^2 - 25x + 24 = (x \qquad)(x \qquad)$

18) $x^2 + 12x + 27 = (x \qquad)(x \qquad)$

19) $x^2 - 13x + 36 = (x \qquad)(x \qquad)$

20) $x^2 + 5x - 24 = (x \qquad)(x \qquad)$

21) $x^2 - 5x - 6 = (x \qquad)(x \qquad)$

22) $x^2 - 5x + 6 = (x \qquad)(x \qquad)$

23) $x^2 - 13x + 30 = (x \qquad)(x \qquad)$

24) $x^2 - 13x - 30 = (x \qquad)(x \qquad)$

ملاحظة: هناك حالات لا نجد فيها عددين صحيحين يحققان الشرطين السابقين عندها نستخدم المميز والقانون العام

هناك أكثر من طريقة $2x^2 + x - 6 =$

$(2x \qquad)(x \qquad)$

القريبان

البعيدان

$(2x - 3)(x + 2)$

حاصل ضرب القريبين : $-3x$

حاصل ضرب البعيدين : $4x$

المجموع = x = الحد الأوسط

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

أو عن طريق القانون العام :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \qquad a=2\ ,\ b=1\ ,\ c=-6$$

$$x = \frac{-1 \mp \sqrt{1-4(2)(-6)}}{2(2)} = \frac{-1 \mp \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \mp 5}{4}$$

$$x = \frac{-3}{2} \qquad x = 2$$

$$y = ax^2 + bx + c \qquad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0 \qquad a=2\ /\ b=5\ /\ c=-3$$

$$\frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25+24}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$= \frac{-5 \pm 7}{4} = \frac{-5+7}{4} \text{ or } \frac{-5-7}{4} = \frac{2}{4} \text{ or } \frac{-12}{4} = \left\{\frac{1}{2}, -3\right\}$$

الأستاذ

عبدالقادر الحسنات

٠٧٨٥٣١٨٨٧٧

12

طريقة التجميع المناسب أو التجزئة :

1) $2x^2 + 5x - 3$ نجد حاصل ضرب (الثابت × المعامل الرئيس = 2(-3) =-6)

$=2x^2 + 6x - x - 3 = 2x(x+3) - 1(x+3) = (x+3)(2x-1)$:(5x=6x-x) نكتب الحد الأوسط كمجموع الناتج

ثم عامل مشترك بين كل حدين

2) $4x^2 + 12x + 5 = 4x^2 + 10x + 2x + 5 = 2x(2x+5) + 2x + 5 = (2x+1)(2x+5)$

3) $9x^2 - 15x + 4 = 9x^2 - 12x - 3x + 4 = (3x-1)(3x-4)$

4) $6x^2 + 11x - 10 = 6x^2 + 15x - 4x - 10 = (2x+5)(3x-2)$

تمارين

1) $6x^2 - 8x - 8 =$ $\qquad$ $=(3x+2)(2x-4)$

2) $30x^2 - 8x - 6 =$ $\qquad$ $=(5x-3)(6x+2)$

3) $2x^2 - 13x + 15 =$ $\qquad$ $=(2x-3)(x-5)$

4) $3x^2 + 13x + 4 =$ $\qquad$ $=(3x+1)(x+4)$

5) $2x^2 - x - 6 =$ $\qquad$ $=(2x+3)(x-3)$

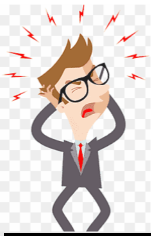
6) $2x^2 + 11x + 12 =$ $\qquad$ $=(x+4)(2x+3)$

$$(a \mp b)^2 = a^2 \mp 2ab + b^2$$
$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$
$$a^2 + b^2 = \text{-------}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$x^n - y^n = (x-y)(x^{n-1}y^0 + x^{n-2}y^1 + x^{n-3}y^2 + \dots + x^1y^{n-2} + x^0y^{n-1})$$

