



دوسية الرياضيات الشاملة

الهلال في الرياضيات

للفصل الأول ثانوي - أدبي

الأستاذ بلال أمجد أبو يحيى



بالأبجد



بلال أمجد أبو يحيى

0787255088



الوحدة الأولى : البرمجة الخطية

(*) الدرس الأول : حل المتباينة الخطية بمتغيرين بيانياً

المتباينة : هي جملة رياضية تحتوي الرمز \geq أو \leq أو $<$ أو $>$ وقد تحتوي متغير واحد أو أكثر.

مثال : $2x + y \leq 1$ $3x + 2y > 2$

(*) حل المتباينة الخطية بمتغيرين :

هو الزوج المرتب (a, b) الذي يجعل المتباينة صحيحة.

مثال : $(3, 0)$ صواب

حدد الزوج المرتب الذي يمثل حلاً للمتباينة $x + 2y > 1$

1) $(2, 3) \Rightarrow 2 + 2 \times 3 > 1 \Rightarrow 8 > 1$

2) $(1, -2) \Rightarrow 1 + 2 \times -2 > 1 \Rightarrow -3 > 1$

3) $(1, 0) \Rightarrow 1 + 2 \times 0 > 1 \Rightarrow 1 > 1$

(*) منطقة الحلول الممكنة : هي النقاط التي تمثل جميع حلول

المتباينة عند تمثيل المتباينة الخطية بيانياً.

(*) المستقيم الحدودي : هو المعادلة الناتجة عن استبدال رموز

التباين $(\leq, \geq, <, >)$ بالمساواة ويكون جزءاً من الحل عند وجود

الرمز \leq أو \geq ولا يكون جزءاً من الحل عند وجود الرمز $<$ أو $>$

و يرسم بشكل متقطع عند ما لا يكون من ضمن الحل.



⊗ ما خطوات مهمة قبل الرسم ؟

1) أسهل طريقة لرسم معادلة خطية بمتغيرين هي اختيار المقطع

السيني (يجعل $y=0$) و المقطع الصاري (يجعل $x=0$)

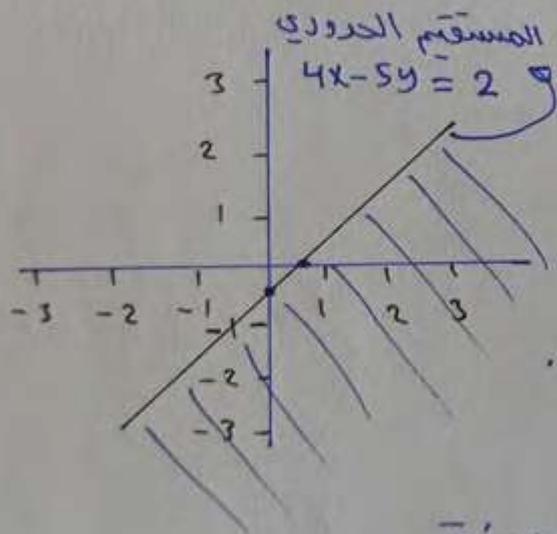
2) لمعرفة منطقة الدد على أي جهة من المستقيم الحدودي

نأخذ نقطة خارج المستقيم ونوضها في المتباينة فإن

حقيقتها نطلد الجزء الموجودة فيه

مثال: $4x - 5y \geq 2$ من

مبدأ المتباينة الخطية $4x - 5y \geq 2$ على المستويين الاحداثي



$$x=0 \Rightarrow -5y=2 \Rightarrow y=-\frac{2}{5}$$

$$y=0 \Rightarrow 4x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{4}$$

$$(1, -1) \Rightarrow 4 - -5 \geq 2 \Rightarrow 9 \geq 2$$

لاحظ أن المستقيم الحدودي ضمن الدد.

⊗ خطوات حل المسائل الحياتية ؟

1) نترجم المسألة ونحولها إلى متباينة.

2) نمثل المتباينة بيانياً و نجد منطقة الدد كما سبق

3) عند التعامل مع كميات موجبة فائناً نستثنى من منطقة

الدد الجزء السالب ، عند التعامل مع المساحة أو الربح

لأن أمد قيمة لهذه الكميات هي المفعولة لا يجوز أن تكون سالبة.

(نأخذ المنطقة الموجودة في الربع الأول فقط)

مساحة صالة المطعم 64 متر مربع

م.م.ف

الطاولة الكبيرة

الطاولة الصغيرة

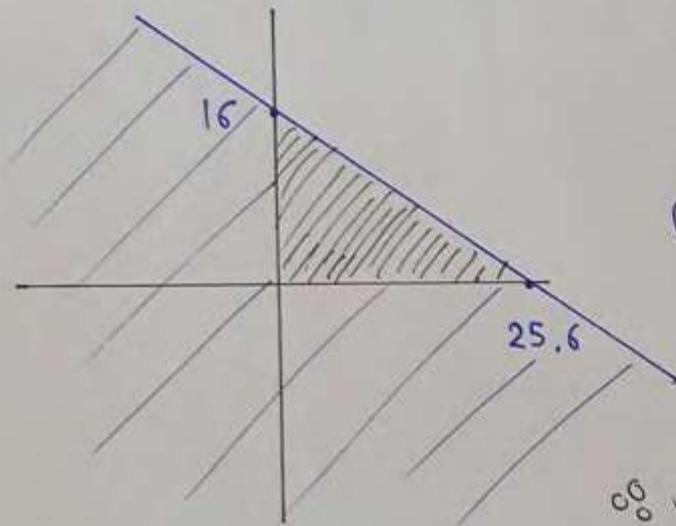
المتباينة

$$2.5x + 4y \leq 64 \text{ m}^2$$

مساحة الطاولة الصغيرة = 2.5 m^2

مساحة الطاولة الكبيرة = 4 m^2

$$2.5x + 4y = 64 \quad \text{المعادلة}$$



$$x = 0 \Rightarrow y = 16$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 25.6$$

$$(0,0) \Rightarrow 0 \leq 64 \quad \checkmark$$

* حول أسئلة الدرس

* حدد اذا كان كل زوج مرتب يمثل حلاً لـ $x - 3y \geq 5$

1 $(1, -2) \Rightarrow 1 - 3 \times -2 \geq 5 \Rightarrow 7 \geq 5$ يمثل حل

2 $(5, 0) \Rightarrow 5 - 3 \times 0 \geq 5 \Rightarrow 5 \geq 5$ يمثل حل

3 $(-4, 1) \Rightarrow -4 - 3 \times 1 \geq 5 \Rightarrow -7 \geq 5$ لا يمثل حل

4 $(-3, -4) \Rightarrow -3 - 3 \times -4 \geq 5 \Rightarrow 9 \geq 5$ يمثل حل

5 $(-4, 0) \Rightarrow -4 - 3 \times 0 \geq 5 \Rightarrow -4 \geq 5$ لا يمثل حل

6 $(5, 2) \Rightarrow 5 - 3 \times 2 \geq 5 \Rightarrow -1 \geq 5$ لا يمثل حل

* حدد اذا كان كل زوج مرتب يمثل حلاً للمتباينة $5x - 2y < 6$

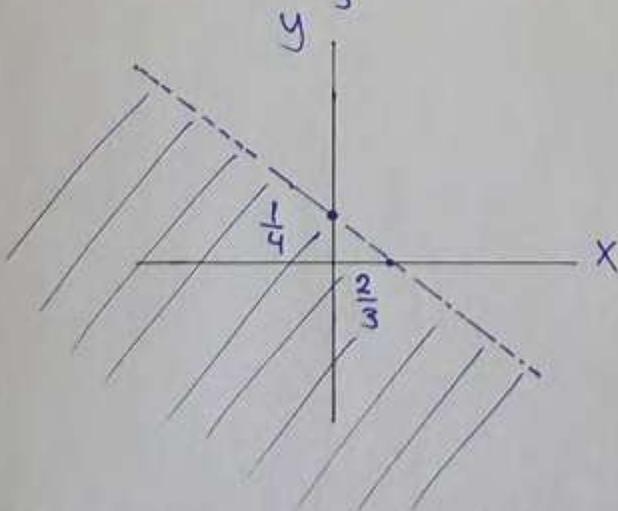
- 7 $(0, 0) \Rightarrow 5 \times 0 - 2 \times 0 < 6 \Rightarrow 0 < 6$ يمثل حلاً
- 8 $(2, 2) \Rightarrow 5 \times 2 - 2 \times 2 < 6 \Rightarrow 6 < 6$ لا يمثل حلاً
- 9 $(4, 1) \Rightarrow 5 \times 4 - 2 \times 1 < 6 \Rightarrow 18 < 6$ لا يمثل حلاً
- 10 $(-2, -1) \Rightarrow 5 \times -2 - 2 \times -1 < 6 \Rightarrow -8 < 6$ يمثل حلاً
- 11 $(-2, -8) \Rightarrow 5 \times -2 - 2 \times -8 < 6 \Rightarrow 6 < 6$ لا يمثل حلاً
- 12 $(-1, -6) \Rightarrow 5 \times -1 - 2 \times -6 < 6 \Rightarrow 7 < 6$ لا يمثل حلاً

* حدد كد من المتباينات الخطية التالية بيانياً

13 $8y + 3x < 2$

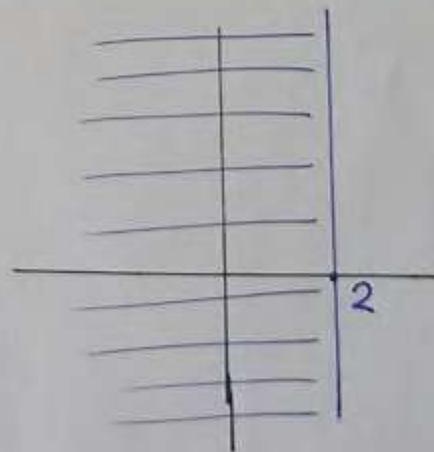
$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{4}$

$y=0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$



14 $4x \leq 8$

$4x = 8 \Rightarrow x = 2$



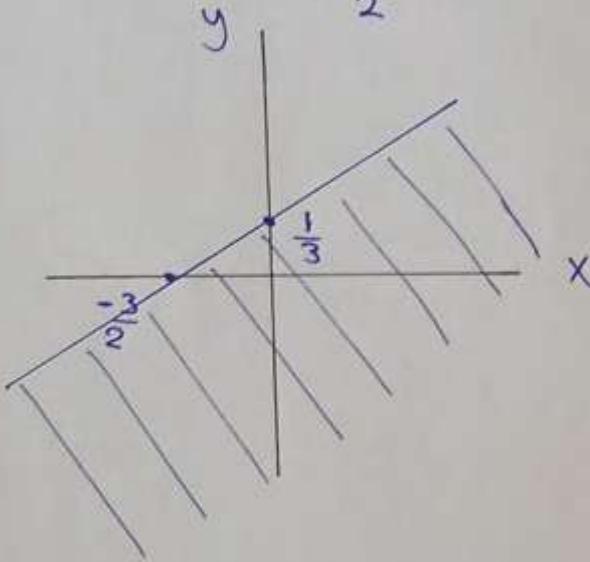
* ملاحظة : رسمه $x = a$ عبارة عن خط عمودي من عند $x = a$

* ملاحظة : رسمه $y = a$ عبارة عن خط أفقي من عند $y = a$

$$(15) \quad 2x - 9y \geq -3$$

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

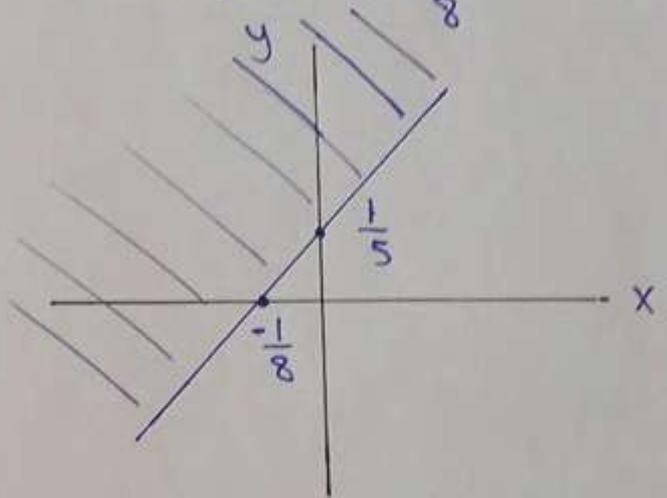
$$y=0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$



$$(16) \quad 5y - 8x \geq 1$$

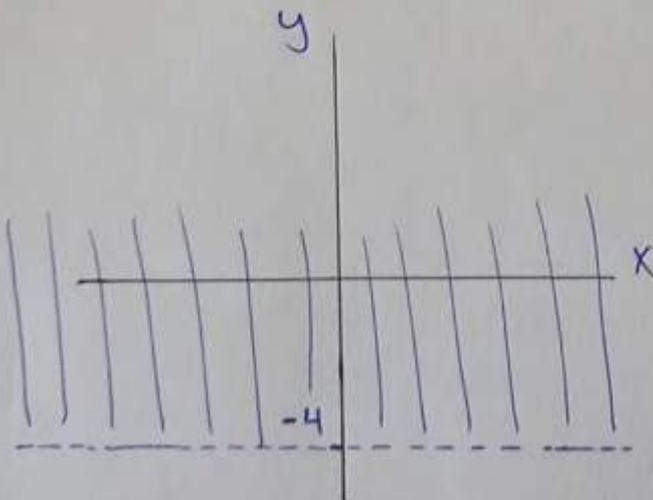
$$x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{5}$$

