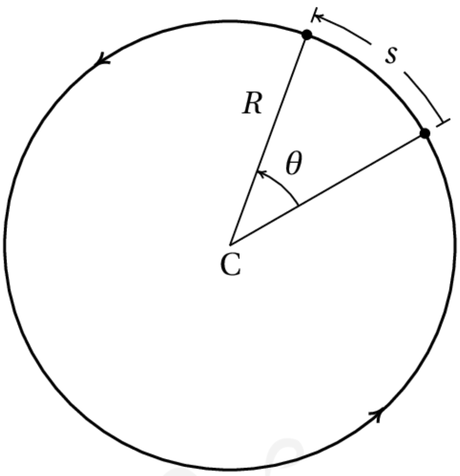
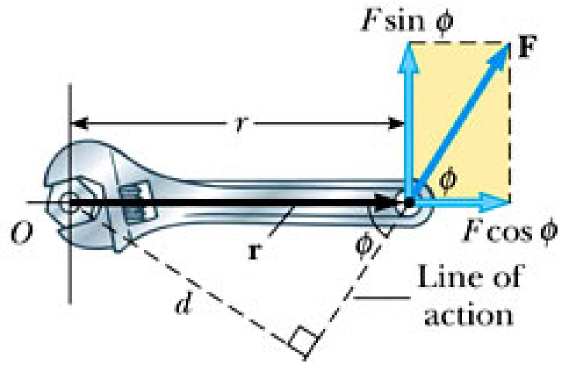
المثالي

في الفيزياء

الوحدة الثانية

الحركة الدورانية





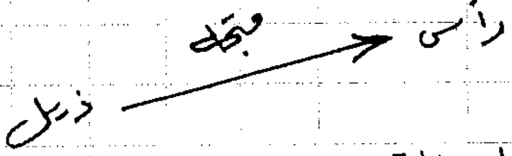
الأستاذ

أحمد شقبوعة

الدرس الأول : العزم والاتزان السكوني

مقدمات هامة قبل الدخول الى موضوع العزم :

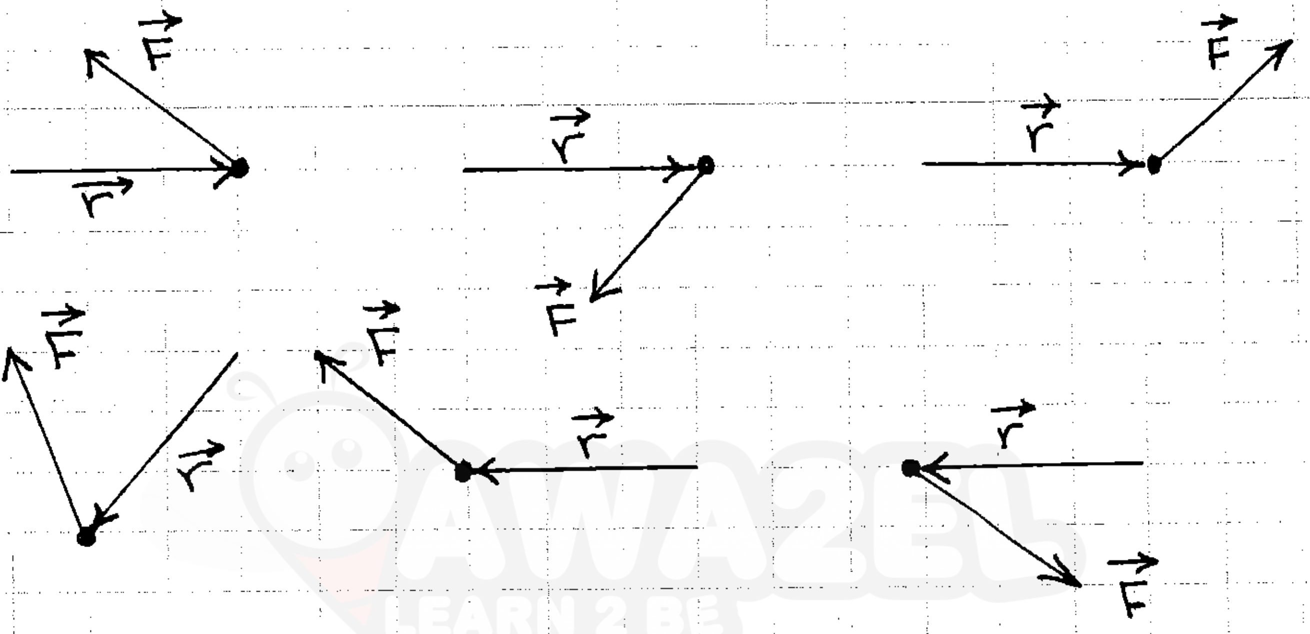
1. تحديد الزاوية بين متجهين :



الزاوية بين متجهين : هي الزاوية بين ذيلي المتجهين بعد خروجها من نقطة التقاطع .

توضيح : إعتبر أن نقطة التقاطع هي نقطة ضوئية وكل متجه هو شعاع خارج منها ، بعد خروج الشعاعين من النقطة نأخذ أصغر زاوية بين الذيلين .

تمرين : حدد بالرسم الزاوية بين المتجهين $\vec{F}$ و $\vec{r}$ في كل مما يلي :

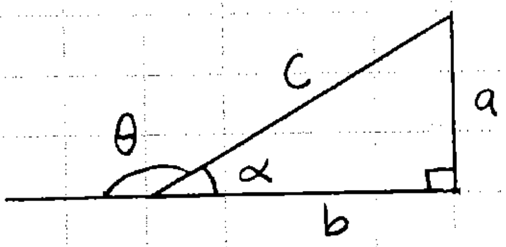


ملاحظة : الزاويتان المتكاملتان مجموعهما يساوي 180°
احدى المتطابقات الهامة المتعلقة بالزوايا المتكاملة :

$\sin(\theta) = \sin(180-\theta)$ ⇐ عادة تستخدم مع الزاوية المنفرجة

Sin(الزاوية المنفرجة) = sin (مكملتها)

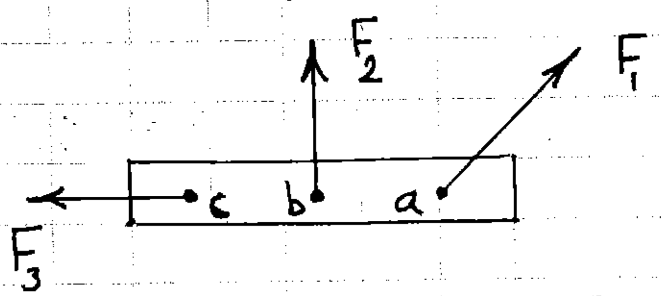
مثال : 150° ⇐ • $\sin(150) = \sin(30) = \frac{1}{2}$



مثال بالرموز : α ، θ متكاملتان
لأنه $\alpha + \theta = 180°$

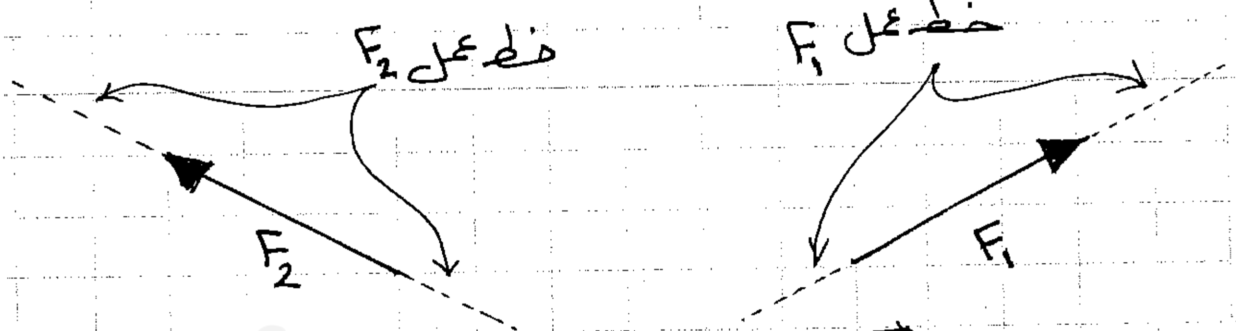
$$\sin\theta = \sin\alpha = \frac{a}{c}$$

