الجوكر في الرياضيات

الوحدة الأولى

الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

الفرع الأدبي والفندقي

ا. محمد السواعير

المنهاج الجديد

0787468840

الدرس 1

الاقترانات الأُسِّية
Exponential Functions

مثال 1

أجد قيمة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

1 $f(x) = 4^x, x = 3$

2 $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x, x = -2$

أتحقَّق من فهمي

أجد قيمة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

a) $f(x) = 3^x, x = 4$

b) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x, x = -1$

مثال 2

إذا كان: $f(x) = 2^x$، فأُجيب عن الأسئلة الآتية:

1 أُمثِّل الاقتران بيانيًّا، ثم أجد مجاله ومداه وخطوط التقارب.

2 أجد المقطعين من المحورين الإحداثيين.

3 هل الاقتران $f(x)$ مُتزايِد أم مُتناقِص؟

4 هل الاقتران $f(x)$ واحد لواحد؟

أتحقَّق من فهمي

إذا كان: $f(x) = 3^x$، فأُجيب عن الأسئلة الآتية:

a) أُمثِّل الاقتران بيانيًّا، ثم أُحدِّد مجاله ومداه وخطوط التقارب.

b) أجد المقطعين من المحورين الإحداثيين.

c) هل الاقتران $f(x)$ مُتزايِد أم مُتناقِص؟

d) هل الاقتران $f(x)$ واحد لواحد؟

مثال 3

إذا كان: $f(x) = (\frac{1}{2})^x$، فأُجيب عن الأسئلة الآتية:

1 أُمثِّل الاقتران بيانيًّا، ثم أُحدِّد مجاله ومداه وخطوط التقارب.

2 أجد المقطعين من المحورين الإحداثيين.

3 هل الاقتران $f(x)$ مُتزايِد أم مُتناقِص؟

4 هل الاقتران $f(x)$ واحد لواحد؟

الأستاذ محمد السواعير

أتحقَّق من فهمي

إذا كان: $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$، فأُجيب عن الأسئلة الآتية:

a) أُمثِّل الاقتران بيانيًّا، ثم أُحدِّد مجاله ومداه وخطوط التقارب.

b) أجد المقطعين من المحورين الإحداثيين.

c) هل الاقتران $f(x)$ مُتزايِد أم مُتناقِص؟

d) هل الاقتران $f(x)$ واحد لواحد؟

مثال 4

أجد خط التقارب الأفقي لكل اقتران ممّا يأتي، ثم أُحدِّد مجاله ومداه، مُبيِّنًا إذا كان مُتناقِصًا أم مُتزايِدًا:

1) $f(x) = 5(3)^{x+1} - 2$ 2) $f(x) = 7\,(2)^{-x} + 3$ 3) $f(x) = -3(4)^x + 1$

أتحقَّق من فهمي

أجـد خط التقارب الأفقي لكل اقتران ممّا يأتي، ثم أُحدِّد مجاله ومداه، مُبيِّنًا إذا كان مُتناقِصًا أم مُتزايِدًا:

a) $f(x) = 2(3)^{x+2} - 1$ b) $f(x) = 4\,(5)^{-x}$ c) $f(x) = -\frac{1}{4}(3)^{x-1} + 2$

مثال 5 : من الحياة

حشـرات: يُمثِّل الاقتران: $f(x) = 30\,(2)^x$ عدد حشرات خنفسـاء الدقيق في كيسِ دقيقٍ، حيث x عدد الأسابيع منذ بداية رصد وجودها في الكيس:

1) أجد عدد هذه الحشرات في كيس الدقيق بعد 6 أسابيع.

2) بعد كم أسبوعًا يصبح عددها في الكيس 7680 حشرة؟

أتحقَّق من فهمي

بكتيريا: يُمثِّل الاقتران: $f(x) = 500\,(2)^x$ عدد الخلايا البكتيرية في عيِّنة مخبرية، حيث x الزمن بالساعات:

a) أجد عدد الخلايا البكتيرية في العيِّنة بعد 5 ساعات.

