الصافي في الفيزياء

الحركة الدورانية

اعداد
أ. محمد صافي

جيل 2005

الصافي في الفيزياء
0790487074

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين وعليه نتوكل ، أما بعد بتوفيق من الله قمنا في هذه الدوسية بشرح وتبسيط وترتيب أفكار الوحدة الثانية " الحركة الدورانية " للكتاب المطور لمادة الفيزياء لطلبة التوجيهي (جيل 2005) ومن بعدهم من الاجيال ، وقد كرست فيه كامل جهودي وحرصت على عرض فيه أهم المعلومات من خلال اضافة عدد كبير من الاسئلة المتنوعة التي يضمن من خلالها الحصول على العلامة الكاملة بإذن الله ، دعياً الله أن اكون قد انعم علي بالسداد والتوفيق في طرحه .

❖ تحتوي هذه الدوسية على :

الدرس الأول : العزم والاتزان السكوني Torque and static Equilibrium .

القسم الأول : العزم Torque .

القسم الثاني : إيجاد محصلة العزم Finding Net Torque .

القسم الثالث : الازدواج Couples .

القسم الرابع : الاتزان Equilibrium .

القسم الخامس : مركز الكتلة Center of Mass .

الدرس الثاني : ديناميكا الحركة الدورانية Dynamic of Rotational Motion .

القسم الأول : وصف الحركة الدورانية Description of Rotational Motion .

القسم الثاني : عزم القصور الذاتي والقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية Momentum of Inertia and Newtins Second Law for Rotational Momentum .

الدرس الثالث : الزخم الزاوي Angular Momentum .

القسم الأول : الطاقة الحركية الدورانية Rotational Kinetic Energy .

القسم الثاني : الزخم الزاوي و العزم Angular Momentum Torque .

القسم الثالث : الأنظمة المكونة من عدة جسيمات Syseam made of many particles .

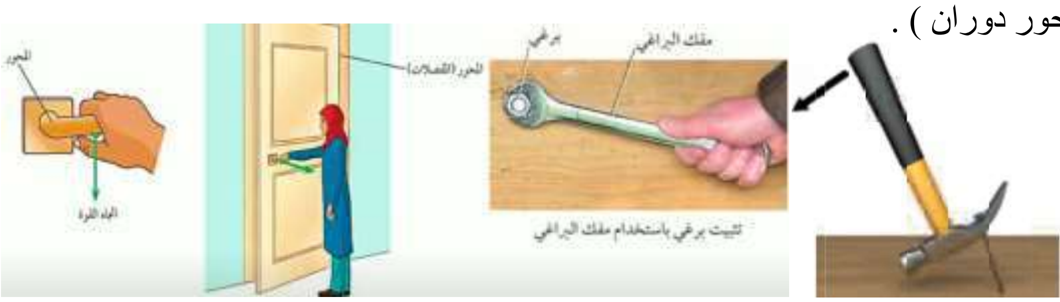
القسم الرابع : حفظ الزخم الزاوي Conservation of Angular Momentum .

الوحدة الأولى: الحركة الدورانية

الدرس الأول : العزم والاتزان السكوني Torque and Static Equilirium .

اولاً : العزم Torque .

العزم (عزم القوة) : هو مقياس لمقدرة القوة على احداث دوران لجسم حول محور ثابت (الأثر الدوراني للقوة حول نقطة دوران ثابتة أو محور دوران) .



- يرمز له بالرمز (τ) ، ويقاس بوحدة ($N.m$).
- كمية فيزيائية **متجهة** .
- يعرف رياضياً : هو ناتج **الضرب المتجهي** لمتجه القوة ($\vec{F}$) ، ومتجه موقع نقطة تأثير القوة ($\vec{r}$) .
- **يعطى بالرموز بالعلاقة التالية :**

$$\tau = \vec{L} \times \vec{F} = rF\sin\theta$$

- حيث : $\vec{F}$: متجه القوة المؤثرة في الجسم .
  F : مقدار القوة المؤثرة في الجسم .
  $\vec{L}$: ذراع القوة .

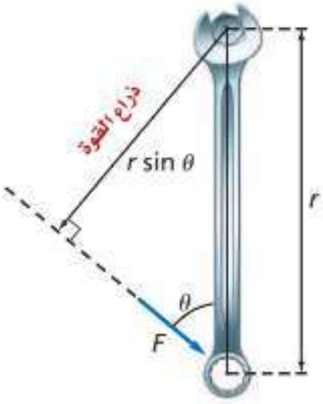
r : البعد بين نقطة تأثير القوة ومحور الدوران(تبدأ من النقطة O الواقعة على محور الدوران وتنتهي عند نقطة تأثير القوة).

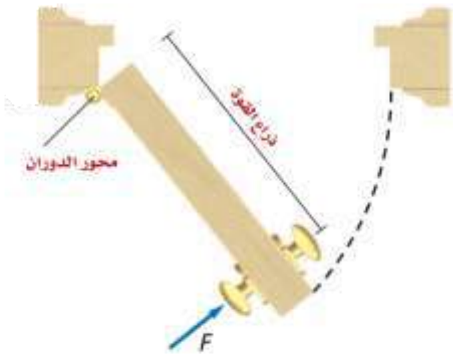
θ : الزاوية المحصورة بين رأسي المتجهين ($\vec{F}$ ،و $\vec{r}$) أو ذيلهما .

- **مصطلحات (مهمة) :**

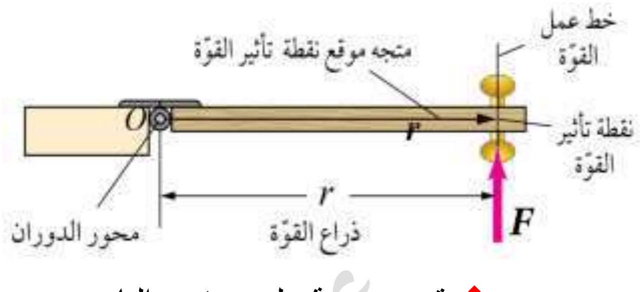
١. ذراع القوة $\vec{L}$: هو المسافة العمودية بين محور الدوران ونقطة تأثير القوة ($\vec{L} = r\sin\theta$) .
٢. محور الدوران : خط وهمي يدور حوله الجسم .
٣. نقطة تأثير القوة : هي النقطة التي تؤثر فيها القوة على الجسم .
٤. خط عمل القوة : هو امتداد متجه القوة .

- **رسم توضيحي :** يبين الشكل كيف تكون ذراع القوة محاذية لعرض الباب من المفصلات حتى نقطة تأثير القوة . بينما تحسب ذراع القوة (L) من المعادلة $L = r\sin\theta$ عندما تكون الزاوية θ بين القوة ونصف قطر الدوران لا تساوي 90°.

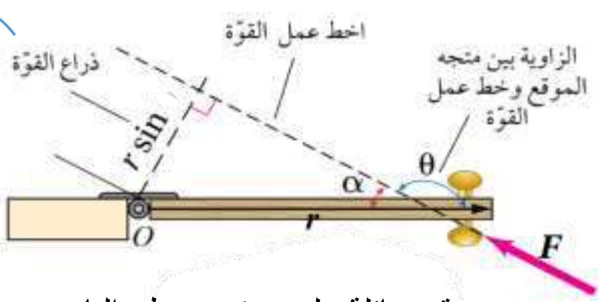




" منظر علوي للباب "



❖ قوة عمودية على مستوى الباب -



- قوة مائلة على مستوى سطح الباب –

$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$\sin\theta = \frac{L}{r}$

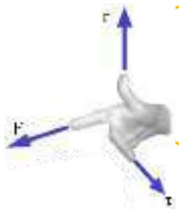
$L = r\sin\theta$

❖ **اشارة العزم :** عزم القوة كمية متجهة ، وله اتجاهان موجب وسالب .

(+) ⟵ اذا كان الدوران عكس اتجاه عقارب الساعة .

(-) ⟵ اذا كان الدوران مع اتجاه عقارب الساعة .

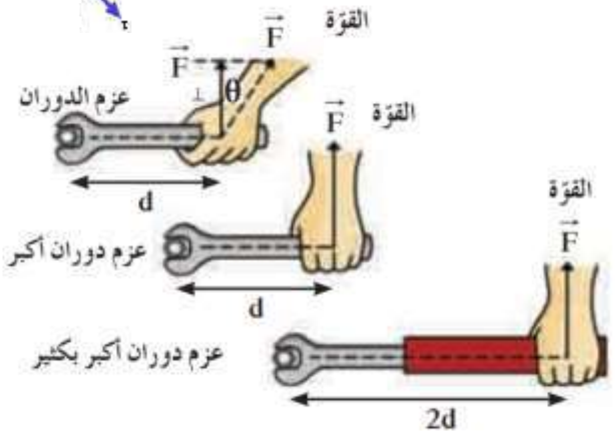
اذا مش عاجبك راجع الضرب المتجهي (التقاطعي)



❖ **العوامل التي يعتمد عليها عزم القوة :**

١. مقدار القوة المؤثرة (تناسب طردي) .
٢. مقدار المسافة بين مركز الدوران ونقطة تأثير القوة (تناسب طردي) .
٣. الزاوية بين القوة ونصف قطر الدوران (تناسب طردي) .

لاحظ أن : (٢+٣) طول ذراع القوة (تناسب طردي)



❖ **ملاحظات :**

١. يمكنك الحصول على اثر دوراني كبير عندما :
أ. نؤثر القوة بزاوية قائمة (وفي هذه الحالة يكون ذراع القوة أكبر ما يمكن ، ويكون مساوياً لمقدار المتجه r أي $L = r$) .
ب. نجعل المسافة بين محور الدوران (O) ونقطة تأثير القوة أكبر ما يمكن .

٢. يكون العزم (الاثر الدوراني) نصف قيمته العظمى عندما تكون ($\theta = 30$) .

٣. ينعدم العزم (الاثر الدوراني) في حالتين :
أ. عندما تكون ($\theta =$ صفر) أي " عندما يمر خط عمل القوة لمحور الدوران " ، " عندما يكون متجه القوة موازياً لمتجه الموقع لنقطة تأثير القوة " .
ب. إذا كانت القوة أو خط عملها يمر بمحور الدوران أي أن ($L =$ صفر) .

٤. مركبة القوة العمودية على الخط الواصل من نقطة تأثير القوة ومحور الدوران هي التي تمتلك اثر دوراني (عزم) اما مركبة القوة الافقية فلا تمتلك عزم .

❖ **كيف اجد ذراع القوة عندما لا يكون اتجاه القوة $\vec{F}$ عمودياً على مستوى السطح ؟**

١. ارسم خط عمل القوة .
٢. ارسم خط يبدأ من النقطة (O) الواقعة على محور الدوران يصل الى خط عمل القوة وعمودياً عليه ، ويمثل طوله مقدار ذراع القوة .

❖ اذا كان اتجاه القوة ($\vec{F}$) عمودي على مستوى السطح فإن طول ذراع القوة يساوي مقدار المتجه ($\vec{r}$) أي ($|\vec{L}| = |\vec{r}|$) .

مثال كتاب : رأت ذكرى أخاها يحاول فك إطار سيارته المثقوب باستخدام مفتاح شد لفك الصواميل التي تثبت الاطار ، لكنه لم يستطيع فكها . أذكر طريقتين – على الاقل – يمكن أن تقترحهما ذكرى على اخيها لمساعدته على فك الصواميل . أفسر إجابتي .

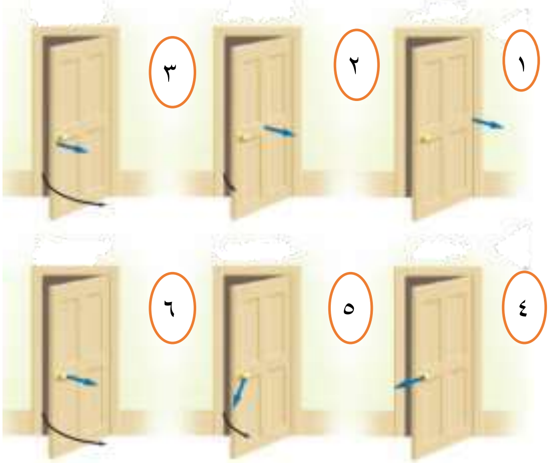
الحل : ١. نستخدم انبوب اطالة عن طريق وصل ماسورة في طرف مفتاح الشد لزيادة ذراع القوة،فيزداد العزم المحصل.

٢. نجعل القوة المؤثرة بزاوية عمودية ،فيزداد العزم المحصل.

٣. زيادة القوة المؤثرة كالوقوف على نهاية المفك للاستفادة من وزنه . بهذه الطرق الثلاث يزداد الاثر الدوراني .

مثال : في الشكل الموضح بالرسم . أثرت قوة في باب بأوضاع مختلفة .

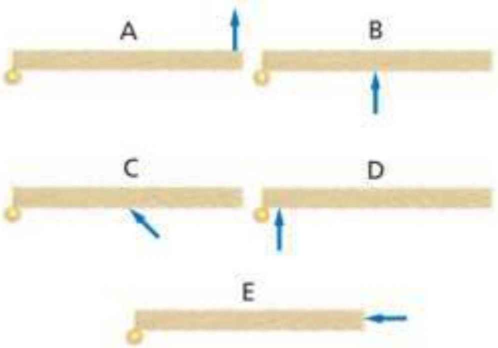
١. أي من هذه الأوضاع ينتج عنه عزم أكبر ؟
٢. أي من هذه الاوضاع ينعدم فيه عزم القوة ؟



الحل :

١. الشكل (٣، ٦) .
٢. الشكل (١، ٤) .

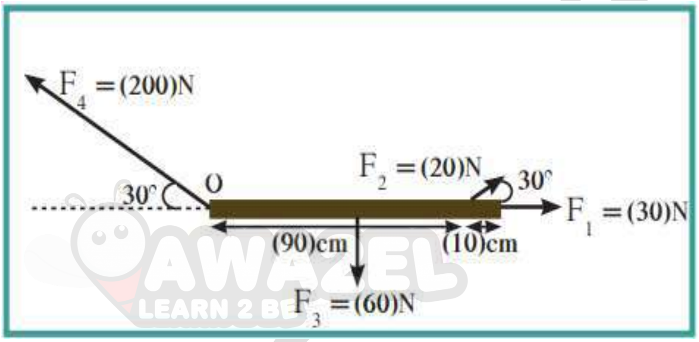
مثال كتاب : يوضح الشكل ادناه منظراً علوياً لقوة محصلة مقدارها $\vec{F}$ تؤثر في الباب عند مواقع مختلفة ، أرتب العزم المحصل المؤثر في الباب تصاعدياً .



الحل :

$$\tau_A > \tau_B > \tau_C > \tau_D > \tau_E = 0$$

مثال : ساق متجانسة طولها $100cm$ ووزنها $60N$ تؤثر بها أربعة قوى F_1, F_2, F_3, F_4 ، إحسب مقدار عزم القوة لكل من الأربع حول محور الدوران O ، وحدد اتجاهها .



الحل : عزم القوة $\vec{F_1}$ حول O يساوي :

$$\tau_1 = F_1 r_1 \sin 0 = 0\,N.m$$

عزم القوة $\vec{F_2}$ حول O يساوي :

$$\tau_2 = +F_2 r_2 \sin 30 = +20 \times 0.9 \times 0.5 = +9N.m$$

عزم القوة $\vec{F_3}$ حول O يساوي :

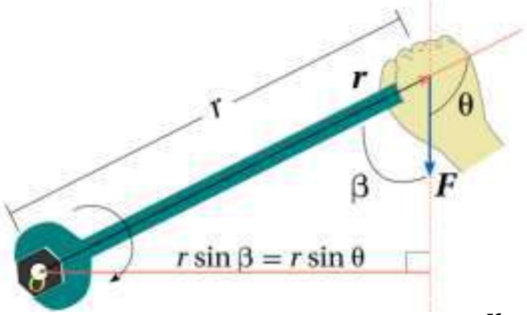
$$\tau_3 = -F_3 r_3 \sin 90 = -60 \times 0.5 \times 1 = -30N.m$$

عزم القوة $\vec{F_4}$ حول O يساوي :

$$\tau_4 = -F_4 r_4 \sin\theta = 0N.m$$

لأن المسافة بين نقطة تأثير القوة ومحور الدوران تساوي صفر

مثال كتاب : يستخدم زيد مفتاح شد طوله $25cm$ لشد صامولة في دراجة ، حيث أثر بقوة مقدارها $1.6\times10^2\,N$ في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح في الشكل . فإذا علمت أن مقدارالزاوية β يساوي 75° أحسب مقدار العزم المؤثر في المفتاح وأحدد اتجاهه .



الحل : $r = 25cm = .25m, F = 1.6\times10^2, \beta = 75^\circ$

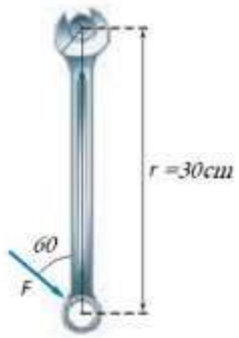
استخدم علاقة العزم لحساب عزم قوة زيد حول محور الدوران المار بالنقطة (O) ، علماً أن : $\beta+\theta=180^\circ$ فتكون $\theta=105^\circ$ ، و $\sin105^\circ=\sin75^\circ$. أضع إشارة السالب لأن قوة زيد تعمل على تدوير مفتاح الشد ، بإتجاه حركة عقارب الساعة .

$$\tau = -rF\sin\theta = -0.25\times1.6\times10^2\sin105^\circ \longrightarrow \tau = -38.6N.m$$

مثال : في الاشكال الموضحة أدناه تؤثر قوة مقدارها $5N$ في مفك براغي . أجب عما يلي :

١. إحسب ذراع القوة و عزم القوة .

٢. ارسم ذراع القوة لكل من القوى المبينة .



$1.\tau = rF\sin\theta$

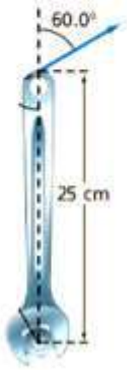
$\tau = 0.3\times5\times0.86$

$= +1.3N.m$

$L = r\sin\theta = 0.3\times0.86$

$L = 0.26m$

٢. ارسم لوحدك . 😅



$1.\tau = rF\sin\theta$

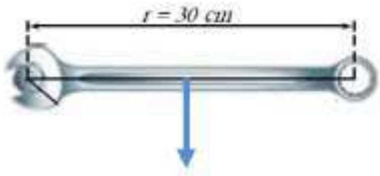
$\tau = -0.25\times5\times0.86$

$= -1.07N.m$

$L = r\sin\theta = 0.25\times0.86$

$L = 0.21m$

٢. ارسم لوحدك . 😅



$1.\tau = rF\sin\theta$

$\tau = -0.15\times5\times1$

$= -0.75N.m$

$L = 0.15m$

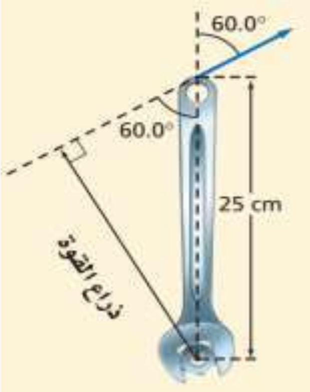
٢. ارسم لوحدك . 😅

مثال كتاب : فسر : إذا اردت أن أفتح باباً دواراً ؛ أحدد موقع نقطة تأثير القوة ، بحيث أدفع الباب بأقل مقدارٍ من القوة . أحدد بأي اتجاه أوثر بهذه القوة في الباب .

يدفعه بشكل عمودي ومن طرفه الأبعد عن محور الدوران وذلك حتى يكون ذراع القوة ($\vec{L}$) أكبر ما يمكن، وتكون الزاوية بين القوة المؤثره وذراعها (90) فيكون العزم الناتج أكبر ما يمكن .

اختبر نفسك

سؤال (١) : حاول فيصل فتح باب ، ولم يستطيع دفعه بزاوية قائمة ، فدفعه بزاوية 60° بالنسبة الى العمودية ، فقارن بين قوة دفعه للباب في هذه الحالة وبين القوة اللازمة لدفعه عندما تكون القوة عمودية عليه 90° مع تساوي سرعة الباب في الحالتين .

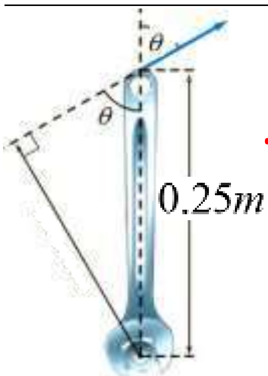


سؤال (٢) : يتطلب شد برغي في محرك سيارة عزماً مقداره $35N.m$ بإستخدام مفتاح شد طوله $25cm$ وذلك بسحب المفتاح من نهايته بزاوية 60° .

إحسب كل من : أ. القوة .

ب. ذراعها .

ج. ما مقدار القوة التي يجب التأثير بها عمودياً في المفتاح .



سؤال (٣) : اذا كان مفتاح طوله $0.25m$ نريد أن نستخدمه في مهمة تتطلب عزماً $27.5N.m$ بقوة مقدارها $220N$. إحسب أقل زاوية تصنعها القوة المؤثرة بالنسبة للرأس .

سؤال (٤) : يتطلب شد برغي عزما مقداره $8N.m$ ، فإذا كان لديك مفتاح شد طوله $0.35m$. ما مقدار أقل قوة يجب التأثير بها في المفتاح ؟

سؤال (٥) : إذا كانت كتلتك $65kg$ ووقفت على بدالات دراجة هوائية ، تبعد مسافة $18cm$ عن مركز حلقة السلسلة . إحسب مقدار العزم الذي يؤثر به الشخص في الحالات التالية :

١. عندما تكون البدالة أفقية .
٢. عندما تكون البدالة رأسية .
٣. عندما تصنع البدالة زاوية مقدارها 30° على الامحور الأفقي .

سؤال (٦) : لوح كتلته $12.5kg$ وطوله $4m$ ، رفعه أحمد من أحد طرفيه ، ثم طلب المساعدة ، فإستجاب له جواد .

أ. ما أقل قوة يؤثر بها جواد لرفع اللوح الى الوضع الأفقي ؟ وعند أي جزء من اللوح ؟
ب. ما أكبر قوة يؤثر به جواد لرفع اللوح الى الوضع الافقي ؟ وعند أي جزء من اللوح ؟

اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

اجابة (٢) : ....

اجابة (٣) : ....

اجابة (٤) : ....

اجابة (٥) : ....

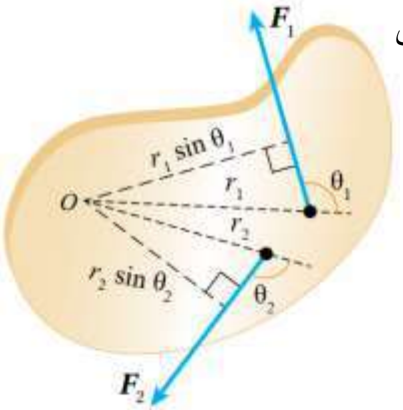
اجابة (٦) : ....

....

....

....

ثانياً : إيجاد العزم المحصل Finding Net Torque .



❖ عندما يتأثر الجسم لعدة قوى غير متلاقية يصبح لدينا أكثر من عزم ، وبالتالي فإن محصلة العزم المؤثر على الجسم حول محور ما يساوي حاصل الجمع الاتجاهي لعزوم القوى المؤثرة حول المحور نفسه على الجسم .

❖ **رياضياً :** $\tau_{\text{المحصل}} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + ...$

❖ **تذكر :** إذا كان العزم عكس اتجاه عقارب الساعة يعوض موجب ،واذا كان مع عقارب الساعة يعوض سالب .

مثال : فسر ما يلي :

أ. كتاب : **عند انطلاق سيارة بشكل مفاجئ ترتفع مقدمتها الى الأعلى .**
ب. **ينخفض الجزء الامامي للسيارة للأسفل عند الضغط على كوابح السيارة .**

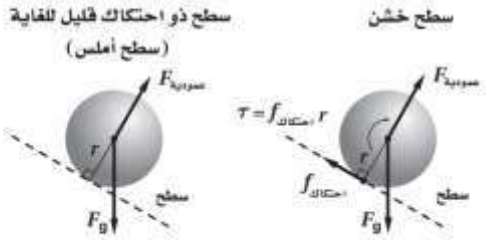
الحل : بسبب تأثير قوة الاحتكاك السكوني بين إطارات السيارة وسطح الطريق بقوة الى الامام لتحريك السيارة ، ويكون مركز كتلة السيارة عند نقطة في مستوى فوق مستوى سطح الطريق ، لذا يوجد عزم محصل يعمل على تدوير السيارة بحيث ترتفع مقدمتها .

بإختصار بسبب وجود محصلة عزوم تؤثر في السيارة وتحاول تدويرها في الاتجاه الذي يجعل مقدمتها (ترتفع للأعلى عند انطلاقها ـ تنخفض للأسفل عند ايقافها).