2. نقطة تأثير القوة : هي نقطة على الجسم تؤثر عندها القوة ويخرج متجه القوة منها



(a) نقطة تأثير F_1
(b) " " F_2
(c) " " F_3

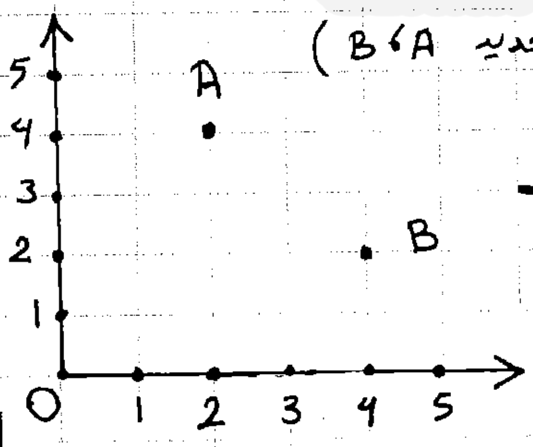
3. خط عمل القوة : هو امتداد متجه القوة من الجانبين



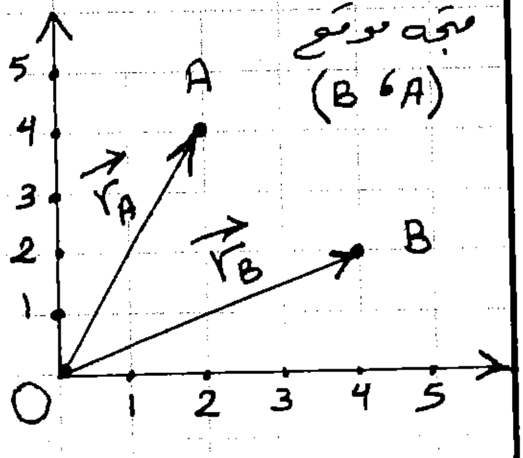
4. متجه الموقع $\vec{r}$: متجه الموقع لنقطة هو متجه ذيله عند نقطة (المرجع أو الأصل أو محور الدوران) ورأسه عند النقطة.

مثال: إرسم متجه الموقع للنقطتين A(2,4) ، B(4,2)

(تحديد A ، B)

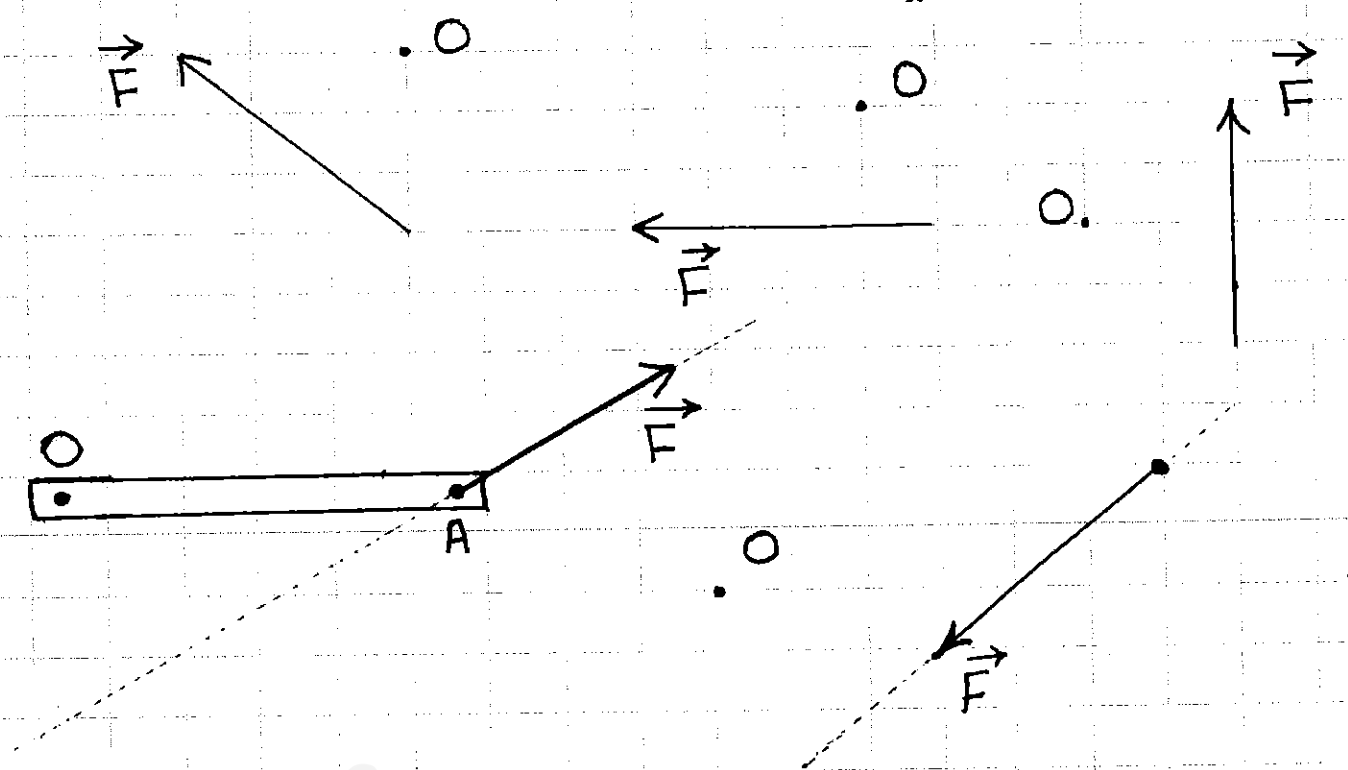


متجه موقع (A ، B)

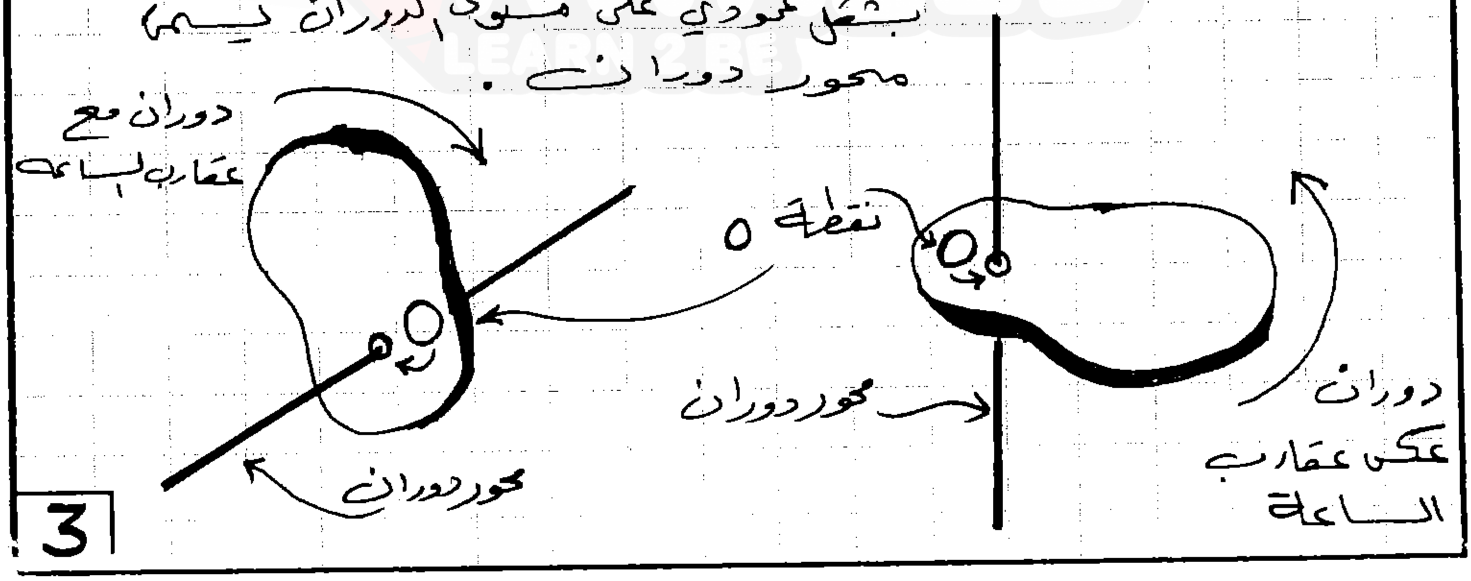


5. البعد العمودي بين نقطة ومتجه هو أقصر مسافة بين النقطة والمتجه.
ولتمثيل البعد العمودي نُسقط عمود من النقطة على المتجه (المستقيم) ونرمز للبعد العمودي (d).