b) بعد كم ساعةً يصبح عدد الخلايا البكتيرية في العيِّنة 4000 خلية؟

أتدرَّب وأحُلُّ المسائل

أجد قيمة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

1) $f(x) = (11)^x, x = 3$

2) $f(x) = -5(2)^x, x = 1$

3) $f(x) = 3\left(\frac{1}{7}\right)^x, x = 2$

4) $f(x) = -(5)^x + 4, x = 4$

5) $f(x) = 3^x + 1, x = 5$

6) $f(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x - 3, x = 2$

الأستاذ محمد السواعير

أُمثِّل كل اقتران ممّا يأتي بيانيًّا، ثم أجد مجاله ومداه:

7 $f(x) = 4^x$

8 $f(x) = 9^{-x}$

9 $f(x) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^x$

10 $f(x) = 3(6)^x$

أجد خط التقارب الأفقي لكل اقتران ممّا يأتي، ثم أُحدِّد مجاله ومداه، مُبيِّنًا إذا كان مُتناقِصًا أم مُتزايِدًا:

11 $f(x) = 5^{x-1} + 2$

12 $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 5$

13 $f(x) = 3\left(\frac{1}{7}\right)^{x+5} - 6$

14 $f(x) = 3(7)^{x-2} + 1$

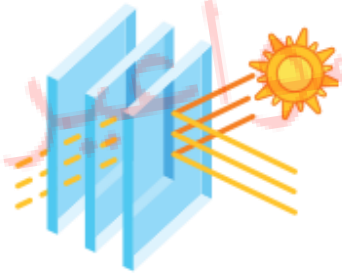
بكتيريا: يُمثِّل الاقتران: $f(x) = 7000\ (1.2)^x$ عدد الخلايا البكتيرية في تجربة مخبرية، حيث x الزمن بالساعات:

15 أجد عدد الخلايا البكتيرية في بداية التجربة.

16 أجد عدد الخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة.

17 بعد كم ساعةً يصبح عدد الخلايا البكتيرية 10080 خلية؟

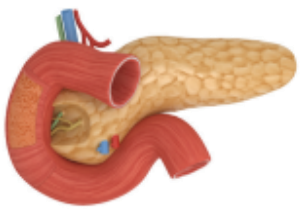
ضوء: يُمثِّل الاقتران: $f(x) = 100\ (0.97)^x$ النسبة المئوية للضوء المارِّ خلال x من الألواح الزجاجية المتوازية:



18 أجد النسبة المئوية للضوء المارِّ خلال لوح زجاجي واحد.

19 أجد النسبة المئوية للضوء المارِّ خلال 3 ألواح زجاجية.

سرطان البنكرياس: يُمثِّل الاقتران: $P(t) = 100(0.3)^t$ النسبة المئوية للمتعافين من مرضى سرطان البنكرياس، مِمَّنْ هم في المرحلة المُتقدِّمة، حيث تعافوا بعد t سنة من التشخيص الأوَّلي للمرض:

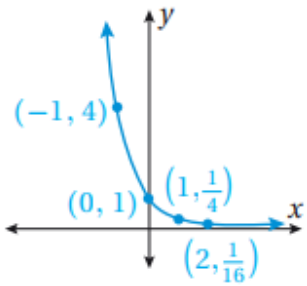


20 أجد النسبة المئوية للمتعافين بعد سنة من التشخيص الأوَّلي للمرض.

21 بعد كم سنةً تصبح النسبة المئوية للمتعافين 9%؟

الأستاذ محمد السعايدة

مهارات التفكير العليا



22 تبرير: يُبيِّن الشكل المجاور التمثيل البياني لمنحنى الاقتران: $f(x) = ab^x$. أجد $f(3)$، مُبرِّرًا إجابتي.

23 أكتشف المُختلِف: أيُّ الاقترانات الآتية مُختلِف، مُبرِّرًا إجابتي؟

$y = 5(3)^x$ | $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ | $f(x) = 2(4)^x$ | $y = 3^x$

24 تحدٍّ: إذا كان الاقتران: $f(x) = ab^x$ أُسِّيًّا، فأُثبِت أنَّ $\frac{f(x+1)}{f(x)} = b$.