$$y=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{8}$$



$$(17) \quad -3y < 12$$

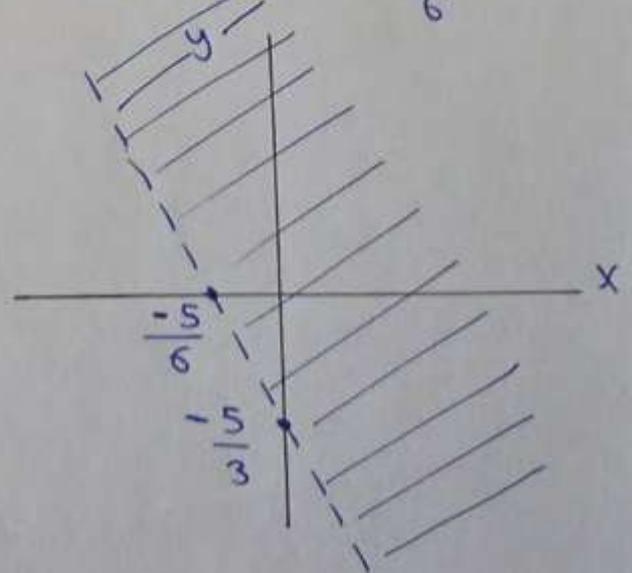
$$-3y = 12 \Rightarrow y = -4$$



$$(18) \quad 6x + 3y > -5$$

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{-5}{3}$$

$$y=0 \Rightarrow x = \frac{-5}{6}$$



19

y : أسئلة إمثلة الفراغ

x : أسئلة الاختيار من متعدد

إذا كانت $x = 20$ و $y = 18$ هل ستنال درجة A في الاختبار

$$\Rightarrow 3x + 2y \geq 93 \Rightarrow 3 \times 20 + 2 \times 18 \geq 93$$

$$\Rightarrow 96 \geq 93 \Rightarrow \text{إذا الطالبة ستحصل على درجة A}$$

20

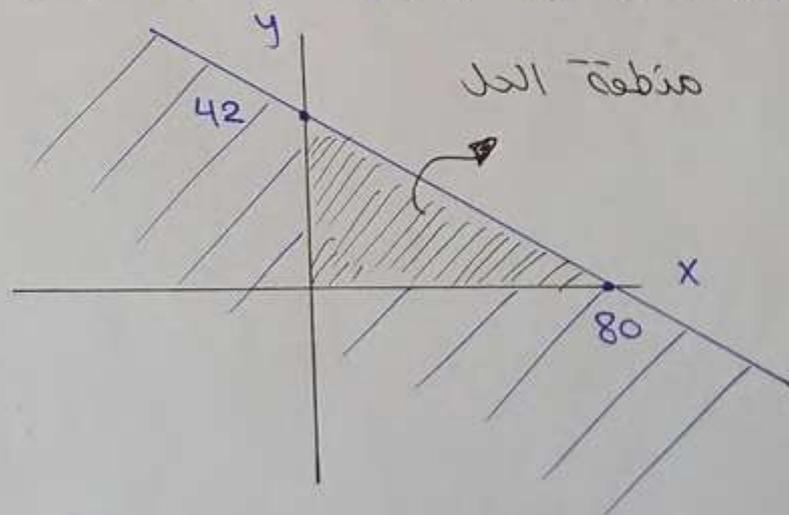
y : صناديق كتلتها 95 كغ

x : صناديق كتلتها 50 كغ

قدرة الساحة : 4000 كغ المتباينة : $50x + 95y \leq 4000$

$$x = 0 \Rightarrow y \approx 42$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 80$$



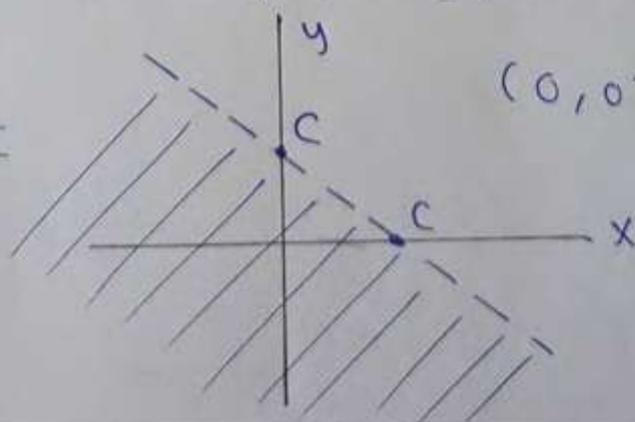
21

مثال بياناً المتباينة $x + y < c$ حيث c عدد موجب

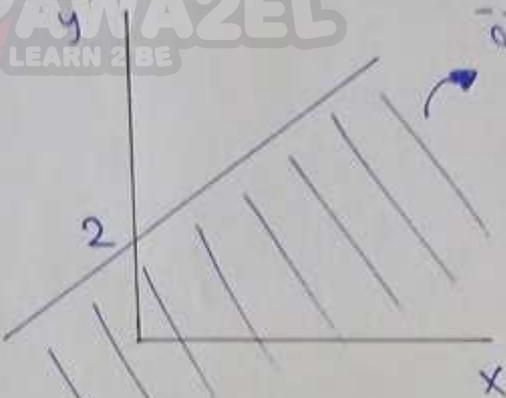
$$x = 0 \Rightarrow y = c$$

$$y = 0 \Rightarrow x = c$$

$$(0, 0) \Rightarrow 0 < c$$



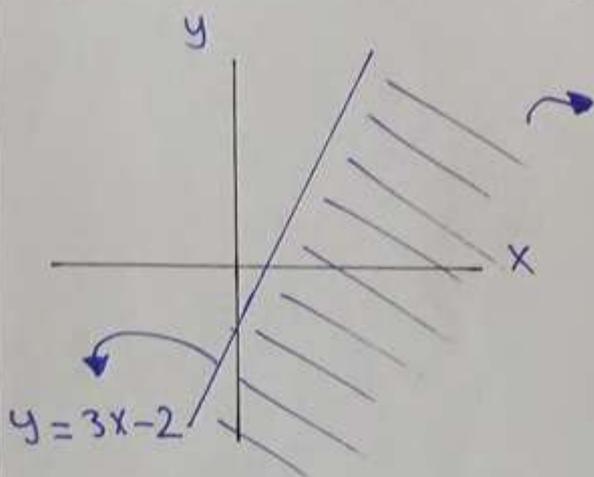
22

حل جهة حل $y \leq x + 2$ مبرر "إجابته"هذه منطقة
الحل

$$(0, 0) = 0 \leq 2$$

24

الخطأ في حل سفيان هو في تحديد منطقة الحل

المنطقة
الصحيحة

$$(0, 0) \Rightarrow 0 \leq -2 \quad \times$$

25

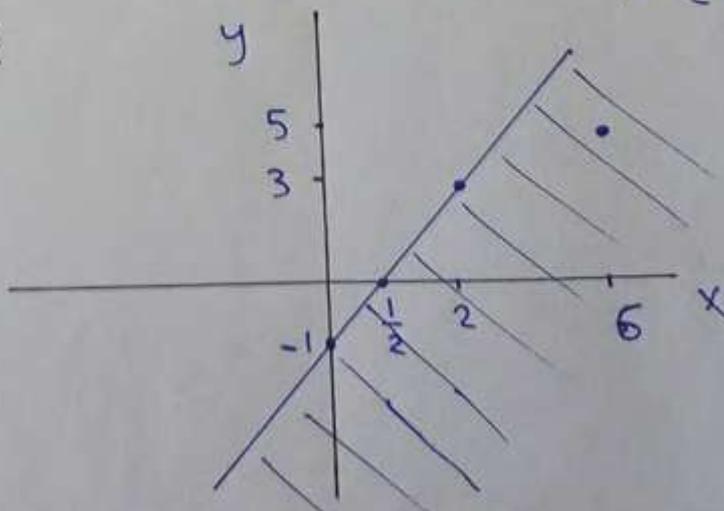
نقطة افتبار واحدة فقط لأن المستقيم الدردي
يقسم المستوى لمنطقتين احدهما حل للمتباعدة (عنده المساواة)

$$26 \quad m = \frac{5 - -5}{3 - -2} = 2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - 5 = 2(x - 3)$$

$$\Rightarrow y \leq 2x - 1$$



الدرس الثاني : حل نظام مكون من متباينات خطية بمتغيرين بيانياً

⊗ نظام المتباينات الخطية : يكون من متباينتين خطيتين أو أكثر

⊗ مجموعة حل النظام : جميع الأزواج المرتبة التي تحقق جميع المتباينات الخطية معاً.

مثال : الزوج المرتب $(-1, 2)$ يحقق النظام التالي :

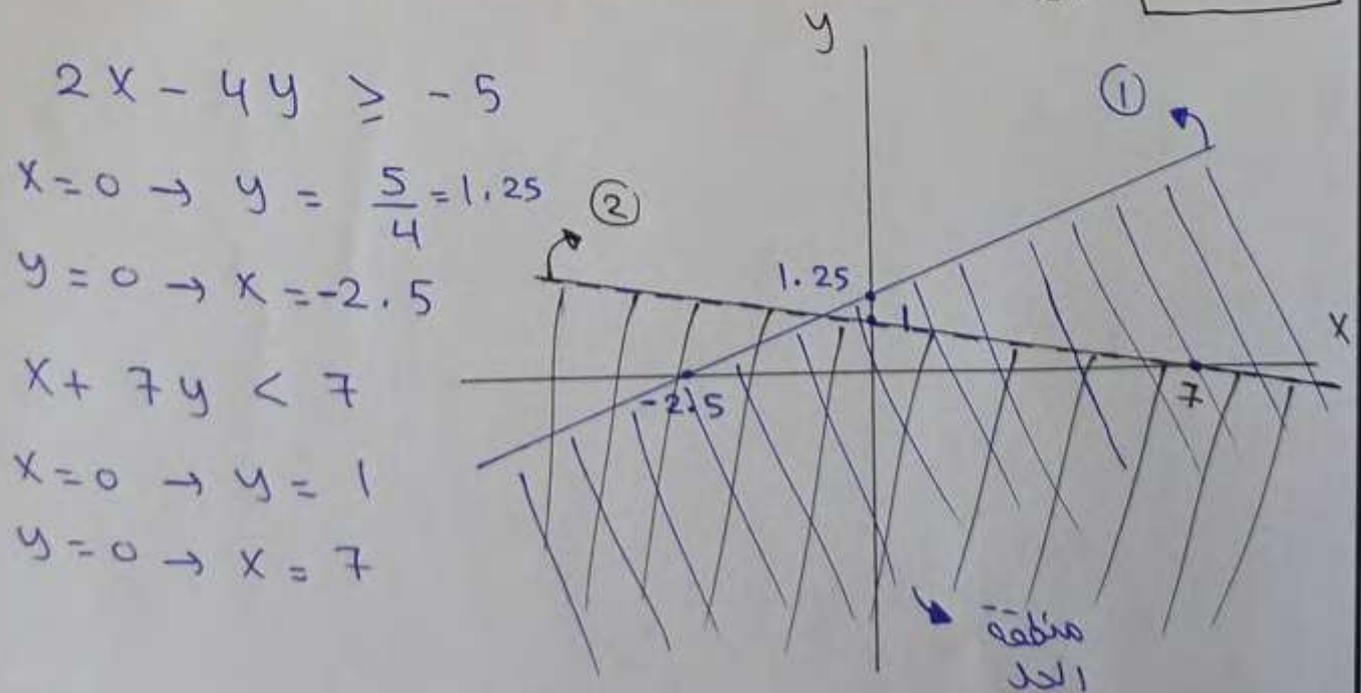
$$x + y < 2 \quad , \quad -2x + y > -1 \quad , \quad x - 3y \leq -2$$

$$-1 + 2 < 2 \quad , \quad -2 * -1 + 2 > -1 \quad , \quad -1 - 3 * 2 \leq -2 \quad \Leftarrow$$

$$1 < 2 \quad , \quad 4 > -1 \quad , \quad -7 \leq -2$$

⊗ منطقة حل النظام بيانياً هي المنطقة المشتركة بين حل المتباينات الموجودة فيه جميعها.

م.م.ف 17 ص 17 من منطقة حل النظام ثم تأكد من الحل



⊗ للتأكد من منطقة الحل نأخذ أي نقطة فيها ويجب أن نتحقق جميع متباينات النظام.

فمثلاً " لو أخذنا النقطة $(0, -1)$ و عوضناها في :

$$\text{تحقق المتباينة الأولى } 0 - 4 * -1 \geq -5 \Rightarrow 4 \geq -5$$

$$\text{تحقق المتباينة الثانية } 0 + 7 * -1 < 7 \Rightarrow -7 < 7$$

⊗ لا يكون للنظام حل عند عدم وجود منطقة مشتركة بين

مناطق حل جميع المتباينات و يكون الحل مجموعة خالية \emptyset

⊗ المجموعة الخالية \emptyset يرمز لها \emptyset أو ϕ وتقرأ فاي وهي

مجموعة لا يوجد فيها عناصر.