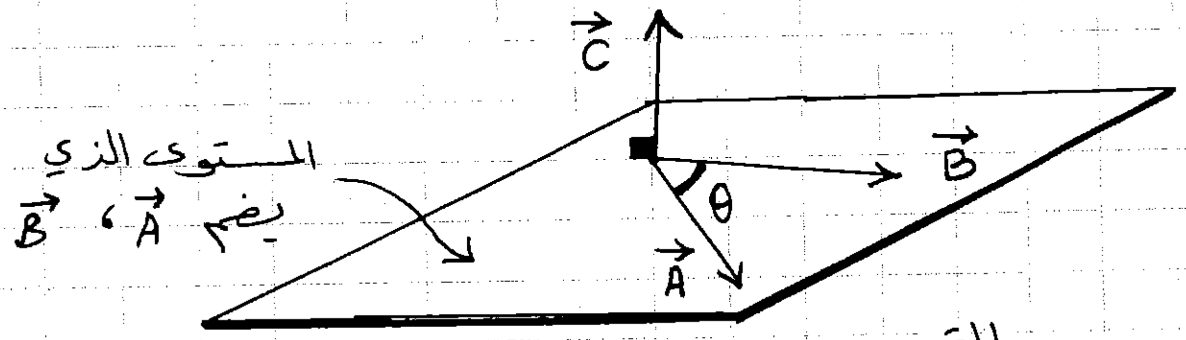
مثال: أُرسم البعد العمودي (d) بين النقطة (O) والمتجه ($\vec{F}$) أو خط عمله في كل ممايلي:



6. محور الدوران: أثناء دوران جسم حول نقطة تسمى هذه النقطة (نقطة إرتكاز أو نقطة تثبيت) بينما الخط الوهمي الذي يمر في النقطة بشكل عمودي على مستوى الدوران يسمى محور دوران.



7. الضرب المتجهي: اذا كان لدينا متجهان $(\vec{A})$ ، $(\vec{B})$ فإن ناتج الضرب المتجهي لهما هو متجه ثالث $\vec{C}$ اتجاهه عمودي على كل منهما $(\vec{A})$ ، $(\vec{B})$ في آن واحد اي عمودي على المستوى الذي يضم $(\vec{A})$ ، $(\vec{B})$.



قانون الضرب المتجهي ←

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

ولإيجاد مقدار المتجه $(\vec{C})$:

$$C = AB\sin\theta$$

A : مقدار المتجه $\vec{A}$
B : مقدار المتجه $\vec{B}$
θ : الزاوية بين المتجهين $\vec{A}$ ، $\vec{B}$.

العزم : مقياس لمقدرة القوة على إحداث دوران لجسم وهو كمية متجهة يرمز له (τ) .

توضيح : عزم القوة هو الأثر الدوراني للقوة بمعنى أن

① القوة التي تدوِّر (أو تميل الى تدوير) الجسم نقول أن لها عزم.

② القوة التي لا تدوِّر (أو لا تميل الى تدوير) الجسم نقول أنه ليس لها عزم.

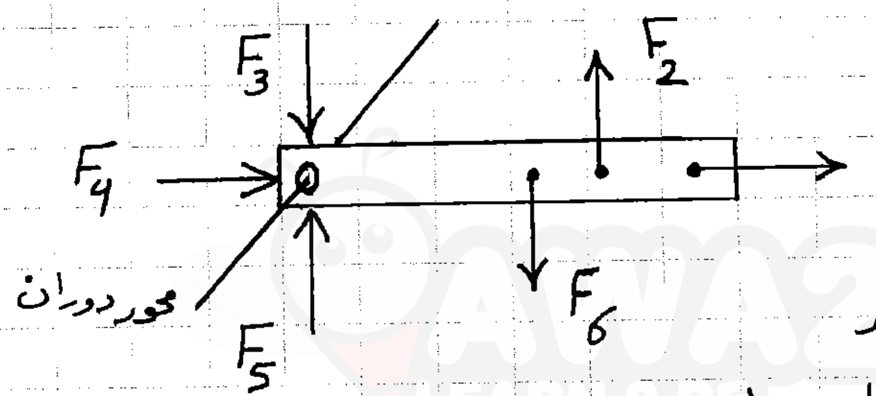
ولأن العزم كمية متجهة فانه :

أ- يكون موجب اذا سبب دوران عكس عقارب الساعة.

ب- يكون سالب اذا سبب دوران مع عقارب الساعة.

قاعدة بسيطة : اذا مرّ خط عمل القوة في محور الدوران فانه هذه القوة لا تدوِّر الجسم لذلك ليس لها عزم.

توضيح :



الشكل يمثل مسطرة قابلة للدوران حول محور يمر في طرفها الأيسر

(F_1 ، F_3 ، F_4 ، F_5) ليس لها عزوم حول هذا المحور لانه خط عمل كل قوة يمر في محور الدوران

(F_2) لها عزم حول هذا المحور واشارتهُ موجبة لأنها تميل الى تدوير المسطرة عكس عقارب الساعة.

(F_6) لها عزم حول هذا المحور واشارته سالبه لأنها تميل الى تدوير المسطرة مع عقارب الساعة.

ملاحظة هامة: عند تحديد اشارة عزم قوة معينة اعتبر وكأن هذه القوة هي الوحيدة المؤثرة على الجسم ثم قرر كيف تدوّر هذه القوة الجسم مع أو عكس عقارب الساعة.

التعريف الرياضي للعزم ($\vec{\tau}$):

"ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوة ($\vec{F}$) ومتجه الموقع ($\vec{r}$) لنقطة تأثير القوة"

$\vec{r}$: متجه موقع نقطة التأثير يبدأ من محور الدوران (O) وينتهي عند نقطة التأثير (تأثير القوة).

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

ولحساب مقدار العزم

$$\tau = r F \sin\theta$$

حيث θ: الزاوية بين المتجهين ($\vec{r}$ ، $\vec{F}$)

يقاس العزم بوحدة (N.m) وهي تشبه وحدة قياس الشغل (N.m) لكن هنا لن نختصرها ب (J) وذلك للتمييز بين العزم والشغل.

ملاحظة هامة: للتأكيد على موضوع الاشارة عند حساب العزم سنقوم بكتابة قانون العزم على الشكل

$$\tau = (\pm) F r \sin\theta$$

حيث:

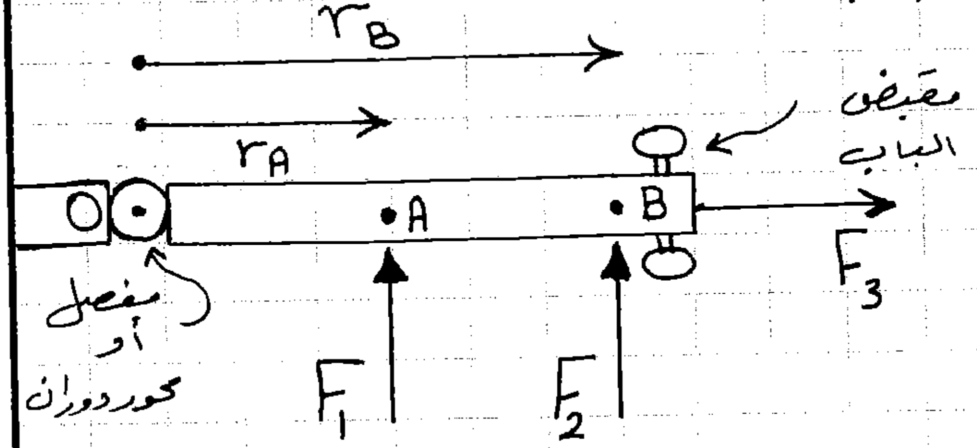
① نختار (+) لو كانت القوة تميل الى تدوير الجسم عكس عقارب الساعة

② نختار (-) لو كانت القوة تميل الى تدوير الجسم مع عقارب الساعة.