رابعاً : إذا لم يكن المقدار أياً مما سبق وكان من الدرجة الثالثة أو أكثر نحلل حده الثابت ونحاول الحصول على صفر (جذر) له مثل (a) ثم نستخدم القسمة التركيبية (أو الخوارزمية) ونقسمه على (x –a)



مثلاً: $f(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 12$

نبحث عوامل الحد الثابت (12) وهي: (1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 6 ، 12)
نعوض هذه العوامل بسالبها وموجبها في الاقتران إلى أن نحصل على (صفر) ونجده هنا $f(-4)=0$
نستخدم القسمة الخوارزمية لقسمة $f(x)$ على $(x + 4)$ ويجب أن يكون الباقي صفرا
وبالتالي : الاقتران = الناتج × العامل $(x+ 4)$
ثم نحلل الناتج (التربيعي) بالطرق السابقة $f(x) = (x +4)(x^2 - 2x - 3)$
$f(x) = (x +4)(x - 3)(x +1)$

$$\begin{array}{r|l} & x^2 - 2x - 3 \quad \text{الناتج} \\ \hline \text{المقسوم عليه} \; x+4 & x^3 + 2x^2 - 11x - 12 \quad \text{المقسوم} \\ & \underline{x^3 + 4x^2} \\ & -2x^2 - 11x \\ & \underline{-2x^2 - 8x} \\ & -3x - 12 \\ & \underline{-3x - 12} \\ & 0 \quad \text{الباقي} \end{array}$$

$(4x^2 - 5x - 21) = (x - 3)(\quad)$
$= (x - 3)(4x+7)$

$$\begin{array}{r|l} & 4x + 7 \\ \hline x - 3 & 4x^2 - 5x - 21 \\ & \underline{\overset{-}{+} 4x^2 \overset{+}{-} 12x} \\ & +7x - 21 \\ & \underline{\overset{-}{+} 7x \overset{+}{-} 21} \\ & 0 \end{array}$$

القسمة التركيبية : $f(x) = x^3+2x^2 - 11x - 12$
$f(x) = (x +4)(x - 3)(x +1)$

	x^3	x^2	x	x^0
-4	1	2	-11	-12
		-4	8	$+12$
	1	-2	-3	0

$x^2 \quad \times \quad x^0$

$x^3 + x^2 - 14x - 24$

-2	1	1	-14	-24
	0	-2	2	24
	1	-1	-12	0

$(x + 2)(x^2 - x - 12)$
$= (x + 2)(x + 3)(x - 4)$

$-7x + 3 + 4x^3 = 4x^3 + 0x^2 - 7x + 3$

1	4	0	-7	3
	0	4	4	-3
	4	4	-3	0

$(x - 1)(4x^2 + 4x - 3)$
$= (x - 1)(2x - 1)(2x + 3)$

$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$

	x^3	x^2	x	x^0
-1	2	-3	-3	2
	0	-2	5	-2
	2	-5	2	0

$x^2 \quad \times \quad x^0$

$f(x) = (x +1)(2x^2 - 5x + 2)$
$f(x) = (x +1)(2x - 1)(x - 2)$

تمارين

1) $(3x^2 - 5x + 4)$
2) $(x^3 - 3x^2 + 5x - 6)$
3) $(x^2 + 5x - 1)$
4) $(2x^2 - 9x - 5)$
5) $(3x^2 + 23x + 14)$
6) $(4x^2 - 10x + 6)$

12) حل المعادلات: هناك نوعان من المعادلات الجبرية بمتغير واحد ، وهما : الخطية وغير الخطية

أ) الخطية : وهي على الصورة : $\underbrace{ax + b}_{\text{طرف المتغيرات (المجاهيل)}} = \underbrace{c}_{\text{طرف الأعداد (الثوابت)}}$ ، نتعامل معها مثل الميزان ذو الكفتين

طريقة الحل : يجب تجميع الحدود المحتوية على (x) في أحد طرفي المعادلة ثم القسمة على معامل (x)