الأستاذ محمد السواعير

الدرس 1

الاقترانات الأُسّية
Exponential Functions

أجد قيمة كل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

1. $f(x) = (13)^x, x = 2$
2. $f(x) = 4(5)^x, x = 3$
3. $f(x) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^x, x = 3$
4. $f(x) = -(3)^x + 7, x = 4$
5. $f(x) = -(2)^x + 1, x = 6$
6. $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 12, x = 3$

أُمثِّل كل اقتران ممّا يأتي بيانيًّا، ثم أُحدِّد مجاله ومداه:

7. $f(x) = 7(6)^x$
8. $f(x) = 7^{-x}$
9. $f(x) = 5\left(\frac{1}{8}\right)^x$
10. $f(x) = 2(9)^x$

أجد خط التقارب الأفقي لكل اقتران ممّا يأتي، ثم أُحدِّد مجاله ومداه، مُبيِّنًا إذا كان مُتناقِصًا أم مُتزايِدًا:

11. $f(x) = 7^{x-2} + 1$
12. $f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 3$
13. $f(x) = 5\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 7$
14. $f(x) = 7(4)^{x-5} + 3$

بكتيريا: يُمثِّل الاقتران: $f(x) = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ عدد الخلايا البكتيرية بعد x ساعة في تجربة مخبرية:

15. أجد عدد الخلايا البكتيرية عند بَدْء التجربة.
16. أجد عدد الخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة.
17. بعد كم ساعةً يصبح عدد الخلايا البكتيرية 102400 خلية؟

خزّان: يُمثِّل الاقتران: $f(x) = 2(0.75)^x$ كمِّية الماء المُتبقِّية في خزّان (بالمتر المُكعَّب) بعد x ساعة نتيجة ثقب فيه:

18. أجد كمِّية الماء المُتبقِّية في الخزّان بعد ساعة واحدة.
19. ما الزمن الذي تصبح فيه كمِّية الماء المُتبقِّية في الخزّان $\frac{9}{8}\ \text{m}^3$ تقريبًا؟

الأستاذ محمد السواعير

الدرس
2

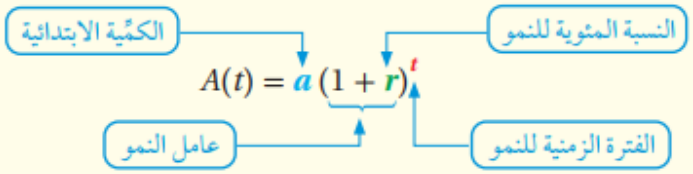
النمو والاضمحلال الأُسِّي
Exponential Growth and Decay

اقتران النمو الأُسِّي

مفهوم أساسي

بالكلمات: اقتران النمو الأُسِّي هو كل اقتران أُسِّي يتزايد بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية.

بالرموز:



مثال 1: من الحياة

خِراف: في دراسة شملت إحدى مَزارع الأغنام، تبيَّن أنَّ عدد الخِراف في المزرعة يزداد بنسبة 31% سنويًّا:

1. أكتب اقتران النمو الأُسِّي الذي يُمثِّل عدد الخِراف بعد t سنة، علمًا بأنَّ عددها في المزرعة عند بَدْء الدراسة هو 1524 خروفًا.

2. أجد عدد الخِراف بعد 5 سنوات من بَدْء الدراسة.

أتحقَّق من فهمي

في دراسة شملت إحدى مَزارع الأبقار، تبيَّن أنَّ عدد الأبقار في المزرعة يزداد بنسبة 18% سنويًّا:

a) أكتب اقتران النمو الأُسِّي الذي يُمثِّل عدد الأبقار بعد t سنة، علمًا بأنَّ عددها في المزرعة عند بَدْء الدراسة هو 327 بقرة.

b) أجد عدد الأبقار بعد 3 سنوات من بَدْء الدراسة.

الأستاذ محمد السواعير

مفهوم أساسي

اقتران الاضمحلال الأُسّي

بالكلمات: اقتران الاضمحلال الأُسّي هو اقتران أُسّي يتناقص بنسبة مئوية ثابتة في فترات زمنية متساوية.

بالرموز:

$$A(t) = a(1 - r)^t$$

- a: الكمّية الابتدائية
- r: النسبة المئوية للاضمحلال
- $1 - r$: عامل الاضمحلال
- t: الفترة الزمنية للاضمحلال

مثال 2 : من الحياة

كيمياء: تتناقص 5 g من عنصر الكروم بما نسبته 2.45% يوميًّا نتيجة تفاعله مع الهواء:

1. أكتب اقتران الاضمحلال الأُسّي الذي يُمثِّل كمّية الكروم (بالغرام) بعد t يومًا.
2. أجد كمّية الكروم (بالغرام) بعد 3 أيام.