• يمكنه القول أن عزم القوة يساوي ناتج ضرب مقدار القوة (F) في ذراع القوة (d) حيث أن ذراع القوة هو البعد العمودي بين محور الدوران وخط عمل القوة .

أي أن : $(\tau = (\pm) F d)$

توضيح : الشكل يمثل منظر علوي لباب يدور حول مفصل - محور دوران (O) .



• (F_1) ، (F_2) تؤثران عمودياً على سطح الباب عند (A) ، (B) على الترتيب وكل منهما له أثر دوراني لأنهما تميلان الى تدوير الباب .

• (F_3) ليس لها أثر دوراني لأنه خط عملها يمر في محور الدوران .

• $(\vec{r}_A)$: متجه موقع النقطة (A) وهو هنا يمثل ذراع القوة (F_1) .

• $(\vec{r}_B)$: متجه موقع النقطة (B) وهو هنا يمثل ذراع القوة (F_2) .

- لو كانت $(F_1 = F_2)$ فإنه عزم (F_2) أكبر منه عزم (F_1) لأنه ذراع القوة (F_2) أكبر منه ذراع القوة (F_1)

بالرموز :

$$\because \left.\begin{matrix} r_B > r_A \\ F_2 = F_1 \end{matrix}\right\} \rightarrow \tau_2 > \tau_1$$

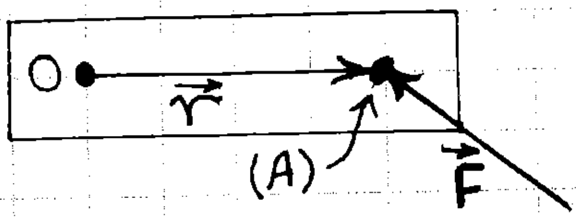
لذلك فإنه (F_2) تدوّر الباب أسرع لأنه عزمها أكبر حول (O) .

سؤال : هل دائماً ذراع القوة (d) يساوي مقدار متجه الموقع لنقطة تأثير القوة (r) ؟

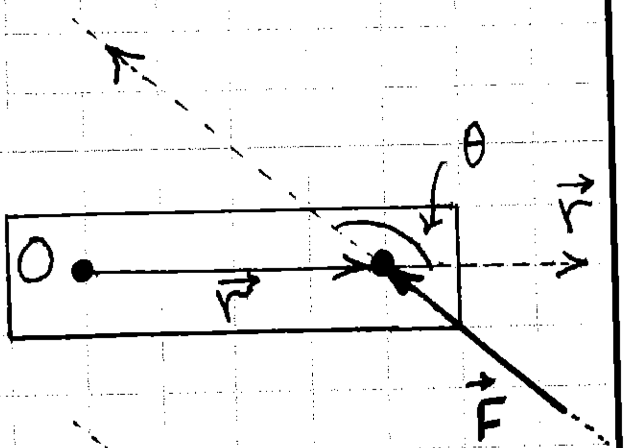
الجواب : ذراع القوة (d) = متجه الموقع (r) فقط عندما يكون (r) عمودي على خط عمل القوة (F) .

توضيح : لو كانت القوة مائلة على (r) فإن (r) لا يمثل ذراع القوة

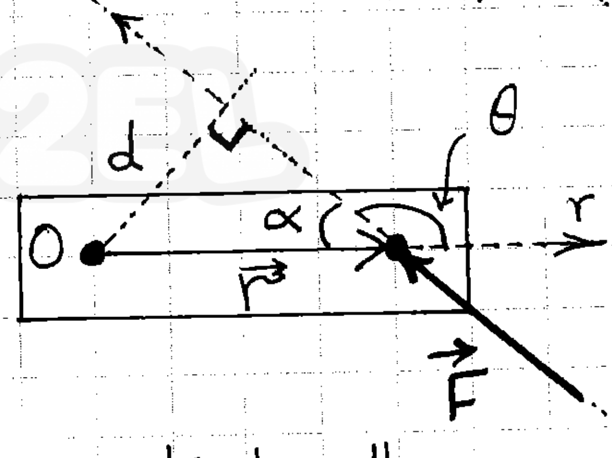
⇐ مسطرة قابلة للدوران حول المحور (O)
(A) نقطة تأثير (F) .
($\vec{r}$) متجه موقع (A) بالنسبة للمحور (O)



. إعمل امتداد لمتجه الموقع $\vec{r}$.
. ارسم خط عمل القوة $\vec{F}$.
. θ : الزاوية بين المتجهين $\vec{r}$ ، $\vec{F}$



. أسقط عمود من (O) على خط عمل $\vec{F}$
فتحصل على ذراع القوة (d)



$$\tau = (\pm)\, F\, d$$

وللحصول على الصورة الأولى :
لاحظ أن (r) مقابل للزاوية القائمة فهو (الوتر)
وأن (d) مقابل للزاوية (α) لذلك ....

$$\sin\alpha = \frac{d}{r} \rightarrow d = r\sin\alpha \Rightarrow \alpha + \theta = 180^\circ$$

متكاملتان

لذلك $\sin\alpha = \sin\theta$

$\therefore$ $d = r\sin\alpha = r\sin\theta$ ..... ذراع القوة

$$\therefore \tau = (\pm) F d = (\pm) F r \sin\theta$$

حيث θ : الزاوية بين المتجهين $(\vec{F} , \vec{r})$

سؤال : ما المقصود بالعزم ؟

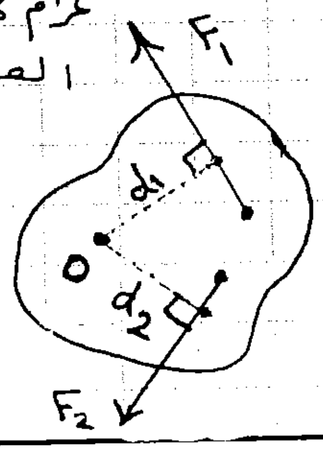
الجواب : العزم $(\vec{\tau})$: مقياس لمقدرة القوة على احداث دوران جسم ويساوي ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوة $(\vec{F})$ ومتجه موقع تأثير القوة $(\vec{r})$ بالنسبة لمحور الدوران .

سؤال : ما العوامل التي تعتمد عليها العزم ؟

الجواب : ① مقدار القوة (F)

② ذراع القوة $(d = r\sin\theta)$ وهو البعد العمودي بين محور الدوران و خط عمل القوة .

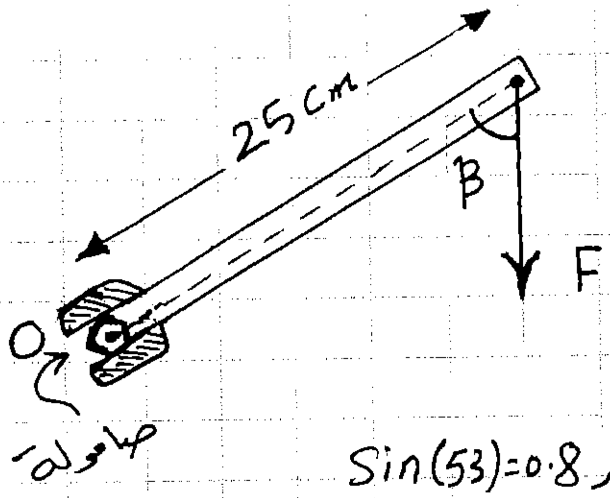
• ملاحظة : لو أثر على الجسم عدة قوى و كان قابل للدوران حول محور ثابت فانه لايجاد محصلة العزوم فإننا نجد عزم كل قوة حول محور الدوران على حدة ثم نجمع العزوم مع مراعاة اشارة كل منها.