1) $2x + 5 = 9$

$2x + 5 - 5 = 9 - 5$

$2x = 4$

$2x \div 2 = 4 \div 2$

$x = 2$

2) $3x - 8 = 7x + 1$

$3x - 7x = 1 + 8$

$-4x = 9$

$x = \dfrac{9}{-4} = \dfrac{-9}{4}$

ملاحظة : تكافؤ الكسور :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = b \times c \qquad b \neq 0,\ d \neq 0$$

تمارين

1) $2x + 1 = 11$

2) $x - 4 = 8$

3) $x - 1 = -6$

4) $x + 4 = -1$

5) $5x = 20$

6) $3x = -21$

7) $4x + 2 = 10$

8) $2x - 3 = 11$

9) $4x - 5 = -15$

10) $9x - 3 = 5x + 8$

11) $3x + 1 = 7x + 4$

12) $x - 4 = 5x - 12$

1. $2(5x + 14) = 6$
2. $3(4 - x) = 33$
3. $\dfrac{2}{3}(x - 8) = 7$
4. $\dfrac{4x - 1}{7} = 5$
5. $2(3x - 4) = 4x + 17$
6. $\dfrac{x + 4}{5} = 9 - 7x$

الأستاذ عبدالقادر الحسنات
رياضيات

15

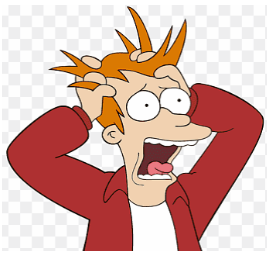
ب) التربيعية : صورتها العامة : $ax^2 + bx + c = 0$:

طريقة الحل : يجب أن نجعل الطرف الأيمن صفراً ،ثم نقوم بتحليل الطرف الأيسر وكتابته على شكل حاصل ضرب عدة مقادير لكي نستخدم القاعدة ($a\,b = 0 \longrightarrow a = 0$ or $b = 0$) ثم حل المعادلات الناتجة

1) $x^2 - x = 6 \quad \rightarrow \quad x^2 - x - 6 = 0 \quad \rightarrow \quad (x-3)(x+2) = 0$

إما $(x - 3 = 0)$ أو $(x + 2 = 0)$ ومنها $x = 3 , x = -2$

2) $x^3 + 2x^2 = 11x + 12 \quad \rightarrow \quad x^3 + 2x^2 - 11x - 12 = 0$



$(x + 4)(x - 3)(x + 1) = 0$

إما $(x + 4 = 0)$ أو $(x - 3 = 0)$ أو $(x + 2 = 0)$

ومنها $x = -4 \quad , \quad x = 3 \quad , \quad x = -2$

3) $x^2 - 4x = 0 \quad \longrightarrow \quad x(x-4) = 0 \longrightarrow \quad x = 0 , x = 4$

ملاحظة(1): للمعادلة التربيعية على الأكثر حلان (جذران) : فقد لا يكون لها حل في ح

مثل : $x^2 + 4 = 0$ أو $x^2 + 3x + 4 = 0$

ملاحظة(2): يمكن استخدام القانون العام لحل أي معادلة تربيعية على الصورة : $ax^2 + bx + c = 0$

القانون العام :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

المميز = $b^2 - 4\,a\,c$

ولا يوجد حل للمعادلة في R إذا كان المميز سالباً (وتكون أولية)

$$15x^2 + 1 = 8x$$
$$15x^2 - 8x + 1 = 0$$
$$(15x - 5)(15x - 3) = 0$$
$$(3x - 1)(5x - 1) = 0$$
$$3x - 1 = 0 \qquad 5x - 1 = 0$$
$$3x = 1 \qquad 5x = 1$$
$$x = \frac{1}{3} \qquad x = \frac{1}{5}$$

$$x^2 - 11x = -30$$
$$x^2 - 11x + 30 = 0$$
$$(x - 6)(x - 5) = 0$$
$$x - 6 = 0 \qquad x - 5 = 0$$
$$x = 6 \qquad x = 5$$

$$4x^2 + 6x - 18 = 0$$
$$2(2x^2 + 3x - 9) = 0$$
$$2(2x - 3)(x + 3) = 0$$
$$2x - 3 = 0 \quad or \quad x + 3 = 0$$
$$2x = 3 \qquad x = -3$$
$$x = \frac{3}{2}$$