أتحقّق من فهمي

سيّارة: اشترت سوسن سيّارة هجينة قابلة للشحن بمبلغ JD 28500. إذا كان ثمن السيّارة يقلُّ بنسبة 5% سنويًّا، فأُجيب عن السؤالين الآتيين:

a) أكتب اقتران الاضمحلال الأُسّي لثمن السيّارة بعد t سنة.

b) أجد ثمن السيّارة بعد 4 سنوات.

مفهوم أساسي

الربح المُرَكَّب

بالكلمات: يُمكِن حساب جُمْلة المبلغ المستحق في حالة الربح المُرَكَّب باستعمال الصيغة الآتية:

بالرموز:

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

- A: جُمْلة المبلغ.
- P: المبلغ الأصلي.
- r: مُعدَّل الفائدة السنوي الذي يُكتَب في صورة عشرية.
- n: عدد مرّات إضافة الربح المُرَكَّب في السنة.
- t: عدد السنوات.

الأستاذ محمد الصواعير

مثال 3

استثمر سليمان مبلغ JD 9000 في شركة صناعية، بنسبة ربح مُركَّب تبلغ 1.46%، وتضاف كل 3 أشهر. أجد جُمْلة المبلغ بعد 3 سنوات.

أتحقَّق من فهمي

استثمرت تهاني مبلغ JD 5000 في شركة، بنسبة ربح مُركَّب تبلغ 2.25%، وتضاف كل 6 أشهر. أجد جُمْلة المبلغ بعد 5 سنوات.

الاقتران الأُسّي الطبيعي

مفهوم أساسي الربح المُرَكَّب المستمر

بالكلمات: يُمكِن حساب جُمْلة المبلغ المستحق في حالة الربح المُرَكَّب المستمر باستعمال الصيغة الآتية:

بالرموز:

$A = Pe^{rt}$

- A: جُمْلة المبلغ.
- P: المبلغ الأصلي.
- r: مُعدَّل الفائدة المستمر الذي يُكتَب في صورة عشرية.
- t: عدد السنوات.

الأستاذ محمد السواعير

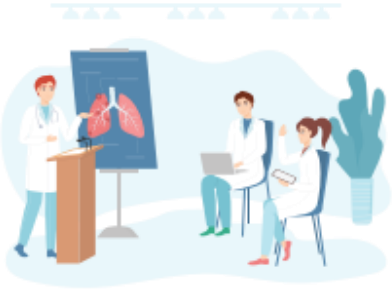
مثال 4

أودع علي مبلغ JD 4500 في حساب بنكي، بنسبة ربح مُركَّب مستمر مقدارها 4%. أجد جُمْلة المبلغ بعد 10 سنوات.

أتحقَّق من فهمي

أودعت سارة مبلغ JD 6300 في حساب بنكي، بنسبة ربح مُركَّب مستمر مقدارها 3.2%. أجد جُمْلة المبلغ بعد 9 سنوات.

أتدرّب وأحُلُّ المسائل



يبلغ عدد المشـــاركين في مؤتمر طبي 150 طبيبًا هذه السنة، ويُتوقَّع زيادة هذا العدد بنسبة 8% كل سنة:

1. أكتب اقتران النمو الأُسّي الذي يُمثِّل عدد المشاركين بعد t سنة.
2. أجد عدد المشاركين المُتوقَّع بعد 5 سنوات.

استخدم 50 ألف شخص موقعًا إلكترونيًّا تعليميًّا سنة 2019م، ثم ازداد عدد مستخدمي الموقع بنسبة 15% كل سنة:

3. أكتب اقتران النمو الأُسّي الذي يُمثِّل عدد مستخدمي الموقع بعد t سنة.
4. أجد عدد مستخدمي الموقع سنة 2025م.

سيّارة: **يتناقص ثمن سيّارة سعرها JD 17350 بنسبة 3.5% سنويًّا:**

5. أكتب اقتران الاضمحلال الأُسّي لثمن السيّارة بعد t سنة.
6. أجد ثمن السيّارة بعد 3 سنوات.