ج. **عندما تنطلق كرة البولنج من يد اللاعب لا تدور ولكن بعد أن تقطع نصف طول المسار تبدأ في الدوران .**

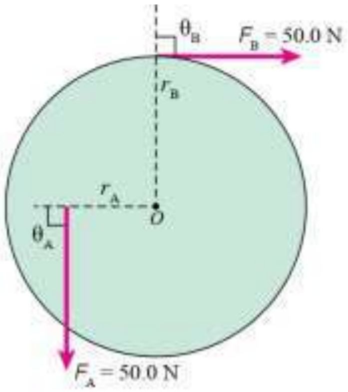
الحل : عند انطلاق الكرة لا يوجد تغير في السرعة المتجهة للكرة وبالتالي لا يوجد قوة احتكاك مما يجعل العزم يساوي صفراً فلا تدور الكرة . وعندما تبدأ قوة الاحتكاك بالتأثير ، يعمل العزم الناتج عنها بزيادة معدل دوران الكرة .

د. **أثناء حركة كرة من أعلى مستوى مائل أملس ،فإنها تنزلق الى الأسفل دون دوران ، بينما تدور الكرة أثناء انزلاقها بوجود الاحتكاك .**



الحل : تدور الكرة عند وجود الاحتكاك لأن عزم قوة الاحتكاك يعمل على دوران الكرة مع عقارب الساعة . أما في حالة المستوى الأملس فلا يوجد قوة موازية للسطح ، وبالتالي فإن العزم يساوي صفر وينعدم دوران الكرة .

(لاحظ بأن العزم الناتج عن الوزن في مركز الدوران يساوي صفر وبالتالي ليس له أثر دوراني) .



سؤال كتاب : بكرة مصمتة قطرها r_B ، يمر في مركزها O محور دوران عمودي على مستوى الصفحة ؛ كما هو موضح في الشكل . إذا علمت أن القوة F_A في البكرة على بعد $r_A = 30cm$ من محور الدوران ، وتؤثر القوة F_B عند حافة البكرة حيث $r_B = 50cm$ ، واعتماداً على المعلومات المثبتة في الشكل ؛ أحسب مقدار العزم المحصل المؤثر في البكرة ، وأحدد اتجاهه .

الحل : $F_A = F_B = 50N, r_A = 30cm = 0.3m, r_B = 50cm = 0.5m, \theta_A = \theta_B = 90^\circ$

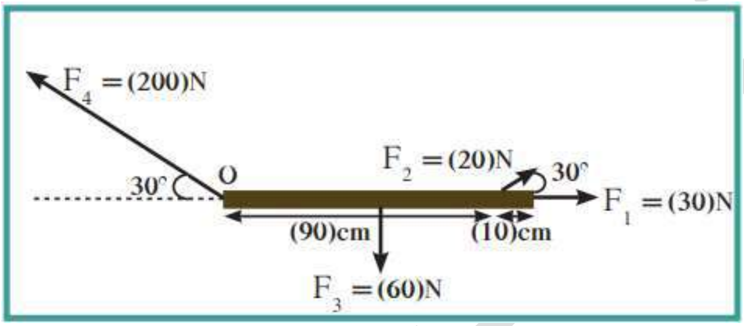
تعمل القوة F_A على تدوير البكرة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول محور دورانها الذي يمر بالنقطة O ؛ لذا يكون عزمها موجباً ، أما القوة F_B فتعمل على تدويرها بإتجاه حركة عقارب الساعة حول محور الدوران نفسه ؛ لذا يكون عزمها سالب . يصنع r_A زاوية مقدارها 90° مع خط عمل القوة F_A ، ويصنع r_B زاوية مقدارها 90° مع خط عمل القوة F_B .

أجد العزم المحصل حول محور دوران البكرة كما يأتي :
$$\sum\tau = \tau_1 + \tau_2 = F_A r_A \sin\theta_A - F_B r_B \sin\theta_B$$
$$\sum\tau = 50\times.3\times\sin 90^\circ - 50\times.5\times\sin 90^\circ = -10N.m$$

بما أن العزم المحصل سالب فإنه يعمل على تدوير البكرة باتجاه حركة عقارب الساعة حول محور دورانها .

سؤال : ساق متجانسة طولها $100cm$ ووزنها $60N$ تؤثر بها أربعة قوى F_1, F_2, F_3, F_4 .

١. إحسب مقدار عزم القوة لكل من الأربع قوى حول محور الدوران O ، وحدد اتجاهها .
٢. أحسب محصلة العزوم على الساق الناتج عن تأثير القوى الأربعة .
٣. استنتج اتجاه دوران الساق .



الحل : ١. عزم القوة $\vec{F_1}$ حول O يساوي : $\tau_1 = F_1 r_1 \sin 0 = 0\,N.m$

عزم القوة $\vec{F_2}$ حول O يساوي : $\tau_2 = +F_2 r_2 \sin 30 = +20\times0.9\times0.5 = +9N.m$

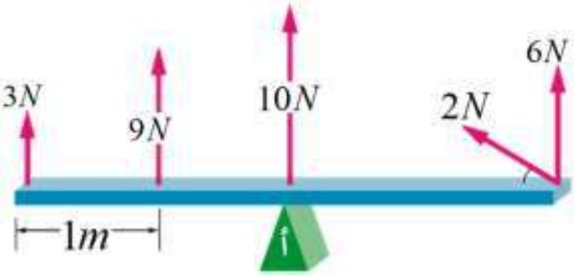
عزم القوة $\vec{F_3}$ حول O يساوي : $\tau_3 = -F_3 r_3 \sin 90 = -60\times0.5\times1 = -30N.m$

عزم القوة $\vec{F_4}$ حول O يساوي : $\tau_4 = -F_4 r_4 \sin\theta = 0N.m$

٢. محصلة العزوم : $\sum\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 = 0 + 9 - 30 + 0 = -21N.m$

٣. اتجاه محصلة العزوم سالب كما تظهر النتيجة . لذا سيدور الساق حول محول الدوران بإتجاه عقارب الساعة .

سؤال : قضيب طوله $4m$ ، قابل للدوران حول نقطة الارتكاز O عند منتصفه ، وتؤثر فيه القوى المبينة في الشكل ، احسب العزم المحصل لتلك القوى حول النقطة O .



الحل : لاحظ أن عزم القوة $10N$ (يساوي صفراً ؛ لأنها تؤثر في نقطة الارتكاز ، وأن للقوتين $(3,9)N$ أثرا دورانياً بإتجاه عقارب الساعة ، وأن للقوتين $(6,2)N$ أثر دورانياً بعكس اتجاه عقارب الساعة .

المجموع الجبري للعزوم باتجاه عقارب الساعة :

$$\sum \tau_F = (-3\times 2) + (-9\times 1) = -15$$

المجموع الجبري للعزوم بعكس اتجاه عقارب الساعة .

$$\sum \tau_F = (6\times 2) + (2\times 2\times \sin 150) = +14$$

وهكذا ، فإن العزم المحصل في القضيب :

$$\sum \tau_F = -15 + 14 = -1 N.m$$ باتجاه عقارب الساعة .

اختبر نفسك

سؤال (١) : إذا كان نصف قطر إطار دراجة هوائية $80cm$ وأثرت السلسلة بقوة عمودية مقدارها $35N$ في الاطار في اتجاه حركة عقارب الساعة ، فما مقدار العزم اللازم لمنع الاطار من الدوران ؟

سؤال (٢) كتاب : يدفع عامل عربة كما هو موضح في الشكل ، عن طريق التأثير في مقبضي ذراعيها بقوتين مجموعهما $F = 1.8\times 10^2 N$ رأسياً الى أعلى لرفعهما الى أعلى بزاوية 25° بالنسبة لمحور $+x$. إذا علمت أن بعد كل من مقبضي العربة عن محور الدوران يساوي $1.5m$ ؛ أحسب مقدار عزم القوة F المؤثرة في العربة حول محور الدوران ، وأحدد اتجاهه .

اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

....

....

....

اجابة (٢) : ....

....

....

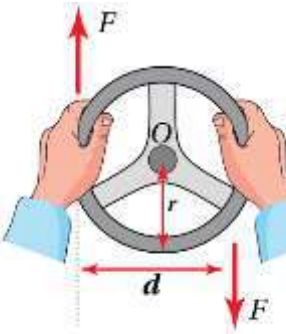
....

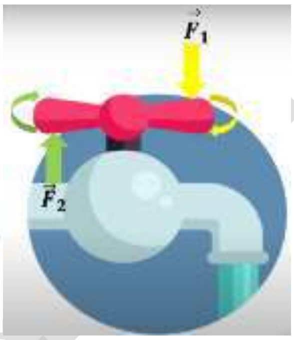
....

ثالثاً : الازدواج Couples .

❖ اذا تأثر الجسم بقوتين غير متلاقيتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه وخط عملها غير منطبقين يسمى العزم الناتج ب **عزم الازدواج** (τ_{couple}) .

الازدواج : قوتان متساويتان مقداراً ومتعاكستان اتجاهاً ، وتؤثران في نقطتين مختلفتين (وخط عملها متوازيين ، ليس واحداً) وتولدان عزمين متساويين بإتجاه واحد .



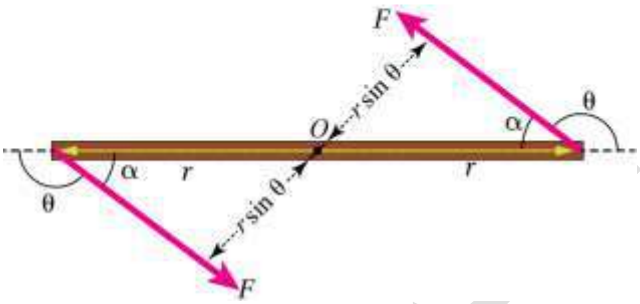


❖ **لحساب عزم الازدواج نطبق القوتين على العزم الكلي ...**

$$\sum \tau_{total} = \tau_{F1} + \tau_{F1} = Fr\sin\theta + Fr\sin\theta$$

$$\sum \tau_{total} = \tau_{couple} = F(2r\sin\theta) = Fd\sin\theta$$

$$\boxed{\tau_{couple} = Fd\sin\theta}$$



حيث : θ : الزاوية المحصورة بين رأسي المتجهين ($\vec{F}$ و $\vec{r}$) أو ذيلهما

r : البعد بين نقطة تأثير القوة ومحور الدوران(تبدأ من النقطة O الواقعة على محور الدوران وتنتهي عند نقطة تأثير القوة) .

d : البعد العمودي بين خطي عمل القوتين .

وبالتالي ، فإن :

عزم الازدواج = (إحدى القوتين المتساويتين) × (البعد العمودي بينهما) . **ضرب متجهي (تقاطعي)**

= (إحدى القوتين المتساويتين) × (البعد العمودي بينهما) × ($\sin\theta$) .

❖ **تذكر :** اذا كان عزم الازدواج عكس اتجاه عقارب الساعة يعوض موجب وإذا كان مع عقارب الساعة يعوض سالب .

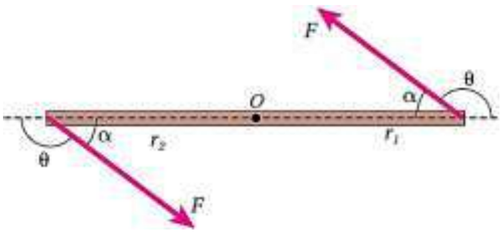
❖ **على ماذا يعتمد عزم الازدواج :**

مقدار احدى القوتين المتساويتين ، والبعد العمودي بينهما .

مثال : فسر : قد يقع الجسم تحت تأثير قوى محصلتها تساوي صفراً ، لكنه يكون غير متزن .

عندما تأثر بإزدواج فتكون محصلة القوتان مساوية للصفر وّيكون الجسم متزن انتقاليا ولكنه غير متزن دورانيا بسبب عزم الإزدواج الذي يعمل على تحريك الجسم حركة دورانية .

مثال كتاب : مسطرة مترية فلزية قابلة للدوران حول محور ثابت يمر في منتصفها عند النقطة O عمودي على مستوى الصفحة ، كما هو موضح في الشكل . أثر قوتان شكلتا ازدواجاً ، فإذا علمت أن مقدار كل من القوتين $80N$ ، ومقدار الزاوية θ يساوي 143° ؛ أحسب مقدار عزم الازدواج المؤثر في المسطرة ، وأحدد اتجاهه .

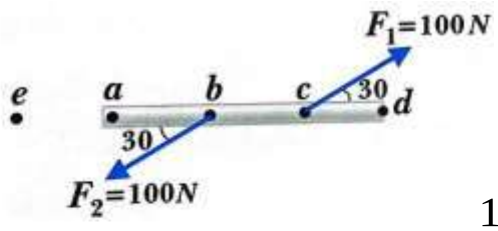


الحل : $F_1 = F_2 = F = 80N, r_1 = r_2 = r = 0.5m, \theta_1 = \theta_2 = 143^{\circ}$

تشكل القوتان ازدواجاً يعمل على تدوير المسطرة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول محور ثابت يمر بالنقطة O .
والزاوية θ ؛ بين متجه القوة ومتجه موقع نقطة تأثير القوة تساوي (143°) ، $\sin 143^{\circ} = \sin 37^{\circ} = 0.6$ ، وأحسب مقدار عزم الازدواج كما يأتي : $\tau_{couple} = 2Fr\sin\theta = 2\times 80\times 0.5\sin 143^{\circ} = 48N.m$

سؤال : إذا علمت أن المسافات بين كل نقطتين متتاليتين متساوية وتساوي $1m$ ، إحسب محصلة العزوم :

١) حول النقطة (C) .
٢) حول النقطة (e) .
٣) عزم الازدواج .



الحل : $1)\sum\tau_C = F_1 r_1 \sin 30 + F_2 r_2 \sin 150$

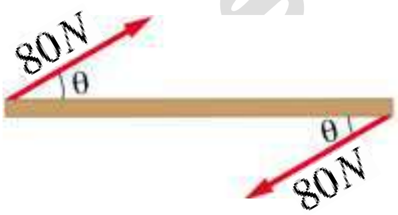
$$\sum\tau_C = (+100\times 0\times\frac{1}{2}) + (+100\times 1\times\frac{1}{2}) = 50N.m$$ عكس عقارب الساعة

$$2)\sum\tau_e = F_1 r_1 \sin 150 + F_2 r_2 \sin 30$$

$$\sum\tau_e = (+100\times 3\times\frac{1}{2}) + (-100\times 2\times\frac{1}{2}) = 150 - 100 = 50N.m$$ عكس عقارب الساعة

$$3)\sum\tau = Fr\sin 30 = 100\times 1\times\frac{1}{2} = 50N.m$$ عكس عقارب الساعة

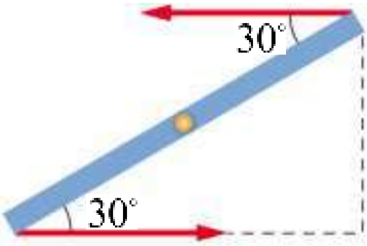
مثال : قوتان متوازيتان قيمة كل منهما $80N$ ، تؤثران عند طرفي قضيب كما في الشكل ، فإذا كان طول القضيب $2m$ ، والعزم الكلي يؤثر يساوي $80N.m$ ، جد الزاوية θ التي يصنعها خط عمل كل من القوتين مع القضيب .



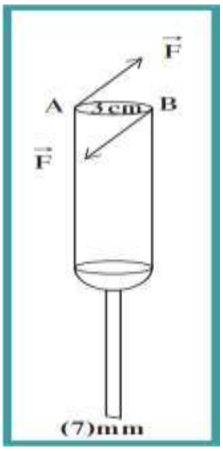
الحل : بما أن القوتان المؤثرتان في المسطرة تشكلان ازدواجا فإن عزمه يساوي

$$\tau_{couple} = Fd\sin\theta \longrightarrow 80 = 80\times 2\sin\theta \longrightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \longrightarrow \therefore \theta = 30^{\circ}$$

اختبر نفسك



سؤال (١) : يبين الشكل قضيباً منتظماً طوله $100cm$ قابلاً للدوران حول محور عمودي على محور القضيب يمر في منتصفه ، تؤثر فيه قوتان قيمة كل منهما $10N$ ، وتميل كل منهما بزاوية 30° عن محور القضيب ، احسب عزم الازدواج المؤثر في القضيب .



سؤال (٢) : مفك قطر مقبضه $3cm$ وعرض رأسه الذي يدخل في شق البرغي $7mm$. استخدم لتثبيت البرغي في لوح خشبي وذلك بالتأثير في مقبضه بواسطة اليد بقوتين متساويتين في المقدار $F_1 = F_2 = 49N$ ومتعاكستين في الاتجاه كما في الشكل .

١. أحسب مقدار عزم الازدواج المؤثر في مقبض المفك .
٢. أحسب مقدار القوة التي تؤدي الى دوران البرغي المراد تثبيته .

اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

....

....

....

....

....

اجابة (٢) : ....

....

....

....

....

....

....

....

....

رابعاً : الاتزان Equilibrium .

الاتزان : هو الحالة التي تكون محصلة القوى المؤثرة على الجسم محصلة العزوم تساوي صفراً ، وهو من المواضيع التي تحظى بالاهمية في علم الميكانيكا .

❖ **يقسم الاتزان الى نوعين :**

١. الاتزان السكوني ⟵ يحدث عندما يكون الجسم ساكناً $(v=0)$ وبالتالي $(a=0)$ ومنها $(F=0)$ أي $(\sum F=0)$.
(قانون نيوتن الأول) لا يحقق فيه الجسم حركة انتقالية .

٢. الاتزان الانتقالي (الديناميكي) ⟵ يحدث عندما يتحرك الجسم بسرعة ثابتة وبخط مستقيم حيث تكون $(v=\text{constant})$ وبالتالي $(a=0)$ وعليه تكون $(\sum F=0)$.
(قانون نيوتن الثاني) يحقق فيه الجسم حركة انتقالية .

سيتم التركيز في دراستنا على الجسم الساكن (الاتزان السكوني) .

❖ **يتزن الجسم تحت تأثير قوى متلاقية (اتزان سكوني) وقوى غير متلاقية (اتزان سكوني ودوراني).**

➢ **يتزن الجسم تحت تأثير قوى متلاقية :** للقوة على الجسم هنا اثر انتقالي ، وعليه :

١. اذا كانت نقطة مادية (مهمل الابعاد) ، فإن شرط الاتزان هو أن تكون القوة المحصلة فيه تساوي صفر .

٢. اذا كانت القوى المؤثرة في الجسم متلاقية نميز مركز ثقل الجسم ، فإن شرط الاتزان هو أن تكون القوى المحصلة فيه تساوي صفر .

➢ **يتزن الجسم تحت تأثير قوى غير متلاقية :** للقوة على الجسم هنا اثرين (اثر انتقالي ، اثر دوراني) ولا يحدث الاتزان السكوني الا اذا تحقق الشرطان الآتيان :

١. أن تكون القوة المحصلة المؤثرة في الجسم تساوي صفراً $(\sum F_{total}=0)$ ، ويسمى بالاتزان الانتقالي .

٢. أن يكون العزم الكلي حول أي محور دوراني يساوي صفراً $(\sum \tau_{total}=0)$ ويسمى بالاتزان الدوراني .

∴ الاتزان السكوني يتحقق اذا حصل اتزان انتقالي واتزان دوراني .

❖ **ملاحظات :**

١. إذا كان للجسم وزن فإنه يؤخذ من مركز الكتلة .
مركز الكتلة : هي النقطة التي يمكن افتراض كتلة الجسم كاملة مركزة فيها ، وتكون موجودة في المركز الهندسي لأجسام حيث تقع في منتصف المسافة في القضيب المنتظم .

٢. اذا كان الجسم المتأثر بعدة قوى غير متلاقية متزن حول محور دوران معين فإن تغير محور الدوران لا يأثر على اتزان الجسم .

٣. عند تطبيق قانون العزم فإنه لا بد من تحديد محور دوران ، فإن لم يكن محدد في السؤال فيجب على الطالب تحديده اختياري ، يفضل أن يختار نقطة مرجعية تمر فيها متغيرات مجهولة ، وبالتالي تلغي عزم القوى المجهولة وبالتالي تختفي من المعادلات .

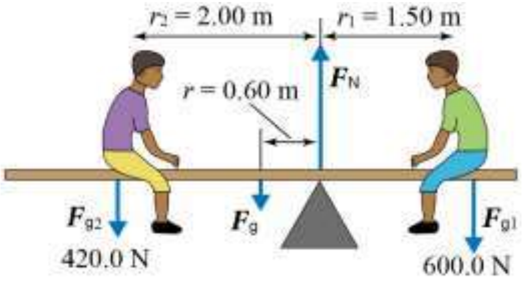
مثال : فسر : عند حل مسائل الاتزان ، نختار محور الدوران عند نقطة تؤثر بها قوة أو أكثر في الجسم .

لأن عزم تلك القوة يساوي صفراً ، وبالتالي نقلل عدد القوى التي يتطلب حساب عزومها .

مثال : هل يكون الجسم الواقع تحت تأثير ازدواج في حالة اتزان ميكانيكي ؟

لا ، وذلك لأنه لا يحقق شرط الاتزان الأول بأن يكون مجموع العزوم حول أي محور دوران مساوياً للصفر فيبدأ الجسم بالدوران ويكون غير متزن دورانياً ، وبالتالي غير متزن ميكانيكياً .

مثال كتاب : يجلس فادي F_{g1} وصقر F_{g2} على جانبي لعبة اتزان ($see-saw$) تتكون من لوح خشبي منتظم وزنه F_g يؤثر في منتصفه ، يرتكز على نقطة تبعد $0.6m$ يمين منتصف اللوح الخشبي ، كما هو موضح في الشكل . إذا كان النظام المكون من اللعبة والطفلين في حالة اتزان سكوني واللوح الخشبي في وضع أفقي ومستعيناً بالبيانات المثبة في الشكل ؛ أحسب مقدار ما يأتي :



١. وزن اللوح الخشبي F_g .

٢. القوة F_N التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح الخشبي .

الحل : $F_{g1}=600N, F_{g2}=420N, r=0.6m, r_1=1.5m, r_2=2m$

١. ألاحظ أن اللوح الخشبي يتأثر بأربع قوى ، وهي : وزني الطفلين F_{g1} و F_{g2} ، ووزن اللوح F_g يؤثر في منتصفه ، والقوة العمودية F_N التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح . وبما أن النظام متزن ، ومقداري القوة العمودية ، ووزن اللوح غير معلومين ؛ فإنني أطبق الشرط الثاني للاتزان حول محور يمر في احدى نقطتي تأثير هاتين القوتين ؛ إذ أن عزم قوة حول محور يمر في نقطة تأثيرها يساوي صفراً (لأن طول ذراع القوة في هذه الحالة يساوي صفراً) . أطبق الشرط الثاني للاتزان حول محور يمر في نقطة ارتكاز اللوح الخشبي (النقطة O) ، مع ملاحظة أن العزم القوة العمودية يساوي صفراً ($\tau_{F_N}=0$) ، واللوح متزن أفقياً ؛ لذا فإن ($\theta=90^\circ$) .

$$\sum\tau=0 \longrightarrow F_{g2}r_2+F_gr-F_{g1}r_1=0 \longrightarrow F_{g1}r_1=F_{g2}r_2+F_gr$$

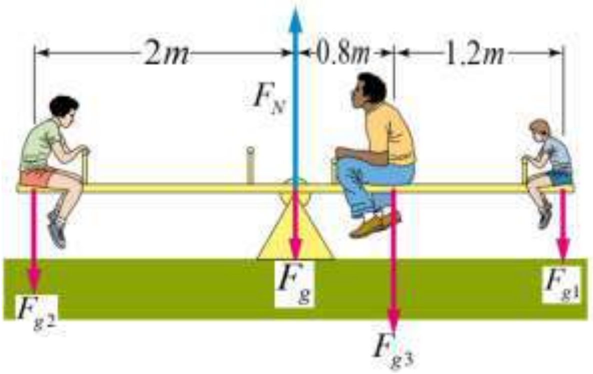
$$600\times1.5=420\times2+F_g\times0.6 \longrightarrow F_g=\frac{900-840}{0.6}=100N$$

٢. النظام – اللوح الخشبي – في حالة اتزان سكوني ، لذا ؛ فإن القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفراً حسب الشرط الأول من شرطي الاتزان . وأطبق القانون الثاني لنيوتن في اتجاه محور y ؛ لأنه لا توجد قوى تؤثر في اتجاه محور x .

$$\sum F_y=ma_y=0 \longrightarrow F_N-(F_g+F_{g1}+F_{g2})=0$$

$$F_N=F_g+F_{g1}+F_{g2} \longrightarrow F_N=100+600+420=1120N$$

مثال : لوح خشبي منتظم وزنه $300N$ ، وطوله $4m$ ، يرتكز من منتصفه على دعامة ، يقعد عليه ثلاثة أطفال كما في الشكل ، بما يجعل المجموعة متزنة . إذا علمت أن وزن الطفلين الأول والثاني على الترتيب $(600,300)$ نيوتن ، فاحسب :



١. وزن الطفل الثالث .