1) $x^2 - 14x + 24 = 0$

2) $x^2 + 8x + 12 = 0$

3) $x^2 - 4x = 32$

4) $x^2 + 12x + 30 = 2x + 6$

5) $x^2 - 11x = x - 35$

6) $x^3 - 8 = 0$

7) $2x^2 - 3x = 3$

8) $5x^2 = 5x + 1$

9) $2x^4 - 32 = 0$

* إذا كان المعامل الرئيس غير العدد (1) :

$$3x^2+8x+4=0$$

$$\boxed{3}\times\boxed{4}=12$$

$$\boxed{6}+\boxed{2}=8$$

$$\frac{1}{3}(3x+\boxed{6})(3x+\boxed{2})=0$$

$$\frac{1}{3}(3)(x+2)(3x+2)=0$$

$$(x+2)(3x+2)=0$$

$$(x+2)=0 \qquad (3x+2)=0$$

$$x=-2 \qquad x=-\frac{2}{3}$$

$$8x^2+2x-3=0$$

$$\boxed{6}\times\boxed{-4}=-24$$

$$\boxed{6}+\boxed{-4}=2$$

$$\frac{1}{8}(8x+\boxed{6})(8x+\boxed{-4})=0$$

$$\frac{1}{8}(2)(4x+3)(4)(2x-1)=0$$

$$(4x+3)(2x-1)=0$$

$$(4x+3)=0 \qquad (2x-1)=0$$

$$x=-\frac{3}{4} \qquad x=\frac{1}{2}$$

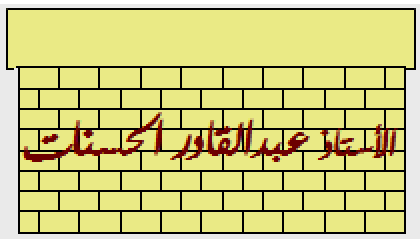
$$ax^2+bx+c=0$$

$$\square\times\square=ac$$

$$\square+\square=b$$

$$\frac{1}{a}(ax+\square)(ax+\square)=0$$

الطريقة الهندية لحل المعادلات :



ملخص الطريقة الهندية لحل المعادلات التربيعية

حيث المعامل الرئيس $\neq 1$

نضرب (a) في (c) ونحل المعادلة الناتجة

ثم نقسم قيم (x) الناتجة على (a)

$$ax^2+bx+c=0 \longrightarrow x^2+bx+ac=0$$

$$2x^2+7x-4=0 \longrightarrow x^2+7x-8=0$$

$$\longrightarrow (x+8)(x-1)=0$$

Hasanat

$$x=-8 \quad , \quad x=1$$

$$\longrightarrow x=-8\div 2=-4$$

$$\longrightarrow x=1\div 2=\frac{1}{2}$$

1) $3x^2-5x+2=0$

2) $4x^2=4x-1$

3) $3x^2+2x=5$

4) $3x^2-5x-2=0$

5) $4x^2+x-3=0$

6) $5x^2+3x-2=0$

13) أنظمة المعادلات

هناك طريقتان لحل نظام مكون من معادلتين خطيتين (أي إيجاد زوجاً مرتباً يحقق المعادلتين في نفس الوقت)

وهما : 1) طريقة الحذف elimination

أساسها : التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين ثم إيجاد قيمة المتغير الآخر

$x + 2y = 6$
$x - y = 3$

نضرب المعادلة الثانية في (2)