بكتيريا: **يتناقص عدد الخلايا البكتيرية في عيِّنة مخبرية بنسبة 27% كل ساعة بعد إضافة مضاد حيوي إلى العيِّنة:**

7. أكتب اقتران الاضمحلال الأُسّي الذي يُمثِّل عدد الخلايا البكتيرية بعد t ساعة، علمًا بأنَّ عددها عند إضافة المضاد الحيوي هو 15275 خلية.
8. أجد عدد الخلايا البكتيرية في العيِّنة بعد 7 ساعات.

9. دجاج: يَنْفُق الدجاج في مزرعة للدواجن بنســبة 25% يوميًّا نتيجة إصابته بمرض ما. أجد العدد المُتبقّي منه بعد 5 أيام من بَدْء المرض، علمًا بأنَّ عدده الأوَّلي في المزرعة هو 1550 دجاجة.

استثمر ربيع مبلغ JD 1200 في شركة، بنسبة ربح مُركَّب تبلغ 10%، وتضاف كل شهر:

10. أكتب صيغة تُمثِّل جُمْلة المبلغ بعد t سنة.
11. أجد جُمْلة المبلغ بعد 5 سنوات.

الأستاذ محمد السواعير

استثمرت هند مبلغ JD 6200 في شركة، بنسبة ربح مُركَّب تبلغ 8.4%، وتضاف كل يوم:

12 أكتب صيغة تُمثِّل جُمْلة المبلغ بعد t سنة.

13 أجد جُمْلة المبلغ بعد 6 سنوات.

14 أودع حسام مبلغ JD 9000 في حساب بنكي، بنسبة ربح مُركَّب مستمر مقدارها 3.6%. أجد جُمْلة المبلغ بعد 7 سنوات.

15 أودعت ليلى مبلغ JD 8200 في حساب بنكي، بنسبة ربح مُركَّب مستمر مقدارها 4.9%. أجد جُمْلة المبلغ بعد 9 سنوات.

16 **ذباب الفاكهة:** أَعَدَّ باحث دراسة عن تكاثر ذباب الفاكهة، وتوصَّل إلى أنَّه يُمكِن تمثيل العدد التقريبي للذباب بالاقتران: $P(t) = 20e^{0.03t}$، حيث P عدد الذباب بعد t ساعة. أجد عدد ذباب الفاكهة بعد 72 ساعة من بَدْء الدراسة، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب عدد صحيح.

مهارات التفكير العليا

17 **أكتشف الخطأ:** أوجد رامي جُمْلة مبلغ مقداره JD 250 بعد إيداعه في حساب بنكي بعد 3 سنوات، بنسبة ربح مُركَّب تبلغ 1.25%، وتضاف كل 3 أشهر، كما يأتي:

$$A = 250\left(1 + \frac{1.25}{4}\right)^{4(3)}$$
$$= 6533.29$$ ✗

أكتشف الخطأ في حَلِّ رامي، ثم أُصحِّحه.

18 **تحدٍّ:** أكتب اقترانًا يُمثِّل عدد المصابين بالإنفلونزا الموسمية بعد t أسبوعًا، علمًا بأنَّ العدد يتضاعف بمقدار 3 مَرّات كل أسبوع.

الأستاذ محمد السواعير

الدرس 2

النمو والاضمحلال الأُسّي
Exponential Growth and Decay

استخدم 35 ألف شخص موقعًا إلكترونيًّا تعليميًّا هذه السنة، ومن المُتوقَّع أنْ يزداد هذا العدد بنسبة 2% كل سنة:

1. أكتب اقتران النمو الأُسّي الذي يُمثِّل عدد مستخدمي الموقع بعد t سنة.
2. أجد عدد مستخدمي الموقع بعد 7 سنوات.

تلوُّث: في دراسة علمية تناولت درجة تأثير التلوُّث في عدد الأسماك التي تعيش في إحدى البحيرات، توصَّل الباحثون إلى أنَّ عدد الأسماك في البحيرة يقلُّ بنسبة 20% كل سنة:

3. أكتب اقتران الاضمحلال الأُسّي الذي يُمثِّل عدد الأسماك في البحيرة بعد t سنة، علمًا بأنَّ عددها عند بَدْء الدراسة هو 12000 سمكة.
4. أجد عدد الأسماك في البحيرة بعد 3 سنوات.