٢. قوة التلامس العمودية عند نقطة الارتكاز .

الحل : من تحليل المسألة نجد أن اللوح يتأثر بخمس قوى هي : أوزان الاطفال الثلاثة على الترتيب (F_{g1}, F_{g2}, F_{g3}) ، وكذلك وزن اللوح الذي يؤثر في منتصفه ؛ لأنه منتظم (F_g) ، والقوة العمودية التي تؤثر بها الدعامة في اللوح (F_N) ، وبما أن اللوح متزن .

$$\sum\tau = 0 \longrightarrow -(F_{g1}\times r_1)+(F_{g2}\times r_2)-(F_{g3}\times r_3)+(F_g\times r_g)+(F_N\times r_N)=0$$

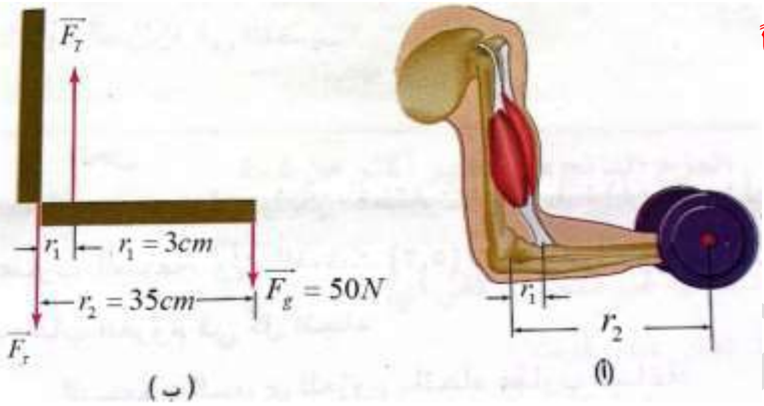
$$(-300\times 2)+(600\times 2)+(-F_{g3}\times 0.8)+(300\times 0)+(F_N\times 0)=0$$

$$-600+1200-0.8F_{g3}=0 \longrightarrow F_{g3}=750N$$

$$\sum F=0 \longrightarrow \sum F_{y+}=\sum F_{y-}$$

$$\longrightarrow F_N=300+600+750+300=2050N .$$

مثال : يبين الشكل يداً تحمل ثقلاً وزنها $50N$. مستعيناً بالمعطيات المبينة فيه ، احسب قوة الشد التي تؤثر بها عضلة الذراع (الباي) للحفاظ على اتزان الكرة . افترض أن وزن الذراع مهمل .



الحل : إن قوة الشد المؤثرة في الذراع تماثل تلك القوى المؤثرة في القضيب المبين في الشكل (ب) .

نطبق شرط الاتزان الثاني $\sum\tau = 0$ حول أي نقطة ولتكن عند المفصل ، فإن :

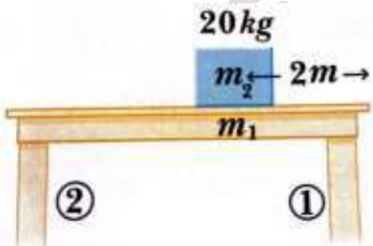
$$F_T\times r_1\times\sin 90+F_g\times r_2\times\sin 90=0$$

$$F_T\times 0.03\times 1+-50\times 0.35\times 1=0 \longrightarrow F_T=583N$$

وبتطبق شرط الاتزان الأول $\sum F = 0$

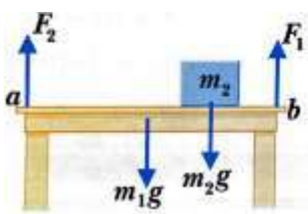
$$F_T-F_\tau-50=0 \longrightarrow 583-F_\tau-50=0 \longrightarrow F_\tau=533N$$

مثال : لوح خشبي كتلته $100kg$ ومنتظم طوله $10m$ موضوع عليه كتلة m_2 على بعد $2m$ من حافة اللوح ، احسب القوة المؤثرة من كل الدعامة .



الحل : تأثير وزن اللوح الخشبي في نقطة مركز الكتلة أي أنه يكون وزنه بالمنتصف لأنه منتظم (متجانس) نطبق شروط الاتزان :

١) لا يوجد قوى على المحور (X) .



٢) $\sum F_y = 0 \longrightarrow F_1 + F_2 - m_1 g - m_2 g = 0$

$$F_1 + F_2 = m_1 g + m_2 g$$

$$F_1 + F_2 = 100\times10 + 20\times10 \longrightarrow F_1 + F_2 = 1200.............(1)$$

لإيجاد F_1 $\sum \tau_a = 0 \longrightarrow F_1 L \sin 90^\circ + -m_1 g r_1 \sin 90 + -m_2 g r_2 \sin 90 = 0$

$$F_1 \times 10\times1 + -100\times10\times5\times1 + -20\times10\times8\times1 = 0 \longrightarrow 10F_1 - 15000 - 1600 = 0$$

$$10F_1 = 6600 \longrightarrow F_1 = 660N$$

لإيجاد F_2 لديك طريقتين . طريقة (١) بتعويض F_1 في معادلة (١) .

$$660 + F_2 = 1200 \longrightarrow F_2 = 450N$$

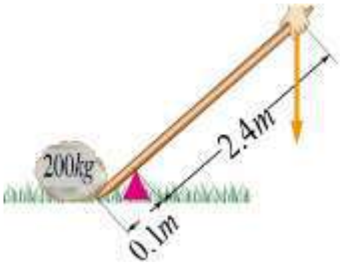
طريقة (٢) .

لإيجاد F_1 $\sum \tau_b = 0 \longrightarrow -F_2 L \sin 90^\circ + m_1 g r_1 \sin 90 + m_2 g r_2 \sin 90 = 0$

$$-F_2 \times 10\times1 + 100\times10\times5\times1 + 20\times10\times2\times1 = 0 \longrightarrow -10F_2 + 500 + 400 = 0$$

$$10F_2 = 5400 \longrightarrow F_2 = 540N$$

مثال : ما مقدار القوة التي يجب أن يؤثر بها العامل في العتلة كي يستطيع رفع رفع الثقل المبين في الشكل .



الحل : يقوم العامل برفع الكتلةالصخرية عندما تصل العتلة الى مرحلة الاتزان الميكانيكي (السكوني) . ومن شروط الاتزان $\sum \tau = 0$ حول محور دوران العتلة .

$$-F\times2.4\times\sin\theta + 2000\times0.1\times\sin\theta = 0$$

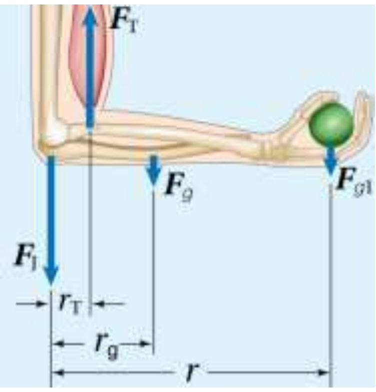
$$-F\times2.4\times\sin\theta + 200\times\sin\theta = 0$$

$$2.4F\sin\theta = 200\sin\theta \longrightarrow 2.4F = 200$$

$$\longrightarrow F = 83N$$

اختبر نفسك

سؤال (١) كتاب : قارن بين الاتزان السكوني والاتزان الانتقالي من حيث : العزم المحصل ، القوة المحصلة المؤثرة ، السرعة الخطية ، التسارع الخطي .

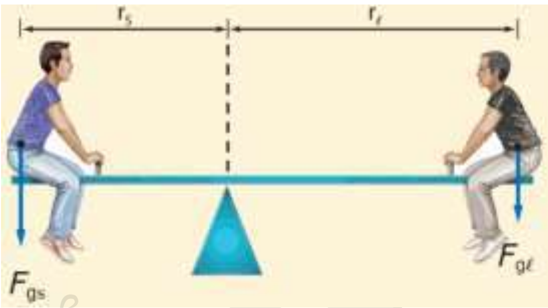


سؤال (٢) كتاب : ترفع جمان بيدها ثقلاً وزنه $40N$ ، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في نادي رياضي . إذا علمت أن نقطة التقاء العضلة ثنائية الرأس بالساعد تبعد $r_T = 5cm$ عن المرفق ، ووزن عظم الساعد والانسجة فيه $30N$ ويؤثر على بعد $r_g = 15cm$ عن المرفق ، وبعد نقطة تأثير القوة في اليد $r = 35cm$ عن المرفق ، والساعد متزن أفقياً في الوضع الموضح في الشكل ، فإحسب مقدار ما يأتي :

١. قوة الشد في العضلة F_T المؤثرة في الساعد بإفتراضها رأسياً لأعلى .
٢. القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد F_J .

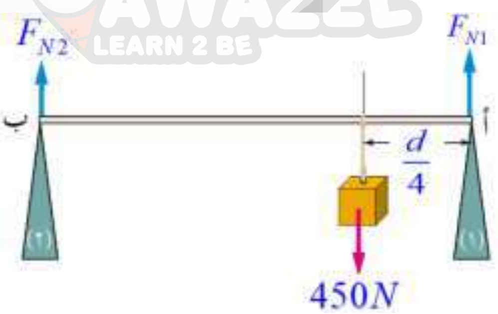
سؤال (٣) : يجلس علي على بعد $1.8m$ من مركز الأرجوحة ، فعلى أي بعد من مركز الارجوحة يجب أن يجلس غسان حتى يتزن النظام ؟ علماً بأن كتلة علي $43kg$ و كتلة غسان $52kg$.

سؤال (٤) : يبين الشكل صندوقين عند نهايتي لوح خشبي طوله $3m$ ، مدعوم عند منتصفه بواسطة رافعة . فإذا كانت كتلة الصندوقين ($m_1 = 25kg , m_2 = 15kg$) ، فما بعد النقطة التي يجب وضع الرافعة عندها عند الطرف الايسر ليتزن اللوح الخشبي والصندوقان أفقياً .



سؤال (٥) : يلعب سعيد ولؤي على أرجوحة أفقية طولها $1.75m$ بحيث يحافظان على وضع الاتزان للعبة ، فإذا كان كتلة سعيد $56kg$ و كتلة لؤي $43kg$ (أهمل وزن الأرجوحة) ، وأجب عما يلي :

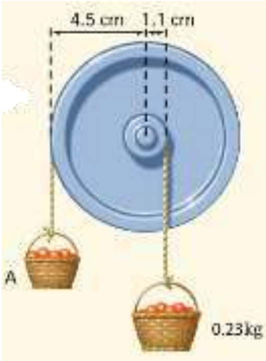
١. أوجد موضع الارتكاز عن كل منهما .
٢. إحسب مقدار القوة العمودية التي يؤثر بها الحامل في اللوح .



سؤال (٦) : يمثل الشكل قضيباً منتظماً طوله d ووزنه $200N$. إذا علق ثقل وزنه $450N$ على بعد $\frac{d}{4}$ من الطرف (أ) ، فإحسب مقدار القوة التي تؤثر بها كل من الدعامتين (١،٢) في القضيب .

سؤال (٧) : عارضة فولاذية طولها $6.5m$ ، ووزنها $325N$ تستقر على دعامتين المسافة بينهما $3m$ ، وبعد كل من الطرفين عن الدعامتين متساوٍ . فإذا وقفت سوزان في منتصف العارضة وأخذت تتحرك نحو أحد الطرفين فما أقرب مسافة تتحركها سوزان لهذا الطرف قبل أن تبدأ العارضة في الانقلاب إذا كان وزن سوزان $575N$.

سؤال (٨) : علقت سلتا فواكه بحبلين يمران على بكرتين قطراهما مختلفان ، فإتزنتا كما هو موضح في الشكل . إحسب :



١. مقدار كتلة السلة A .

٢. افترض أن نصف قطر البكرة الكبر أصبح $6cm$ ، فما مقدار كتلة السلة A .

اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

....

....

....

اجابة (٢) : ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

اجابة (٣) : ....

....

....

....

....

اجابة (٤) : ....

....

....

....

اجابة (٥) :

اجابة (٦) :

اجابة (٧) :

....

....

اجابة (٨) : ....

....

....

....

....

....

....

....

خامساً : مركز الكتلة Center of Mass .

مركز الكتلة : هي النقطة التي يمكن افتراض أن كتلة كل الجسم متركزة فيها وجميع القوى الخارجية المؤثرة في الجسم تؤثر فيها اذا علق منها .

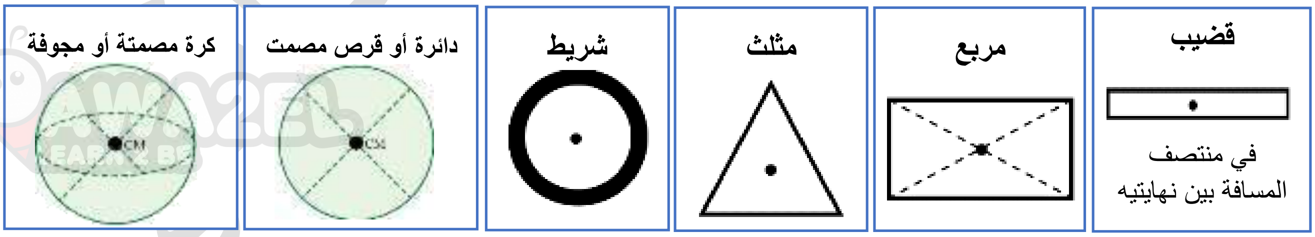
المعنى الفيزيائي " هي النقطة التي يكون عندها محصلة كل القوى والعزوم المؤثرة على الجسم تساوي صفر ، وهي اتزان الجسم" .

- **تختلف الاجسام عن بعضها البعض سواء من ناحية الشكل أو من ناحية التجانس والانتظام وبالتالي فإن تحديد مركز الكتلة لجسم ما يتعلق بهذا الاختلاف ...**

١. مركز الكتلة لجسم منتظم الشكل ...

الأجسام المنتظمة والمتجانسة هي تلك الاجسام المسطحة التي تتوزع كتلة الجسم بالتساوي و المعروفة بالشكل الهندسي : كالمربعات والمستطيلات والمثلثات والدوائر والقضبان .

وتعد هذه الاجسام سهلة من حيث تحديد مركز كتلتها فهو ينطبق مع المركز الهندسي ، وتكون نقطة مادية في الجسم اذا كان ممتلىء (في تقاطع محاوره) أو نقطة خارجية اذا كان الجسم مفرغاً .



٢. مركز الكتلة للاجسام غير المنتظمة ...

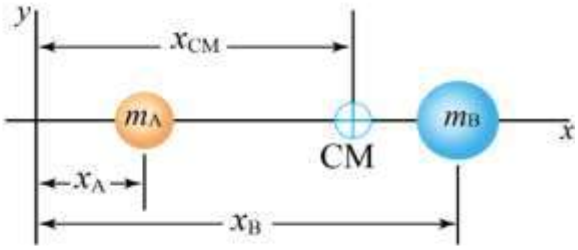
نقصد بالاجسام غير المنتظمة هي الاجسام التي لا تتوزع كتلة الجسم بالتساوي على جميع نقاط الجسم ويقع مركزها على الخط الواصل بينهما ويكون أقرب الى المنطقة التي تحتوي أكبر .

٣. عند تعليق الجسم من مركز كتلته فإنه يكون في حالة اتزان تام دون أي حركة ، لذلك اذا اردت جعل مسطرة أو كرة قدم تتزن على أصبح يدك عليك جعل نقطة مركز الكتلة على أصبعك .

٤. مركز الكتلة لنظام يتكون من جسمين كتلتيهما (m_A, m_B) ؛ يتصلان معاً بقضيب خفيف مهمل الكتلة .

- **ولتحديد احداثيات مركز الكتلة (X_{cm}, Y_{cm}) لهذا النظام ...**

أ. اختار نظام محاور يقع فيه الجسمان أو أكثر (n) على محور (X) عند الموقعين $(X_A, X_B, ...)$.

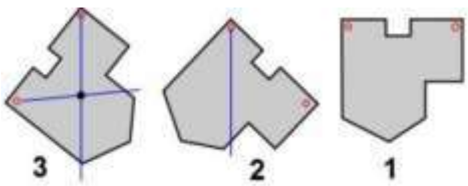


ب. استخدم العلاقة التالية :

$$X_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{\infty} m_i} = \frac{m_A x_A + m_B x_B + m_C x_C + ... + m_n x_n}{m_A + m_B + m_C + ... + m_n}.$$

$$y_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{\infty} m_i} = \frac{m_A y_A + m_B y_B + m_C y_C + ... + m_n y_n}{m_A + m_B + m_C + ... + m_n}.$$

- **كيف يمكن تعيين مركز الكتلة للجسم عملياً ؟**



١. نعلق الجسم من أي نقطة ،ونرسم الخط الرأسي المار بنقطة التعليق عندما يستقر الجسم ويتوقف عن الحركة .
٢. نختار نقطة تعليق أخرى ونكرر الخطوة الأولى .
٣. نحدد نقطة تقاطع الخطين ، فتمثل مركز كتلة الجسم .

- **ملاحظات :**

١. اذا كانت الاجسام على خط أفقي واحد فإن (y_{cm}) ، وإذا كانت على خط عامودي واحد فإن (X_{cm}) .
٢. إذا لم يعطيك السؤال احداثيات ، أفرض أن احد الاجسام موجود في نقطة الاصل $(0,0)$.

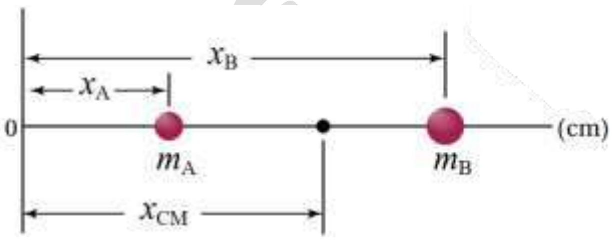
مثال كتاب : أين يقع مركز كتلة جسم منتظم متماثل ؟ وأين يقع مركز كتلة جسم غير منتظم الشكل ؟

مركز كتلة الجسم المنتظم والمتماثل يقع في مركزه ، أما الجسم غير المنتظم وغير المتماثل فيكون مركز كتلته أقرب للجزء الأكبر كتلة منه .

مثال : فسر : هل يمكن أن يكون مركز كتلة جسم في نقطة خارج الجسم ؟

نعم ؛ قد يكون مركز الكتلة ينطبق مع المركز الهندسي في نقطة خارجية اذا كان الجسم مفرغاً .

مثال كتاب : نظام يتكون من كرتين $m_A = 4kg$ و $m_B = 4kg$ ؛ كما هو موضح في الشكل . إذا علمت أن $x_A = 5cm$ و $x_B = 15cm$ ؛ وأحدد موقع مركز كتلة النظام .



الحل :

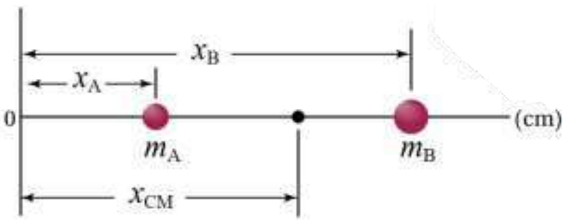
$$m_A = 4kg, m_B = 4kg, x_A = 5cm = 0.05m, x_B = 15cm = 0.15m$$

من خلال العلاقة الآتية لايجاد الأحداثي (X_{cm})

$$X_{cm} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}. = \frac{4\times5\times10^{-2} + 4\times15\times10^{-2}}{4+4} = \frac{80\times10^{-2}}{8} = 10\times10^{-2}m = 10cm$$

ألاحظ أن موقع مركز الكتلة بالمنتصف بينهم وذلك لأن الكتل متساوية .

مثال كتاب : نظام يتكون من كرتين $m_A = 1kg$ و $m_B = 3kg$ ؛ كما هو موضح في الشكل . إذا علمت أن $x_A = 5cm$ و $x_B = 15cm$ ؛ وأحدد موقع مركز كتلة النظام .



الحل :

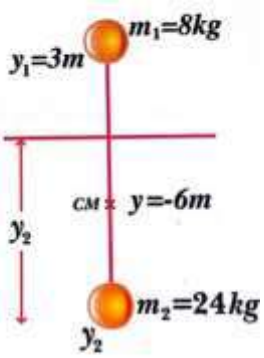
$$m_A = 1kg, m_B = 3kg, x_A = 5cm = 0.05m, x_B = 15cm = 0.15m$$

من خلال العلاقة الآتية لايجاد الأحداثي (X_{cm})

$$X_{cm} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B} = \frac{1\times5\times10^{-2} + 3\times15\times10^{-2}}{1+3} = \frac{50\times10^{-2}}{4} = 12.5\times10^{-2} m = 12.5cm$$

ألاحظ أن موقع مركز الكتلة أقرب للكتلة الأكبر .

مثال : جسم كتلته $8kg$ و $y = 3m$ أين نضع جسم كتلته $24kg$ ليصبح مركز الكتلة عند $y = -6m$ ، علماً أن الاحداثيات بالأمتار .



الحل : من خلال العلاقة الآتية لايجاد الأحداثي (y_{cm})

$$y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} \longrightarrow -6 = \frac{8\times3 + 24\times y_2}{8+24}$$

$$-6 = \frac{24 + 24\times y_2}{32} \longrightarrow -192 = 24 + 24\times y_2$$

$$-216 = 24 y_2 \longrightarrow y_2 = -9m$$

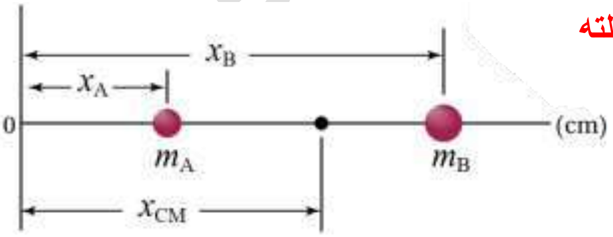
لاحظ وضعت الكتلة بحيث يكون مركز الكتلة بين الكتلتين وأقرب للكبيرة .

اختبر نفسك

سؤال (١) كتاب : فسر : أثرت قوى عدة في جسم ؛ بحيث تمر خطوط عملها في مركز كتلته ، وكانت القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفراً . هل يكون الجسم متزناً أم لا .

سؤال (٢) كتاب : توقع : توضع قطعت رصاص على أطراف الأجزاء الفلزية من دواليب السيارات لمنعها من الاهتزاز في أثناء دورانها . أتوقع أين توجد مواقع مراكز كتل هذه الدواليب بعد وضع قطع الرصاص عليها .

سؤال (٣) كتاب : يكون العزم المحصل لجزيئات نظام حول مركز كتلته يساوي صفراً . كيف يمكنني استخدام هذه الطريقة لتحديد الإحداثي X_{cm} لمركز كتلة النظام في الشكل ؟

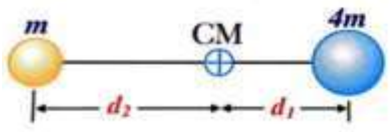


سؤال (٤) : حدد إحداثيات مركز الكتلة .

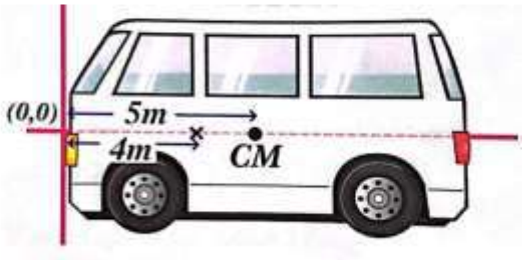
سؤال (٥) : أربعة كتل ($10kg, 7kg, 6kg, 14kg$) إحداثياتها على الترتيب بالمتر ($0,0$)، ($4,10$)، ($0,3$)، ($5,3$) حدد إحداثيات مركز الكتلة .

سؤال (٦) : ثلاث كتل ($1kg, 2kg, 3kg$) إحداثيات مركز كتلتها ($2, 4$)، أين نضع كتلة رابعة ($4kg$) بحيث يصبح مركز كتلة النظام الجديد نقطة الأصل ؟

سؤال (٧) : بالاعتماد على الشكل المجاور ، ما نسبة $\frac{d_1}{d_2}$ ؟



سؤال (٨) : سيارة نقل طولها $10m$ وكتلتها $4000kg$ ومركز كتلتها على بعد $4m$ من مقدمتها ، أين توضع كتلة مقدارها 1 طن بحيث يصبح مركز الكتلة في منتصف السيارة .



اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....
....
....

اجابة (٢) : ....
....
....
....
....

اجابة (٣) : ....
....
....
....
....
....
....
....

اجابة (٤) :

اجابة (٥) :

اجابة (٦) :

اجابة (٧) :

اتزان الجسور Equilibrium of Bridges

يتطلب بناء المنشآت التي أراها ؛ من جسور وسدود ومبانٍ الى ناطحات السحاب من المصممين والمهندسين المعماريين تحديد القوى المؤثرة في هياكلها وتراكيبها ؛ للمحافظة عليها ثابتة ومتزنة سكونياً وعدم انهيارها .