$x + 2y = 6$
$2x - 2y = 6$

نجمع $3x = 12$
$x = 4$
وبالتالي $y = 1$

2) طريقة التعويض substitution

ملخصها :جعل أحد المتغيرين موضوعاً للقانون في إحدى المعالتين وتعويض قيمته في الأخرى لحلها

$x + 2y = 6$
$x - y = 3$

نجعل (x) موضوعا للقانون في المعادلة الثانية

$x = 3 + y$

نعوض القيمة في الأولى $3 + y + 2y = 6$

$3 + 3y = 6$
$3y = 3$ ومنها $y = 1$
$x = 4$

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \qquad \begin{array}{r} 2x - \cancel{y} = 2 \\ +\ 2x + \cancel{y} = 6 \\ \hline 4x \quad = 8 \\ \boxed{x = 2} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2x + y = 6 \\ 2(2) + y = 6 \\ 4 + y = 6 \\ \boxed{y = 2} \end{array}$$

الأستاذ:عبدالقادر الحسنات
078 531 88 77

$$\begin{cases} y - 3x = -1 \rightarrow y = 3x - 1 \\ 4x + y = -8 \end{cases}$$
$$4x + (3x - 1) = -8$$
$$7x = -7 \rightarrow x = -1 \rightarrow y = -4$$

تمارين

$$\begin{cases} x + 4y = 2 \\ 2x + 5y = -2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x - 3y = 10 \\ 3x + 5y = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - 3y = 7 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x + y = -5 \\ -2x - 2y = -2 \end{cases}$$

الأنظمة غير الخطية

$$\begin{cases} 3xy = 6 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases} \qquad y = \frac{2}{x}$$
$$x^2 + \left(\frac{2}{x}\right)^2 = 5 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{x^2} = 5 \Rightarrow x^4 + 4 = 5x^2$$
$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Rightarrow z = x^2 \Rightarrow z^2 - 5z + 4 = 0$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1, y = 2 \\ x = -1, y = -2 \\ x = 2, y = 1 \\ x = -2, y = -1 \end{cases}$$

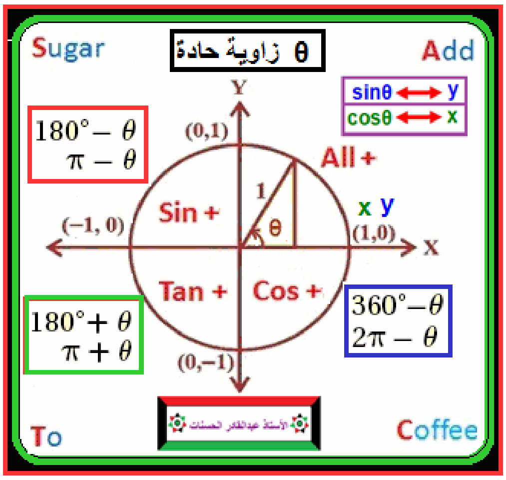
$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 9 \\ 4x^2 - 3y^2 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x^2 - 8y^2 = -36 \\ 4x^2 - 3y^2 = -8 \end{cases}$$
$$-11y^2 = -44$$
$$y^2 = \frac{-44}{-11} = 4 \Rightarrow y = \pm 2 \Rightarrow x^2 + 8 = 9 \Rightarrow x^2 = 1$$
$$\Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1, y = 2 \\ x = 1, y = -2 \\ x = -1, y = 2 \\ x = -1, y = -2 \end{cases}$$

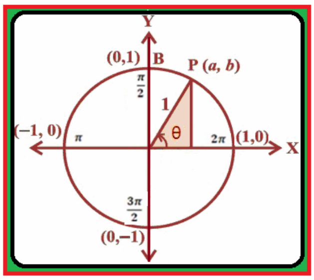
17) الاقترانات المثلثية

θ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	غيرُ مُعرَّف

الجيب $\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$	
الجتا $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$	
الظل $\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$	نظرية فيثاغورس مربع الوتر=مربع الاول+مربع الثاني