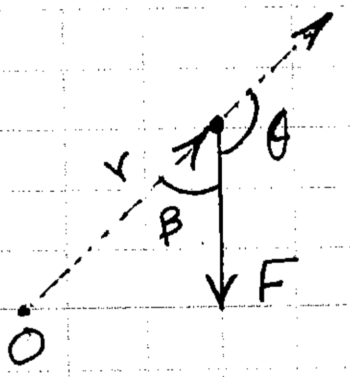
محصلة العزوم حول O

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2$$
$$= F_1 d_1 + (-F_2 d_2) .$$

Q1: يستخدم زيد مفتاح شد طوله (25 cm) لشد صامولة درّاجة ، حيث أثر بقوة مقدارها (200 N) في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح على الشكل ، ماذا علمت أن مقدار الزاوية (β) يساوي (53°) إحسب مقدار العزم المؤثر في المفتاح وحدد إتجاهه .... إعتبر $\sin(53)=0.8$



الحل : محور الدوران عند الصامولة عند النقطة (O)
لذلك فإن ($r = 25cm$) ، ($F = 200\ N$)
أما بالنسبة للزاوية θ بين $\vec{r}$ ، $\vec{F}$



فإنه : $\theta + \beta = 180 \Rightarrow \theta = 180 - \beta$

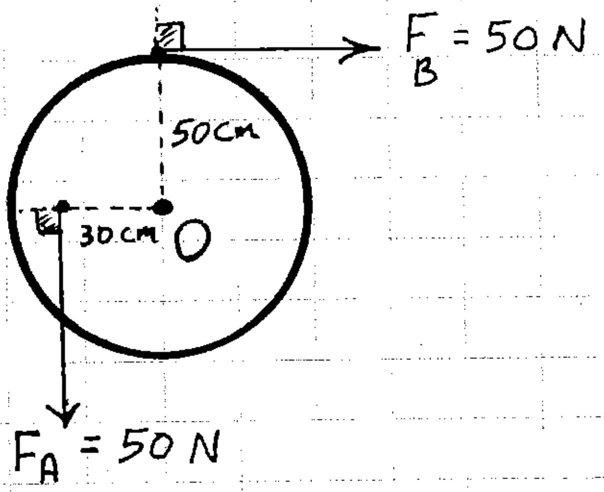
$\theta = 180 - 53 = 127°$

* لكن $\sin\theta = \sin\beta = \sin 53°$

لأنه θ ، β متكاملتان

$$\tau = (\pm)\, F r \sin\theta$$ ...... نختار الإشارة السالبة لأنه (F) تعمل على التدوير مع عقارب الساعة

$$\tau = -(200)(25\times10^{-2})\sin(127°)$$
$$= -50\times(0.8)$$
$$= -40\ N.m$$



Q2: الشكل يمثل بكرة مصمتة قابلة للدوران حول محور يمر في مركزها (O) عمودي على مستوى الصفحة تؤثر في البكرة قوتان F_A ، F_B إعتماداً على المعلومات الموضحة على الشكل إحسب مقدار العزم المحصل وحدد اتجاهه .

الحل :

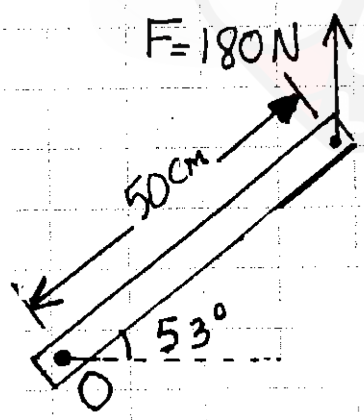
$$\tau = (\pm) F r \sin\theta$$

$$\tau_A = +(50)(30\times10^{-2})\sin 90^\circ$$
$$= +1500\times10^{-2}\times 1 = 15\ N.m$$

$$\tau_B = -(50)(50\times10^{-2})\sin 90$$
$$= -2500\times10^{-2}\times 1 = -25\ N.m$$

العزم المحصل $\sum \tau = \tau_A + \tau_B = 15 + -25 = -10\ N.m$

وبما أن العزم المحصل سالب فانه يعمل على تدوير البكرة باتجاه حركة عقارب الساعة حول محور دورانها .



Q3: في الشكل قضيب معدني قابل للدوران حول محور يمر في النقطة (O) بالاعتماد على البيانات جد مقدار عزم القوة (F) وحدد اتجاهه .

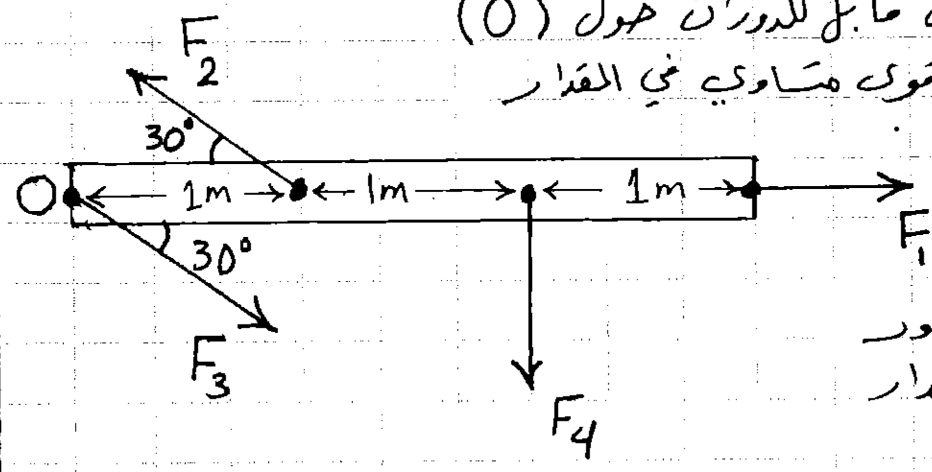
ملاحظة: حل التمرين في نهاية صفحة (43) في الكتاب المدرسي إلغي؛

$$\sin(115) = \sin(65) = 0.9$$

جواب التمرين:

$$\tau = {}^{+}243\ N.m$$ ... دوران عكس عقارب الساعة

Q4: في الشكل قضيب قابل للدوران حول (O) تؤثر فيه أربع قوى متساوي في المقدار في الاتجاهات الموضحة... جد مقدار واتجاه العزم المحصل حول محور عمودي (O) علماً أنه مقدار كل قوة (20 N).



الحل:

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4$$

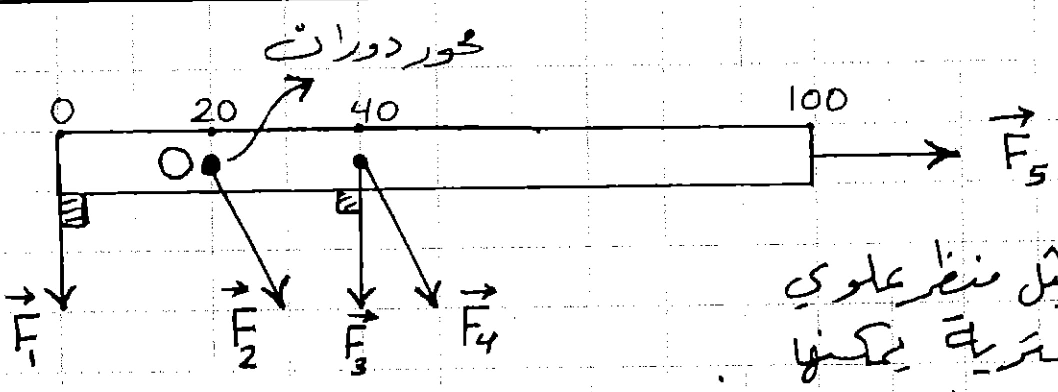
لكن $(\tau_1 , \tau_3) = $ صفر لانه خط عمل F_1 ، F_3 يمر في النقطة (O).