ويعني الاتزان السكوني بحساب القوى المؤثرة في هذه الهياكل والتراكيب ، لتحديد ما إذا كانت قادرة على تحمل هذه القوى دون حدوث تشوه أو تصدع أو كسر فيها . وهذا الاجراء الذي يتبعه المصممون والمهندسون يمكنهم من حساب القوى المؤثرة في مكونات هياكل وتراكيب المباني والجسور والآلات والمركبات وغيرها .

ألاحظ في حياتي اليومية جسوراً مختلفة التصاميم ، يتعرض كل منها لقوى مختلفة تؤثر في مكوناته ، تعمل على شدها أو ضغطها .

إذ يؤثر فيها قوى ضغط تجعلها تنكمش وتتقلص ، وقوى شد تجعلها تتمدد ويزداد طولها ؛ كما هو موضح في الشكل . لذا يجب أخذ هذه القوى في الحسبان عند تصميم أي جسر ؛ كي لا يتعرض الى التصدع والالتواء والانكماش ، لعدم تحملها ، وإيجاد وسائل وتصاميم مناسبة تعمل على توزيع هذه القوى على مختلف أجزاء الجسر بالشكل الذي يمنع تمركزها في منطقة واحدة .

لرسم أفضل التصاميم وتنفيذها باستخدام المواد المناسبة ؛ يراعي المصممون ومالهندسون والمعماريون في مراحل تصميم الجسور المختلفة وإنشائها تحقيق شرطي الاتزان في مكوناتها جميعا .

ولتكون الجسور أنظمة متزنة ، يجب أخذ قياسات دقيقة مضبوطة لهذه القوى ومواقع دعامات الجسر والمسافات بينها ومقدار أكبر ثقل يمكن أن يتحمله الجسر دون أن ينهار .

اختبر نفسك (اسئلة موضوعية وتفسيرات وحسابية)

السؤال الأول : ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١. **يقاس عزم القوة بوحدة :**

أ) $N.m$. ب) N/m . ج) $N.m^2$. د) N/m^2 .

٢. **يستخدم خالد مفتاح شد صامولة إطار سيارة ولم يتمكن من ذلك . يجب على خالد استخدام مفتاح شد يكون مقبضه :**

أ) أطول من مقبض مفتاح الشد المستخدم . ج) أقصر من مقبض مفتاح الشد المستخدم.
ب) أكثر سمكاً من سمك مفتاح الشد المستخدم . د) أقل سمكاً من سمك مفتاح الشد المستخدم.

٣. **تستخدم سلمى مفك براغي لفك برغي من خزانتها ولم تتمكن من ذلك . يجب على سلمى استخدام مفك براغي يكون مقبضه :**

أ) أطول من مقبض المفك المستخدم . ج) أقصر من مقبض المفك المستخدم.
ب) أكثر سمكاً من سمك المقبض المستخدم . د) أقل سمكاً من سمك المقبض المستخدم.

٤. **عندما تؤثر قوة في جسم ؛ فإن عزمها يكون صفراً عندما :**

أ) يتعامد متجه القوة مع متجه موقع نقطة تأثيرها . ج) يتزايد مقدار السرعة الزاوية للجسم .
ب) يمر خط عمل القوة بمحو الدوران . د) يتناقص مقدار السرعة الزاوية للجسم.

٥. **حينما تحمل كتاباً في يدك وهي ممدودة وترفعها الى أعلى بحيث تصنع زاوية 60° مع الأفقي ، فإذا كان طول يدك d ووزن الكتاب F_g ، فإن عزم وزن الكتاب على مفصل يدك يساوي :**

أ) $F_g d \sin 60$. ب) $F_g d \sin 30$. ج) $F_g d$. د) 0 .

٦. **في السؤال السابق ، لو رفعت يدك الى أعلى أكثر ، فإن عزم وزن الكتاب :**

أ) يزداد . ب) يقل . ج) يبقى ثابتاً . د) يساوي صفراً .

٧. **يدفع شخص باباً بقوة $10N$ تؤثر عمودياً عند نقطة تبعد $80cm$ من مفاصل الباب ، فإن عزم هذه القوة بوحدة $N.m$ يساوي :**

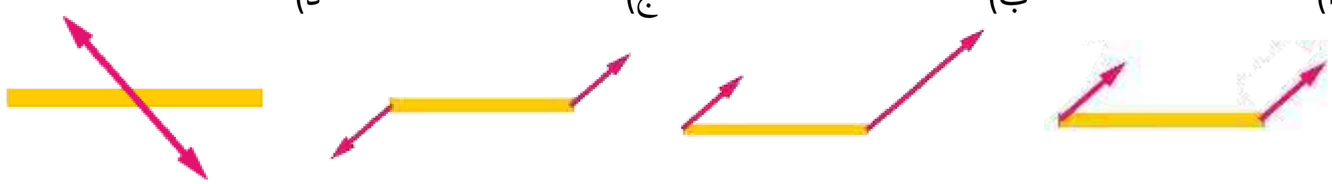
أ) 0.08 . ب) 8 . ج) 80. د) 800.

٨. **يستخدم طفل مفتاحاً كي يفك برغيا في دراجة هوائية ، ويحتاج الى بذل عزم مقداره $10N.m$. إذا علمت أن أقصى قوة يستطيع الطفل أن يؤثر بها عمودياً في المفتاح تساوي $50N$ ، فإن طول المفتاح الذي يجب أن يستخدمه الطفل يساوي (بالمتر) :**

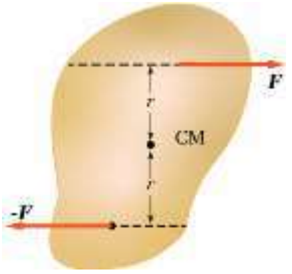
أ) 0.1 . ب) 0.2 . ج) 0.5 . د) 5 .

٩. **قضيب أفقي يتعرض الى قوتين متساويتين ، أي الاشكال الآتية تمثل ازدواجاً :**

أ) ب) ج) د)



١٠.الشكل المجاور يبين قوتين متساويتين مقدار ومتعاكستين اتجاهاً تؤثران على بعد متساوٍ من مركز كتلة جسم موجود على سطح أملس . أي الجمل الآتية تصف بشكل صحيح حالة الجسم الحركية عند اللحظة المبينة :



أ) الجسم في حالة اتزان انتقالي سكوني واتزان دوراني .
ب) الجسم في حالة اتزان انتقالي سكوني ، وليس في حالة اتزان دوراني .
ج) الجسم في حالة اتزان دوراني ، وليس في حالة اتزان انتقالي سكوني .
د) الجسم ليس في حالة اتزان انتقالي سكوني ، وليس في حالة اتزان دوراني .

١١.يستقر قضيب متجانس من منتصفه فوق دعامة ، فإذا أثرت قوتان متساويتان مقداراً ، ومتعاكستان اتجاهاً ، مقدار كل منهما F في طرفيه ، فإن القوة المحصلة في القضيب تكون :

أ) $2F, y+$.　ب) $2F, y-$.　ج) 0 .　د) $\frac{F}{2}, y-$.

١٢.في السؤال السابق ، نتيجة تأثير هاتين القوتين في القضيب ، فإنه :

أ) يدور .　ب) يتحرك انتقالياً .　ج) يبقى ساكناً .　د) يتحرك حركة اهتزازية .

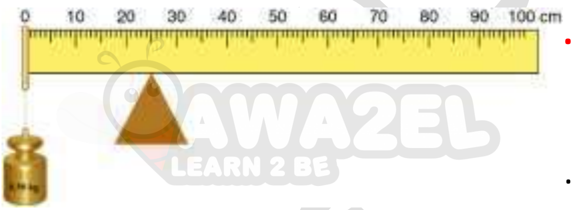
١٣. يجلس طفلان على طرفي لعبة ($sew - saw$) متزنة أفقياً . عند تحريك أحد الطفلين مقترباً من نقطة الارتكاز ؛ فإن الطرف الذي يجلس عليه :

أ) يرتفع للأعلى .　ج) ينخفض للأسفل .
ب) يبقى في وضعه الأفقي ولا يتغير .　د) قد يرتفع أو ينخفض حسب وزن الطفل .

١٤. علق ثقلان كتلتاهما على التوالي ($3,4$) كغ بطرفي قضيب مهمل الكتلة طوله d إذا قسم القضيب الى سبعة أجزاء متساوية كما في الشكل ، فإن القضيب يستقر متزناً عند تعليقه من النقطة :

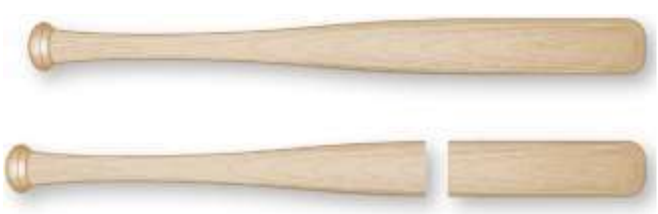
أ) كتلته فقط .　ج) كتلته وسرعته المتجهة .
ب) سرعته المتجهة فقط .　د) وزنه وتسارع السقوط الحر.

١٥.مسطرة مترية منتظمة متماثلة ترتكز على نقطة عند التدريج $25cm$. علق ثقل كتلته $0.5kg$ عند التديج $0cm$ للمسطرة ، فإتزنت أفقياً ، كما في الشكل المجاور . إن مقدار كتلة المسطرة المترية يساوي :



أ) كتلته فقط .　ج) كتلته وسرعته المتجهة .
ب) سرعته المتجهة فقط .　د) وزنه وتسارع السقوط الحر.

١٦.كسر مضرب بيسبول منتظم الكثافة في موقع مركز كتلته الى جزأين ؛ كما هو موضح في الشكل . إن الجزء ذا الكتلة الأصغر هو :



أ) الجزء الموجود على اليمين .
ب) الجزء الموجود على اليسار .
ج) كلا الجزأين له الكتلة نفسها .
د) لا يمكن تحديده .

١٧.جسمان نقطيان البعد بينهما (d) . إذا علمت أن ($m_1 = 4m_2$) ؛ فإن موقع مركز الكتلة يكون :

أ) في منتصف المسافة بين الجسمين .
ب) بين الجسمين ، وأقرب الى (m_2) .
ج) بين الجسمين ، وأقرب الى (m_1).
د) خارج الخط الواصل بين الجسمين ، واقرب الى النقطة (m_1).

السؤال الثاني : فسر :

عند حساب العزم المحصل المؤثر في الجسم ؛ فإنني أهمل القوى التي يمر خط عملها في محور الدوران .

....

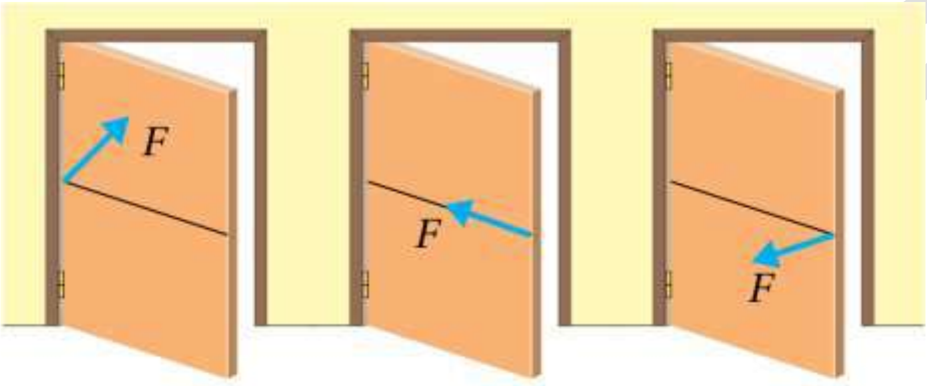
....

....

....

السؤال الثالث : حلل وأستنتج :

يوضح الشكل قوة محصلة (F) ثابتة المقدار تؤثر في الباب نفسه في مواقع واتجاهات مختلفة لثلاث حالات . أحدد الحالة / الحالات التي يفتح فيها الباب ، والحالة / الحالات التي لا يفتح فيها .



....

....

....

....

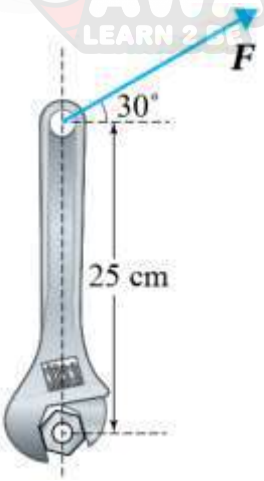
....

....

السؤال الرابع : اصدر حكماً :

تستخدم فاتن مفتاح شد لشد صامولة ، كما في الشكل المجاور . أستعين بالشكل والبيانات المثبتة فيه للإجابة عما يأتي ، علماً أن مقدار العزم اللازم لفك الصامولة يساوي ($50 N.m$) .

أ. أحسب مقدار القوة اللازم التأثير بها في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح في الشكل .
ب. أحدد اتجاه دوران مفتاح الشد .



....

....

....

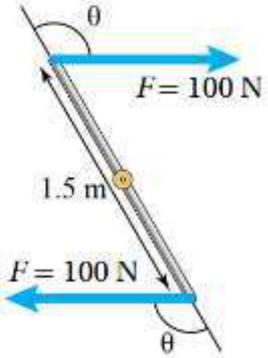
....

....

....

....

السؤال الخامس : قوتان متساويتان مقداراً ومتعاكستان اتجاها ، مقدار كل منهما $100N$ ، تؤثران عند طرفي قضيب فلزي طوله $1.5m$ قابل للدوران حول محور ثابت عند منتصفه عمودي على مستوى الصفحة ، كما هو موضح في الشكل . إذا كان العزم الكلي المؤثرة في القضيب $130N.m$ باتجاه حركة عقارب الساعة ؛ أحسب مقدار الزاوية θ التي يصنعها خط عمل كل قوة مع متجه موقع نقطة تأثيرها .



....

....

....

....

....

....

....

السؤال السادس :

قطعة بوليسترين على شكل خارطة المملكة الاردنية الهاشمية . كيف أحدد مركز كتلتها عملياً ؟

....

....

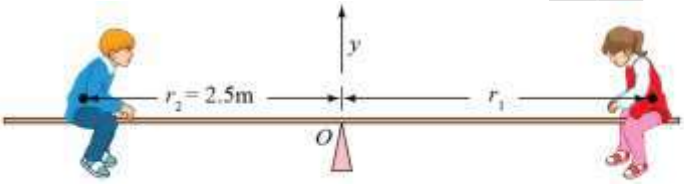
....

....

السؤال السابع : حلل واستنتج :

لعبة اتزان ($ses-saw$) تتكون من لوح خشبي منتظم متماثل وزنه $150N$ ؛ يرتكز من منتصفه عند النقطة O . تجلس نهى F_{g1} على أحد طرفي اللوح الخشبي على بعد r_1 من نقطة الارتكاز ؛ بينما يجلس شقيقها ماهر F_{g2} على الجهة المقابلة على بعد $2.5m$ من نقطة الارتكاز .

إذا علمت أن وزن نهى $250N$ ، ووزن ماهر $300N$ ، والنظام في حالة اتزان سكوني ، واللوح الخشبي في وضع أفقي كما هو موضح في الشكل ؛ أحسب مقدار ما يأتي :



أ. القوة F_N التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح الخشبي ، واحدد اتجاهها .

ب. بعد نهى عن نقطة الارتكاز كي يكون النظام في حالة اتزان سكوني .

....

....

....

....

....

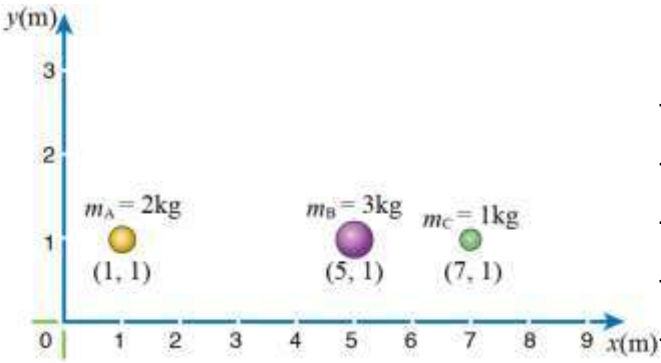
....

....

....

السؤال الثامن :

نظام يتكون من ثلاث جسيمات ؛ كما هو موضح في الشكل المجاور . أستعين بالشكل والبيانات المثبتة فيه لأحدد موقع مركز كتلة النظام .



....

....

....

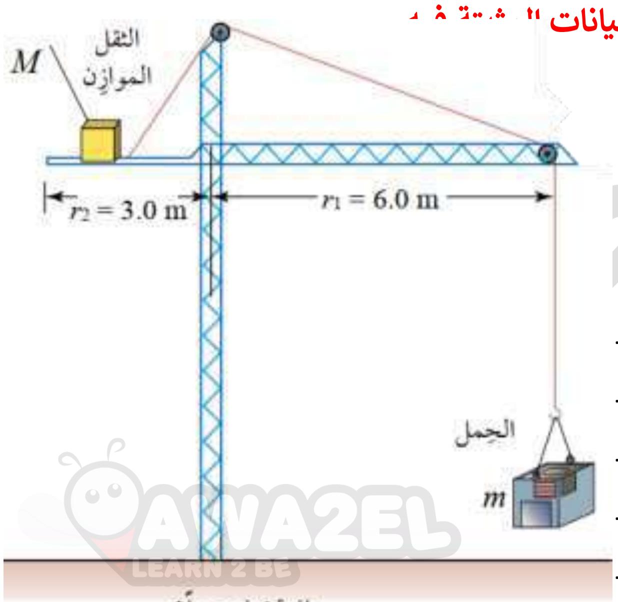
السؤال تاسع :

تستخدم بعض أنواع الروافع لرفع الأثقال الكبيرة (الأحمال) الى أعالي الأبراج والبنايات العالية . ويجب أن يكون العزم المحصل المؤثر في هذه الرافعة صفراً ؛ كي لا يوجد عزم محصل يعمل على إمالتها وسقوطها ؛ لذا يوجد ثقل موازن M على الرافعة لتحقيق اتزانها ، حيث يحرك عادة هذا الثقل تلقائياً (بشكل أوتوماتيكي) عبر أجهزة استشعار ومحركات لموازنة الحمل بدقة . يبين الشكل المجاور رافعة في موقع بناء ترفع حملاً مقداره $3\times10^{3}\ Kg$ ومقدار الثقل الموازن $1\times10^{4}\ Kg$. أستعين بالشكل والبيانات

للإجابة عما يأتي مهملاً كتلة الرافعة ؛ علماً أن الرافعة متزنة أفقياً .

أ. أحدد موقع الثقل الموازن عندما يكون الحمل مرفوعاً عن الارض وفي حالة اتزان سكوني .

ب. أحدد مقدار أكبر كتلة يمكن أن تحملها الرافعة عندما يكون موقع الثقل الموازن عند طرفها .



رافعة ترفع حملاً.

....

....

الصفحة ٣٢

الدرس الثاني : ديناميكا الحركة الدورانية Dynamics of Rotational Motion .

١ وصف الحركة الدورانية Description of Rotational Motion.

مقدمة ...

- تعلمت وصف الحركة للأجسام التي تتحرك حركة انتقالية باستخدام مفاهيم الازاحة والسرعة والتسارع . وبالمثل يمكن وصف الحركة الدورانية باستخدام مفاهيم خاصة **وهي** : الازاحة الزاوية ، والسرعة الزاوية ، التسارع الزاوي .

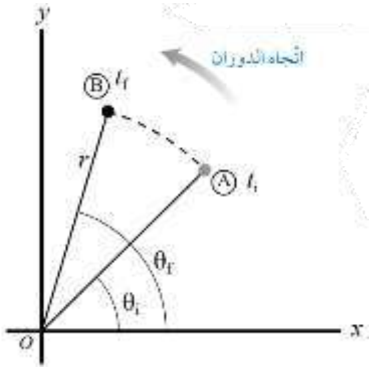
- الحركة الدورانية حركة مهمة جداً في الفيزياء وفي حياتنا اليومية ، والحركة الدائرية هي حالة خاصة من الحركة الدورانية ويمكن تعريف الحركة الدورانية ، بأنها :

حركة جسم ذات ابعاد حول محور معين (التفاف حول مركز) يمر داخل الجسم ، مثل : حركة قرص الحاسب المدمج CD ، ودوران الارض حول محورها ، اما حركة عجلة السيارة فهي مزيج من الحركة الدورانية و الحركة الانتقالية .

- في البداية سنتعرف على متغيرات الحركة الدورانية ،ومن ثم سندرس معادلات هذه الحركة بسرعة زاوية (w) ثابتة ، وبتسارع زاوي (α) ثابت .

1 الموقع الدوراني Angular position .

هو الزاوية (θ) التي يصنعها الخط الواصل بين الجسم ونقطة الأصل (O) مع الخط المرجعي (محور +X) وعليه فإن رمز الموقع هو (θ)



- ❖ يكون الموقع (θ) عندما يكون اتجاه الدوران عكس اتجاه عقارب الساعة .
- ❖ يكون الموقع (θ) عندما يكون اتجاه الدوران مع اتجاه عقارب الساعة .
- حسب الشكل التالي ....
- ❖ الموقع الزاوي للجسيم عند النقطة (A) هو (θ_i) عند اللحظة (t_i) .
- ❖ الموقع الزاوي للجسيم عند النقطة (B) هو (θ_f) عند اللحظة (t_f) .

- هنالك وحدات مختلفة لقياس زوايا الدوران ...

١. الدرجة : رمزها $^\circ$ ، deg . مقدارها : تعادل $\frac{1}{360}$ من الدورة الكاملة . الدورة 360°

٢. الراديان : رمزها rad وتمثل وحدة النظام العالمي . مقدارها : تعادل $\frac{1}{2\pi}$ من الدورة الكاملة . الدورة 2π .

وللتحويل من الدرجات $^\circ$ الى وحدة الراديان rad نستخدم العلاقة :

$$\theta_{\deg} = \frac{180}{\pi} \times \theta_{rad} \qquad \theta_{rad} = \frac{\pi}{180} \times \theta_{\deg}$$

$$\theta_{\deg} = 57.3 \times \theta_{rad} \qquad \theta_{rad} = \frac{\theta_{\deg}}{57.3}$$

مثال : يدور جسم بزاوية 150° . احسب الزاوية بوحدة الراديان . وكم عدد الدورات التي يعملها الجسم ؟

$$1)\theta_{rad} = \frac{\pi}{180} \times \theta_{\deg} = \frac{\pi}{180} \times 150 = \frac{5}{6}\pi .$$

٢) عدد الدورات $= \frac{\frac{5\pi}{6}}{2\pi} = \frac{5\pi}{12\pi} = \frac{5}{12}$ دورة .

2 الازاحة الزاوية Angular Displacement .

هي التغير في الموقع الزاوي وتساوي أيضاً الزاوية التي يمسحها نصف قطر المسار الدائري الذي يدور مع الجسم .

❖ رمزها : $\Delta\theta$.

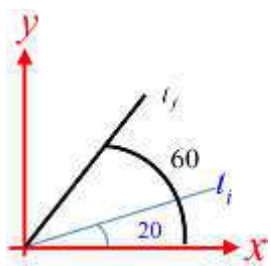
❖ رياضياً : $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i ....rad$.

❖ تذكير :

- الازاحة الزاوية (+) عندما يكون اتجاه الدوران بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة .
- الازاحة الزاوية (-) عندما يكون اتجاه الدوران مع اتجاه حركة عقارب الساعة .

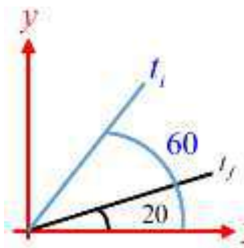
مثال : أوجد الازاحة الزاوية $\Delta\theta$ في الاشكال التالية :

أ)



$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = 60 - 20 = 40$$

ب)



$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = 20 - 60 = -40$$

3 السرعة الزاوية Angular Velocity .

عندما يغير جسم موضعه زاوياً ، فإنه يمتلك ازاحة زاوية وبالتأكيد تغير الموقع يكون نتيجة امتلاك الجسم سرعة زاوية

a السرعة الزاوية المتوسطة Average angular velocity .

هي نسبة الازاحة الزاوية ($\Delta\theta$) الى الفترة الزمنية (Δt) التي حدثت خلالها هذه الازاحة .

❖ رمزها $\overline{w}$.

❖ تعطى بالعلاقة الآتية :

$$\overline{w} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

❖ وحدة قياسها rad / s .

b السرعة الزاوية اللحظية Instantaneous angular velocity .

هي السرعة الزاوية لجسم عند لحظة زمنية معينة .

❖ رمزها w .