الأستاذ عبدالقادر الحسنات





y يرتبط مع sinθ

x يرتبط مع cosθ

الربع الثاني	الربع الأول
$\sin\theta, \csc\theta$: +	$\sin\theta, \csc\theta$: +
$\cos\theta, \sec\theta$: −	$\cos\theta, \sec\theta$: +
$\tan\theta, \cot\theta$: −	$\tan\theta, \cot\theta$: +
الربع الثالث	**الربع الرابع**
$\sin\theta, \csc\theta$: −	$\sin\theta, \csc\theta$: −
$\cos\theta, \sec\theta$: −	$\cos\theta, \sec\theta$: +
$\tan\theta, \cot\theta$: +	$\tan\theta, \cot\theta$: −

1- أي زاوية أكبر من (360) نطرح منها دورات كاملة حتى تصبح بين (0) و (360) ثم نجد قيم (جيبها) و(جتاها)

2- إذا كانت الزاوية في الربع الثاني : نكتبها على الصورة (θ – 180) وتكون قيم الاقترانات المثلثية لها نفس قيم الاقترانات المثلثية للزاوية الحادة (θ) والإشارة موجبة في حالة (sinθ) والباقي سالب

Sin150 = sin(180 – 30) = sin30 = 0.5
cos120 = cos(180 – 60)= – cos60 = – 0.5

3- إذا كانت الزاوية في الربع الثالث : نكتبها على الصورة (θ +180) وتكون قيم الاقترانات المثلثية لها نفس قيم الاقترانات المثلثية للزاوية الحادة (θ) والإشارة موجبة في حالة (tan θ) والباقي سالب

Sin 210 = sin(180 + 30)= – sin30 = – 0.5
Tan225 = tan(180 + 45)= Tan45 = 1

4- إذا كانت الزاوية في الربع الرابع : نكتبها على الصورة (θ–360) وتكون قيم الاقترانات المثلثية لها نفس قيم الاقترانات المثلثية للزاوية الحادة (θ) والإشارة موجبة في حالة (cos θ) والباقي سالب

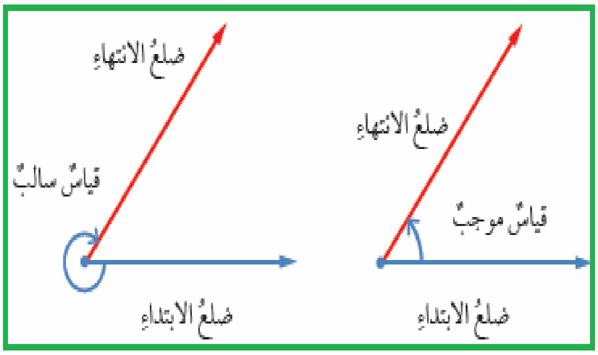
Sin 690 = sin(330)= sin(360 – 30)= –sin30 = – 0.5
tan315 = tan(360 – 45)= tan 45 = 1

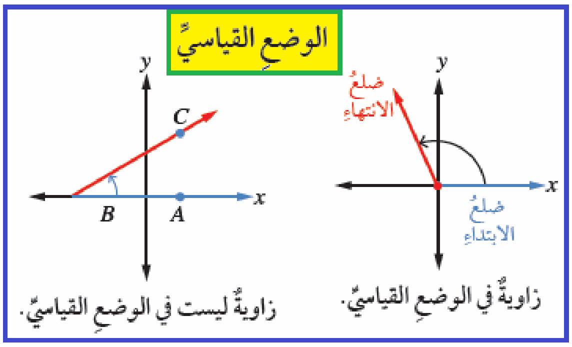
5- إذا كانت الزاوية سالبة: نتعامل معها كأنها في الربع الرابع، فتكون موجبة في حالة (cosθ) والباقي سالب

Sin(– 750) = – sin(750)= – sin(30)= – 0.5
Tan(– 300) = – Tan(300) = –Tan(360 – 60) = – (– Tan(60)=1.7
Cos(– 135) = Cos(135)= cos(180 – 45)= – cos(45)= – 0.7