لانه نطبق $\tau = (\pm) F r \sin\theta$

$$\sum \tau = 0 + (F_2)(r)\sin(150) + 0 + (-)(F_4)(r)\sin 90$$
$$= (20)(1)(\sin 30) + -(20)(2)(1)$$
$$= 10 - 40 = -30\ N.m$$

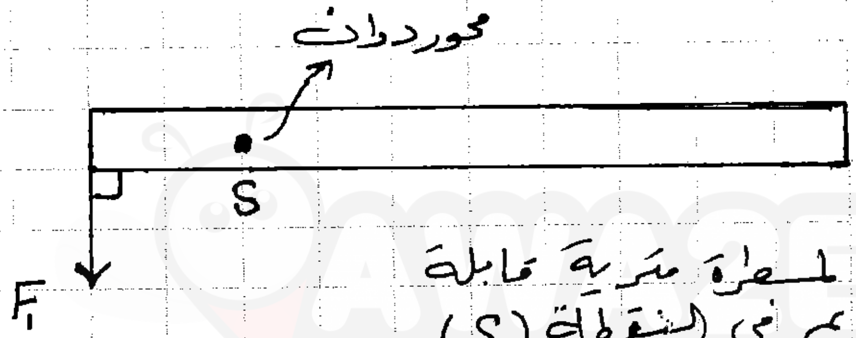
والاشارة السالبة تدل على أنه العزم المحصل يدوّر مع عقارب الساعة...

Q5:



الشكل يمثل منظر علوي لمسطرة مترية يمكنها الدوران حول محور يمر في النقطة (O) التي تبعد (20 cm) عن الطرف الايسر للمسطرة تؤثر فيها خمسة قوى متساوية في المقدار في الاتجاهات الموضحة رتب هذه القوى تنازلياً من حيث قيم العزم الذي تولده.

Q6:

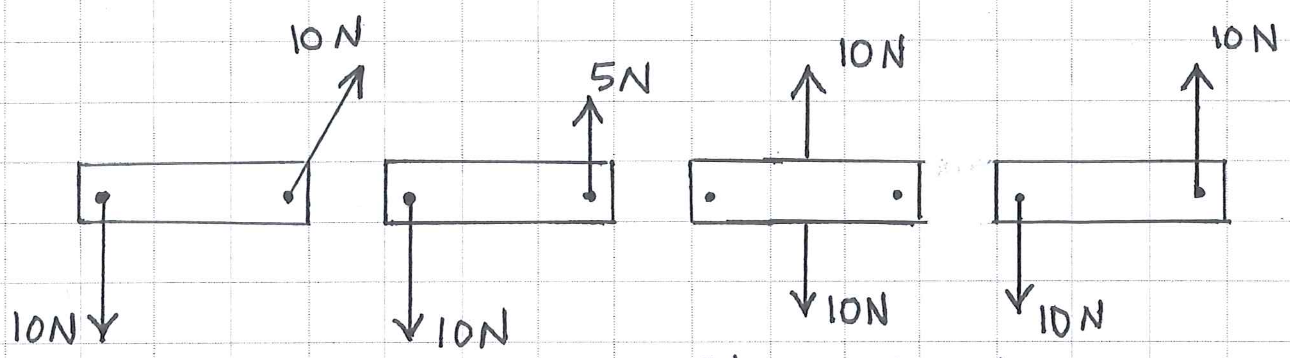


الشكل يمثل منظر علوي لمسطرة مترية قابلة للدوران حول محور يمر في النقطة (S)
قوتان F_1 ، F_2 في مستوى الورقة أثرتا على المسطرة ، F_1 فقط موضحة على الرسم حيث تؤثر عند الطرف الايسر ، F_2 عمودية على المسطرة وتؤثر عند الطرف الايمن ، اذا بقيت المسطرة أفقية ولم تدور ...

(أ) ما هو اتجاه F_2 ؟ (ب) إن قيمة (F_2) تكون أكبر أم أقل أم تساوي (F_1) ؟

الازدواج : قوتان متساويتان مقداراً ومتعاكستان اتجاهاً وخطا عملهما غير منطبقين.

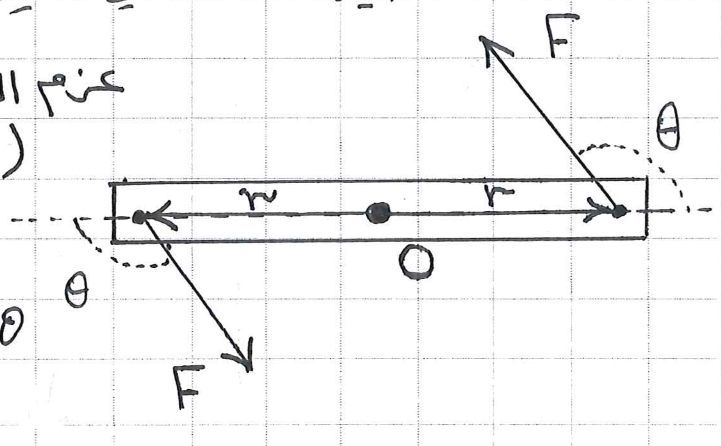
توضيح : أي من الأشكال التالية تمثل ازدواج وأيها لا ؟



ازدواج القوتان حققتا كل الشروط. | ليس ازدواج خطا عملهما منطبقين | ليس ازدواج قوتان غير متساويتين | ليس ازدواج قوتان غير متعاكستين

- كل ازدواج له عزم لأنه يُدوّر أو يميل الى تدوير الجسم الذي يؤثر عليه.
- العزم الذي يسببه الازدواج يسمى عزم الازدواج ويرمز له (τ_{couple}).
- مقدار عزم الازدواج يساوي ناتج ضرب احدى القوتين المتساويتين (F) في البعد العمودي بينهما (d)، وإشارته تعتمد على اتجاه الدوران الذي يسببه.
- في الازدواج يكون محور الدوران (O) هو نقطة منتصف المسافة بين نقطتي تأثير القوتين المتساويتين.

عزم الازدواج هو مجموع عزمي القوتين (F، F) حول (O).



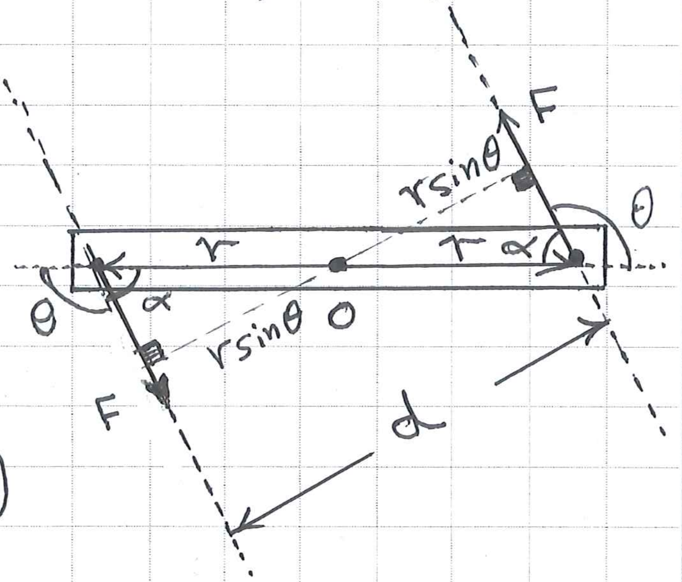
$$\tau_{couple} = \tau_1 + \tau_2$$
$$= Fr\sin\theta + Fr\sin\theta$$
$$= F(2r\sin\theta)$$

. حيث يمثل المقدار ($2r\sin\theta$) البعد العمودي بين خطي عملي القوتين ...(r : بعد نقطة التأثير عن محور الدوران (O)).

$d = r\sin\theta + r\sin\theta$ لاحظ

$d = 2r\sin\theta$

$\tau_{couple} = (\pm) F (2r\sin\theta)$



أو

$\tau_{couple} = (\pm) F d$

. اذا كانت (F) عمودية على (r) فان $d = 2r$

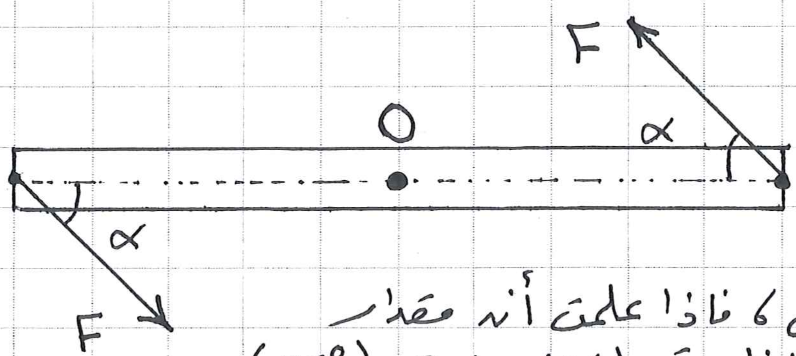
. اذا كانت (F) تصنع زاوية (θ) مع (r) فان $d = 2r\sin\theta$

Q1: ما المقصود بعزم الازدواج؟ وعلام يعتمد؟

عزم الازدواج: هو العزم الناتج عن قوتين متساويتين متعاكستين في الاتجاه خطي عملهما غير منطبقين.