❖ تعطى بالعلاقة الآتية :

$$w = \frac{\theta}{t}$$

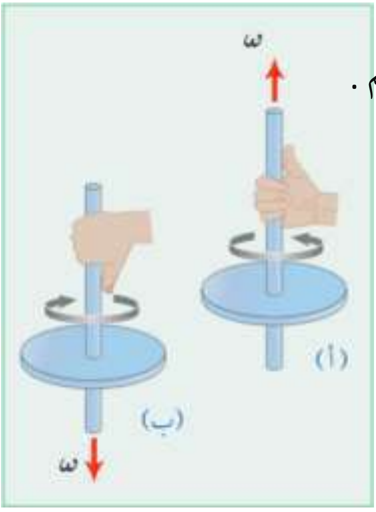
❖ وحدة قياسها rad / s .

❖ ملاحظات :

١. عند ذكر كلمة السرعة الزاوية فإننا نعني السرعة الزاوية اللحظية .

٢. عندما تكون السرعة الزاوية ثابتة ، فإن السرعة الزاوية المتوسطة تساوي السرعة الزاوية اللحظية ($\overline{w} = w$) .

٣. عندما تتغير السرعة الزاوية خلال فترة زمنية معينة ، فإن السرعة الزاوية المتوسطة لا تساوي السرعة الزاوية اللحظية عند كل لحظة خلال تلك الفترة .



❖ لتحديد اتجاه السرعة الزاوية : نستخدم قاعدة اليد اليمنى ، كما يأتي :
١. لف أصابع اليد اليمنى حول محور الدوران بحيث تشير الى اتجاه دوران الجسم .
٢. يكون اتجاه الابهام باتجاه السرعة الزاوية (w)

❖ مثال ...
دوران الجسم حول المحور (z) .
١. اتجاه دوران الجسم عكس اتجاه عقارب الساعة
← اتجاه السرعة الزاوية خارجاً من الصفحة ($\odot$)($+z$).
٢. اتجاه دوران الجسم مع اتجاه عقارب الساعة
← اتجاه السرعة الزاوية داخلاً في الصفحة ($\otimes$) ($+z$) .

❖ تذكر ...
- السرعة الزاوية (+) عندما يكون اتجاه الدوران بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة .
- السرعة الزاوية (-) عندما يكون اتجاه الدوران مع اتجاه حركة عقارب الساعة .
(إشارة السرعة الزاوية نفس اشارة الازاحة الزايو دائماً)

❖ ملاحظة ...
في الاجسام الصلبة التي تتحرك حركة دورانية تتحرك جميع النقاط الواقعة عليها بنفس السرعة الزاوية ؛ لأنها تقطع زوايا متساوية خلال أزمنة متساوية .
فجميع نقاط الارض تدور بنفس اتجاه الازاحة الزاوية وبالتالي بنفس السرعة الزاوية ، رغم أنها تقطع مسافات مختلفة في كل دورة نتيجة اختلاف بعد كل منها عن محور الدوران (اما الشمس فليست جسماً صلباً ، لذا تدور اجزاؤها بمعدلات مختلفة .

4| التسارع الزاوية Angular acceleration .

عندما تغير مقدار السرعة الزاوية لجسم من (w_i) الى (w_f) خلال فترة زمنية (Δt) ، يكون له تسارع زاوي .

a| التسارع الزاوية المتوسطة Average angular accelerrtion .

هي نسبة التغير في مقدار السرعة الزاوية الى الزمن اللازم لحدوث هذا التغير .

❖ رمزها $\bar{\alpha}$.

❖ تعطى بالعلاقة الآتية :

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta w}{\Delta t}$$

❖ وحدة قياسها rad / s^2 .

b| التسارع الزاوية اللحظية Instantaneous angular velocity .

هو التسارع الزاوي لجسم عند لحظة زمنية معينة .

❖ رمزها α .

❖ تعطى بالعلاقة الآتية :

$$\alpha = \frac{w}{t}$$

❖ وحدة قياسها rad / s .

❖ ملاحظات :
١. عند ذكر كلمة التسارع فإننا نقصد التسارع الزاوي اللحظي .
٢. عندما يكون التسارع الزاوية ثابت ، فإن التسارع الزاوية المتوسطة يساوي التسارع الزاوية اللحظي ($\bar{\alpha} = \alpha$) .
٣. اذا تحرك الجسم بسرعة زاوية ثابتة ، فإن التسارع الزاوي له يساوي صفر .

٤. عند دوران جسم حول محور ثابت فإن كل نقطة (جسيم) على الجسم تدور بالزاوية نفسها ، والتسارع الزاوي نفسه .

٥. الكميات السابقة (الموقع الزاوي θ ، والسرعة الزاوية w ، والتسارع الزاوي α) تميز الحركة الدورانية للجسم كامل بجميع نقاطه وجسيماته .

٦. الاتجاه :

- يدور الجسم بتسارع $+\alpha$ عندما تكون اشارتا السرعة الزاوية والتسارع الزاوي متماثليين .
- يدور الجسم بتباطؤ $-\alpha$ عندما تكون اشارتا السرعة الزاوية والتسارع الزاوي مختلفيين .

❖ ملاحظات مسائل :

١. تعرفت وصف الحركة الدائرية باستخدام مفهوم (الازاحة ، السرعة ، التسارع) الزاوي ، ولوصف الحركة على نحو أكثر سهولة ، نستخدم ثلاث معادلات رياضية تساعد على وصف الحركة الدائرية للأجسام بتسارع زاوي ثابت .

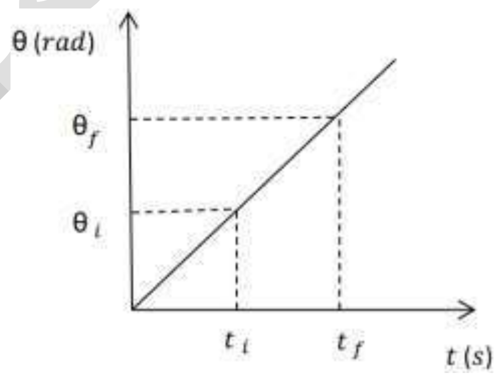
$$w_f = w_i + \alpha t ....(1)$$

$$\Delta\theta = w_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 ....(2)$$

$$w_f{}^2 = w_i{}^2 + 2\alpha\Delta\theta ....(3)$$

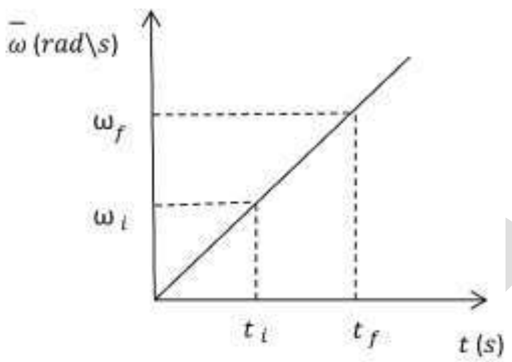
٢. تمثيل الحركة الدائرية بيانياً .

أ. منحنى (الموقع الزاوي – الزمن) .



$$slope = \overline{w} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

ب. منحنى (السرعة الزاوية – الزمن) .



$$slope = \overline{\alpha} = \frac{\Delta w}{\Delta t}$$

مثال : جسم يتحرك حركة دورانية على محوره ، إذا علمت أن الازاحة الزاوية له تساوي $20 rad$ خلال فترة زمنية $0.02 s$ ، جد :

١. السرعة الزاوية المتوسطة للجسم .

٢. اتجاه دوران الجسم .

$$1.\overline{w} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{20}{0.02} = 1\times10^3 rad/s$$

٢. عكس عقارب الساعة .

مثال : جسم يتحرك بسرعة زاوية متوسطة مقدارها $-2\times10^3 rad/s$ ، أوجد مقدار الازاحة الزاوية له خلال فترة $0.4 s$ ؟

$$\Delta\theta = \overline{w}\times\Delta t = -2\times10^3\times0.4 = -8\times10^2 rad$$

مثال كتاب : فسر : تدور إطارات بسرعة زاوية ثابته تساوي $5rad/s$. أجب عما يأتي :
أ. هل التسارع الزاوي للإطارات موجب أم سالب أم صفر .
ب. هل تدور أجزاء الاطار جميعها بمقدار السرعة الزاوية نفسها أم لا ؟
الحل : أ. صفر ، لأن السرعة الزاوي ثابتة وبالتالي التغير في السرعة الزاوية يساوي صفر .
ب. نعم ، لأن شكل الاطار ثابت و كل أجزاء الجسم الصلب تدور بالمعدل نفسه .

مثال كتاب : فسر : السرعة الزاوية لجسم عند لحظة زمنية معينة تساوي $-3rad/s$ ، وتسارعه الزاوي عند اللحظة نفسها $2rad/s^2$. أجب عما يأتي :
أ. هل يدور الجسم باتجاه حركة عقارب الساعة أم بعكسه .
ب. هل يتزايد مقدار سرعته الزاوية أم يتناقص أم يبقى ثابت .
الحل : أ. بما أن اشارة السرعة الزاوية سالبة فإن الجسم يدور باتجاه حركة عقارب الساعة .
ب. يتناقص ؛ لأن اشارة التسارع الزاوي عكس اشارة السرعة الزاوية .

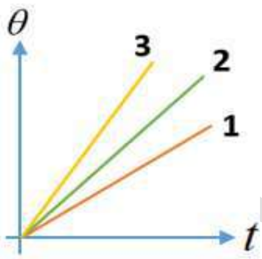
مثال كتاب : يتسارع الجزء الدوار في جهاز فصل مكونات الدم من السكون الى $3\times10^3 rad/s$ خلال $30s$ بتسارع زاوي ثابت . أحسب مقدار ما يأتي :
١. التسارع الزاوي المتوسط .
٢. السرعة الزاوية بعد مرور $20s$ من بدء دورانه .

الحل : $w_i = 0, w_f = 3\times10^3 rad/s, t = 20s$

$$1.\bar{\alpha} = \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{w_f - w_i}{t} = \frac{3\times10^3 - 0}{30} = 1\times10^2 rad/s^2$$

$$2.w_f = w_i + \bar{\alpha}t = 0 + 1\times10^2\times20 = 2\times10^3 rad/s$$

مثال : العلاقة البيانية لثلاثة أجسام تتحرك حركة دورانية أي الأجسام لديه سرعة زاوية أكبر ؟
الحل :



$$slope = w = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

ميل ١ < ميل ٢ < ميل ٣

$$w_3 > w_2 > w_1$$

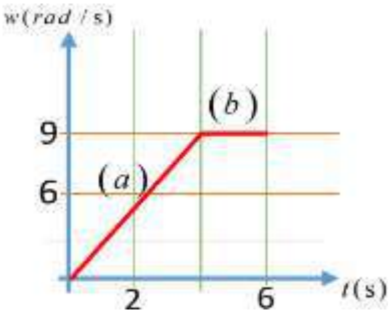
مثال : بدأ محرك كهربائي دورانه من السكون بسرعة زاوية مقدارها $36rad/s$ أثناء فترة زمنية مقدارها $6s$ ، إحسب:
١. التسارع الزاوي للمحرك .
٢. الازاحة الزاوية التي يقطعها المحرك .

الحل : $\vec{w} = 36rad/s, t = 6s$

$$1)w_f = w_i + \bar{\alpha}t \longrightarrow 36 = 0 + \bar{\alpha}\times6 \longrightarrow \bar{\alpha} = 6rad/s^2$$

$$2)\Delta\theta = w_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 0\times6 + \frac{1}{2}\times6\times(6)^2 = 3\times36 = 108rad$$

مثال : يمثل الشكل المجاور العلاقة البيانية لجسم يتحرك حركة دائرية ، إحسب :



١) الزمن اللازم لتصبح السرعة الزاوية $36rad/s$ من بدء الحركة .

٢) التسارع الزاوي في المرحلة (a) والمرحلة (b) .

الحل :

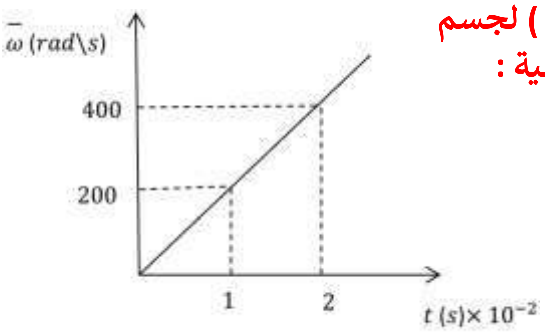
١) من خلال النسبة والتناسب يمكن حساب الزمن .

$$\frac{w_1-0}{t_1-0}=\frac{w_2-0}{t_2-0} \Rightarrow \frac{6-0}{2-0}=\frac{9-0}{t-0}$$

$$\Rightarrow 3=\frac{9}{t} \Rightarrow t=\frac{9}{3}=3s\ .$$

$$2) slope=\alpha_{(a)}=\frac{\Delta w}{\Delta t}=\frac{9-0}{3-0}=3rad/s^2 \qquad slope=\alpha_{(b)}=\frac{\Delta w}{\Delta t}=\frac{9-9}{6-3}=\frac{0}{-3}=0$$

مثال : الشكل المجاور يمثل العلاقة بين السرعة الزاوية المتوسطة (w) لجسم يدور بحركة دورانية مع الفترة الزمنية (Δt) ، أجب عن الأسئلة التالية :



١) ماذا يمثل ميل الخط المستقيم .

٢) احسب مقدار هذه الكمية .

الحل :

١) يمثل التسارع الزاوي المتوسط .

٢) عكس عقارب الساعة .

$$\bar{\alpha}=\frac{\Delta w}{\Delta t}=\frac{w_f-w_i}{t_f-t_i}=\frac{400-200}{(2-1)\times10^{-2}}=2\times10^4 rad/s^2$$

مثال : يدور الملف الاسطواني في محرك غسالة الملابس $635rev/\min$ (أي 635 دورة في الدقيقة) ، وعند فتح غطاء الغسالة يتوقف المحرك عن الدوران . فإذا احتاج الملف $8s$ حتى يتوقف بعد فتح الغطاء ، فما التسارع الزاوي للملف الأسطواني .

الحل :

$$w_i=635\frac{rev}{\min}=\frac{635\times2\pi}{60}=66.5rad/s, \Delta t=8s, w_f=0$$

$$\alpha=\frac{\Delta w}{\Delta t}=\frac{0-66.5}{8}=\frac{-66.5}{8}=-8.3rad/s^2$$

اختبر نفسك

سؤال (١) كتاب : حلل واستنتج : يدور اطار دراجة بسرعة زاوية ثابتة حول محور ثابت . كيف يتغير مقدار السرعة الزاوية لأجزاء الاطار بالانتقال من داخله الى حافته الخارجية .

سؤال (٢) كتاب : مثقب كهربائي يدور جزؤه الدوار من السكون بتسارع زاوي ثابت ، ويصبح مقدار سرعته الزاوية $2.6\times10^3 rad/s$ بعد $4s$ من بدء دورانه . أحسب مقدار التسارع الزاوي للجزء الدوار من المثقب .

سؤال (٣): جسم يتحرك بحركة دورانية وبتسارع زاوي متوسط مقداره $3.5rad/s^2$ ، إذا علمت أن السرعة الزاوية في بداية حركة تساوي $2rad/s$ ؛ أوجد السرعة الزاوية بعد مرور ثانيتين من بدء دورانه .

سؤال (٤) كتاب : يدور إطار سيارة بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة ؛ بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $2rad/s$ مدة زمنية مقدارها $20s$ ، ثم يتسارع بعد ذلك بتسارع زاوي ثابت مقداره $3.5rad/s^2$ مدة زمنية مقدارها $10s$، أحسب مقدار ما يأتي :

١. الازاحة الزاوية للإطار عند نهاية الفترة الزمنية لحركته بسرعة زاوية ثابتة .
٢. مقدار السرعة الزاوية للإطار عند نهاية الفترة الزمنية لحركته بتسارع زاوي ثابت .
٣. الازاحة الزاوية الكلية التي حركت اطار السيارة .

سؤال (٥): بدأ محرك كهربائي دورانه من السكون وبلغت سرعته الزاوية (1200 دورة في الدقيقة) بعد مشي $10s$. إحسب :

١. مقدار التسارع الزاوي للمحرك .
٢. الازاحة الزاوية للمحرك .
٣. عدد الدورات الكلية للمحرك .

اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

....

اجابة (٢) : ....

....

....

اجابة (٣) : ....

....

....

اجابة (٤) : ....

....

....

....

....

....

....

....

اجابة (٥) : ....

....

....

....

....

....

٢ عزم القصور الذاتي والقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدائرية

Moment of Inertia and Newtons Second Law for Rotational Motion.

❖ مقدمة

لفهم عزم القصور الذاتي ، يجب أولاً أن نفهم ما هو القصور الذاتي ؟؟؟

عند دراستنا للحركة الخطية ، درسنا مفهوم القصور الذاتي ، حيث إن كتلة الجسم تعمل على مقاومة التغير في حركة الجسم ، فالجسم الساكن يميل الى أن يبقى ساكناً والجسم المتحرك في خط مستقيم يميل الى أن يبقى متحركاً في خط مستقيم ، ويلزم لتغير حركة الجسم قوة يختلف مقدارها باختلاف كتلة الجسم ، فكلما كانت الكتلة أكبر احتجنا الى قوة أكبر ، لذا عرفنا الكتلة على أنها مقياس للقصور الذاتي في الحركة الخطية .

وعليه ...

القصور الذاتي : هو خاصية الجسم التي يعارض أو يقاوم بسببها أي تغير في حالة الراحة أو الحركة الموحدة . تتضمن التغيرات سرعة الجسم أو اتجاه الحركة .

لكن السؤال المهم هو : هل يقاوم الجسم تغير حركته الدورانية حول محوره ؟ وهل هنالك قصور ذاتي دوراني يقيس مقاومة الجسم لتغير حركته الدورانية – كما في الحركة الخطية - ؟

الاجابة : حاول أن تدير عجلة هوائية حول محورها من السكون ، استمر في ادارتها ، ثم حاول ايقافها ، لابد أنك تشعر بصعوبة عند بدء ادارتها ، كما أنك تشعر بصعوبة عند محاولة ايقافها ، وتشعر أن " الجسم الساكن يبقى ساكن والجسم الذي يدور يبقى يدور مالم يؤثر عليه عزم خارجي "

هذا هو القانون الأول لنيوتن في الحركة الدورانية Newtons first law for rotational motion . إن مقاومة العجلة لتغير حالتها الدورانية يسمى **عزم القصور الذاتي** .

عزم القصور الذاتي Moment of Inertia :

- هو مقياس لممانعة الجسم لتغيير حالته الدورانية (تماماً كما الكتلة m مقياس لممانعة الجسم لتغير حالته الحركية الانتقالية) .
- مقاومة الجسم لعزم القوة التي تحاول احداث تغير في حالته الحركية ، ويرمز لها بالرمز I .

❖ وكما يحتاج الجسم الى قوة لتغير حالته الخطية ، فإن عزم القوة مطلوب لتغيير الحالة الدورانية لحركة الجسم ، وبذلك يعطى القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية على النحو :
" يتناسب التسارع الزاوي لجسم يتحرك دورانية حول محوره طردياً مع محصلة العزوم المؤثرة عليه "

- ونلاحظ من هذه النتيجة التناظر الواضح بين الحركة الانتقالية والحركة الدورانية .
" **العزم المحصل يقابل القوة المحصلة** " ، " **التسارع الزاوي يقابل التسارع الخطي** "
- وكما أن قانون نيوتن الثاني للحركة الانتقالية $a\alpha\sum F$ ، فإن قانون نيوتن الثاني للحركة الدورانية $\alpha\alpha\sum\tau$.
- وتعلمت أن القانون الثاني لنيوتن يكتب في الحركة الانتقالية في الصورة الآتية ($\sum F = ma$) . وبذلك فإن القانون الثاني لنيوتن يكتب في الحركة الدورانية في الصورة الآتية ($\sum\tau = I\alpha$) .

إذا عزم القصور الذاتي Moment of Inertia :

- هو مقياس لممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية .
- رمزه I .
- يحسب في جسم كتلته m يتحرك في مسار دائري ، يبعد مسافة r عن محور دورانه ، بإستخدام العلاقة :

$$I = mr^2$$

- لإيجاد عزم القصور الذاتي لعدة جسيمات كتلتها m تتحرك في مسار دائري ، تبعد مسافة r عن محور دورانه نحسب عزم القصور الذاتي لكل جسيم على حدة ، ثم نجد مجموع عزم القصور الذاتي

$$\sum I = \sum_{i=1}^{\infty} m_i r_i^{\,2} = m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} + m_3 r_3^{\,2} + ...$$

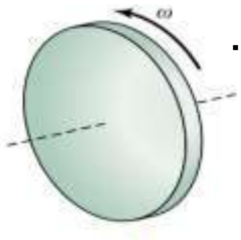
- كمية قياسية ، ومقدارها موجب دائماً .
- وحدة قياسه ($kg.m^2$) .
- **يظهر عزم القصور واضحاً بالحالات الآتية :**
  ١) تحريك الجسم حركة دورانية من السكون .
  ٢) ايقاف الجسم المتحرك .
  ٣) تغير حالته الحركية .

- **العوامل التي يعتمد عليها عزم القصور الذاتي للجسم ($I = mr^2$) :**

1. **مقدار كتلة الجسم (m) .**
2. **كيفية توزيع الكتلة حول محور دوران الجسم .**

a **كلما زادت المسافة بين المحور الذي يحدث عنده الدوران ومركز كتلة الجسم زاد القصور ($I \alpha r$) .**

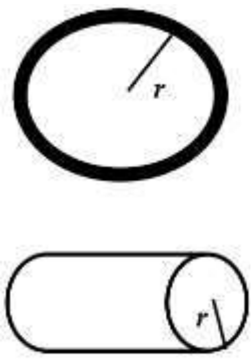
مثال كتاب : عزم القصور الذاتي I للاسطوانة بالشكل (أ) أكبر منه للاسطوانة بالشكل (ب) ؛ رغم أن لهما الكتلة نفسها ؛ وذلك لأن نصف قطر الاسطوانة (أ) أكبر من نصف قطر الاسطوانة (ب) أي $r_A > r_B$ أو لأن قطر الاسطوانة (أ) أكبر من قطر الاسطوانة (ب) أي $2r_A > 2r_B$ ، وبالتالي فإن تحريك الاسطوانة (أ) أو ايقافها أو تغير حالتها الحركية يكون أصعب من الاسطوانة (ب) .


(أ)


(ب)

b **كلما توزعت الكتلة أكثر تناقص عزم القصور .**

مثال كتاب : عزم القصور الذاتي لحلقة رقيقة نصف قطرها (r) وكتلتها (m) يساوي ($I = mr^2$). أما عزم القصور الذاتي لاسطوانة مصمتة نصف قطرها (r) وكتلتها (m) موزعة بانتظام على حجم الاسطوانة ($I = \frac{1}{2} mr^2$) .

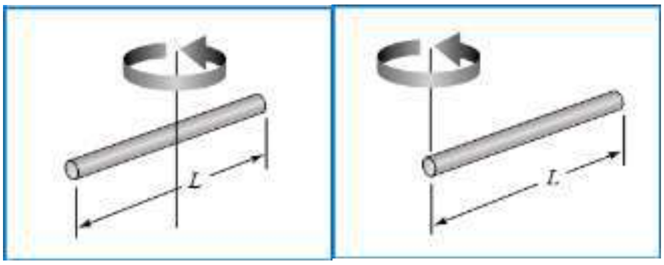


مثال إضافي : كما في الشكل التالي

3 **موقع محور الدوران .**

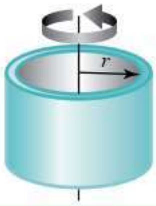
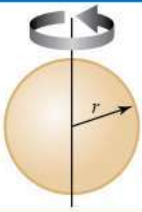
مثال كتاب : عزم القصور الذاتي لقضيب كتلته (m) وطوله (L) يدور حول محور عمودي على القضيب ماراً بمنتصفه يساوي ($I = \frac{1}{12} mr^2$) . أما اذا كان ماراً بأحد أطرافه يساوي ($I = \frac{1}{3} mr^2$) ، وبالتالي

كلما كان محور الدوران أقرب للمنتصف كان عزم القصور أقل مقارنة عندما يكون محور الدوران أقرب لأحد طرفيه .



مثال إضافي : عند الامساك بمضرب كرة البيسبول ذي الذراع الطويلة قرب طرفه يكون له قصوراً ذاتياً دورانياً أكبر من قصور المضرب ذي الذراع القصيرة .

❖ عندما تكون كتلة الجسم m كلها مركزة على المسافة r من محور الدوران يحسب عزم القصور الذاتي عن طريق $I = mr^2$ ؛ أما عندما تكون الكتلة أكثر توزيع كما هو الحال في الاشكال الهندسية بالجدول التالي (الجدول ليس للحفظ) .