Hasanat

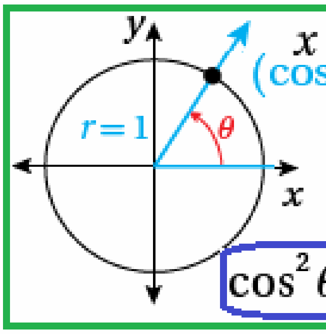
قوانين ومفاهيم مهمة في الاقترانات المثلثية





$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

θ	$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	$60^\circ = \frac{\pi}{3}$
$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$



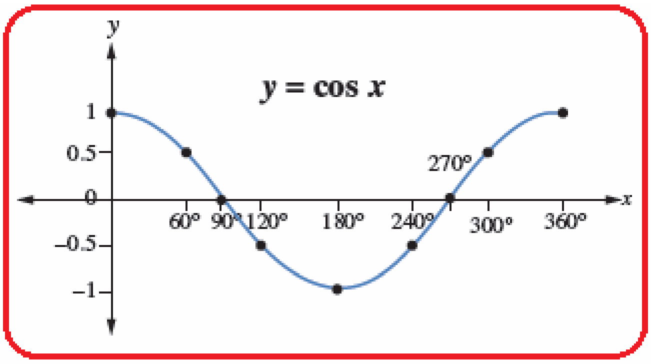
$$x^2 + y^2 = 1$$

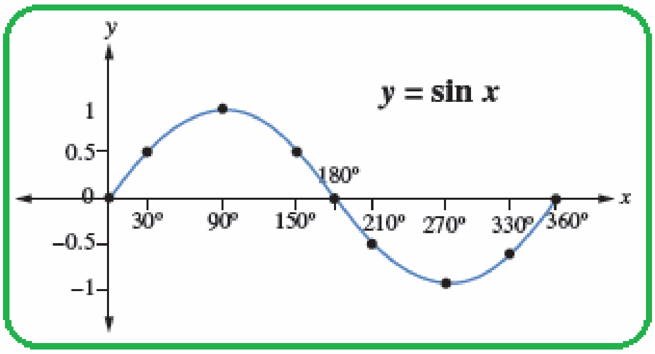
$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

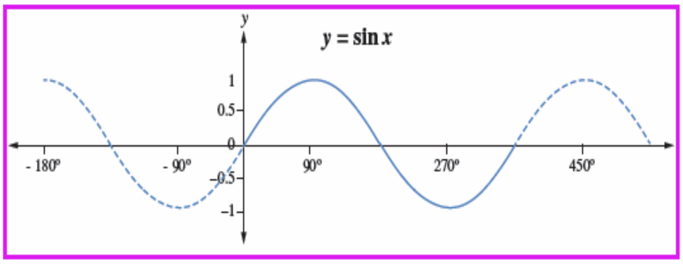
$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

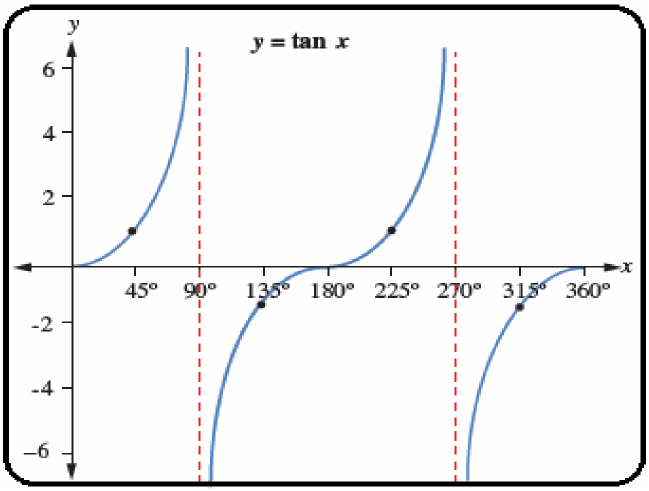
$$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$$