م.م.ف م.م.ف من أمثلة منطقة حل النظام التالي :-

$$5x - 2y < 3 \quad , \quad 2.5x - y \geq 2$$

$$\text{① } 5x - 2y = 3$$

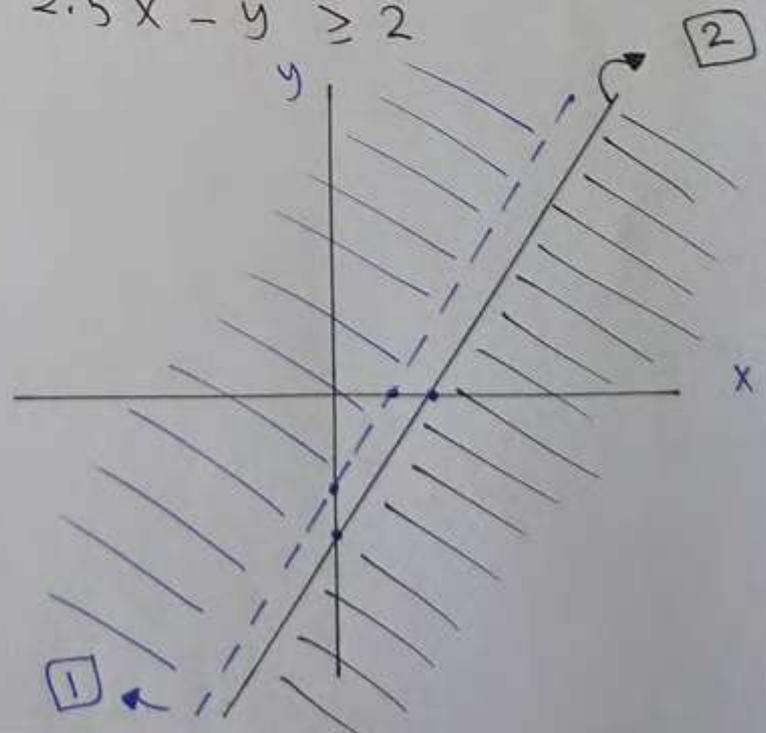
$$x=0 \rightarrow y = -\frac{3}{2}$$

$$y=0 \rightarrow x = \frac{3}{5}$$

$$\text{② } 2.5x - y = 2$$

$$x=0 \rightarrow y = -2$$

$$y=0 \rightarrow x = \frac{2}{2.5}$$



18 ص مثلاً منطقة حد النظام الآتي

م.م.ف

$$-3x + 4y \geq 9, \quad x - 5y > 6, \quad 2x - 5y < -3$$

① $-3x + 4y = 9$

$(0, \frac{9}{4}), (-3, 0)$

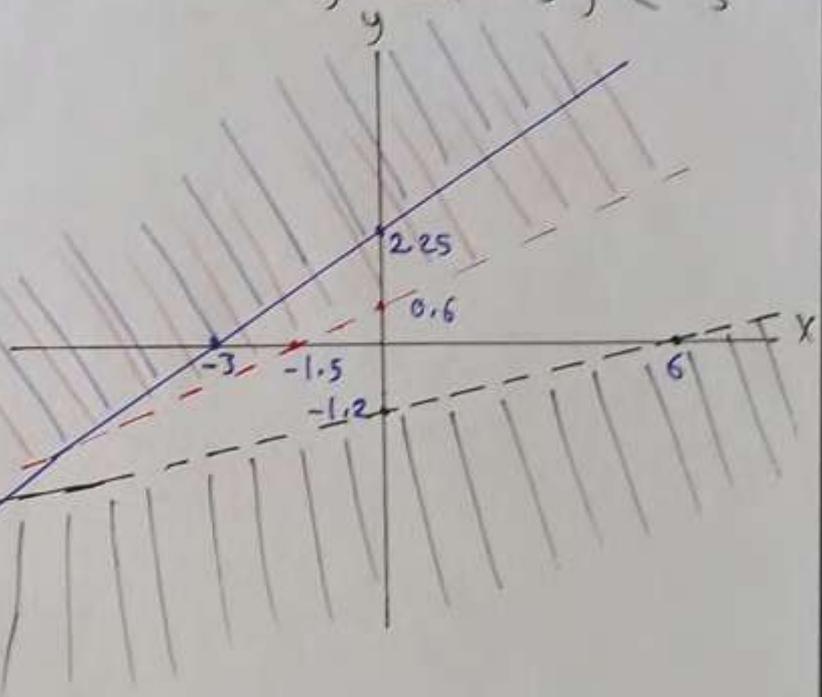
② $x - 5y = 6$

$(0, -\frac{6}{5}), (6, 0)$

③ $2x - 5y = -3$

$(0, \frac{3}{5}), (-\frac{3}{2}, 0)$

منطقة الحد
تكون هنا



20 ص م.م.ف x : عدد العزلات y : عدد الأياكل

$$x + y \geq 6, \quad x + y \leq 12, \quad x < y, \quad x \geq 2$$

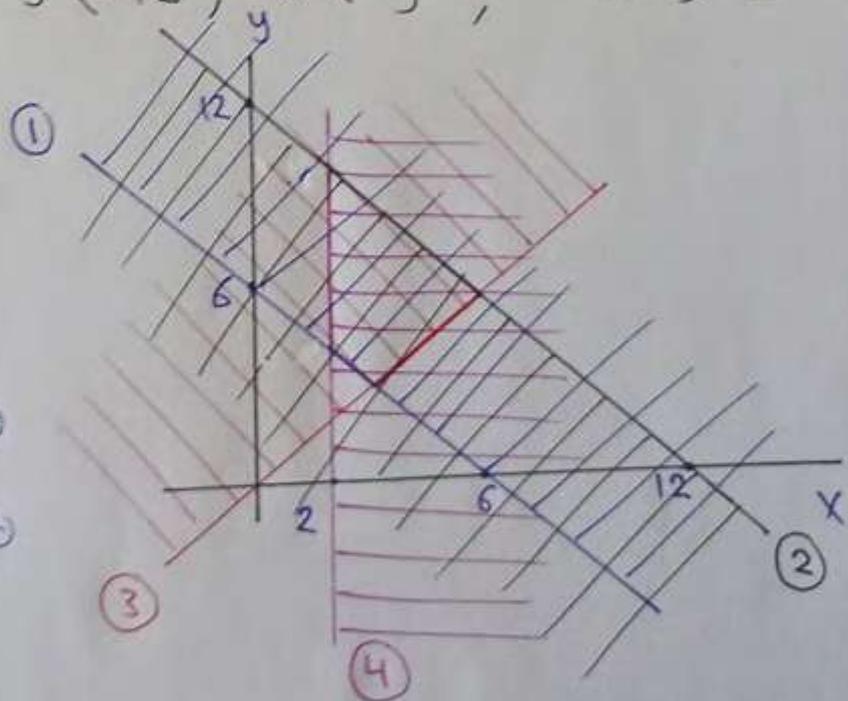
① $(0, 6), (6, 0)$

② $(0, 12), (12, 0)$

③ $(0, 0), (1, 1)$

⊗ أقل عدد للأياكل 3

⊗ أكثر عدد للعزلات 6

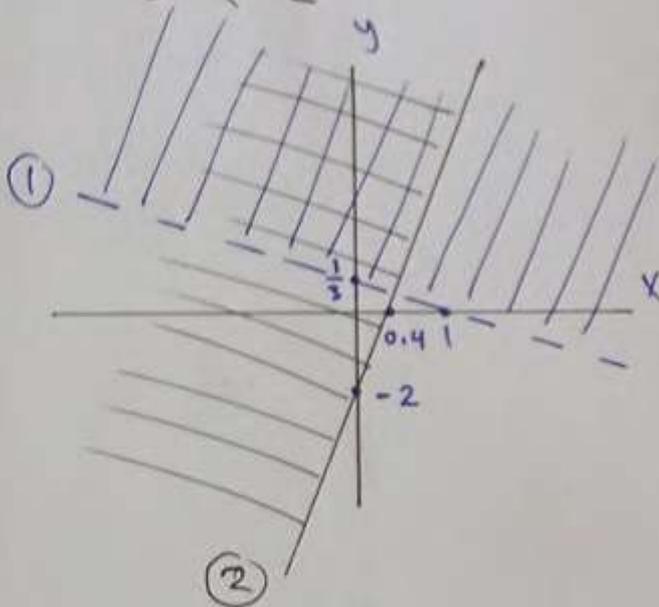


* إجابات أسئلة الدرس ٥

* مثل منطقة حل كل من الآتيه التاليه

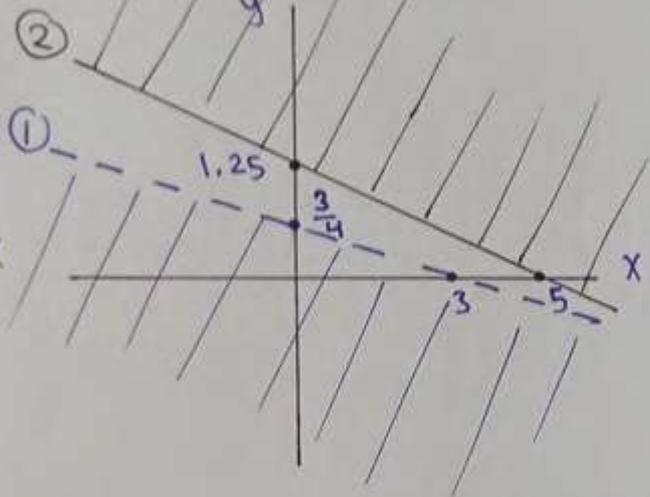
$$\textcircled{1} \quad x + 3y > 1$$

$$5x - y \leq 2$$



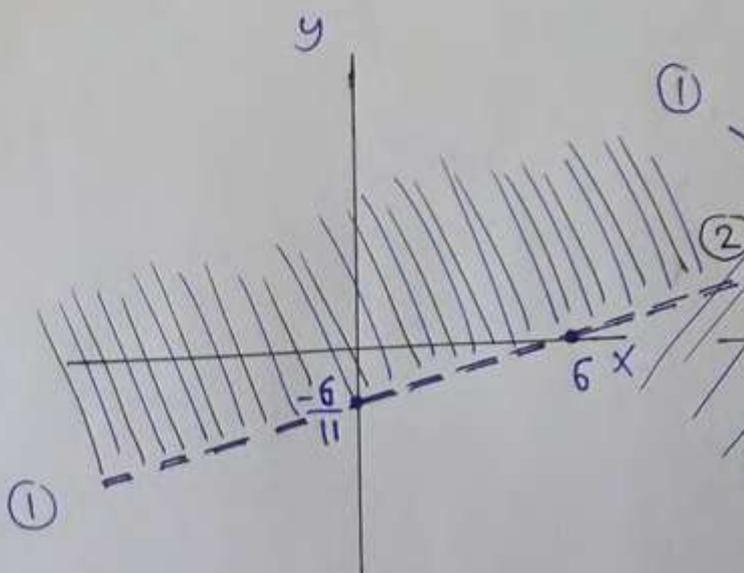
$$\textcircled{2} \quad -3x - 12y > -9$$

$$x + 4y \geq 5$$



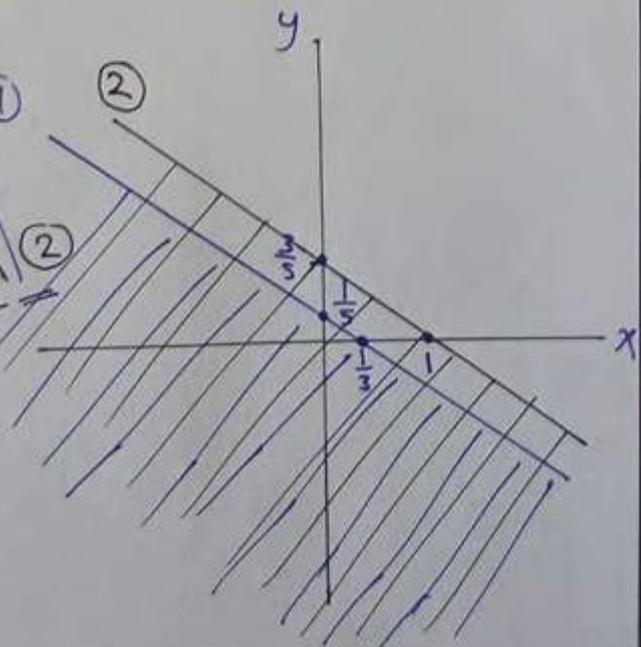
$$\textcircled{3} \quad x - 11y < 6$$

$$-2x + 22y > -12$$



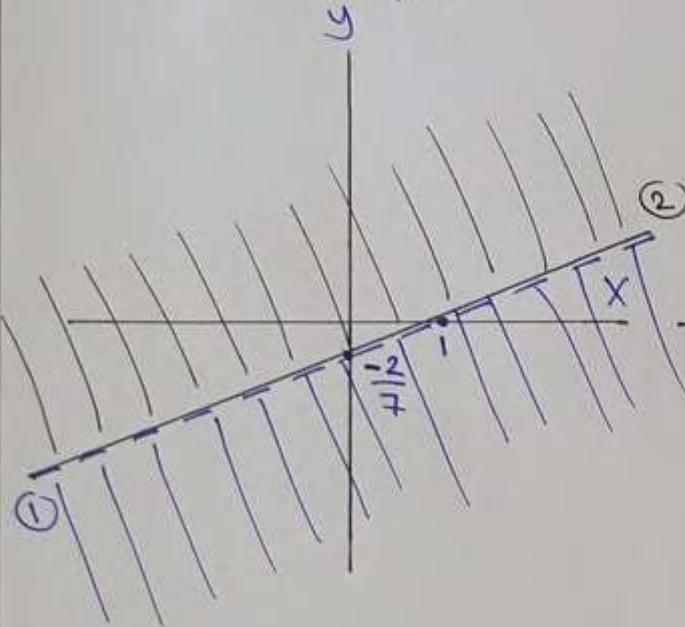
$$\textcircled{4} \quad 3x + 5y \leq 1$$