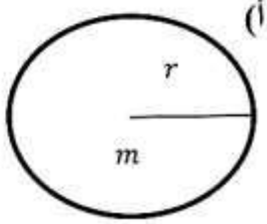
الجسم	موضع محور الدوران	الشكل	عزم القصور الذاتي
حلقةٌ رقيقةٌ أو أسطوانةٌ مجوّفة.	يمرّ بالمركز عموديًا على مستواها.		$I = mr^2$
أُسطوانةٌ مُصمَتة منتظمةٌ أو قرصٌ دائري.	يمرُّ بالمركز عموديًا على مستواها.		$I = \frac{1}{2} mr^2$
كرةٌ مُصمَتة منتظمة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{5} mr^2$
كرةٌ مجوّفة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{3} mr^2$
قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بمنتصفه.		$I = \frac{1}{12} mL^2$
قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بطرفه.		$I = \frac{1}{3} mL^2$

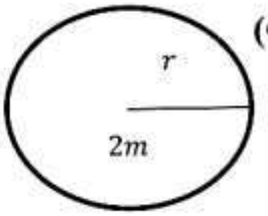
- لاحظ من الجدول أن الاجسام المصمتة لها عزم قصور ذاتي أقل من الاجسام المجوفة لنفس الجسم .

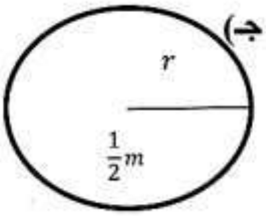
مثال كتاب : علام يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم .

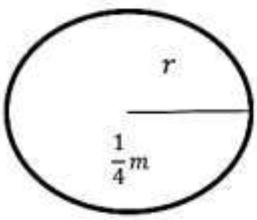
1. مقدار كتلة الجسم (m) .
2. كيفية توزيع الكتلة حول محور دوران الجسم .
3. موقع محور الدوران .

مثال : أي الاشكال التالية يلزم اكبر عزم قصور ذاتي لبداية حركته الدوران

أ)


ب)


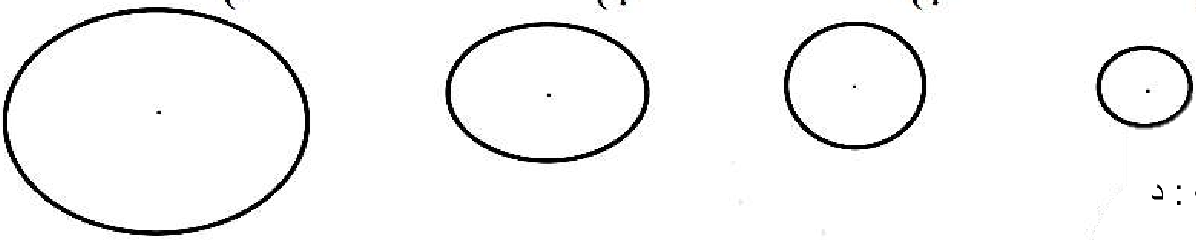
جـ)


د)


الجواب : د

مثال : أي الاشكال التالية يلزم اكبر عزم قصور ذاتي لإيقاف حركته الدورانية :

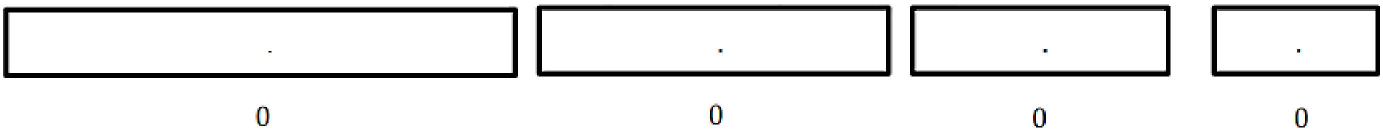
أ) ب) جـ) د)



الجواب : د

مثال : أي الاشكال التالية يلزم اكبر عزم قصور ذاتي لبداية حركته الدورانية :

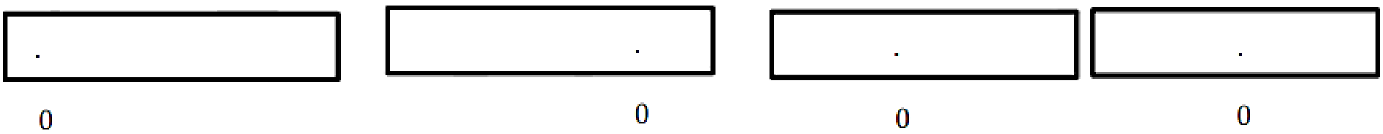
أ) ب) جـ) د)



الجواب : أ

مثال : أي الاشكال التالية يلزم اكبر عزم قصور ذاتي لإيقاف حركته الدورانية :

أ) ب) جـ) د)

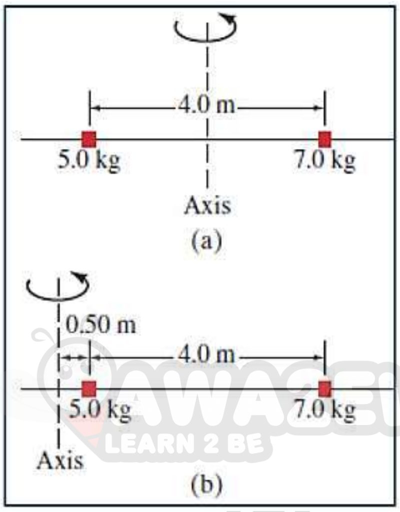


الجواب : د

مثال : وضع جسمان كتلتهما $5kg$ ، $7kg$ على بعد $4m$ على ساق معدني خفيف (مهمل الوزن) ، كما في الشكل . إحسب عزم القصور الدوراني للنظام .

١. عندما يدور حول محور في منتصف المسافة بينهما .

٢. عندما يدور حول محور على بعد $0.5m$ الى يسار الجسم الذي كتلته $5kg$ كما في الشكل .



الحل :

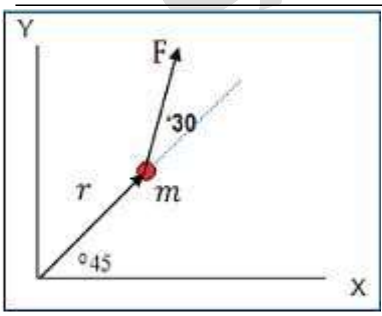
$$1) I=\sum mr^2 = m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} = 5\times(2)^2 + 7\times(2)^2$$

$$I = 20 + 28 = 48 kg.m^2$$

$$2) I=\sum mr^2 = m_1 r_1^{\,2} + m_2 r_2^{\,2} = 5\times(0.5)^2 + 7\times(4.5)^2$$

$$I = 1.3 + 142 = 143 kg.m^2$$

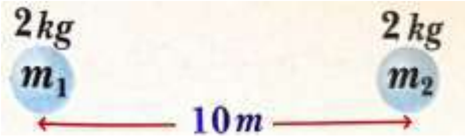
مثال : يتحرك جسيم نقطي كتلته $2kg$ في المستوى xy الأفقي بحيث يعطى موضعه والقوة المؤثرة عليه في لحظة معينة بالمتجهين الموضحين بالشكل ، حيث $r=2m$ ، $F=4N$. إحسب العزم المؤثر على الجسيم بالنسبة للمحور العمودي على المستوى xy ، وما تسارع الجسيم الزاوي ؟



الحل : باستخدام قاعدة اليد اليمنى يكون اتجاه العزم عمودي على مستوى xy خارج الورقة (أي بإتجاه محور Z) .

$$\tau = rF\sin 30^\circ = 2\times 4\times 0.5 = 4N.m$$

$$\tau = I\alpha \longrightarrow 4 = mr^2\alpha = 2\times 2^2\times\alpha \longrightarrow \alpha = 0.5rad/s^2$$



مثال : احسب عزم القصور الذاتي للكتل النقطية حول :

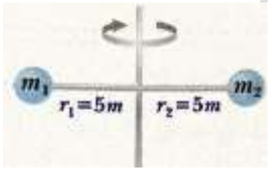
١) محور يوازي المحور y ويمر في مركز الكتلتين .

٢) محور يوازي المحور x ويمر في مركز الكتلتين .

٣) محور يوازي المحور z ويمر في مركز الكتلتين .

٤) محور يوازي المحور y ويمر في الكتلة m_1 .

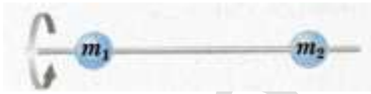
الحل :



$$1) I_y = \sum mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

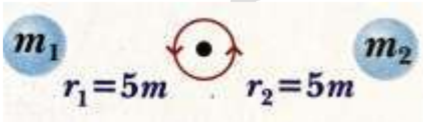
$$I_y = 2\times(5)^2 + 2\times(5)^2$$

$$I_y = 50+50 = 100N.m^2$$



$$2) I_x = \sum mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

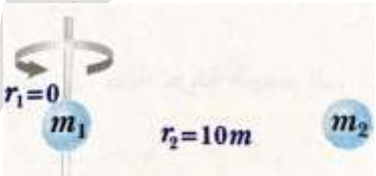
$$I_y = 2\times(0)^2 + 2\times(0)^2 = 0$$



$$3) I_z = \sum mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$I_z = 2\times(5)^2 + 2\times(5)^2$$

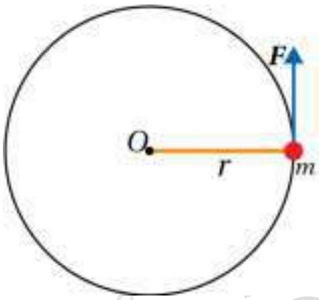
$$I_z = 50+50 = 100N.m^2$$



$$4) I_y = \sum mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$

$$I_y = 2\times(0)^2 + 2\times(10)^2$$

$$I_z = 0+200 = 200N.m^2$$



مثال كتاب : كرة كتلتها $3kg$ مثبتة في نهاية قضيب فلزي خفيف طوله $0.8m$ ، وتتحرك حركة دوراني في مستوى أفقي حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة يمر في النهاية الأخرى للقضيب بتأثير قوة مماسية F ثابتة في المقدار ، كما هو موضح في الشكل . إذا بدأت الكرة حركتها من السكون بتسارع زاوي ثابت ؛ بحيث أصبح مقدار سرعتها الزاوية $8\pi rad/s$ خلال $5s$ ؛ فأحسب مقدار ما يأتي بإهمال كتلة القضيب الفلزي :

١. التسارع الزاوي للكرة .

٢. العزم المحصل المؤثر في الكرة .

٣. القوة المماسية F المؤثرة في الكرة .

الحل : ١. الكرة تدور عكس اتجاه حركة عقارب الساعة ؛ فتكون سرعتها الزاوية موجبة ،

$$\alpha = \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{w_2 - w_1}{\Delta t} = \frac{8\pi - 0}{5} = 5rad/s^2$$

$$2. \sum\tau = I\alpha = I\times 5$$ احسب عزم القصور الذاتي

$$I = mr^2 = 3\times(0.8)^2 = 1.9kg.m^2$$

$$3. \sum\tau = ? \longrightarrow \tau = rF\sin\theta \longrightarrow \sum\tau = r\sum F\sin\theta$$

$$\theta = 90^\circ \longrightarrow \sum\tau = r\sum F \longrightarrow (\sum F = F)$$ يوجد قوة واحدة لذلك

$$\tau = rF \longrightarrow F = \frac{\tau}{r} = \frac{9.5}{0.8} = 11.9 \approx 12N.$$

مثال : يدور برغي حول مركز كتلته بسرعة زاوية $400rad/s$ إذا أثر عليه عزم ازدواج بعكس اتجاه دورانه فتوقف بعد $50s$ فإذا كان عزم القصور الذاتي للبرغي $0.1kg.m^2$ ، أحسب :

١) عزم الازدواج الذي أوقفه .

٢) الازاحة الزاوية حتى التوقف .

الحل : $w_1 = 400rad/s, w_2 = 0, \Delta t = 50s, I = 0.1kg.m^2$

$$1) w_2 = w_1 + \alpha t = 400 + = 5rad/s^2 \longrightarrow 0 = 400 + \alpha \times 50$$

$$\alpha = -8rad/s^2.$$

$$\sum \tau = I\alpha = 0.1 \times -8 = -0.8N.m$$

$$2) \Delta\theta = w_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 = (400 \times 50) + \frac{1}{2} \times -8 \times (50)^2 = 20000 - 10000 = 10000rad$$

مثال : قضيب كتلته $12kg$ وطوله $1m$ وقصوره الذاتي $I = \frac{1}{3}mr^2$ حول النقطة a إذا تُرك ليدور بتأثير وزنه من السكون فما تسارعه الزاوي لحظة سقوطه .

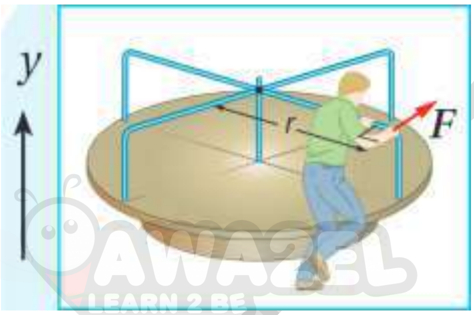
الحل :

$$I = \frac{1}{3}mr^2 = \frac{1}{3}(12)(1)^2 = 4N.m^2$$

$$\sum \tau = Mgr\sin 90 = 12 \times 10 \times \frac{1}{2} \times 1 = 60N.m$$

$$\tau = I\alpha \longrightarrow 60 = 4\alpha \longrightarrow \alpha = 15rad/s^2.$$

مثال كتاب : لعبة القرص الدوار الموضحة في الشكل ؛ تتكون من قرص مصمت قابل للدوران حول محور ثابت يمر في مركزه باتجاه محور y . أثر شخص بقوة مماسية F ثابتة في المقدار عند حافة القرص مقدارها $250N$. إذا علمت أن كتلة القرص الدوار $50kg$ ونصف قطره $2m$ ، وبإهمال قوى الاحتكاك وافتراض قرص اللعبة منتظم توزيع الكتلة ، وبدأت اللعبة الدوران من السكون بتسارع زاوي ثابت بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة ، فإحسب مقدار ما يأتي :



١. العزم المحصل المؤثر في اللعبة .

٢. التسارع الزاوي للعبة .

٣. السرعة الزاوية للعبة بعد $2s$ من بدء دورانها .

٤. التساع الزاوي للعبة عندما يجلس طفل كتلته $20kg$ على بعد $1.5m$ من محور الدوران ، بإفتراض الطفل نقطة مادية.

الحل : $F = 250N, r = 2m, m = 50kg, t = 2s$

$$1. \sum \tau = rF = 250 \times 2 = 500N.m$$

$$2. I = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times (2)^2 = 100kg.m^2$$

$$\sum \tau = I\alpha \longrightarrow \alpha = \frac{\sum \tau}{I} = \frac{500}{100} = 5rad/s^2$$

$$3.\alpha = \frac{w_2 - w_1}{\Delta t} \longrightarrow 50 = \frac{w_2 - 0}{2} \longrightarrow w_2 = 10 rad/s$$

$$4.I' = m'r^2 = 20 \times 2.25 = 45 kg.m^2$$

$$\longrightarrow \sum I = I + I' = 100 + 45 = 145 kg.m^2$$

$$\longrightarrow \alpha' = \frac{\sum \tau}{I} = \frac{500}{145} = 3.45 rad/s^2$$

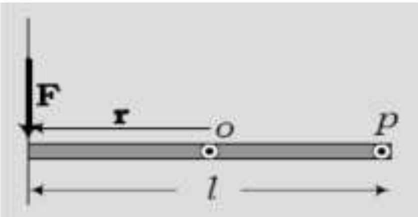
اختبر نفسك

سؤال (١) كتاب : فسر : أيهما أسهل أن أدور قلم حول محور عمودي عليه ماراً بمركز كتلته ؛ أم تدويره حول محوره الهندسي ؟

سؤال (٢) : ما التسارع الزاوي لمسطرة طولها $1m$ وكتلتها $0.2kg$ عندما تؤثر عليها قوة $5N$ عمودية عليها عند طرفها إذا دارت :

١. حول محول يمر من مركزها O .

٢. حول محور يمر من طرفها الآخر P كما هو موضح الشكل .



سؤال (٣) : يدور برغي حول محور يمر بمركز كتلته بسرعة زاوية مقدارها $120 rad/s$. وفي لحظة $t = 0s$ يؤثر عليه عزم ازدواج بعكس اتجاه الدوران يؤدي الى توقفه عن الدوران بعد دقيقة واحدة . علماً أن القصور الذاتي الدوراني له يساوي $I = 0.2 kg.m^2$. أحسب :

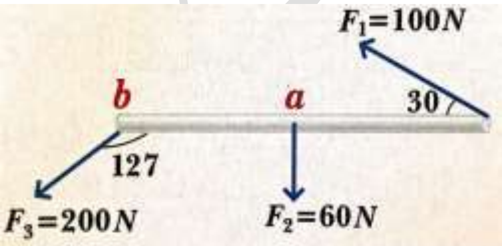
١. عزم الدوران الذي أدى الى توقفه .

٢. الازاحة الزاوية التي قطعها البرغي خلال مدة التوقف .

سؤال (٤) كتاب : قضيب فلزي خفيف ورفيع طوله L مثبت في طرفيه كرتين متماثلتين مهملتي الأبعاد ، كتلة كل منها m كما هو موضح في الشكل . في الحالة الأولى ؛ دور النظام المكون من القضيب الفلزي والكرتين حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة يمر بمنتصف القضيب الفلزي . وفي الحالة الثانية ؛ دور النظام حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة يمر بمركز إحدى الكرتين عند أحد طرفي القضيب الفلزي . بإهمال كتلة القضيب الفلزي مقارنة بكتلتي الكرتين ، في أي الحالتين السابقتين يلزمني عزم محصل أكبر لبدء تدوير النظام ؟ :

نظام الكرتين والقضيب الفلزي.

سؤال (٥) : ساق رفيعة طولها $20cm$ وكتلتها $600g$ إذا كان عزم القصور الذاتي (حول المركز $I = \frac{1}{12}mr^2$) ، (حول الطرف $I = \frac{1}{12}mr^2$) إذا كانت موجودة على سطح أفقي أملس وتأثرت بقوة F_2 في المنتصف ، إذا علمت أن $\sin 127 = \sin 53 = 0.8$ ما تسارعها الزاوي نتيجة تأثير القوة في الشكل عند دورانها حول النقطة a, b .



اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

....

....

....

اجابة (٢) : ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

اجابة (٣) : ....

....

....

....

....

....

....

....
....
....
....
....

اجابة (٤) : ....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

اجابة (٥) : ....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

اختبر نفسك (اسئلة موضوعية وتفسيرات وحسابية)

السؤال الأول : ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١. عند دوران أسطوانة مصمتة متماثلة حول محور ثابت مدة زمنية معينة ، فإن مقدار الازاحة الزاوية :

أ) يكون متساوياً لأجزائه جميعها .

ب) يكون أكبر للجزيئات القريبة من محور الدوران .

ج) لا يعتمد على زمن دوران الجسم ؛ فهو يساوي $2\pi rad$ دائماً.

د) يكون أكبر للجزيئات البعيدة من محور الدوران .

٢. عند دوران إطار سيارة حول محور ثابت ؛ فإن مقدار سرعته الزاوية :

أ) يكون متساوياً لأجزائه جميعها .   ج) يزداد بالابتعاد عن محور الدوران .

ب) يقل بالابتعاد عن محور الدوران .   د) يساوي صفراً .

٣. وحدة قياس عزم القصور الذاتي بوحدة النظام الدولي للوحدات هي :

أ) $N.m/s$.   ب) $kg.m^2$.   ج) $kg.m^2/s$.   د) $kg.m/s$.

٤. كرتان متجانستان مصمتتان من مادتين مختلفتين لهما الكتلة نفسها ، طول نصف قطر الأولى مثلي طول نصف قطر الثانية $r_1 = 2r_2$ ، وعزم القصور الذاتي حول محور مار من مركز كل منها I_2, I_1 على الترتيب ، فإن I_1 يساوي :

أ) $32I_2$.   ب) $8I_2$.   ج) $4I_2$.   د) $\frac{1}{4}I_2$.

٥. يدور إطار قصوره الذاتي I بسرعة زاوية w_1 ، عندما يوصل بمحور دورانه إطار آخر ساكن قصوره الذاتي $3I$. ما العلاقة التي تصف السرعة الزاوية للنظام w_2 :

أ) $w_1 = w_2$.   ب) $w_1 = 2w_2$.   ج) $w_1 = 3w_2$.   د) $w_1 = 4w_2$.

٦. ساق مهملة الكتلة طولها $1m$ يوجد على كل طرف من أطرافها كتلة $5kg$ ، ما عزم القصور الذاتي عند أحد أطرافها بوحدة $kg.m^2$:

أ) 10 .   ب) 7.5 .   ج) 5 .   د) 2.5 .

** اقرأ الفقرة الآتية ، ثم أجب عن السؤالين (٧،٨) .

يوضح الشكل المجاور مسطرة مترية نصفها خشب ونصفها الآخر فولاذ ، بدايةً المسطرة قابلة للدوران حول محور عمودي عليها عند نهايتها الخشبية (النقطة O) ، أنظر الشكل (A) ، وأثرت فيها بقوة (F) عند نهايتها الفولاذية (النقطة a) . بعد ذلك ؛ جعلت المسطرة قابلة للدوران حول محور عمودي عليها عند نهايتها الفولاذية (النقطة O') ، أنظر الشكل (B) ، وأثرت فيها بالقوة (F) نفسها عند نهايتها الخشبية (النقطة a') .

الشكل (A)
الشكل (B)

٧. أي العلاقات الآتية صحيحة حول عزم القصور الذاتي للمسطرتين حول محور دورانهما :

أ) $I_A > I_B$.   ب) $I_A < I_B$.   ج) $I_A = I_B$.   د) $I_A = I_B = 0$.

٨. أي العلاقات الآتية صحيحة حول مقداري التسارع الزاوي للمسطرتين حول محور دورانهما :

أ) $\alpha_A > \alpha_B$. ب) $\alpha_A < \alpha_B$. ج) $\alpha_A = \alpha_B$. د) $\alpha_A = -\alpha_B$.

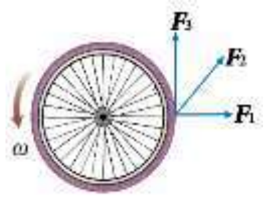
٩. مسطرة طولها $1m$ وكتلتها $0.3kg$ ، ما الفرق بين عزم القصور الذاتي حول محور عمودي عند الطرف و العزم القصور الذاتي حول محور عمودي عند المركز(استعن بالجدول).

أ) 0.125 . ب) 0.1 . ج) 0.075 . د) 0.025 .

١٠.جسمان متماثلان A و B على سطح الأرض ؛ الجسم A عند خط الاستواء ، والجسم B عند قطبها الشمالي . أي مما يأتي يعبر بشكل صحيح عن العلاقة بين سرعتي الجسمين الزاوية :

أ) $w_A = w_B \neq 0$. ب) $w_A > w_B$. ج) $w_A < w_B$. د) $w_A = w_B = 0$.

١١.تؤثر ثلاث قوى لها المقدار نفسه في دولاب قابل للدوران حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحة ماراً في مركزه . أي هذه القوى يكون عزمها هو الأكبر :



أ) F_1 . ج) F_2 .

ب) F_3 . د) جميعها لها مقدار العزم نفسه .

السؤال الثاني : فسر :

يعتمد عزم القصور الذاتي لجسم على موقع محور دورانه .

....

....

....

....

....

....

السؤال الثالث : قارن :

قارن بين كتلة جسم وعزم القصور الذاتي له .

....

....

....

....

....

....

....

السؤال الرابع : فكر :

أ. ذهبت عرين وفرح الى مدينة الالعاب في عيد الفطر ، وركبتا لعبة الحصان الدوار ؛ حيث جلست عرين على حصان قرب الحافة الخارجية للصفحة الدائرة المتحركة للعبة ؛ بينما جلست فرح على حصان في منتصف المسافة بين عرين ومحور الدوران الثابت . عند دوران اللعبة بسرعة زاوية ثابتة ؛ أي الفتاتين : عرين أم فرح مقدار سرعتها الزاوية أكبر .

ب. هل تنطبق قوانين نيوتن على الحركة الدورانية ؟ وما الكميات الفيزيائية التي أحتاجها لوصف حركة جسم يتحرك حركة دورانية ؟

....

....

....

....

....

....

....

....

....

السؤال الخامس : تدور عربة دولاب هوائي في مدينة الالعاب بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة ، فتمسح إزاحة زاوية مقدارها $1.5 rad$ خلال $3 s$. أحسب مقدار السرعة الزاوية المتوسطة للعربة .

....

....

....

....

....

....

....

....

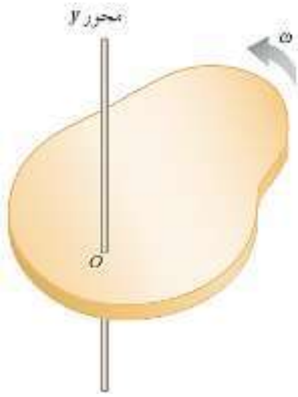
....