بلغ عدد سكّان لواء المُوقَّر (شرق العاصمة عمّان) 84370 نسمة تقريبًا سنة 2015م. إذا كانت نسبة النمو السكّاني في اللواء 2.4% سنويًّا، فأُجيب عن السؤالين الآتيين:

5. أكتب اقتران النمو الأُسّي الذي يُمثِّل عدد سكّان اللواء بعد t سنة.
6. أجد العدد التقريبي لسكّان اللواء سنة 2030م.

سيّارة: يتناقص ثمن سيّارة سعرها JD 19725 بنسبة 3% سنويًّا:

7. أكتب اقتران الاضمحلال الأُسّي لثمن السيّارة بعد t سنة.
8. أجد ثمن السيّارة بعد 4 سنوات.

استثمر عامر مبلغ JD 8000 في شركة صناعية، بنسبة ربح مُركَّب تبلغ 5.5%، وتضاف كل شهر:

9. أكتب صيغة تُمثِّل جُمْلة المبلغ بعد t سنة.
10. أجد جُمْلة المبلغ بعد 3 سنوات.

11. أودعت ليلى مبلغ JD 60000 في حساب بنكي، بنسبة ربح مُركَّب مستمر مقدارها 6%. أجد جُمْلة المبلغ بعد 17 سنة.

الأستاذ محمد السواعير

الدرس 3

الاقترانات اللوغاريتمية
Logarithmic Functions

مثال 1

أكتب كل معادلة لوغاريتمية ممّا يأتي في صورة أُسّية:

1. $\log_2 8 = 3$
2. $\log_{23} 23 = 1$
3. $\log_{10}\left(\frac{1}{100}\right) = -2$
4. $\log_7 1 = 0$

أتحقّق من فهمي أكتب كل معادلة لوغاريتمية ممّا يأتي في صورة أُسّية:

a) $\log_2 16 = 4$
b) $\log_7 7 = 1$
c) $\log_3\left(\frac{1}{243}\right) = -5$
d) $\log_9 1 = 0$

مثال 2

أكتب كل معادلة أُسّية ممّا يأتي في صورة لوغاريتمية:

1. $8^3 = 512$
2. $25^{\frac{1}{2}} = 5$
3. $(5)^{-3} = \frac{1}{125}$
4. $27^0 = 1$

أتحقّق من فهمي

أكتب كل معادلة أُسّية ممّا يأتي في صورة لوغاريتمية:

a) $7^3 = 343$
b) $49^{\frac{1}{2}} = 7$
c) $(2)^{-5} = \frac{1}{32}$
d) $17^0 = 1$

مثال 3

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

1. $\log_2 64$
2. $\log_{13}\sqrt{13}$
3. $\log_{36} 6$
4. $\log_{10} 0.1$

الأستاذ محمد السواعير

أتحقَّق من فهمي

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

a) $\log_5 25$ b) $\log_8 \sqrt{8}$ c) $\log_{81} 9$ d) $\log_3 \frac{1}{27}$

مثال 4

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

1 $\log_3 1$ 2 $\log_{17} \sqrt{17}$

3 $\log_5 5$ 4 $7^{\log_7 5}$

أتحقَّق من فهمي

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

a) $\log_2 1$ b) $\log_{32} \sqrt{32}$ c) $\log_9 9$ d) $8^{\log_8 13}$

مثال 5

أُمثِّل كل اقتران ممّا يأتي بيانيًّا، ثم أُحدِّد مجاله ومداه ومقطعيه من المحورين الإحداثيين وخطوط تقاربه، مُبيِّنًا إذا كان مُتناقِصًا أم مُتزايِدًا:

1 $f(x) = \log_2 x$ 2 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

أتحقَّق من فهمي

أُمثِّل كل اقتران ممّا يأتي بيانيًّا، ثم أُحدِّد مجاله ومداه ومقطعيه من المحورين الإحداثيين وخطوط تقاربه، مُبيِّنًا إذا كان مُتناقِصًا أم مُتزايِدًا:

a) $f(x) = \log_3 x$ b) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$

مثال 6

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي ممّا يأتي:

1 $f(x) = \log_4 (x + 3)$ 2 $f(x) = \log_5 (8 - 2x)$

أتحقَّق من فهمي

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي ممّا يأتي:

a) $f(x) = \log_7 (5 - x)$ b) $f(x) = \log_5 (9 + 3x)$

الأستاذ محمد السواعير

أتدرّب وأحلُّ المسائل

أكتب كل معادلة لوغاريتمية ممّا يأتي في صورة أُسّية:

1. $\log_7 343 = 3$
2. $\log_4 256 = 4$
3. $\log_{125} 5 = \frac{1}{3}$
4. $\log_{36} 6 = 0.5$
5. $\log_9 1 = 0$
6. $\log_{57} 57 = 1$

أكتب كل معادلة أُسّية ممّا يأتي في صورة لوغاريتمية:

7. $2^6 = 64$
8. $4^{-3} = \frac{1}{64}$
9. $6^3 = 216$
10. $5^{-3} = 0.008$
11. $(51)^1 = 51$
12. $9^0 = 1$

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

13. $\log_3 81$
14. $\log_{25} 5$
15. $\log_2 32$
16. $\log_{49} 343$
17. $\log_{10} 0.001$
18. $\log_{\frac{3}{2}} 1$
19. $\log_{\frac{1}{4}} 4$
20. $(10)^{\log_{10} \frac{1}{8}}$
21. $\log_2 \frac{1}{\sqrt{(2)^7}}$
22. $\log_a \sqrt[5]{a}$
23. $\log_{10} (1 \times 10^{-9})$
24. $8^{\log_8 5}$

أُمثِّل كل اقتران ممّا يأتي بيانيًّا، ثم أُحدِّد مجاله ومداه ومقطعيه من المحورين الإحداثيين وخطوط تقاربه، مُبيِّنًا إذا كان مُتناقِصًا أم مُتزايِدًا:

25. $f(x) = \log_5 x$
26. $g(x) = \log_4 x$
27. $h(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$
28. $r(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$
29. $f(x) = \log_{10} x$
30. $g(x) = \log_6 x$

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي ممّا يأتي:

31. $f(x) = \log_3 (x - 2)$
32. $f(x) = 5 - 2 \log_7 (x + 1)$
33. $f(x) = -3 \log_4 (-x)$

34. أجد قيمة a التي تجعل منحنى الاقتران: $f(x) = \log_a x$ يمرُّ بالنقطة $(32, 5)$.

الأستاذ محمد السواعير

35 أجد قيمة c التي تجعل منحنى الاقتران: $f(x) = \log_c x$ يمرُّ بالنقطة $(-4, \frac{1}{4})$.

إعلانـات: يُمثِّل الاقتـران: $P(a) = 10 + 20\log_5(a+1)$ مبيعات شـركة (بآلاف الدنانير) من مُنتَـج جديد، حيث a المبلـغ (بمئات الدنانير) الذي تُنفِقه الشـركة على إعلانـات المُنتَج. وتعنـي القيمة: $P(1) \approx 19$ أنَّ إنفاق JD 100 على الإعلانات يُحقِّق إيرادات قيمتها JD 19000 من بيع المُنتَج:

36 أجد $P(4)$، و$P(24)$، و$P(124)$.

37 أُفسِّر معنى القِيَم التي أوجدْتُها في الفرع السابق.

مهارات التفكير العليا

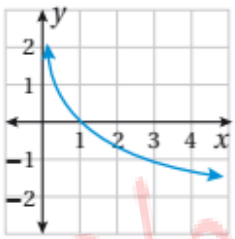
تبرير: أكتب بجانب كل اقتران ممّا يأتي رمز تمثيله البياني المناسب، مُبرِّرًا إجابتي:

38 $f(x) = \log_3(x)$

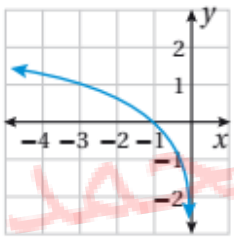
39 $f(x) = \log_3(-x)$

40 $g(x) = -\log_3 x$

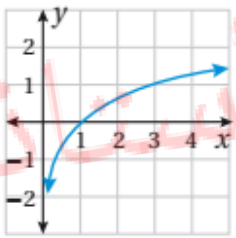
a)



b)



c)



الأستاذ محمد السواعير

تحدٍّ: أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي ممّا يأتي، مُحدِّدًا خط (خطوط) تقاربه الرأسي:

41 $f(x) = \log_3(x^2)$

42 $f(x) = \log_3(x^2 - x - 2)$

43 $f(x) = \log_3\left(\frac{x+1}{x-5}\right)$

44 أكتشف الخطأ: كتبت منى المعادلة الأُسّية: $4^{-3} = \frac{1}{64}$ في صورة لوغاريتمية كما يأتي:

$\log_4(-3) = \frac{1}{64}$ ✗

أكتشف الخطأ الذي وقعت فيه منى، ثم أُصحِّحه.