$$3x + 5y \leq 3$$



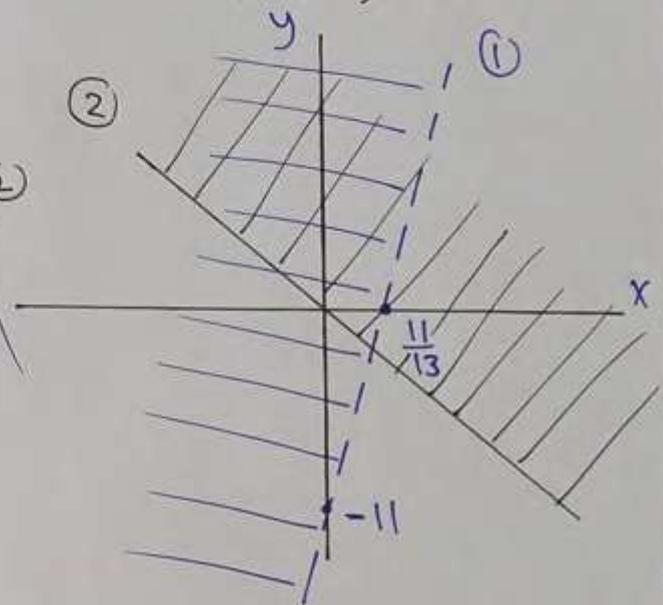
$$\boxed{5} \quad 2x - 7y > 2$$

$$2x - 7y \leq 2$$



$$\boxed{6} \quad 13x - y < 11$$

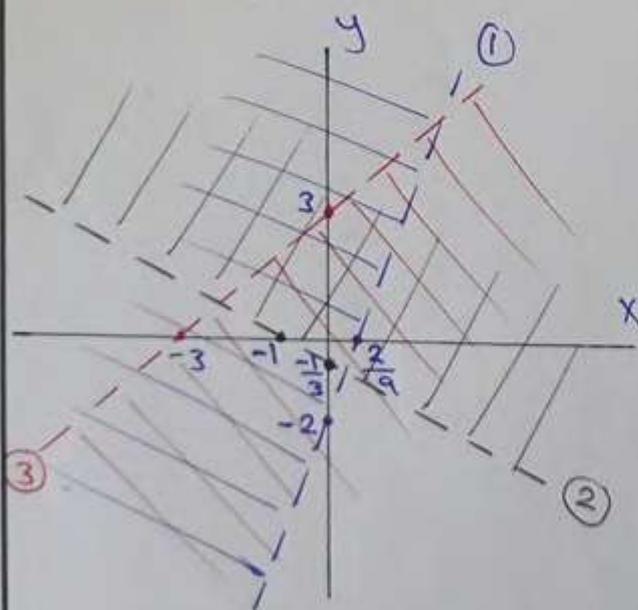
$$x + y \geq 0$$



$$\boxed{7} \quad 9x - y < 2$$

$$x + 3y > -1$$

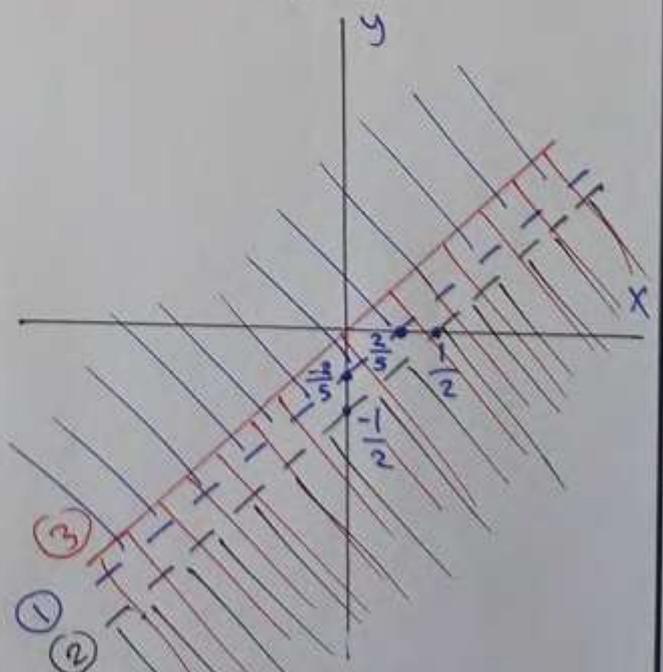
$$x - y > -3$$



$$\boxed{8} \quad 5x - 5y < 2$$

$$2x - 2y > 1$$

$$x \geq y$$

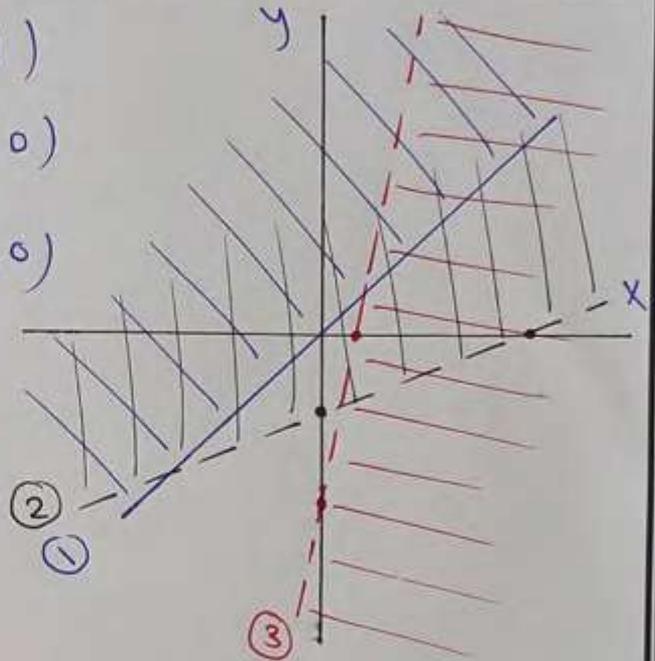


$$\boxed{9} \quad x \leq y \Rightarrow (0, 0), (1, 1)$$

$$x - 5y < 6 \Rightarrow (0, -\frac{6}{5}), (6, 0)$$

$$10x - y > 3 \Rightarrow (0, -3), (\frac{3}{10}, 0)$$

⊗ أَسْهَدُ نَقْطَةَ لِقَاءِ مِثْلَيْهِ
 حد المتباينة هي (0, 0)



10 x : عدد البالغين (تذكرتهم 2 دينار)

y : عدد الأطفال (تذكرتهم دينار واحد)

القاري يتسع لـ 10 كل واحد أكثر $x + y \leq 10$

ابح بيع التذاكر 12 دينار $2x + y < 12$

1

$$x + y = 10$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 10$$

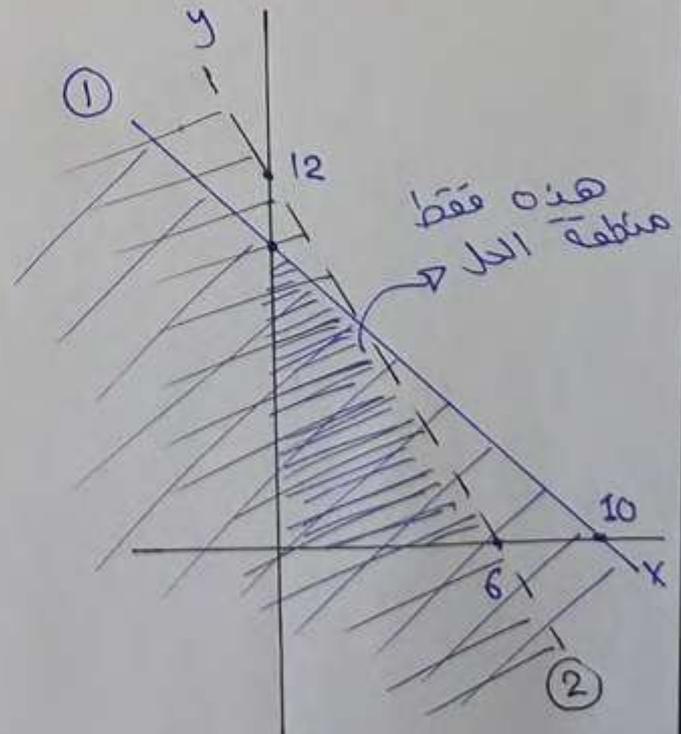
$$y = 0 \Rightarrow x = 10$$

2

$$2x + y = 12$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 12$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 6$$



y : تذكرة الدرجة الخامسة
سعرها 50 دينار

x : تذكرة الدرجة السياحية
سعرها 25 دينار

ربح بيع التذاكر 1600 دينار على الأقل $\Rightarrow 25x + 50y \geq 1600$

بيعت 50 تذكرة على الأكثر $\Rightarrow x + y \leq 50$

$$\textcircled{1} \quad 25x + 50 = 1600$$

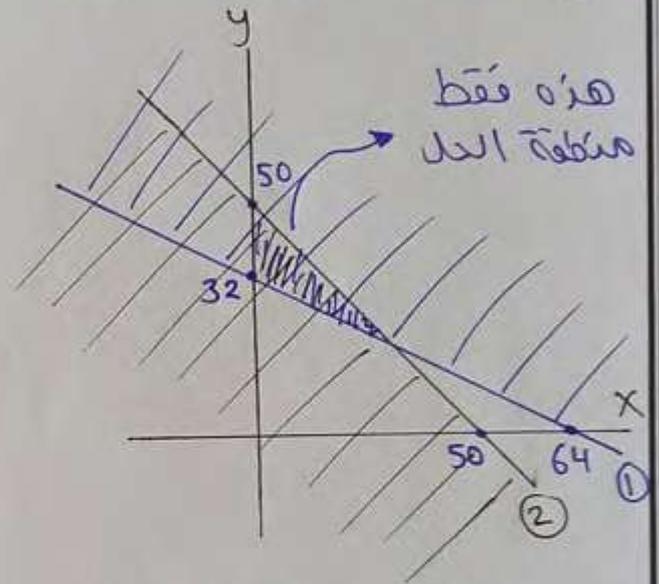
$$x = 0 \Rightarrow y = 32$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 64$$

$$\textcircled{2} \quad x + y = 50$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 50$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 50$$



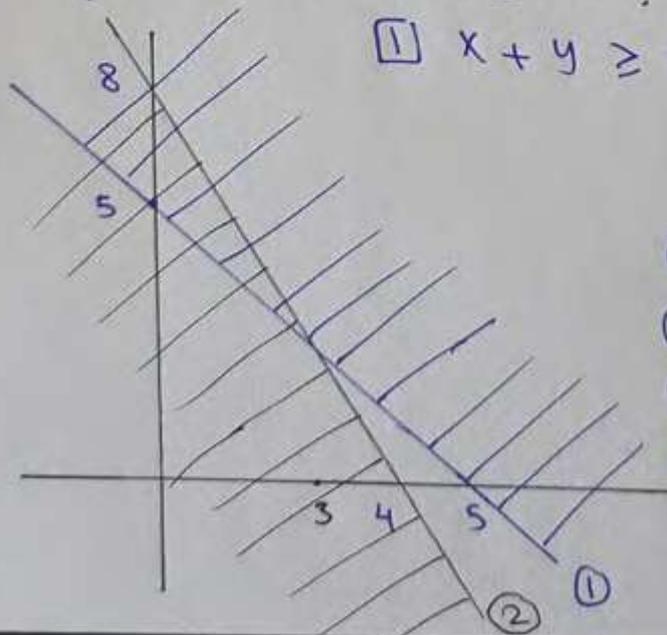
12) نحل منطقة حل النظام و أكتب جميع الحلول الممكنة

علما " بأن x و y أعداد صحيحة موجبة .

نحدد منطقة حل كل متباينة باستخراج النقطة (0, 0)

$$\textcircled{1} \quad x + y \geq 5$$

$$\textcircled{2} \quad 4x + 2y \leq 16$$



الحلول الممكنة :-

$$\textcircled{1} \quad (3, 2)$$

$$\textcircled{2} \quad (2, 3)$$

$$\textcircled{3} \quad (1, 4)$$

$$\textcircled{4} \quad (0, 5)$$

$$\textcircled{5} \quad (0, 6)$$

$$\textcircled{6} \quad (0, 7)$$

$$\textcircled{7} \quad (0, 8)$$

$$\textcircled{8} \quad (1, 6)$$

$$\textcircled{9} \quad (2, 4)$$

$$\textcircled{10} \quad (1, 5)$$

13) x : مبحث الرياضيات ، y : مبحث اللغة الإنجليزية

* احراز ما بين 900 و 1200 في المبحثين ٥%

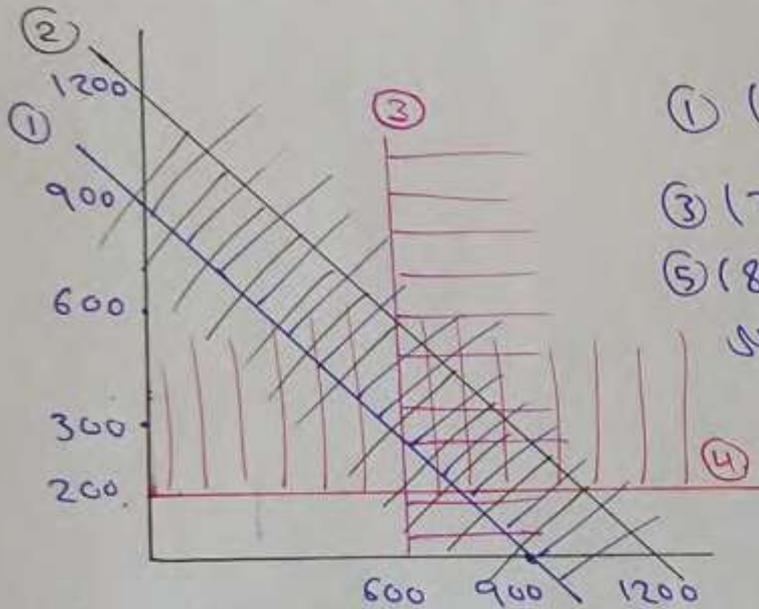
1) $x + y \geq 900$ 2) $x + y \leq 1200$

* أن لا يقل الرياضيات عن 600 ٥% 3) $x \geq 600$

* أن لا يقل امتحان الإنجليزي عن 200 ٥% 4) $y \geq 200$

جد عدد التقاط من مضاعفات المئة التي يتعين إحرازها.