....

الدرس الثالث : الزخم الزاوي Angular Momentum .

١ الطاقة الحركية الدورانية Rotational Kinetic Energy .

- بعد دراستنا للقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية ، لاحظنا التماثل بينها وبين قوانين الحركة الخطية بإبدال " القوة بعزم القوة " ، و " الكتلة بالقصور الذاتي الدوراني " ، يمكننا أن نستنتج قانون الطاقة الحركية الدورانية.
- تحسب الطاقة الحركية الدورانية KE_R لجسم يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت بسرعة زاوية ثابتة w ، بالعلاقة التالية :



$$KE_R = \frac{1}{2} I w^2$$

- حيث : I : عزم القصور الذاتي للجسم .
  w : السرعة الزاوية .
- تقاس الطاقة الحركية الدورانية بوحدة J .
- **العوامل التي تعتمد عليها الطاقة الحركية الدورانية :**

١. عوم القصور الذاتي I . ٢. مربع السرعة الزاوية w^2 .

- **ملاحظات :**

١. الطاقة الحركية الانتقالية ترتبط بحركت الجسم الانتقالية ، أما الطاقة الحركية الدورانية ترتبط بدوران الجسم حول محور ثابت لا نغير موقعه من مكان الى آخر .

٢. ألاحظ التناظر بين الطاقة الحركية الخطية ($\frac{1}{2} m v^2$) والطاقة الحركية الدورانية ($\frac{1}{2} I w^2$) ، حيث تقابل الكميتان (w ، I) في الحركة الدورانية الكميتين (m ، v) في الحركة الخطية على الترتيب ، وعليه فالطاقة الحركية هي نصف حاصل ضرب الممانعة في مربع السرعة في كلتا الحالتين .

مثال كتاب : يتحرك جزيء أكسجين O_2 حركة دورانية حول محور ثابت بإتجاه محور Z ، عمودي على منتصف المسافة بين ذرتي الأكسجين المكونتين له ، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $4.6 \times 10^{12}\ rad/s$. إذا علمت أن عزم القصور الذاتي لجزيء الأكسجين حول محور دورانه Z يساوي $1.95 \times 10^{-46}\ kg.m^2$ عند درجة حرارة الغرفة ، فإحسب :

١. مقدار الطاقة الحركية الدورانية للجزيء .

٢. إذا تغير موقع محور الدوران مع بقاء مقدار السرعة الزاوية ثابتاً ، فهل يتغير مقدار الطاقة الحركية الدورانية ؟ أوضح اجابتك .

الحل : $w = 4.6 \times 10^{12}\ rad/s,\ I = 1.95 \times 10^{-46}\ kg.m^2$

$$1)\ KE_R = \frac{1}{2} I w^2 = \frac{1}{2} \times (1.95 \times 10^{-46}) \times (4.6 \times 10^{12})^2$$

$$KE_R = \frac{1}{2} \times 1.95 \times 10^{-46} \times 21.16 \times 10^{24} = 2.06 \times 10^{-21}\ J$$

٢. تغير موقع محور الدوران يؤدي الى تغير مقدار عزم القصور الذاتي ، وعليه فإن الطاقة الحركية الدورانية تتغير .

مثال كتاب : قرص مصمت منتظم متماثل كتلته $2kg$ ، ونصف قطره $0.5m$ ، يتحرك حركة دورانية بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $8rad/s$ حول محور ثابت عمودي على مركزه . مستعيناً بالجدول ؛ أحسب الطاقة الحركية الدورانية للقرص .

الحل : $m = 2kg, r = 0.5m, w = 8rad/s$

$$KE_R = \frac{1}{2} Iw^2 \qquad I = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (\frac{1}{2})^2 = 0.25 kg.m^2$$

$$\therefore KE_R = \frac{1}{2} Iw^2 = \frac{1}{2} \times \frac{25}{100} \times 64 = \frac{16}{2} = 8J$$

مثال : قضيب فلزي يدور بسرعة زاوية مقدارها $6rad/s$ ، حول محور عمودي على القضيب ماراً بمنتصفه ، وبطاقة حركية دورانية مقدارها $720J$ ، أوجد مقدار عزم القصور الذاتي للقضيب .

الحل : $KE_R = 720J, w = 6rad/s$

$$KE_R = \frac{1}{2} Iw^2 \qquad 720 = \frac{1}{2} \times I \times 36$$

$$\therefore I = \frac{1440}{36} = 40 Kg.m^2$$

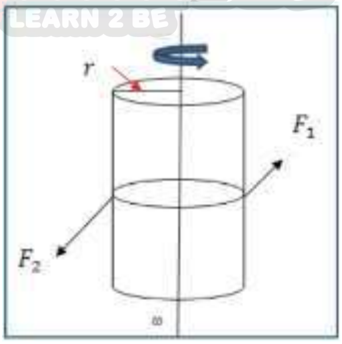
اختبر نفسك

سؤال (١) : ماذا يحدث للطاقة الحركية الدورانية لجسم في الحالات التالية :

١. زيادة عزم القصور الذاتي للجسم للضعف .
٢. زيادة السرعة الزاوية للجسم للضعف .
٣. نقصان السرعة الزاوية للجسم للنصف .
٤. زيادة التسارع للضعف عند ثبات العزم .
٥. نقصان عزم القصور الذاتي للنصف وزيادة السرعة الزاوية للجسم للضعف .

سؤال (٢) : قرص مصمت كتلته $m = 1kg$ ونصف قطره $r = 50cm$ قصوره الذاتي الدوراني يساوي $I = \frac{1}{2} mr^2$. طُبق عليه عزم قوة منتظمة مقداره $\tau = 5N.m$ يبدأ دورانه من السكون ، أحسب الطاقة الحركية التي يمتلكها الجسم في ثانيتين .

سؤال (٣) : ما الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانة الموضحة بالشكل بعد ثانيتين من بدء حركتها من السكون تحت تأثير القوتين $F_1 = 5N$ ، $F_2 = 7N$ وكان القصور الدوراني للأسطوانة حول محور الدوران $I = 0.2kg.m^2$ ونصف قطر قاعدتها $r = 0.3m$ ؟



اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

....

....

....

....

اجابة (٢) : ....

....

....

....

....

....

....

اجابة (٣) : ....

....

....

....

....

....

....

٢ الزخم الزاوي والعزم Angular Momentum and Torque .

- درست في الوحدة الاولى الزخم الخطي للأجسام المتحركة حركة انتقالية ، وبصورة مماثلة يوجد للزخم الخطي $\vec{p}$ نظير دوراني يسمى الزخم الزاوي .

1 الزخم الزاوي Angular Momentum .

هو ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم أو النظام في سرعته الزاوية .

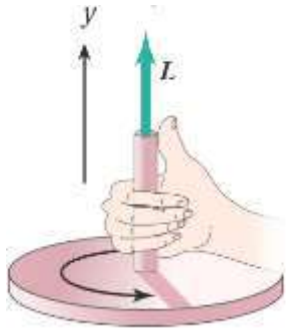
- يرمز له بالرمز ($\vec{L}$) .
- يعطى لجسم يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت ، **بالعلاقة التالية :**

$$L = Iw$$

- كمية متجهة ، ويكون اتجاهه باتجاه السرعة الزاوية w .
- يقاس بوحدة $kg.m^2 / s$.

- **يعتمد الزخم الزاوي على :**

١. عزم القصور الذاتي للجسم I .　　٢. السرعة الزاوية للجسم w .



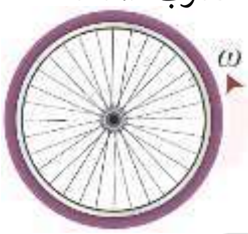
- تحديد اتجاه الزخم الزاوي : نستخدم قاعدة قبضة اليد اليمنى ، كما يأتي :

١. لف اصابع اليد اليمنى حول محور الدوران بحيث تشير الى اتجاه دوران الجسم .

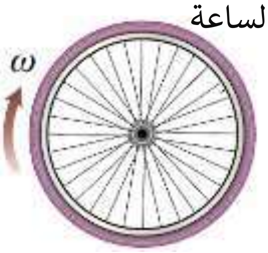
٢. يكون اتجاه الابهام باتجاه السرعة الزاوية w ، والزخم الزاوي $\vec{L}$.

- يمكننا تحديد اتجاه الزخم الزاوي اصطلاحاً دون استخدام قاعدة اليد اليمنى ، من خلال :

- يكون الزخم الزاوي موجباً .
عند دوران الجسم بعكس اتجاه عقارب الساعة
أي خارجاً من الصفحة
على امتداد محور الدوران



– يكون الزخم الزاوي سالباً .
عند دوران الجسم بإتجاه عقارب الساعة
أي داخلاً الى الصفحة
على امتداد محور الدوران



2 العزم Torque .

كما نعلم ، محصلة القو الخارجية ($\sum F$) المؤثرة في جسم تؤدي الى تسارع حركته ، وبالتالي تتسبب في تغير الزخم الخطي (ΔP) ، وبالمثل ، إن محصلة العزم ($\sum \tau$) الخارجي المؤثرة في جسم تؤدي الى تسارع حركته زاوياً وبالتالي تتسبب في تغير الزخم الزاوي (ΔL) .

ينص القانون الثاني لنيوتن في الحركة الخطية على أن القوة المحصلة المؤثرة في جسم تساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الخطي $\sum F = \frac{dp}{dt} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$ ، وبحسب القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية ، وبالتناظر فإنه

يمكن كتابة الزخم الزاوي كما يأتي :

$$\boxed{\sum \tau = \frac{dL}{dt} = \frac{\Delta L}{\Delta t}}$$

أي أن العزم المحصل المؤثر في جسم يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت يساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الزاوي حول المحور نفسه .

الحركة الخطية	الحركة الدورانية	الحركة الخطية	الحركة الدورانية
x	θ	$v_2 = v_1 + at$	$w_2 = w_1 + \alpha t$
v	w	$\Delta x = v_1 t + \frac{1}{2} a t^2$	$\Delta\theta = w_1 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
a	α		
m	I	$v_2^2 = v_1^2 + 2a\Delta x$	$w_2^2 = w_1^2 + 2\alpha\Delta\theta$
F	τ	$\sum F = ma$	$\sum \tau = Iw$
$p = mv$	$L = Iw$	$KE = \frac{1}{2} m v^2$	$KE_R = \frac{1}{2} I w^2$
$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$	$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$		

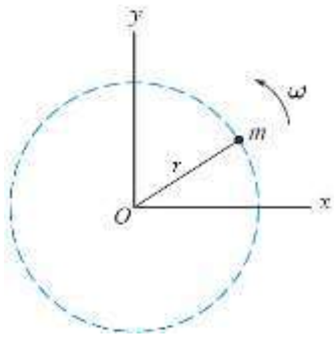
مثال كتاب : فسر : أنبوب مجوف وأسطوانة مصمتة ، متماثلان في الكتلة والأبعاد ، ويدور كل منهما حول محور تماثله بالسرعة الزاوية نفسها . هل لهما الطاقة الحركية الدورانية نفسها أم لا .

الأنبوب المجوف يمتلك عزم القصور الذاتي الأكبر ، لأن كتلته موزعة على سطح الأنبوب بعيداً عن محور الدوران مقارنة بالأنبوب المصمط . وبالرجوع الى العلاقة : ($KE_R = Iw^2$) فإن الطاقة الحركية الدورانية تتناسب طردياً مع عزم القصور الذاتي بثبوت السرعة الزاوية . فيكون للأسطوانة المجوفة طاقة حركية دورانية أكبر .

مثال كتاب : أوضح العلاقة بين العزم المحصل المؤثر في جسم و المعدل الزمني لتغير زخمه الزاوي .

العزم المحصل المؤثر في جسم يتحرك حركة دورانية حول محور ثابت يساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الزاوي حول المحور نفسه .

مثال كتاب : يتحرك جسيم كتلته $50g$ حول محور ثابت Z عند النقطة O ، في مسار دائري نصف قطره $20cm$ ، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $5rad/s$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة ، كما هو موضح في الشكل . أحسب مقدار الزخم الزاوي للجسيم حول هذا المحور ، وأحدد اتجاهه .



الحل :

$$m = 50\times10^{-3}\ \text{kg}, r = 20\times10^{-2}m, w = 5rad/s, I = mr^2$$

$$L = Iw = mr^2w = 50\times10^{-3}\times(20\times10^{-2})^2\times5$$

$$L = 1\times10^{-2}kg.m^2/s$$

بإستخدام قاعدة قبضة اليد اليمنى ، فإن متجه الزخم الزاوي يكون خارجاً من الصفحة على امتداد محور الدوران .

مثال كتاب : كرة مصمتة منتظمة متماثلة كتلتها $5kg$ ونصف قطرها $10cm$ ، تتحرك حركة دورانية حول محور ثابت (محور y) يمر في مركزها ، بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $20rad/s$ بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة عند النظر إليها من أعلى ، كما هو موضح في الشكل . أحسب :

١. مقدار الزخم الزاوي للكرة حول هذا المحور ، واحدد اتجاهه .

٢. اذا تغير مقدار السرعة الزاوية للكرة حول محور الدوران نفسه بتسارع زاوي ثابت ، بحيث أصبح $40rad/s$ خلال $5s$ ، فأحسب مقدار العزم المحصل المؤثر في الكرة خلال هذه الفترة الزمنية .

الحل : $m = 5\text{kg}, r = 10\times10^{-2}m, w = 20rad/s, I = \frac{2}{5}mr^2$

١. استخدم العلاقات الآتية لحساب مقدار الزخم الزاوي لجسم يدور حول محور ثابت ، وباستخدام عزم القصور الذاتي $I = \frac{2}{5}mr^2$.

$$1) L = Iw = \frac{2}{5}mr^2w = \frac{2}{5}\times5\times(10\times10^{-2})^2\times20$$

$$L = 0.4kg.m^2/s$$

الزخم الزاوي للكرة موجب ، إذ يكون اتجاه الزخم الزاوي بإتجاه محور y الموجب عند النظر إليها من أعلى ، لأن الكرة تدور بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة كما يبدو للناظر .

٢. كرة مصمتة إذا $I = \frac{2}{5}mr^2$ $w_2 = 40rad/s, \Delta t = 5s.$

$$2)\sum\tau = I\alpha \longrightarrow \alpha = \frac{w_2 - w_1}{\Delta t} = \frac{40-20}{5} = \frac{20}{5} = 4rad/s^2$$

$$\sum\tau = I\alpha = \frac{2}{5}\times 5\times\frac{1}{100}\times 4 = 0.08N.m$$

مثال : يدور برغي حول مركز كتلته بسرعة زاوية $400rad/s$ إذا أثر عليه عزم ازدواج بعكس اتجاه دورانه فتوقف بعد $50s$ فإذا كان عزم القصور الذاتي للبراغي $0.1kg.m^2$ ، أحسب :

١. عزم الازدواج الذي أوقفه .
٢. الازاحة الزاوية حتى التوقف .

الحل : $w = 400rad/s, \Delta t = 50s, I = 0.1kg.m^2$

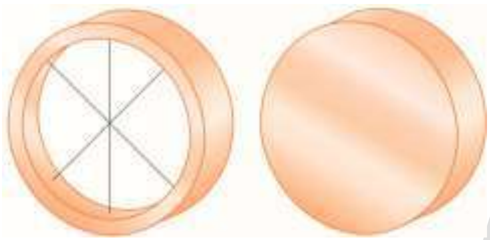
$$1)w_2 = w_1 + \alpha t \longrightarrow 0 = 400 + \alpha(50) \longrightarrow \alpha = -8rad/s^2$$

$$\sum\tau = Iw = 0.1\times -8 = -0.8N.m$$

$$2)\Delta\theta = wt + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 400\times 50 + \frac{1}{2}\times -8\times(50)^2$$

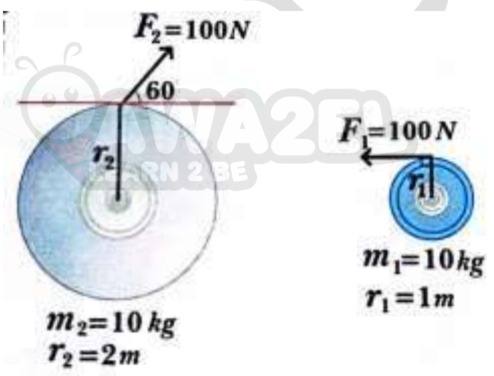
$$\Delta\theta = 20000 - 10000 = 10000rad$$

اختبر نفسك



سؤال (١) كتاب : يبين الشكل المجاور أسطوانتين إحداهما مصمتة و الأخرى مجوفة ، متماثلتين في الكتلة والأبعاد والسرعة الزاوية ، وتدوران حول محور ثابت يمر في المركز الهندسي لكل منهما . مستعيناً بالشكل المجاور ؛ أجيب عن السؤالين الآتيين :

١. أقارن بين مقدار الزخم الزاوي للأسطوانيتين ، هل هما متساويان أم لا ؟ أفسر إجابتي .
٢. أقارن بين مقداري الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانتين ، هل هما متساويان أم لا ؟ أفسر إجابتي .



سؤال (٢) : قرصان صلبان ساكنان كما في الشكل قارن بينهما من حيث :

١) عزم القصور الذاتي .
٢) عزم القوة .
٣) التسارع الزاوي .
٤) السرعة الزاوية بعد ثلاث ثوانٍ من بدء الحركة .
٥) الزخم الزاوي بعد ثلاث ثوانٍ من بدء الحركة .
٦) الطاقة الحركية بعد ثلاث ثوانٍ من بدء الحركة .

علماً أنهما يدوران حول مركز الكتلة $I_{cm} = \frac{1}{2}mr^2$

اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

....

....

....

....

....

....

اجابة (٢) : ....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

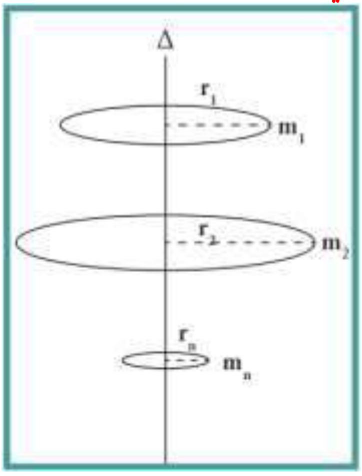
....

....

....

٣ الأنظمة المكونة من عدة جسيمات Systeam made of many particles .

في الانظمة المكونة من مجموعة من الكتل النقطية التي تدور حول محور ثابت ، كما في الشكل ...



١) لإيجاد محصلة عزم القصور الذاتي لعدة جسيمات (لنظام) نحسب عزم القصور الذاتي لكل جسيم على حدة ثم نجد مجموع عزم القصور الذاتي .

$$\sum I=\sum_{i=1}^{\infty} m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ...$$

٢) لإيجاد محصلة الطاقة الحركية للنظام لعدة جسيمات (لنظام) نحسب الطاقة الحركية لكل جسيم على حدة ثم نجد مجموع الطاقة الحركية

$$\sum KE_R = KE_{R1} + KE_{R2} + KE_{R3} + ...$$

٣) لإيجاد محصلة الزخم الزاوي للنظام لعدة جسيمات (لنظام) نحسب الزخم الزاوي لكل جسيم على حدة ثم نجد مجموع الزخم الزاوي مع مراعاة اشارة الموجب والسالب .

$$\sum L = L_1 + L_2 + L_3 + ...$$

- اذا كانت اشارة محصلة الزخم الزاوي :
  - موجبة ← اتجاه دوران النظام عكس اتجاه عقارب الساعة .
  - سالبة ← اتجاه دوران النظام مع اتجاه عقارب الساعة .

مثال كتاب سابق : نظام يتكون من جسمين يتحركان حركة دورانية حول محور ثابت محور z ، في مسار دائري . إذا علمت أن لهما عزم القصور الذاتي نفسه ويساوي $2\times10^{-3} kg.m^2$ ، ويدور الجسيم الأول بسرعة زاوية $4rad/s$ ، بإتجاه حركة عقارب الساعة ، بينما يدور الجسيم الثاني بسرعة زاوية $8rad/s$ بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة ؛ أحسب مقدار ما يأتي :

١. الزخم الزاوي للجسيم الأول حول هذا المحور ، وأحدد اتجاهه .
٢. الزخم الزاوي للنظام حول هذا المحور ، وأحدد اتجاهه .

الحل : :
$$I_1 = I_2 = 2\times10^{-3}\,\text{kg.m}^2, w_1 = -4rad/s, w_2 = +8rad/s$$

$$1) L_1 = I_1 w_1 = 2\times10^{-3}\times -4 = -8\times10^{-3} kg.m^2/s$$

اتجاه الزخم الزاوي للداخل ($-z$) ، وذلك حسب قاعدة اليد اليمنى .

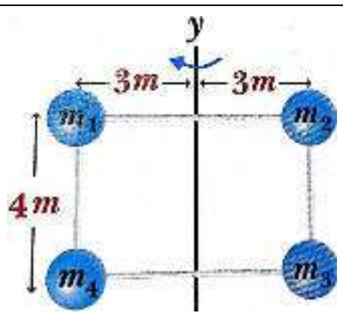
$$L_2 = I_2 w_2 = 2\times10^{-3}\times 8 = +16\times10^{-3} kg.m^2/s$$

اتجاه الزخم الزاوي للخارج ($+z$) ، وذلك حسب قاعدة اليد اليمنى .

$$2)\sum L = L_1 + L_2 = I_1 w_1 = -8\times10^{-3} + 16\times10^{-3} = +8\times10^{-3} kg.m^2/s$$

اتجاه محصلة الزخم الزاوي للخارج ($+z$) ، وذلك حسب قاعدة اليد اليمنى .

مثال : أربع كرات متساوية في الكتلة مقدار كتلة كل منها $5kg$ يربط بينها أسلاك مهملة الكتلة ويدور النظام حول المحور y بسرعة زاوية $10rad/s$ ؛ أحسب :



١. عزم القصور الذاتي حول المحور y .
٢. طاقة حركة النظام .
٣. الزخم الزاوي للنظام .

الحل : بما أن الاسلاك مهملة الكتلة فليس لها عزم قصور ذاتي ، بما أن الكرات لم تعط أنصاف أقطارها لذا تعد كتل نقطية .

$$1) I = \sum mr^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2$$

$$I = 5(3)^2 + 5(3)^2 + 5(3)^2 + 5(3)^2 = 45 + 45 + 45 + 45 = 180 kg.m^2$$

$$2) KE_R = \frac{1}{2} Iw^2 = \frac{1}{2} \times 180 \times (10)^2 = 9 \times 10^3 J$$

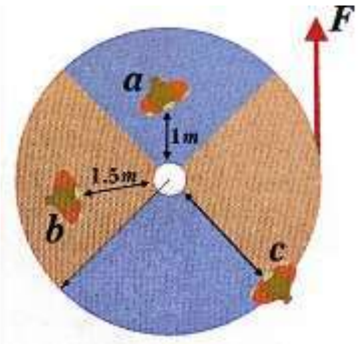
$$3) L = Iw = 180 \times 10 = 1800 kg.m^2 / s(-y)$$

لتحديد الاتجاه لكل من (L, w) نلف الاصابع مع اتجاه الدوران ، لذا فإن الاتجاه $-y$ للإبهام هو اتجاه (L, w) .

اختبر نفسك

سؤال (١) : كتلتان نقطيتان تدوران حول محور ثابت ، لهما مقدار القصور الذاتي نفسه ويساوي $1 \times 10^{-3} kg.m^2$ ، تدور الكتلة الأولى بسرعة زاوية $5 rad/s$ بالاتجاه الموجب ، بينما تدور الكتلة الثانية بسرعة زاوية $8 rad/s$ بالاتجاه المعاكس ؛ أحسب :

1. مقدار الزخم الزاوي لكل كتلة على حدة حول محور الدوران .
2. الزخم الزاوي للنظام حول محور الدوران .



سؤال (٢) : أسطوانة كتلتها $100 kg$ ونصف قطرها $2m$ والقصور لها $I = \frac{1}{2} mr^2$ ، يوجد عليها ثلاثة أطفال في النقاط a, b, c بحيث $m_a = 30 kg, m_b = 40 kg, m_c = 20 kg$ ، أثرت عليها قوة مماسية $200 N$ لمدة خمس ثواني بحيث تبقى مماسية ، أحسب الزخم الزاوي بعد خمس ثوانٍ من تأثير القوة .

اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

....

....

....

....

....

....

....

اجابة (٢) : ....

....

....

....

....

....

....

....

....

٤ حفظ الزخم الزاوي Conservation of Angular Momentum .