يعتمد عزم الازدواج على: 1. قيمة احدى القوتين المتساويتين.
2. البعد العمودي بين هاتين القوتين.

Q2: مسطرة مترية قابلة للدوران حول محور ثابت يمر في منتصفها عند (O) عمودي على الصفحة



أثر فيها قوتان شكلتا ازدواج، فاذا علمت أن مقدار كل قوة (80 N) ومقدار الزاوية (α) يساوي (37°)

احسب عزم الازدواج المؤثر في المسطرة وحدد اتجاهه

إعتبر ($\sin(37) = 0.6$).

الحل:

$\tau = (\pm) F d \Rightarrow d = 2r\sin\theta$

هنا θ هي مكملة 37°

$\therefore 37 + \theta = 180$

$\therefore \theta = 143^\circ$

لكنه $\sin(143) = \sin(37)$

$= (\pm) F (2r\sin 143)$

$= (+)(80)(1 \sin(37))$

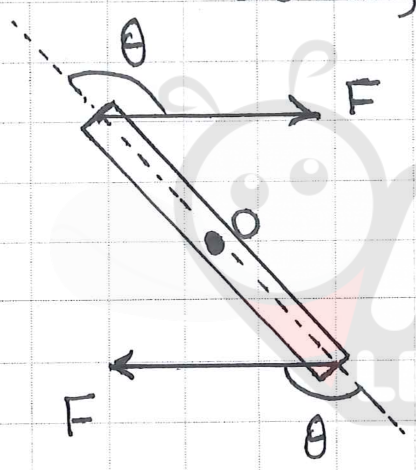
$= (80)(0.6)$

$= +48\ N.m$

* $r = 0.5m \Rightarrow 2r = 1m$

مسطرة مترية ⇐ طولها $1m$

عزم الازدواج موجب لانه يدور عكس عقارب الساعة.



Q_2: قوتان متوازيتان متساويتان مقداراً ومتعاكستان إتجاهاً مقدار كل منهما $(120\ N)$ تؤثران عند طرفي قضيب فلزي طوله $(3m)$ قابل للدوران حول محور ثابت عند منتصفه عمودي على مستوى الصفحة، اذا كان العزم الكلي المؤثر في القضيب $(180\ N.m)$ باتجاه حركة عقارب الساعة إحسب مقدار الزاوية (θ). التي يصنعها خط عمل كل قوة مع متجه موقع نقطة تأثيرها.

الحل:

الاتزان :

• اذا كانت محصلة القوى المؤثرة في جسم تساوي صفر $(\sum F=0)$ فإنه يوجد احتمالان لحالته الحركية :

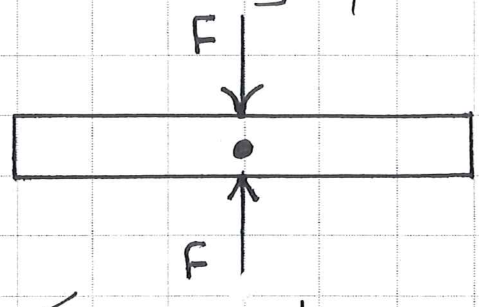
(أولاً) إما أن يكون ساكنة ونقول أنه في حالة اتزان سكوني .

(ثانياً) أو أن يتحرك في خط مستقيم وسرعة ثابتة ونقول أنه في حالة اتزان إنتقالي (حركي).

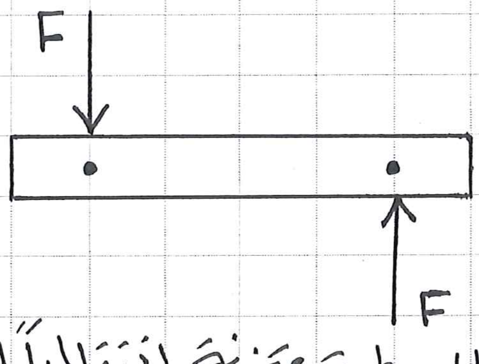
← مثال على ذلك ① سيارة تتحرك بسرعة ثابتة على خط مستقيم قوة دفع المحرك لها تساوي قوى الاحتكاك ومقاومة الهواء

② مظلي يهبط بسرعة ثابتة نحو الارض قوة مقاومة الهواء له تساوي وزنه فيكون $(\sum F=0)$ لذلك فيتحرك بسرعة ثابتة $(a=0)$ ... اتزان إنتقالي.

• قد يتحرك الجسم حركة دورانية مع أنه محصلة القوى المؤثرة عليه تساوي صفر ، هنا نقول أنه الجسم متزن إنتقالياً لكنه غير متزن دورانياً لانه محصلة العزوم عليه لا تساوي صفر.



هذه المسطرة متزنة سكونياً أو انتقالياً على الأقل لانه $(\sum F=0)$ أي أنها قد تكون ساكنة أو متحركة في خط مستقيم وسرعة ثابتة... وهي متزنة دورانياً لانها لا تدور لانه خطي عمل القوتين منطبقة ... $\sum \tau=0$



هذه المسطرة متزنة إنتقالياً لانه محصلة القوى عليها تساوي صفر. لكنها غير ساكنة بل ستدور لانه مجموع العزوم المؤثرة عليها لا تساوي صفر فهي غير متزنة دورانياً لانه خطي عمل القوة غير منطبقة $\sum \tau \neq 0$

نتيجة هامة: حتى يكون الجسم في حالة اتزان سكوني عند تأثير عدة قوى فيه يجب أن يتحقق شرطينه معاً:

الشرط الأول: أن تكون القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفر ($\sum F=0$)

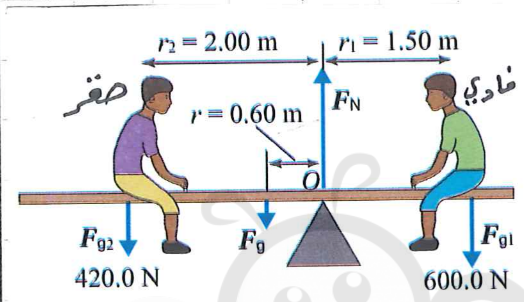
الشرط الثاني: أن يكون العزم المحصل المؤثر فيه يساوي صفر حول أي محور (أو أي نقطة ارتكاز). ($\sum \tau = 0$)

Q1:

يجلس فادي (F_{g1}) وصقر (F_{g2}) على جانبي لعبة اتّزان (see – saw) تتكوّن من لوحٍ خشبيٍّ منتظمٍ متماثلٍ وزنُه (F_g) يؤثّر في منتصفه، يرتكزُ على نقطةٍ تبعُد (0.60 m) يمين منتصف اللّوح الخشبيّ، كما هو موضّحٌ في الشكل . إذا كان النظام المكوّن من اللّعبة والطفلين في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ واللوحُ الخشبيّ في وضعٍ أُفقيّ، ومستعينًا بالبيانات المثبتة في الشكل؛ أحسب مقدار ما يأتي:

أ . وزن اللّوح الخشبي (F_g).

ب. القوّة (F_N) التي تؤثّر بها نقطة الارتكاز في اللّوح الخشبي.



الشكل : طفلان يجلسان على لعبة See – saw متزنة أُفقيًّا.

(أ)

الحل: من الواضح أنه لدينا قوتان مجهولتان وزن اللوح (F_g) والقوة (F_N) التي تؤثر بها نقطة الارتكاز على اللوح .....