ال حلول الممكنة ٥%



1) (700, 300) 2) (700, 400)

3) (700, 500) 4) (800, 300)

5) (800, 400) 6) (900, 300)

بالإضافة إلى التقاط الواقعة على

المستقيمتان الحدودية

وهي التقاط التالية ٥%

(600, {300, 400, 500, 600}), ({700, 800, 900, 1000}, 200)

15) صف منطقة حل النظام $2x + y \leq 7$ و $2x + y > 7$ بدون رسمها

منطقة حل هذا النظام تمثل جميع نقاط المستوى البياني

الواقعة على المستقيمتين الحدودية $2x + y = 7$ لأن كل جهة

من المستقيمتين مع المستقيمتين نفسها تمثل حل لاجدى المتباينتين

لذلك المنطقة المشتركة بينهما ستكون المستقيمتين الحدودية فقط.

* أكتب نظامين من متباينتين خطيتين بمتغيرين بحيث يكون

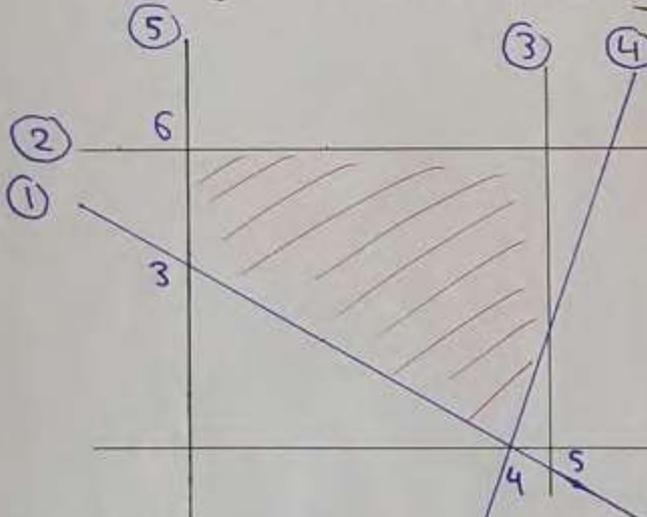
16 تكون مجموعة الحل مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.

① $x + y \geq 10$ ② $x + y \leq 15$

17 تكون مجموعة الحل المجموعة الخالية.

① $y - 2x \geq 5$ ② $y - 2x < 5$

18 أكتب نظام المتباينات الذي تمثل المنطقة التالية حله



* لمعرفة معادلة أي خط نحتاج إلى معرفة ميله ونقطة تقع عليه ونفوضهما في القانون

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

حيث m : الميل (x_1, y_1) : النقطة

و لمعرفة الميل نحتاج إلى نقطتين من الخط ونفوض

* معادلة الخطوط الأفقية $y = a$ و العمودية $x = a$

① $m = \frac{3-0}{0-4} = \frac{-3}{4} \Rightarrow y - 0 = \frac{-3}{4}(x - 4)$

② $y = 6$ ③ $x = 5$ ④ $y = 2x - 8$ ⑤ $x = 0$

نظام ① $x \geq 0$ ② $x \leq 5$ ③ $y \leq 6$

\Rightarrow المتباينات ④ $y \geq \frac{-3}{4}x + 3$ ⑤ $y \geq 2x - 8$



⊗ الدرس الثالث : البرمجة الخطية

البرمجة الخطية هي طريقة تستخدم التمثيل البياني لإيجاد أكبر قيمة ممكنة (قيمة عظمى) أو أصغر قيمة ممكنة (قيمة صغرى) لاقتران ما يسمى اقتران الهدف ، أو لعرف بأنها طريقة للبحث عن الحد الأمثل .

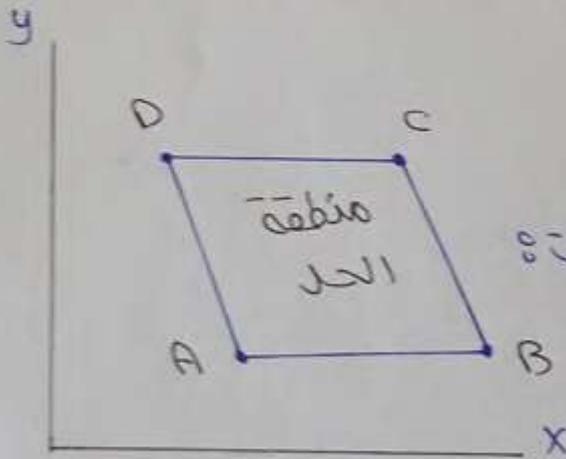
اقتران الهدف : هو الاقتران الذي سنجد قيمته العظمى والصغرى ضمن قيود أو شروط معينة

⊗ تكون القيمة العظمى والصغرى عند رؤوس مضلع منطقة الحد .

⊗ القيود عبارة عن نظام متباينات خطية يحدد منطقة الحد .

رؤوس منطقة الحد هي :

A, B, C, D



قيود منطقة الحد هي المتباينات :

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$

⊗ إذا وجدت القيمة العظمى أو القيمة الصغرى لاقتران الهدف فإنها تكون عند واحد أو أكثر من رؤوس منطقة الحلول الممكنة .

⊗ غالباً " ما تكون منطقة الحل في الربع الأول (الربع الموجب) لأننا سنتعامل مع افتراض هدف يمثل كمية موجبة أقل قيمة لها هي الصفر.

⊗ م.م.ف $Q = 50x + 40y$ أكبر ما يمكن ضمن القيود التالية

$$x + y \leq 8, \quad 2x + y \leq 10, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

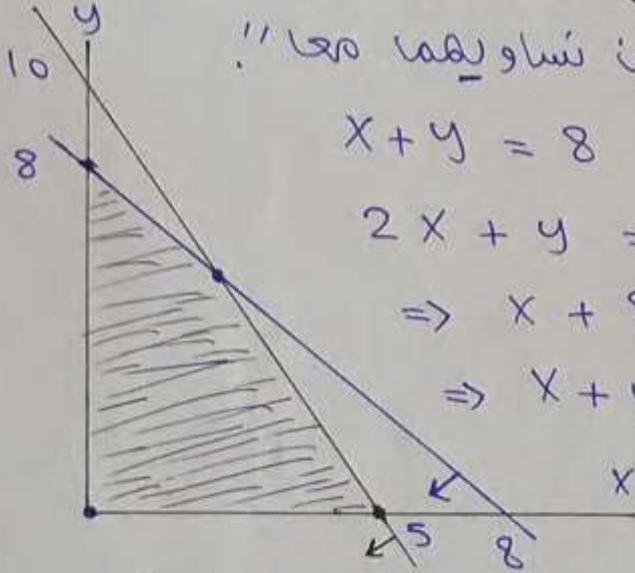
⊗ لا يجار نقطة تقاطع مستقيمين تساويهما " "

$$x + y = 8 \Rightarrow y = 8 - x$$

$$2x + y = 10 \Rightarrow 2x + 8 - x = 10$$

$$\Rightarrow x + 8 = 10 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow x + y = 8 \Rightarrow 2 + y = 8 \Rightarrow y = 6$$



⊗ نغوض رؤوس المنطقة في افتراض الهدف لا يجار القيمة العظمى والقيمة الصغرى

(x, y)	$Q = 50x + 40y$
$(0, 0)$	$50 \times 0 + 40 \times 0 = 0$
$(5, 0)$	$50 \times 5 = 250$
$(0, 8)$	$40 \times 8 = 320$
$(2, 6)$	$50 \times 2 + 40 \times 6 = 340$

⊗ أكبر قيمة للافتراض Q هي 340 وهي عند النقطة $(x, y) = (2, 6)$

④ خطوات حل المسائل الحياتية ٥٨

① تحديد الاقتران الهدف وكتابته .

② كتابة نظام المتباينات وهي القيود

③ ايجار القيمة العظمى اذ المغزى لا اقتران الهدف .

④ م.م.ف 28 من 28 : عدد المعاطف x : عدد الحقائق y

يستخدم $2m^2$ لصناعة معطف واحد و $1m^2$ لصناعة حقيبة واحدة

يستغرق المعطف الواحد ساعتين واهل بينما الحقيبة اثنان ساعات

يحقق المعطف 5 دناير ربح بينما الحقيبة فتحقق 4 دناير.

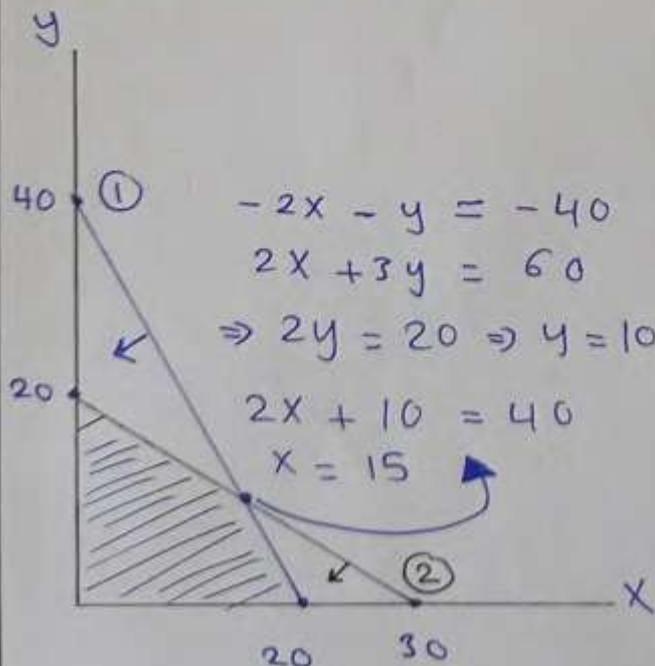
لا تزيد ساعات عمل المصنع عن 60 ساعة

$$* P = 5x + 4y$$

$$* 2x + y \leq 40 \quad (\text{كمية الجلد})$$

$$2x + 3y \leq 60 \quad (\text{ساعات العمل})$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \quad (\text{شرط بداهي})$$



(x, y)	$P = 5x + 4y$
$(0, 0)$	0
$(0, 20)$	80
$(20, 0)$	100
$(15, 10)$	115 \quad (\text{أكبر ربح})

* ليس شرطاً " أن تكون منطقة الحد مغلقة في الأسئلة التي تتطلب
أحد تكلفة لأنها لن تهتم بأحد قيم الافتراض ولا يهمنا أي أُنْب يصل
من الأعلى لأنها لا تبحث عن قيمه العظمى .

30
ص P.M.F

النوع 1	النوع 2	
60	60	عدد السرعات الحرارية
12	6	عدد فيتامين A
10	30	عدد فيتامين C
JD 0.25	JD 0.3	سعر العبوة

* لا تقل السرعات عن 300

* لا تقل فيتامين A عن 36

* لا يقل فيتامين C عن 90

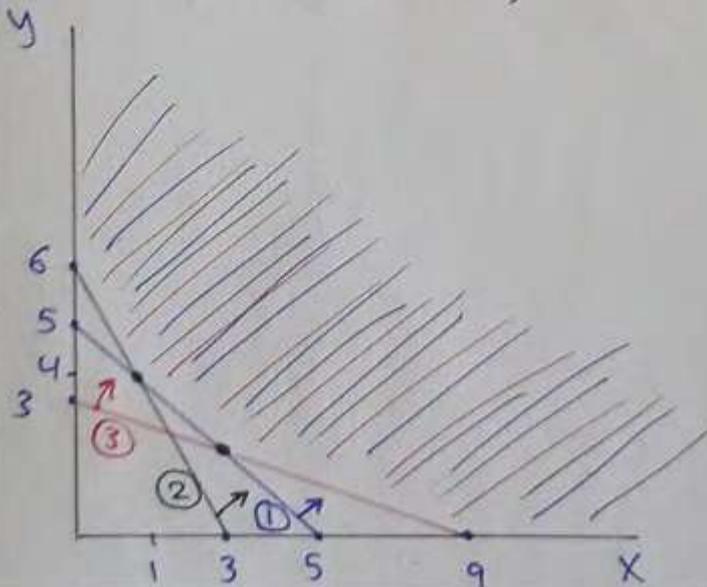
جد أحد تكلفة تحقق بها شروط التمية الغذائية

* افتراض الهدف *

$$P = 0.25x + 0.3y \quad \text{صين} \quad x = \text{النوع 1} \quad y = \text{النوع 2}$$

* القيود *

$$60x + 60y \geq 300, \quad 12x + 6y \geq 36, \quad 10x + 30y \geq 90$$



(x, y)	P = 0.25x + 0.3y
(0, 6)	1.8
(1, 4)	1.45
(1.8, 2.4)	1.17 (أحد تكلفة)
(9, 0)	2.25