درست سابقاً قانون حفظ الزخم الخطي لنظام معزول ، حيث تم التوصل الى أنه عندما تكون محصلة القوة المؤثرة في النظام صفراً .

$$\sum F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 0 \longrightarrow$$ الزخم الخطي يبقى ثابتاً مع مرور الزمن

$\Delta p = 0$ ← هذا يعني أن الزخم الخطي (p) محفوظ .

$$\sum p_i = \sum p_f \longrightarrow \sum m_i v_i = \sum m_f v_f$$

الحدث : الارتداد أو التصادمات

يمكن التوصل الى علاقة متماثلة في الحركة الدورانية ، حيث أنه عندما يساوي العزم المحصل المؤثرة في جسم أو نظام صفراً .

$$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = 0 \longrightarrow$$ الزخم الزاوي يبقى ثابتاً مع مرور الزمن

$\Delta L = 0$ ← هذا يعني أن الزخم الزاوي (L) محفوظ .

$$L_i = L_f \longrightarrow I_i w_i = I_f w_f$$

الحدث : اعادة توزيع كتلة النظام الذي يتحرك حركة دورانية

- **قانون حفظ الزخم الزاوي Law of conservation of angular momentum :**

ينص على أن " الزخم الزاوي لنظام معزول يظل ثابتاً في المقدار والاتجاه " ، أي أن " العزم المحصل المؤثر في النظام المعزول صفراً " ، أي أن " الزخم الزاوي الابتدائي لنظام معزول يساوي زخمة الزاوي النهائي " .

- شروط حفظ الزخم الزاوي :
  ١. أن تكون محصلة العزوم المؤثرة على الجسم أو المنظومة تساوي صفراً .
  ٢. أن يبقى محور الدوران ثابتاً من دون تغيير .

- الحدث : اعادة توزيع كتلة النظام الذي يتحرك حركة دورانية ، النتيجة : عزم القصور الذاتي I ، والسرعة الزاوية w يتغيران بحيث يبقى الزخم الزاوي ثابتاً .

$$L_i = L_f$$

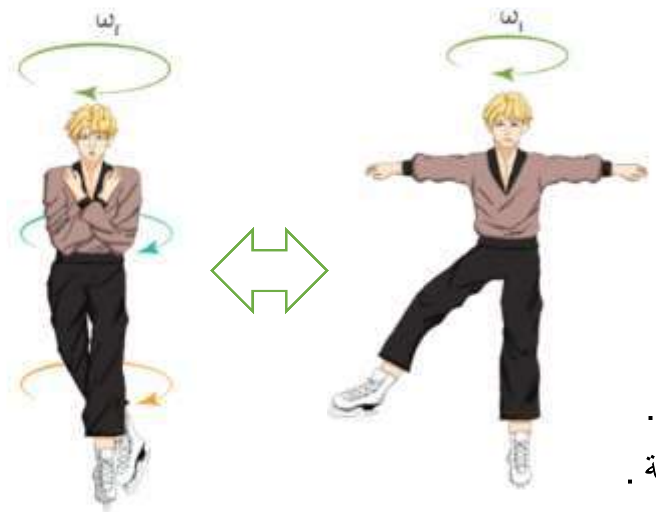
$$I_i w_i = I_f w_f = constsnt$$

يلاحظ من القانون أن العلاقة بين عزم القصور الذاتي I ، والسرعة الزاوية w علاقة عكسية .

- إذا قل عزم القصور الذاتي I تزداد السرعة الزاوية w ليبقى الزخم الزاوي ثابت .
- إذا زاد عزم القصور الذاتي I تقل السرعة الزاوية w ليبقى الزخم الزاوي ثابت .

❖ تطبيقات على حفظ الزخم الزاوي .....

1] تغير السرعة الزاوية لمتزلج على جليد يدور حول محور عمودي على سطح الارض ، ويمر بمركز كتلته .



حيث يقل عزم القصور الذاتي للمتزلج عندما يضم يديه نحو جسمه وقدميه معاً مما يؤدي الى زيادة مقدار سرعته الزاوي حسب قانون حفظ الزخم الزاوي .

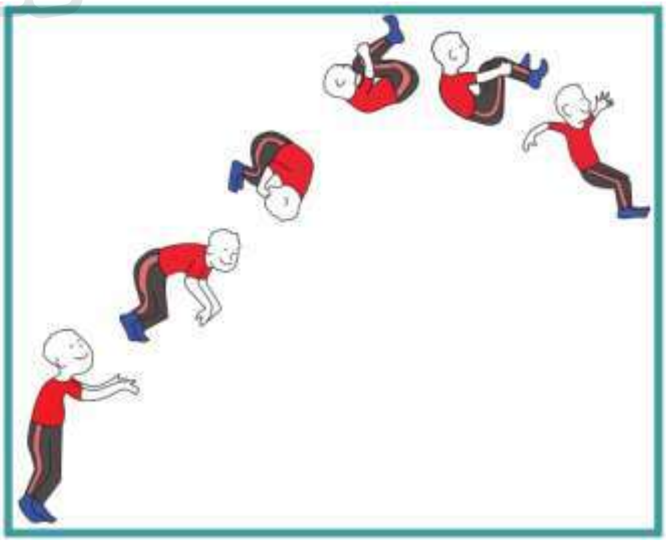
ملاحظة (١) : تم التعامل مع المتزلج على أنه نظام مغلق حيث قوة وزنه والقوة العمودية تؤثران في الاتجاه الرأسي وعزم كل منهما حول محورالدوران يساوي صفراً ، بالاضافة الى أن مقدار قوة الاحتكاك بين الزلاجة والجليد صغيرة ، ويمكن إهمال العزم الناتج عنه حول محور الدوران .

ملاحظة (٢) : عند زيادة السرعة الزاوية تزداد الطاقة الحركية .

2] تغير السرعة الزاوية لرجل على منضدة دوارة ويحمل في يديه الممدودتين أوزاناً ضخمة .

حيث يقل عزم القصور الذاتي عندما يطوي الرجل ذراعيه أثناء دورانه ($I_f < I_i$) ما يزيد من سرعته الزاوي ($w_f > w_i$) .

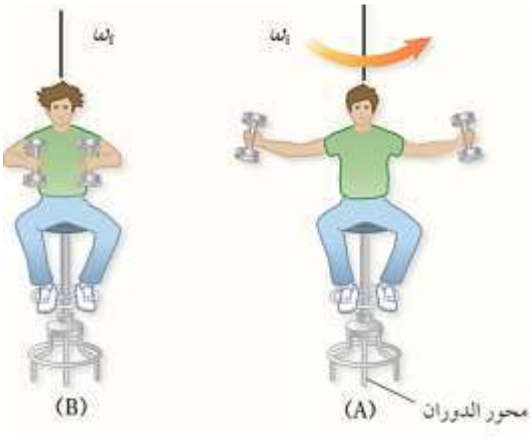
3] لاعب الجمباز عندما يدور بحرية يتم التحكم بالسرعة الزاوية بواسطة التغير في القصور الذاتي الدوراني للجسم مع الاحتفاظ بالزخم الزاوي .



مثال كتاب : يجلس طالب على كرسي قابل للدوران حول محور رأسي ، ويمسك ثقلاً بكل يد . بداية ؛ يدور الطالب والكرسي بسرعة زاوية w_i ويداه ممدودتان ، كما هو موضح في الشكل A . إذا طلب المعلم من الطالب ضم ذراعيه ؛ كما في الشكل B ؛ فماذا يحدث لكل من :

أ. عزم القصور الذاتي .

ب. سرعته الزاوية النهائية .



الحل : أ. يؤدي ضم الطالب لذراعيه الى تقليل مقدار عزم القصور الذاتي له حول محور الدوران الرأسي من المقدار (I_i) الى المقدار (I_f) ، لأنه حرك جزء من كتلته وحرك الثقلين قريباً من محور الدوران .

ب. لا يوجد عزم محصل مؤثر في النظام الذي يتكون من الطالب والكرسي والثقلين ، لذا يكون الزخم الزاوي محفوظاً لهذا النظام حول محور الدوران .

ألاحظ أن عزم القصور الذاتي للطالب في الشكل (B) أقل منه في الشكل (A) ؛ أي أن ($I_i > I_f$) ، لذا يجب أن يكون مقدار سرعته الزاوية النهائية (w_f) أكبر مقارنة بمقدار سرعته الزاوية الابتدائية (w_i) .

سؤال كتاب : ثلاثة أطفال كتلهم $32kg, 28kg, 20kg$ يقفون عند حافة لعبة دوارة على شكل قرص دائري منتظم كتلته $M = 100kg$ ، ونصف قطره $r = 2m$ ، ويدور بسرعة زاوية ثابتة مقدارها $2rad/s$ ، حول محور دوران ثابت عمودي على سطح القرص ويمر في مركزه بإتجاه محور y . تحرك الطفل الذي كتلته $20kg$ ووقف عند مركز القرص . أحسب مقدار السرعة الزاوية الجديد للعبة الدوارة .

الحل : $M = 100kg, r = 2m, m_1 = 32kg, m_2 = 28kg, m_3 = 20kg, w_i = 2rad/s$

يمكن التعامل مع النظام على أنه معزول ؛ لذا يكون الزخم الزاوي محفوظاً . أطبق قانون حفظ الزخم الزاوي :

$$L_1 = L_2 \longrightarrow I_i w_i = I_f w_f$$

عزم القصور الذاتي الابتدائي (I_i) للنظام يساوي مجموع عزوم القصور الذاتية للأطفال الثلاثة والقرص ، وأحسبه باستخدام المعادلة الآتية :

$$I_i = \frac{1}{2}Mr^2 + (m_1 + m_2 + m_3)r^2 = \frac{1}{2}(100)(4) + (20 + 28 + 32)(4) = 520\,\text{kg.m}^2$$

عزم القصور الذاتي النهائي (I_f) للنظام يساوي مجموع عزوم القصور الذاتية لطفلين فقط والقرص ؛ لأن عزم القصور الذاتي للطفل الذي كتلته $28kg$ يساوي صفراً ؛ لأنه يقف عند مركز القرص الذي يمر فيه محور الدوران ، وأحسبه بإستخدام المعادلة التالية :

$$I_f = \frac{1}{2}Mr^2 + (m_2 + m_3)r^2 = \frac{1}{2}(100)(4) + (28 + 32)(4) = 440\,\text{kg.m}^2$$

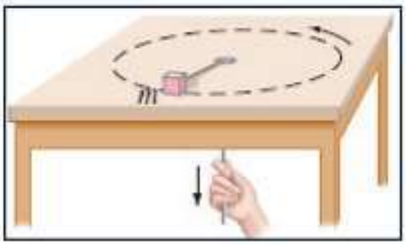
بإستخدام قانون حفظ الزخم الزاوي ؛ أجد أن :

$$(520)(2) = (440)w_f$$

ومنها أجد أن مقدار السرعة الزاوية النهائية تساوي :

$$w_f = \frac{1040}{440} = 2.37 \text{ rad/s}$$

سؤال : يدور جسم صغير كتلته m مثبتة في نهاية خيط في مسار دائري على سطح طاولة أفقي أملس ، ويمر الطرف الآخر للخيط عبر ثقب في سطح الطاولة كما في الشكل المجاور . إذا كان الجسم يدور بسرعة $2.4rad/s$ في مسار دائري نصف قطره $0.8m$ ، ثم سحب الخيط ببطء عبر الثقب ، بحيث يقل نصف القطر الى $0.48m$ ، فكم تصبح سرعة الجسم v_2 ؟



الحل : بما أن القوة تمر في مركز كتلة الكرة ، فإن ذراع القوة يساوي صفراً ، وبالتالي عزم الدوران المحصل يساوي صفراً . أي أن الزخم الزاوي محفوظ : $I_1 w_1 = I_2 w_2$

إن القصور الدوراني للكرة حول مركز الدوران هو $I = mr^2$ ، ومنها نجد :

$$m r_1^2 w_1 = m r_2^2 w_2 \longrightarrow w_2 = w_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} = 2.4 \times \frac{0.8}{0.48} = 4rad/s$$

سؤال : متزلج على الجليد يدور فاتحاً ذراعيه بعزم قصور ذاتي يساوي $40kg.m^2$ ، وبسرعة زاوية مقدارها $10rad/s$ ، إذا قام المتزلج بضم ذراعيه لجسمه فزادت سرعته الزاوية لتصبح $20rad/s$ ، أوجد :

١. الزخم الزاوي النهائي للمتزلج .
٢. عزم القصور الذاتي له .

الحل :

$$1) L_1 = I_1 w_1 = 40 \times 10 = 400kg.m^2/s$$

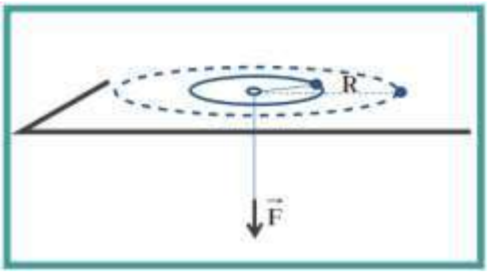
وبما أن الزخم الزاوي محفوظ . $L_1 = L_2 = 400kg.m^2/s$

$$2) L_2 = I_2 w_2 \longrightarrow 400 = I_2 \times 20 \longrightarrow I_2 = 20kg.m^2/s$$

لاحظ أن زيادة السرعة الزاوية ونقصان عزم القصور الذاتي .

اختبر نفسك

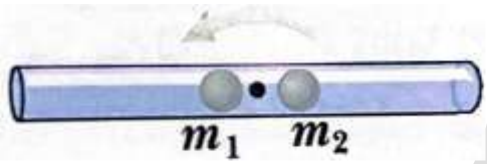
سؤال (١) : تدور الارض حول محورها مرة واحدة في كل يوم ، افترض أن الارض قد انكمشت بطريقة ما بحيث أصبح قطرها مساوياً لنصف قيمته الحالية ، ما سرعة الأرض في الحالة الافتراضية ؟ حيث $I=\frac{2}{5}mr^2$.



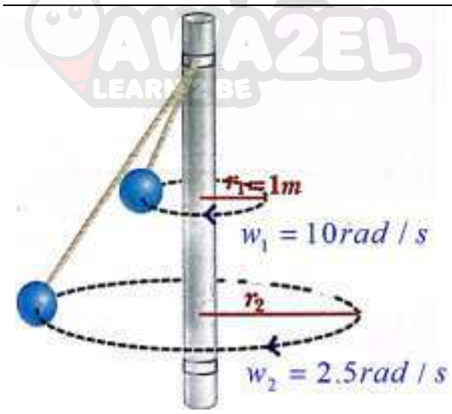
سؤال (٢) : تدور كرة صغيرة كتلتها $100g$ مربوطة بخيط مهمل الكتلة ، يمر طرفه الآخر في ثقب ، على سطح أفقي أملس في مسار دائري نصف قطره $r=60cm$ بسرعة مماسية ثابتة المقدار $v=2.8rad/s$. خلال لحظة t ، يشد بالخيط ليصبح نصف قطر المسار الدائري $r'=30cm$ ، أحسب مقدار السرعة الزاوية النهائية للكرة بعد شد الخيط .

سؤال (٣) : حلقة معدنية كتلتها m ثبت عليها سلكان يلتقيان في مركزها ومهملي الكتلة ويخترقان خرزتين معدنيتين قابلتين للحركة على السلكين دون احتكاك فإذا كانت الخرزتان

عند مركز الحلقة عندما كانت تدور بسرعة زاوية $1.09rad/s$ وعندما أصبحت السرعة الزاوية $1rad/s$ كانت إحداهما على بعد $0.9m$ من المركز ، فكم تبعد الأخر عن المركز علماً أن كتلة الخرزة الواحدة $0.1m$ ونصف قطر الحلقة $1m$ عزم القصور للحلقة $I=mr^2$.



سؤال (٤) : أنبوب رفيع يوجد على سطح أفقي كتلته $m_3=120g$ يوجد داخله كرتان صغيرتان كتلة كل واحدة $2g$ توجدان عند مركز الأنبوب عندما تكون سرعة دوران الأنبوب الزاوية $11rad/s$ ، ما السرعة الزاوية عندما تصبح الكرتان على طرفي الأنبوب ؟ $I=\frac{1}{12}mR^2$.



سؤال (٥) : تتحرك كرة صغيرة حركة دائرية بسرعة v_2 عندما كان نصف قطر الحركة الدائرية r_2 وعندما سحب الخيط بحيث أصبحت السرعة v_1 ونصف قطر الحركة الدائرية r_1 ، معتمداً على الشكل وبياناته ، إحسب r_2.

اجابات اختبر نفسك

اجابة (١) : ....

....

....

....

....

اجابة (٢) : ....

....

....

....

....

....

اجابة (٣) : ....

....

....

....

....

....

....

اجابة (٤) : ....

....

....

....

....

....

اجابة (٥) : ....

....

....

....

اختبر نفسك (اسئلة موضوعية وتفسيرات وحسابية)

السؤال الأول : ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١. الطاقة الحركية الدورانية لجسم يدور حول محور ثابت :

أ) طردياً مع السرعة الزاوية للجسم w .　　ج) طردياً مع مربع السرعة الزاوية w^2 .

ب) عكسياً مع مربع السرعة الزاوية w^2 .　　د) عكسياً مع القصور الذاتي للجسم I .

٢. جسم يتحرك حركة دورانية بسرعة زاوية w_1 ، وطاقته الحركية KE_1 . فإذا تضاعفت سرعته الزاوية ، فما العلاقة التي تصف طاقته الحركية الدورانية KE_2 .

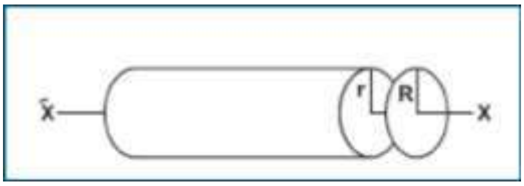
أ) $KE_2 = 4KE_1$.　　ج) $KE_2 = 2KE_1$.

ب) $KE_2 = 3KE_1$.　　د) $KE_2 = KE_1$.

٣. جسمان A ، B لهما القصور الذاتي نفسه ، إذا كان زخم A الزاوي مثلي زخم B الزاوي ، فإن :

أ) $KE_A = 2KE_1$.　　ب) $KE_A = 4KE_B$.　　ج) $KE_A = \frac{1}{2}KE_B$.　　د) $KE_A = \frac{1}{4}KE_B$.

٤. اسطوانة وقرص مصمتان لهما الكتلة نفسها M ، ويدوران بالسرعة الزاوية نفسها حول محور الاسطوانة الطولي X كما هو موضح في الشكل ، فإذا كان لهما الطاقة الحركية الدورانية نفسها ، فما النسبة بين نصفي قطريهما $\frac{r}{R}$.



أ) $\frac{1}{4}$.　　ب) $\frac{1}{2}$.　　ج) $\sqrt{2}$.　　د) 1 .

٥. وحدة قياس الزخم الزاوي حسب النظام الدولي للوحدات هي :

أ) $N.m/s$.　　ب) $kg.m/s$.　　ج) N/s .　　د) $kg.m^2/s$.

٦. كرة مصمتة وكرة مجوفة ، لهما الكتلة نفسها ونصف القطر نفسه ، تدوران بمقدار السرعة الزاوية نفسه . أي الكرتين مقدار زخمها الزاوي أكبر .

أ) الكرة المصمتة.　　ج) لهما مقدار الزخم الزاوي نفسه.

ب) الكرة مجوفة .　　د) لا يمكن معرفة ذلك .

٧. أي الكميات الآتية محفوظة دائماً في أية عملية تلاصق لمنظومة أجسام تتحرك دورانياً حول محور ثابت :

أ) الطاقة الحركية الدورانية .　　ب) الزخم الزاوي .　　ج) السرعة الزاوية.　　د) العزم الدوراني .

٨. جسمان A, B فإذا كان $I_B = 2I_A$ ، وكان $KE_B = 2KE_A$ ، فكم يساوي الزخم الزاوي L_B .

أ) $2L_A$.　　ب) $4L_A$.　　ج) $8L_A$.　　د) $16L_A$.

٩. ما عزم القصور الذاتي لأربع كتل متماثلة قيمة الواحدة منها $3kg$ موضوعة على رؤوس مستطيل بعداه $(40cm - 30cm)$ بالنسبة لمحور عمودي عليه يمر في مركزه بوحدة $kg.m^2$:

أ) 0.75 . ب) 7.5 . ج) 75. د) 300.

١٠. كرة مصمتة نصف قطرها $10cm$ وكتلتها $1kg$ ، والقصور الذاتي لها $I = \frac{2}{5}mr^2$ ، فكم تساوي سرعتها الزاوية بوحدة rad/s عندما يبلغ زخمها الزاوي $L = 5\times10^{-2} kg.m^2/s$ حول محور مار من مركزها :

أ) 25 . ب) 12.5 . ج) 2 . د) 2×10^{-2}.

١١. مسطرة طولها $50cm$ ، وكتلتها $0.2kg$ ، ما الزخم الزاوي للمسطرة عندما تدور بسرعة زاوية $w = 3rad/s$ ، حول محور عمودي عند الطرف .

أ) 0.25 . ب) 0.05 . ج) 0.75. د) 1.

١٢. ما القصور الذاتي لأربع كتل متماثلة قيمة الواحدة منها $5kg$ موضوعة على رؤوس مربع طول ضلعه $0.5m$ بالنسبة لمحور عمودي عليه في مركزه :

أ) 0.125 . ب) 1.25 . ج) 2.5. د) 5.

السؤال الثاني : حلل واستنتج :

يقفز غطاس عن لوح غطس متجها نحو سطح الماء في البركة . ولاحظت أنه بعد مغادرته لوح الغطس بدأ بالدوران ، وضم قدميه وذراعيه نحو جسمه . أجيب عما يأتي :

أ. لماذا ضم الغطاس قدميه وذراعيه نحو جسمه في أثناء أدائه لحركات الدوران .
ب. ما الذي يحدث لزخمه الزاوي بعد ضم قدميه وذراعيه .
ج. ما الذي يحدث لمقدار سرعته الزاوية بعد ضم قدميه وذراعيه .
د. ما الذي يحدث لمقدار طاقته الحركية الدورانية بعد ضم قدميه وذراعيه .

....
....
....
....
....
....
....

السؤال الثالث :

تقف هناء على طرف القرص الدوار للعبة الحصان الدوار . إذا علمت أن كتلة قرص اللعبة بمحتوياته $2\times10^2 kg$ ، ونصف قطره $4m$ ، وسرعته الزاوية $2rad/s$ ، وكتلة هناء $50kg$ ، وبافتراض أن كتلة القرص موزعة بشكل منتظم ، والنظام المكون من اللعبة وهناء معزول ، أحسب مقدار ما يأتي :

أ. الزخم الزاوي الابتدائي للنظام .

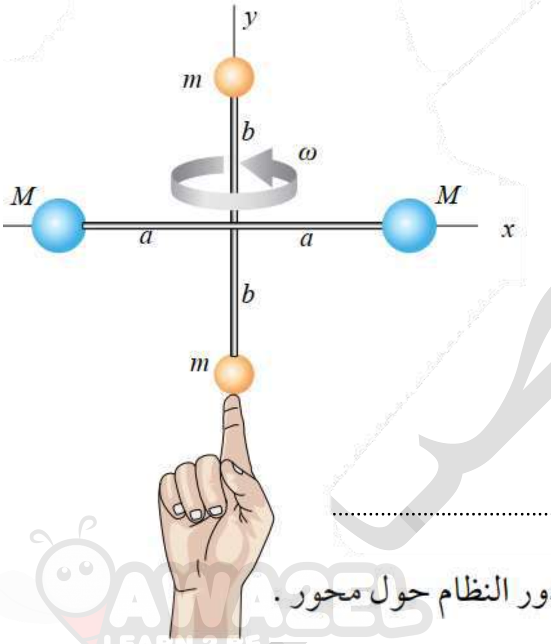
ب. السرعة الزاوية للعبة عندما تقف هناء على بعد $2m$ من محور دوران اللعبة .

السؤال الرابع :

نظام يتكون من أربع كرات صغيرة مثبتة في نهايات قضيبين مهملي الكتلة . ويدور النظام حول محور y كما هو موضح في الشكل المجاور بسرعة زاوية مقدارها $2rad/s$. إذا علمت أن $a=b=20cm$ ، و $m=50g$ ، و $M=100g$ ، وأنصاف أقطار الكرات مهملة مقارنة بطولي القضيبين ؛ بحيث يمكن عدها جسيمات نقطية ؛ أحسب مقدار ما يأتي :

أ. عزم القصور الذاتي للنظام .

ب. الطاقة الحركية الدورانية للنظام .



يدور النظام حول محور .

تم بحمد الله

تحتوي هذه الدوسية على

1 شرح مبسط وسلس

2 جميع اسئلة الكتاب
المنهاج الجديد

3 اسئلة من مراجع عربية واجنبية
افكار مرتبة

4 اسئلة ضع دائرة

5 اسئلة
علل وتحليل واستنتاج

6 اسئلة قدرات عليا
خارج الصندوق

طريقك للعلامة الكاملة

الصافي في الفيزياء
0790487074