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$$





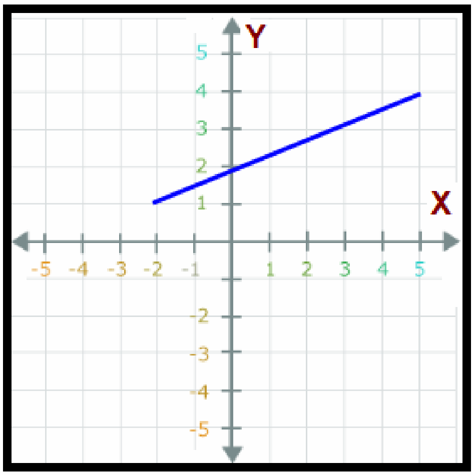




الأستاذ عبدالقادر الحسنات

قوانين مهمة

20



المسافة بين النقطتين $P_1(x_1, y_1)$ و $P_2(x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

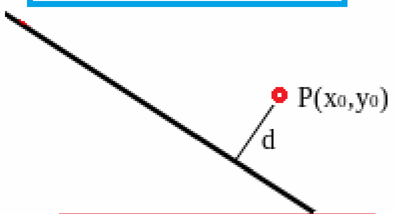
إحداثيا نقطة منتصف القطعة المستقيمة

$$M: \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

ميل المستقيم: $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

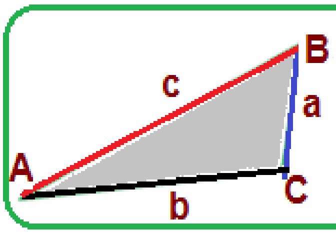
معادلة المستقيم المارّ بالنقطة $P_1(x_1, y_1)$، وميله m : $y - y_1 = m(x - x_1)$

$ax + by + c = 0$



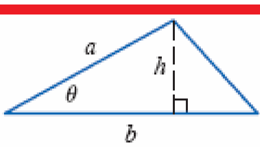
$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

بعد نقطة عن مستقيم

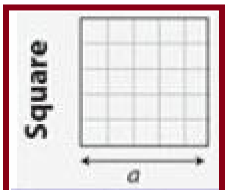


قانون الجيوب $\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b} = \dfrac{\sin C}{c}$

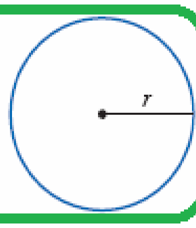
جيوب التمام $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$



$$A = \frac{1}{2} bh$$
$$= \frac{1}{2} ab \sin \theta$$

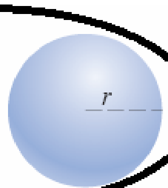


Area = a^2 or $a \times a$



المساحة $A = \pi r^2$

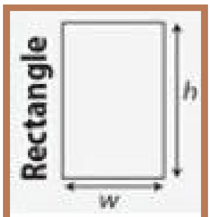
المحيط $C = 2\pi r$



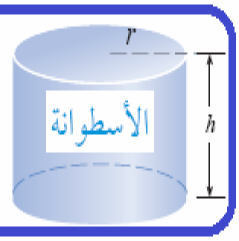
الكرة

$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$A = 4\pi r^2$

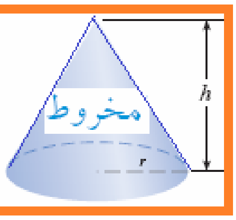


Area = $w \times h$



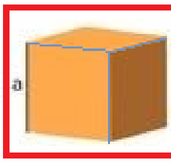
$V = \pi r^3 h$

$A = 2\pi rh + 2\pi r^2$



$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

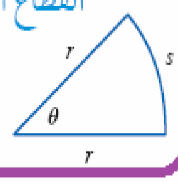
$A = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$



$A = 6a^2$

$V = a^3$

القطاع الدائري



$A = \frac{1}{2} r^2 \theta$

$s = r\theta \ (\theta \text{ radian})$

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

الأستاذ عبدالقادر الحسنات