✳️ إجابات أسئلة الدرس 08

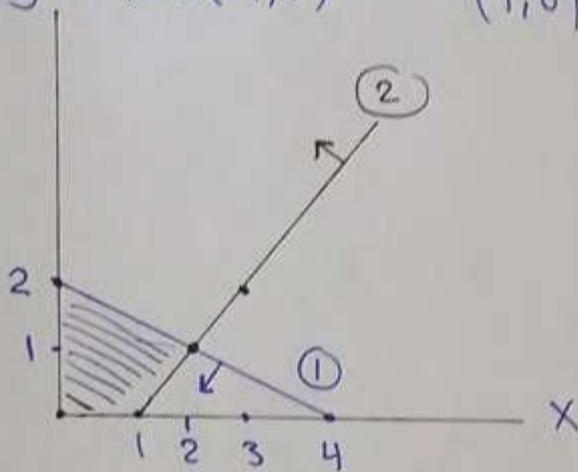
✳️ جد النقطة (x, y) التي تجعل اقتراح الهدف أكبر ما يمكن

1 $P = 4x + 3y$

$x + 2y \leq 4$, $x - y \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

y (0,2)(4,0)

(1,0)(3,2)

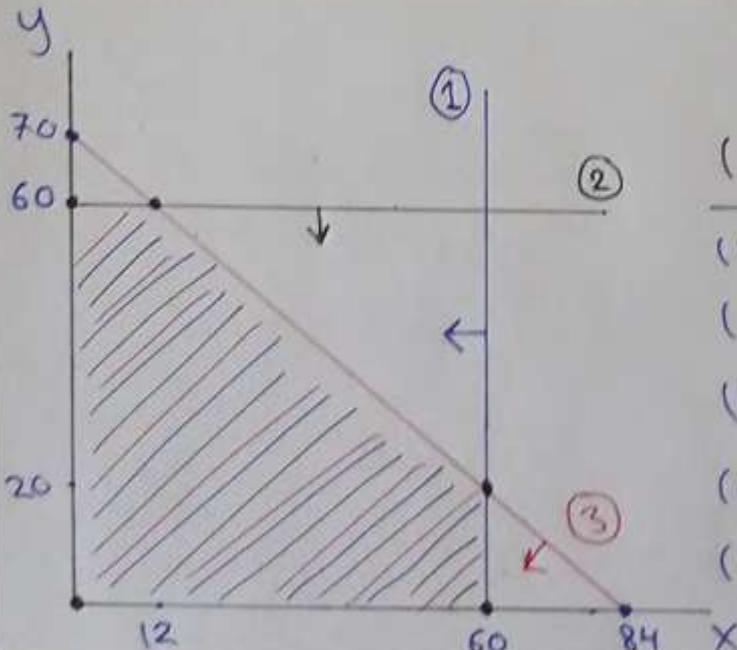


(x, y)	$P = 4x + 3y$
(0, 2)	6
(0, 0)	0
(1, 0)	4
(2, 1)	11

(أكبر قيمة)

2 $R = 10x + 7y$

$0 \leq x \leq 60$, $0 \leq y \leq 60$, $5x + 6y \leq 420$

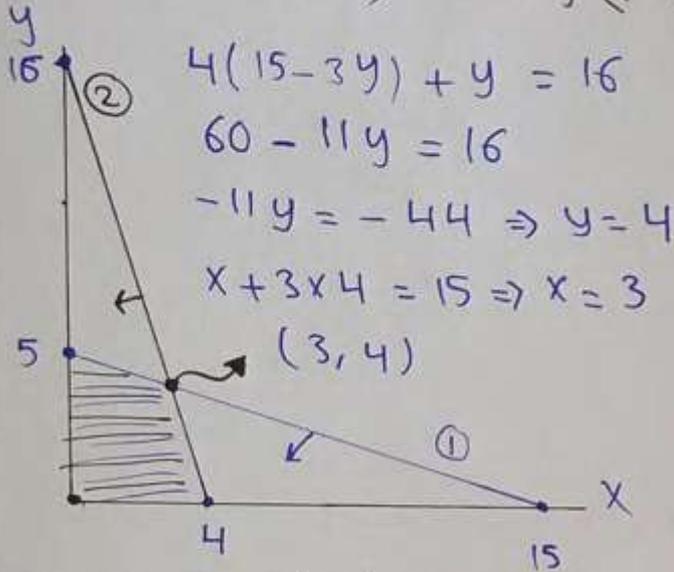


(x, y)	$R = 10x + 7y$
(0, 0)	0
(0, 60)	420
(12, 60)	540
(60, 0)	600
(60, 20)	740

(أكبر قيمة)

$$③ \quad z = 1.5x + y$$

$$x + 3y \leq 15, \quad 4x + y \leq 16, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

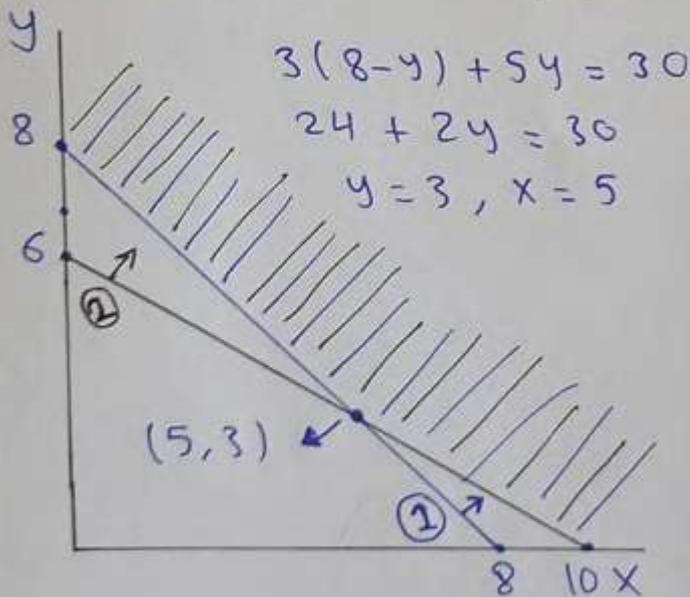


(x, y)	$z = 1.5x + y$
$(0, 0)$	0
$(0, 5)$	5
$(3, 4)$	8.5 (أكبر قيمة)
$(4, 0)$	6

⊗ جد النقطة (x, y) التي يجعل افتراضان الهرف أقل ما يمكن ؟

$$④ \quad Q = 4x + 5y$$

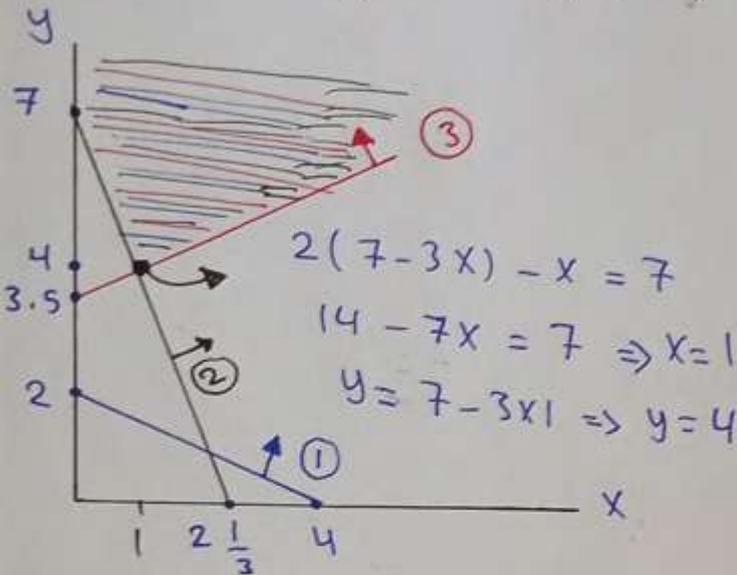
$$x + y \geq 8, \quad 3x + 5y \geq 30, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$



(x, y)	$Q = 4x + 5y$
$(0, 8)$	40
$(5, 3)$	35 (أقل قيمة)
$(10, 0)$	40

$$⑤ \quad C = 8x + 4y$$

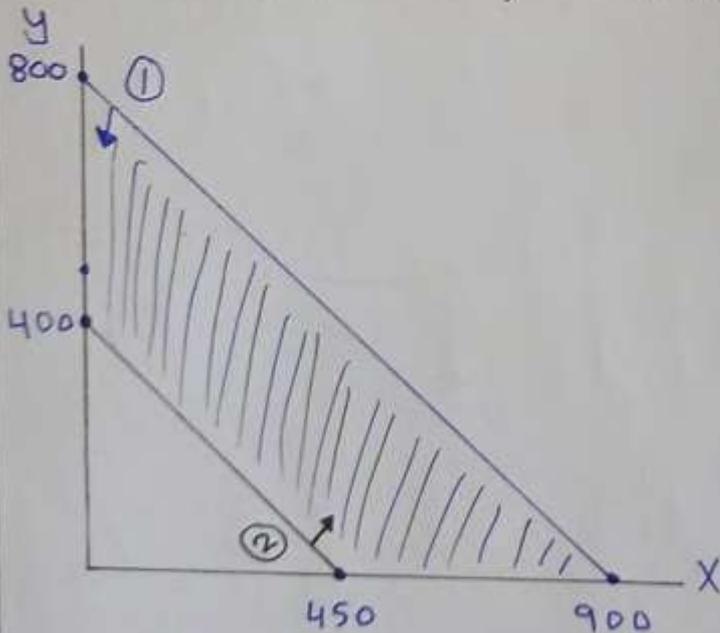
$$x + 2y \geq 4, \quad 3x + y \geq 7, \quad 2y - x \geq 7, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$



(x, y)	$C = 8x + 4y$
$(1, 4)$	24 (أقل قيمة)
$(0, 7)$	28

$$⑥ \quad K = 25x + 35y$$

$$8x + 9y \leq 7200, \quad 8x + 9y \geq 3600, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$



(x, y)	$K = 25x + 35y$
$(0, 400)$	14000
$(0, 800)$	28000
$(450, 0)$	11250 (أقل قيمة)
$(900, 0)$	22500

7) x : شوكولاتة الفستق y : شوكولاتة البندق

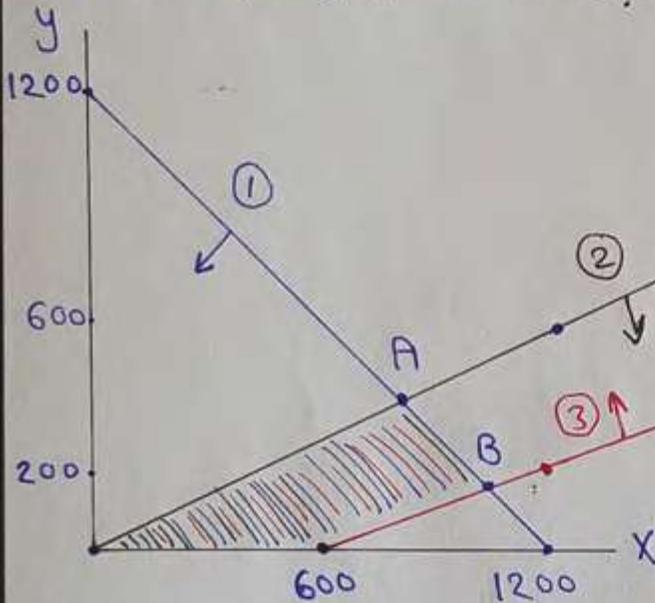
1) $x + y \leq 1200$ \Leftrightarrow الإنتاج لا يزيد عن 1200

2) $y \leq \frac{x}{2}$ \Leftrightarrow طلب البندق لا يزيد عن نصف طلب الفستق

3) طلب الفستق أقدم من 600 مضافاً لها 3 أمثال عدد طلب البندق

3) $x \leq 600 + 3y$

4) ربح الفستق : 1.5 و ربح البندق : 2 $Z = 1.5x + 2y$



(x, y)	$Z = 1.5x + 2y$
$(0, 0)$	0
$(600, 0)$	900
$(1050, 150)$	1875
$(800, 400)$	2000 (الأكبر ربح)

(A) $\Rightarrow y = 1200 - x \Rightarrow 1200 - x = \frac{x}{2}$
 $\frac{3}{2}x = 1200 \Rightarrow x = \frac{2 \times 1200}{3} \Rightarrow x = 800$
 $y = 1200 - 800 \Rightarrow y = 400 \Rightarrow (A) = (800, 400)$

(B) $x + y = 1200 \Rightarrow x = 1200 - y$
 $\Rightarrow 1200 - y = 600 + 3y \Rightarrow 4y = 600 \Rightarrow y = 150$
 $x = 1200 - 150 \Rightarrow x = 1050 \Rightarrow (B) = (1050, 150)$

8 x : عدد الحافلات الكبيرة y : عدد الحافلات الصغيرة

* تكلفة استئجار الكبيرة 180 دينار و الصغيرة 100 دينار

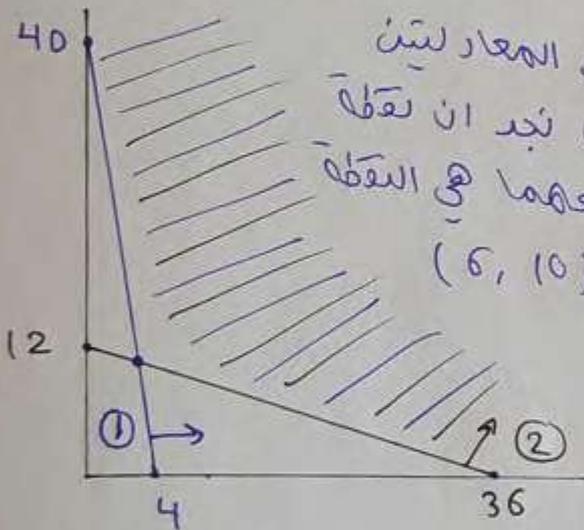
$$C = 180x + 100y$$

* الحافلة الكبيرة : 40 مقعد عادي و مقعد لذوي الحاجات

* الحافلة الصغيرة : 8 مقاعد عادية و 3 مقاعد لذوي الحاجات

* 320 مقعد عادي على الأقل $\Rightarrow 40x + 8y \geq 320$ ①

* 36 مقعد ذوي احتياجات خاصة على الأقل $\Rightarrow x + 3y \geq 36$ ②



* نجد المعاملتين
بالهدف نجد ان نقطة
تقاطعهما هي النقطة
(6, 10)