وبما أن النظام في حالة اتزان سكوني فإنه ينطبق عليه الشرطان لكن الشرط الأول ($\sum F=0$) لا يفيد في ايجاد (F_g) لأن (F_N) مجهولة ... لذلك نستفيد من الشرط الثاني ($\sum \tau=0$) لكن حتى نهمل (F_N) بسبب أنها مجهولة وحتى لا تظهر في الحسابات نعتبر محور الدوران هو نقطة الارتكاز (نقطة تأثير F_N) ونجد العزوم حولها (بالنسبة لها).

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow \tau = (\pm) F r \sin\theta \cdots \theta = 90^\circ \quad O$$

حول (O)

لأن اللوح أفقي ... $\sin 90 = 1$

$$\tau_{(\text{صقر})} + \tau_{F_g} + \tau_{F_N} + \tau_{\text{فادي}} = 0$$

$$(+)(420)(2) + (F_g)(0.6) + 0 + (-)(600)(1.5) = 0$$

$$840 + (0.6)(F_g) - 900 = 0 \Rightarrow F_g = 100\ N$$

ت) الآن بعد معرفة وزن اللوح ($F_g = 100N$) نطبق الشرط الأول

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_N = F_{g1} + F_g + F_{g2}$$

$$F_N = 420 + 100 + 600 = 1120\,N$$

(دردشة) يمكن حل المسألة السابقة بدون تفكير عميق وذلك من خلال تكوين معادلتين بمجهولين (F_N) و (F_g) ... وكما يلي

① $\sum F = 0 \Rightarrow F_N = F_{g1} + F_g + F_{g2}$

$$F_N = 420 + F_g + 600$$

$$\Rightarrow F_N - F_g = 1020 \quad --- ①$$

② $\sum \tau = 0 \longrightarrow$ حول أي محور لتكن نقطة تأثير (F_g) على سبيل المثال ..

$\sum \tau = 0$ ... $\tau = \pm F r \sin\theta$ --- $\theta = 90° \Rightarrow \sin\theta = 1$

حول حجر

$$\tau_{\text{حجر}} + \tau_{F_g} + \tau_{F_N} + \tau_{\text{فادي}} = 0$$

$$0 + (-)(F_g)(1.4) + (+)(F_N)(2) + (-)(600)(3.5) = 0$$

$-1.4\,F_g + 2F_N = 2100$ بالقسمة على $\div (2)$

$$F_N - 0.7F_g = 1050 \quad \ldots ②$$

ونحل المعادلتين بالحذف والتعويض

$$\begin{aligned} -F_N \mp F_g &= -1020 \\ F_N - 0.7F_g &= 1050 \quad (+) \\ \hline 0.3F_g &= 30 \end{aligned}$$

$$F_g = \frac{30}{0.3} = 100\,N$$

عوض $F_g = 100\,N$ في ①

$$F_N - 100 = 1020$$

$$F_N = 1120\,N.$$

تعليق على الحل الأخير: اذا كان لدينا قوة مجهولة فإنه أفضل وأسرع طريقة لإستثنائها أنه نأخذ مجموع العزوم حول نقطة تأثيرها فتختفي من المعادلة...

مثلاً يمكن ايجاد (F_N) عن طريق أخذ مجموع العزوم حول نقطة تأثير وزن اللوح (F_g) حتى نهمل عزم (F_g)

$$\sum_{(F_g)\ \text{حول}} \tau = 0 \Rightarrow \tau_{\text{صقر}} + \tau_{F_g} + \tau_{F_N} + \tau_{\text{فادي}} = 0$$

$$0 = (+)(420)(1.4) + 0 + (+)(F_N)(0.6) + (-)(600)(2.1)$$

$$588 + 0.6\,F_N - 1260 = 0$$

$$0.6\,F_N - 672 = 0$$

$$F_N = \frac{672}{0.6} = 1120\,N$$

ثم $\sum F = 0 \Rightarrow F_N = F_{g_1} + F_g + F_{g2}$

$$1120 = 420 + F_g + 600$$

ومنه $F_g = 100\,N$

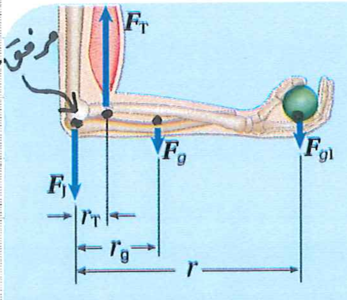
Q2:

تمرين

أحلّلُ وأستنتجُ: ترفع جمان بيدها ثقلاً وزنُه (40.0 N)، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في نادٍ رياضيّ. إذا علمتُ أنّ نقطة التقاء العضلة ثنائيّة الرأس بالساعد تبعدُ ($r_T = 5.0$ cm) عن المرفق، ووزن عظم الساعد والأنسجة فيه (30.0 N) ويؤثر على بُعد ($r_g = 15.0$ cm) عن المرفق، وبُعد نقطة تأثير القوّة في اليد ($r = 35.0$ cm) عن المرفق، والساعد متّزنٌ أفقيا في الوضع الموضّح في الشكل (13)، فأحسبُ مقدار ما يأتي:

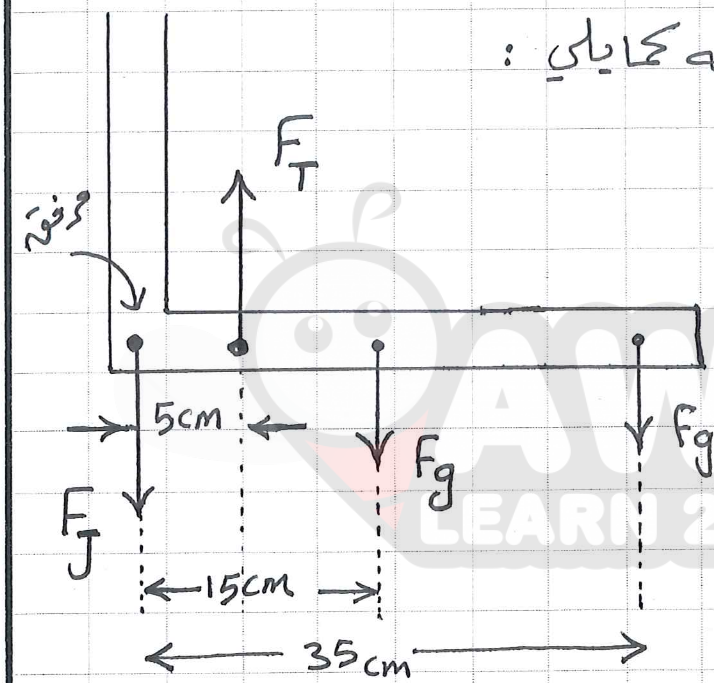
أ. قوّة الشدّ في العضلة (F_T) المؤثّرة في الساعد بافتراضها رأسيًّا لأعلى.

ب. القوّة التي يؤثّر بها المرفق في الساعد (F_J).



الشكل (13): تسحب العضلة ثنائيّة الرأس عظمة الساعد بقوة (F_T) رأسيًّا لأعلى.

الحل: (أ) لتسهيل الشكل ← يمكن رسمه كما يلي:



لإيجاد (F_T) وبما أنه (F_J)
نأخذ مجموع العزوم حول المرفق
نقطة تأثير (F_J) ...

لأنه الذراع متزن أفقياً
$\theta = 90 \Rightarrow \sin\theta = 1$

$\tau = (\pm) F r \sin\theta$

$$\Rightarrow \sum \tau = \tau_J + \tau_{F_T} + \tau_{F_g} + \tau_{F_{g1}} = 0$$
حول المرفق

$$0 + (+)(F_T)(5\times10^{-2}) + (-)(30)(15\times10^{-2}) + (-)(40)(35\times10^{-2}) = 0$$

$$(F_T)(5\times10^{-2}) - 1850\times10^{-2} = 0 \Rightarrow F_T = \frac{1850\times10^{-2}}{5\times10^{-2}}$$

$$\therefore \quad F_T = 370\ N$$

(ب) لإيجاد F_J نطبق الشرط الأول ← $\sum F = 0$

$$F_J + F_g + F_{g1} = F_T \Rightarrow F_J + 30 + 40 = 370 \Rightarrow F_J = 300N$$