(x, y)	$C = 180x + 100y$
(0, 40)	4000
(6, 10)	2080 (أقل تكلفة)
(36, 0)	6480

9 x : عدد الكتيبات و ثمنها 0.2 y : عدد النشرات و ثمنها 0.1

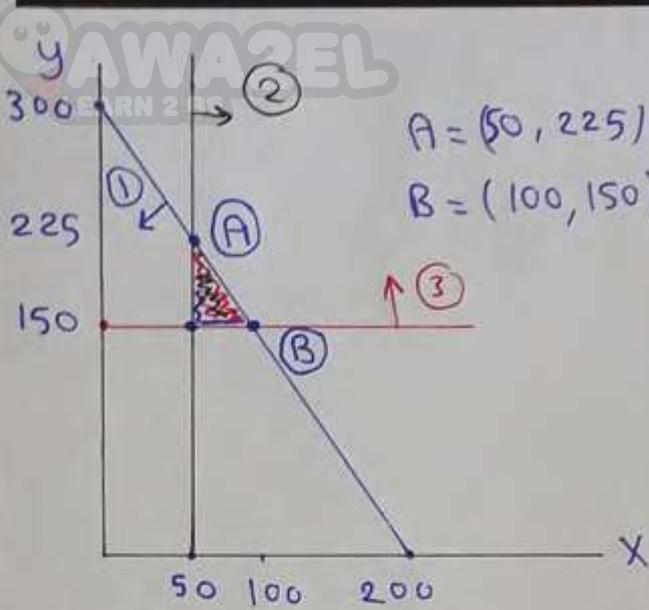
* يحتوي الكتيب الواحد 3 صفحات و النشرة الواحدة صفحتين

* طباعة ما لا يزيد عن 600 صفحة $\Rightarrow 3x + 2y \leq 600$ ①

* 50 كتيب على الأقل $\Rightarrow x \geq 50$ ② * 150 نشرة على الأقل $\Rightarrow y \geq 150$ ③

$$C = 0.2x + 0.1y$$

* التكلفة أقل ما يمكن \Rightarrow



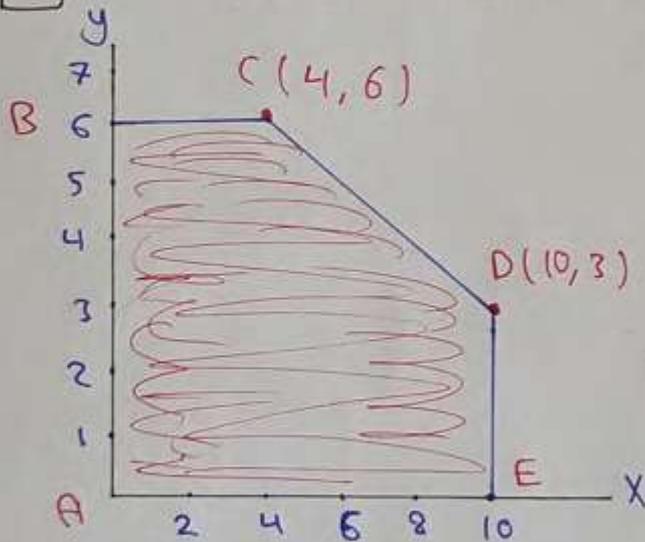
$$A = (50, 225)$$

$$B = (100, 150)$$

(x, y)	$C = 0.2x + 0.1y$
$(50, 150)$	25 (أقل تكلفة)
$(50, 225)$	32.5
$(100, 150)$	35

II

أكبر وأصغر قيمة للربح تكون عند رؤوس المنطقة



(x, y)	$P = x + 2y$
$(0, 0)$	0
$(0, 6)$	12
$(4, 6)$	16
$(10, 0)$	10
$(10, 3)$	16

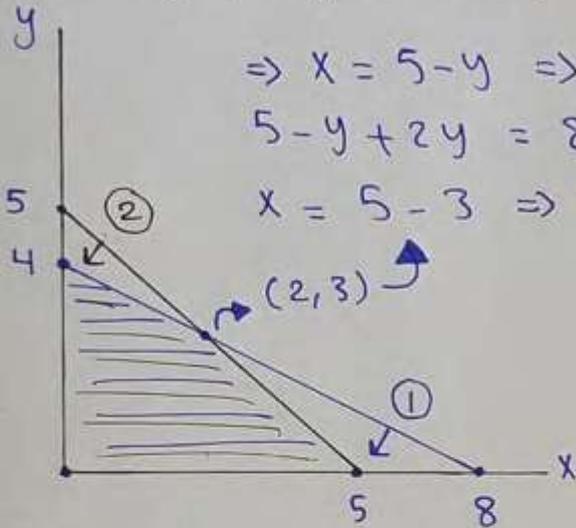
* أكبر قيمة للربح تكون عند $(4, 6)$ و $(10, 3)$ و بإمكاننا أن نختار أي واحدة منهما و تطبيقها لأنهما يعطيان نفس الربح

* النقطة $(6, 5)$ من داخل المنطقة الحد يكون عندها الربح 16

* الخاصية : أكبر وأصغر قيمة للاختياران الهدف تكون عند رؤوس المنطقة وقد تكون تقاطع داخل المنطقة لها نفس القيمة ولكن لنا توجد تقاطع في المنطقة تتجاوز أكبر وأصغر قيمة

جد اقتران الهدف الذي صورتها $G = ax + by$ حيث a, b حيت (12) عدداً حقيقياً وله أكبر قيمة عند النقطة $(2, 3)$ وهي 18

فمن القيود التالية: $(1) x + 2y \leq 8$, $(2) x + y \leq 5$, $x, y \geq 0$



$$\Rightarrow x = 5 - y \Rightarrow$$

$$5 - y + 2y = 8 \Rightarrow y = 3$$

$$x = 5 - 3 \Rightarrow x = 2$$

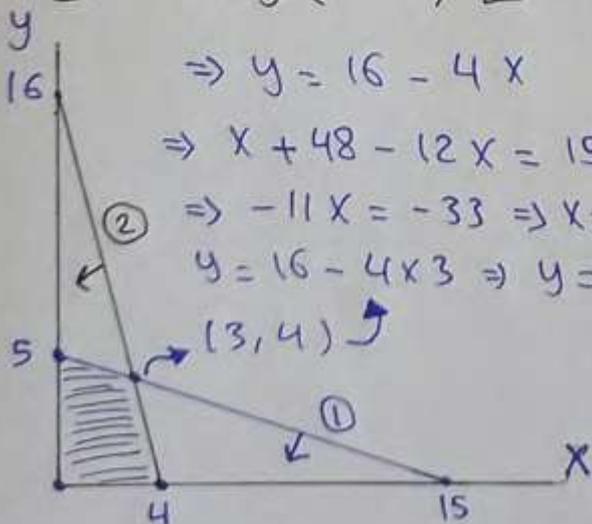
(x, y)	$G = ax + by$
$(0, 0)$	0
$(0, 4)$	$4b$
$(5, 0)$	$5a$
$(2, 3)$	$2a + 3b = 18$

$$5a < 18 \Rightarrow a < 3.6 \quad 4b < 18 \Rightarrow b < 4.5$$

$$(a, b) = (3, 4) \Rightarrow G = 3x + 4y$$

جد قيم n (حيث n عدد صحيح موجب) والتي يجعل للاقتران (13) الهدف $D = 3x + ny$ أكبر قيمة عند $(3, 4)$ ضمن الشروط

$(1) x + 3y \leq 15$, $(2) 4x + y \leq 16$, $x \geq 0$, $y \geq 0$



$$\Rightarrow y = 16 - 4x$$

$$\Rightarrow x + 48 - 12x = 15$$

$$\Rightarrow -11x = -33 \Rightarrow x = 3$$

$$y = 16 - 4 \times 3 \Rightarrow y = 4$$

(x, y)	$D = 3x + ny$
$(0, 0)$	0
$(0, 5)$	$5n$
$(4, 0)$	12
$(3, 4)$	$9 + 4n$ (الأكبر)

$$9 + 4n > 5n \Rightarrow 9 > n \Rightarrow n \in [1, 9)$$

* حلّول أسئلة اختيار نهائية الوحدة الأولى ٥٥

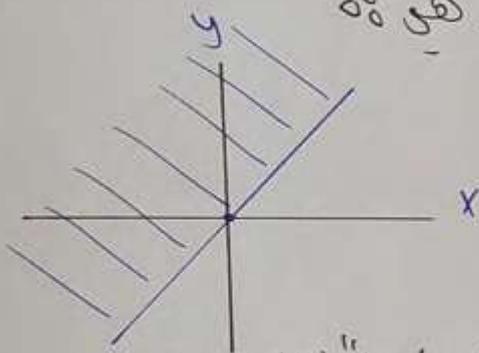
* ضع دائرة حول الإجابة الصحيحة ٥٥

1 الزوج الذي يمثل حلاً للمتباينة $-10 < 7y - 8x$ هو ٥

$$\Rightarrow 7 \times 5 - 8 \times 2 > -10 \quad \text{a) } (3, 2) \quad \text{b) } (3, 1)$$

$$35 - 16 > -10 \Rightarrow 19 > -10 \quad \text{c) } (-4, -7) \quad \text{d) } (2, 5)$$

2 المتباينة التي لها التمثيل البياني التالي هي ٥



$$\text{a) } x - y \leq 0 \quad \text{b) } x - y \geq 0$$

$$\text{c) } x + y \leq 0 \quad \text{d) } x + y \geq 0$$

3 المتباينة التي يكون الزوج المرتب $(1, 2)$ حلاً لها هي ٥

$$\Rightarrow 2 - 13 \times 1 \leq -6 \quad \text{a) } 2x + 7y < 2 \quad \text{b) } x - 11y \geq -2$$

$$-11 \leq -6 \quad \text{c) } y - 13x \leq -6 \quad \text{d) } 2y - x > 9$$

4 الزوج الذي يمثل حلاً للنظام $2x - y \geq -3, y + 5x < 7$ هو ٥

$$\Rightarrow 0 + 5 \times 0 < 7$$

$$\Rightarrow 0 < 7 \text{ --- (1)}$$

$$\text{a) } (3, 2)$$

$$\text{b) } (0, 0)$$

$$\Rightarrow 2 \times 0 - 0 \geq -3$$

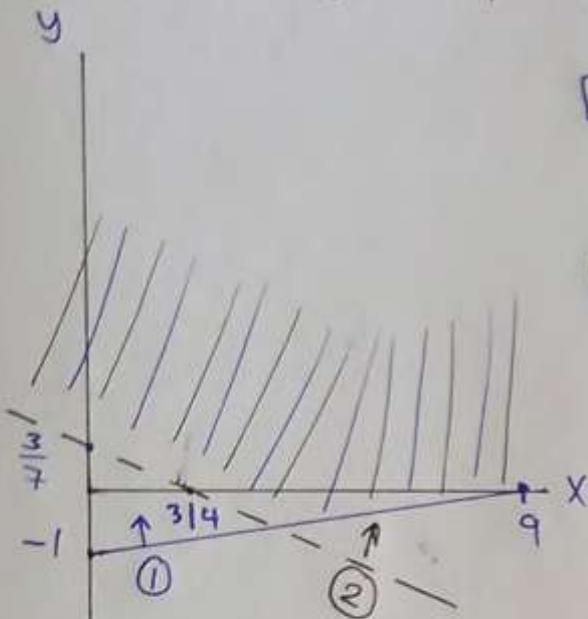
$$0 \geq -3 \text{ --- (2)}$$

$$\text{c) } (-4, -2)$$

$$\text{d) } (2, 8)$$

⊗ حل لكلمة "من أنظمة المتباينات الخطية التالية" ٥٨

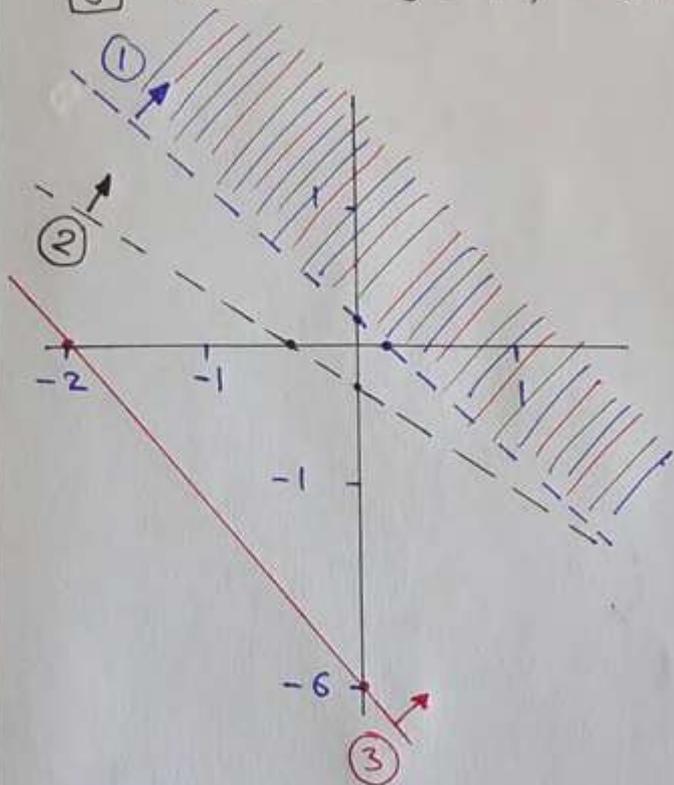
5 $x - 8y \leq 9$, $4x + 7y > 3$



1 $0 - 8y = 9 \Rightarrow y = -\frac{9}{8}$
 $x - 0 = 9 \Rightarrow x = 9$

2 $0 + 7y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{7}$
 $4x + 0 = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

6 $12x + 10y > 1$, $-5x - 8y < 2$, $3x + y \geq -6$



1 $(0, \frac{1}{10})$ $(\frac{1}{12}, 0)$

2 $(0, -\frac{1}{4})$ $(-\frac{2}{5}, 0)$

3 $(0, -6)$ $(-2, 0)$

* عدد الطالبات x و عدد الطلاب y

* لا يقل العدد الكلي عن 5 ولا يزيد عن 15

* لا يقل عدد الطلاب عن نصف عدد الطالبات.

7 اشرح بالكلمات معنى $2y \geq x$

ضعفي عدد الطلاب أكبر من أو يساوي عدد الطالبات أو أن عدد الطلاب أكبر من أو يساوي نصف عدد الطالبات.

8 إذا كان عدد الطالبات 6، فما العدد الممكن للطلاب؟

3 فما فوق (أي 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) لأنه لا يقل عن نصف الـ 6

9 جد جميع الحلول الممكنة للنظام حيث m, n صحيحان وموجبان

$$\textcircled{1} m+n > 4 \quad \textcircled{2} 3m+7n \leq 21$$

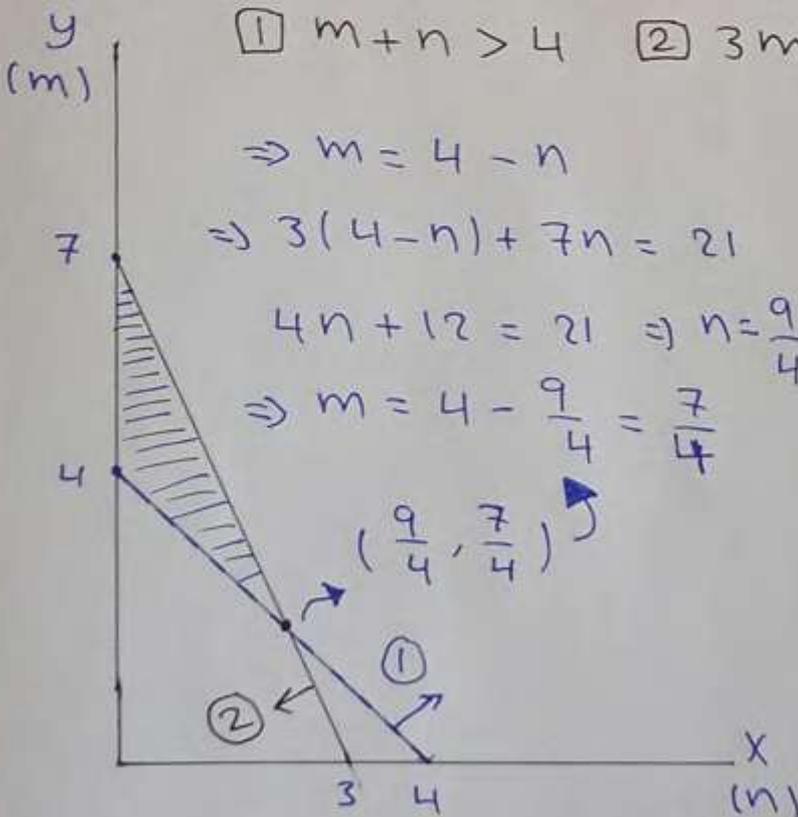
$$\Rightarrow m = 4 - n$$

$$\Rightarrow 3(4-n) + 7n = 21 \quad \text{قيم } m, n \text{ المحتملة: } (1, 4)$$

$$4n + 12 = 21 \Rightarrow n = \frac{9}{4}$$

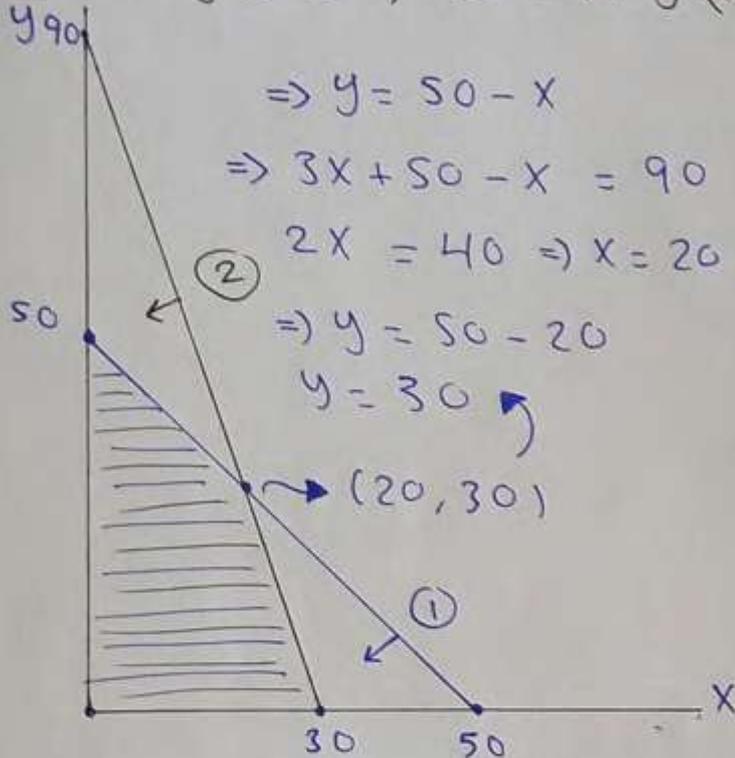
$$\Rightarrow m = 4 - \frac{9}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\left(\frac{9}{4}, \frac{7}{4}\right)$$



10) جد أكبر قيمة للاقتران $P = 4x + y$ ضمن القيود التالية:

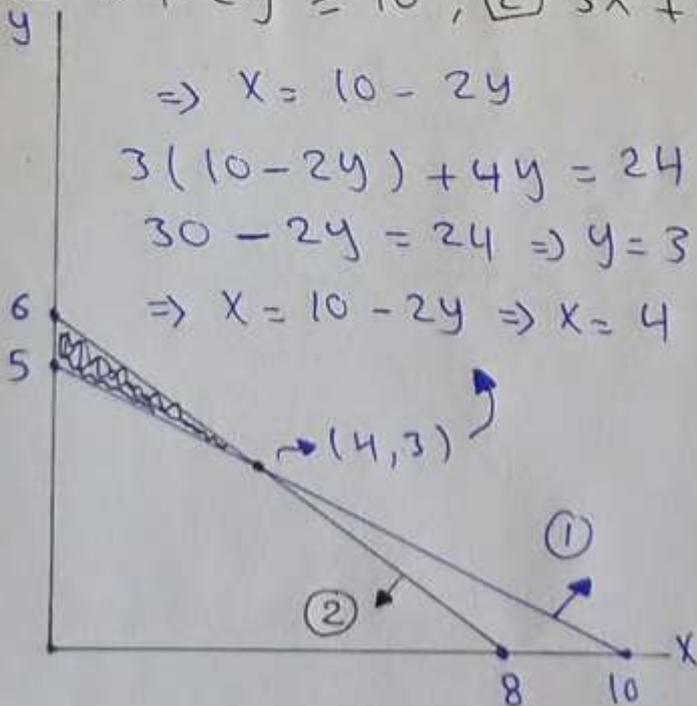
① $x + y \leq 50$, ② $3x + y \leq 90$, ③ $x, y \geq 0$



(x, y)	$P = 4x + y$
$(0, 0)$	0
$(30, 0)$	120 (أكبر قيمة)
$(0, 50)$	50
$(20, 30)$	110

11) جد أصغر قيمة للاقتران $C = 200x + 500y$ ضمن القيود:

① $x + 2y \geq 10$, ② $3x + 4y \leq 24$, ③ $x, y \geq 0$



(x, y)	$C = 200x + 500y$
$(0, 5)$	2500
$(0, 6)$	3000
$(4, 3)$	2300 (أقل قيمة)

القطعة الثانية	القطعة الأولى	
1h	2h	زمن المعالجة في A
1h	1h	زمن المعالجة في B
JD 15	JD 20	مقدار الربح

12) x : القطعة الأولى

y : القطعة الثانية

ساعات عمل الماكينة A لا تزيد

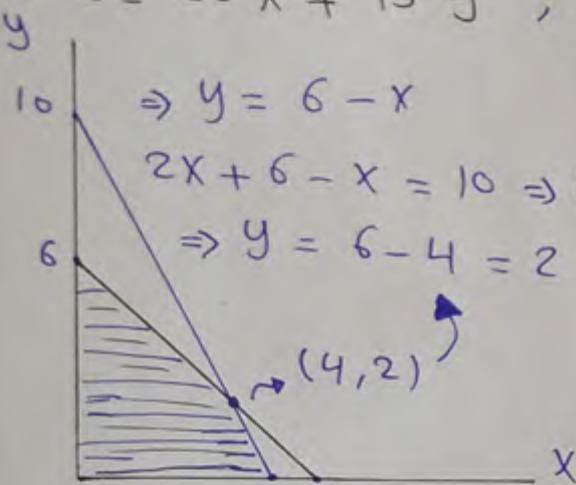
عن 10 ساعات و الماكينة B

لا تزيد عن 6 ساعات .

جد عدد القطع اللازم إنتاجها لتحقيق أكبر ربح

$$z = 20x + 15y \quad (1) \quad 2x + y \leq 10$$

$$(2) \quad x + y \leq 6$$



(x, y)	$z = 20x + 15y$
(5, 0)	100
(4, 2)	110 → أكبر ربح
(0, 6)	90
(0, 0)	0

كمية	طحين الشوفان	الطحين العادي	
	0.8	0.5	السعر
فئتا A	4 وحدات	3 وحدات	
فئتا B	2 وحدات	5 وحدات	
فئتا C	3 وحدات	1 وحدة	

x : طحين عادي y : طحين شوفان

$$C = 0.5x + 0.8y$$

$$(1) \quad 3x + 4y \geq 12$$

$$(2) \quad 5x + 2y \geq 10$$

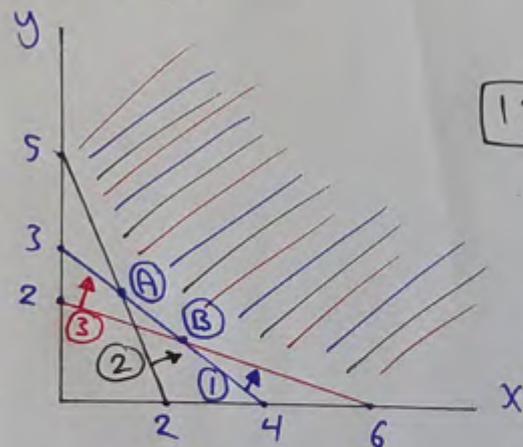
$$(3) \quad x + 3y \geq 6$$

$$A = \left(\frac{8}{7}, \frac{15}{7} \right)$$

$$B = \left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5} \right)$$

$$(13) \quad (x, y) = \left(\frac{12}{5}, \frac{6}{5} \right)$$

و قيمتها هي JD 2.16



14) إذا كان $y > 4$ فإن الإشارة المناسبة في $\frac{3y+2}{5}$ هي $\frac{\square}{\square}$

$\Rightarrow y = \frac{3y+2}{5} \Rightarrow$ (a) $>$ (b) $<$

$2y = 2 \Rightarrow y = 1, y > 4$ (c) \leq (d) \geq

15) إذا كان $0 < y < x$ فأي مما يلي صحيح ؟

$\Rightarrow xy \sim$ موجب (a) $xy^2 < x$ (b) $xy < y^2$

$x^2 \sim$ موجب but $x < y$ (c) $xy < x^2$ (d) $y-1 < x$

16) إذا كانت $c < b < a$ أعداد فردية متتالية وكان

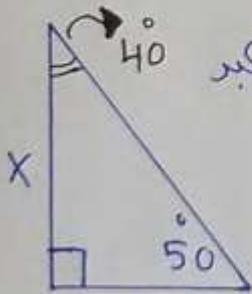
(1) $y = b + c - 1$ (2) $x = a + b + 1$

$a, b, c \Rightarrow a, a+2, a+4$ (a) $x > y$ (b) $x < y$

$y = a+2 + a+4 - 1 = 2a+5$ (c) $x = y$ (d) $2x = y$

$x = a + a + 2 + 1 = 2a+3$

17) أي مما يلي صحيح إذا عتقنا ذلك المثلث ؟



⊗ لأن الضلع الأكبر يقابل الزاوية الأكبر

(a) $x > y$ (b) $x < y$

(c) $x = y$ (d) $2x = y$

18) إذا كانت $0 < n < k$ فأي مما يلي مقدار موجب ؟

$\Rightarrow k$: سالب n : سالب (a) $k-n$ (b) kn

$kn =$ سالب \times سالب = موجب (c) k^2n (d) $k^2n + kn^2$