الدرس 3

الاقترانات اللوغاريتمية
Logarithmic Functions

أكتب كل معادلة لوغاريتمية ممّا يأتي في صورة أُسّية:

1. $\log_3 729 = 6$
2. $\log_5 625 = 4$
3. $\log_{64} 4 = \frac{1}{3}$
4. $\log_{64} 8 = 0.5$
5. $\log_7 1 = 0$
6. $\log_{43} 43 = 1$

أكتب كل معادلة أُسّية ممّا يأتي في صورة لوغاريتمية:

7. $4^5 = 1024$
8. $3^{-4} = \frac{1}{81}$
9. $7^3 = 343$
10. $5^{-2} = 0.04$
11. $(32)^1 = 32$
12. $8^0 = 1$

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي من دون استعمال الآلة الحاسبة:

13. $\log_2 64$
14. $\log_{81} 9$
15. $\log_2 32$
16. $\log_{25} 125$
17. $\log_{10} 0.0001$
18. $\log_{\frac{5}{3}} 1$
19. $\log_{\frac{1}{6}} 6$
20. $(10)^{\log_{10} \frac{1}{9}}$
21. $\log_3 \frac{1}{\sqrt{(3)^6}}$
22. $\log_b \sqrt[7]{b}$
23. $\log_{10} (1 \times 10^{-5})$
24. $4^{\log_4 3}$

أُمثِّل كل اقتران ممّا يأتي بيانيًّا، ثم أُحدِّد مجاله ومداه ومقطعيه من المحورين الإحداثيين وخطوط تقاربه، مُبيِّنًا إذا كان مُتناقِصًا أم مُتزايِدًا:

25. $f(x) = \log_8 x$
26. $g(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$
27. $h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$
28. $r(x) = \log_{\frac{1}{9}} x$
29. $f(x) = \log_9 x$
30. $g(x) = \log_{11} x$

أجد مجال كل اقتران لوغاريتمي ممّا يأتي:

31. $f(x) = \log_2 (x + 3)$
32. $f(x) = 7 + 2\log_5 (x - 2)$
33. $f(x) = -5\log_7 (-x)$

34. ضوء: تُمثِّل المعادلة: $\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.0125x$ العلاقة بين شِدَّة الضوء I بوحدة lumen والعمق x بالأمتار في إحدى البحيرات. كم تبلغ شِدَّة الضوء عند عمق 10 m؟

الأستاذ محمد السواعير

الدرس 4

قوانين اللوغاريتمات
Laws of Logarithms

مثال 1

إذا كان: $\log_a 5 \approx 2.32$، وكان: $\log_a 3 \approx 1.59$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

1) $\log_a 15$ 2) $\log_a \frac{3}{5}$ 3) $\log_a 125$ 4) $\log_a \frac{1}{9}$

أتحقّق من فهمي

إذا كان: $\log_b 7 \approx 1.21$، وكان: $\log_b 2 \approx 0.43$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

a) $\log_b 14$ b) $\log_b \frac{2}{7}$ c) $\log_b 32$ d) $\log_b \frac{1}{49}$

مثال 2

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المُطوَّلة، علمًا بأنَّ المُتغيِّرات جميعها تُمثِّل أعدادًا حقيقيةً موجبةً:

1) $\log_5 x^7 y^2$ 2) $\log_7 \frac{(5x+3)^2}{4}$ 3) $\log_4 \frac{xy^3}{z^2}$ 4) $\log_a \sqrt{\frac{x^2 y^3}{a^5}}$

أتحقّق من فهمي

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المُطوَّلة، علمًا بأنَّ المُتغيِّرات جميعها تُمثِّل أعدادًا حقيقيةً موجبةً:

a) $\log_2 a^2 b^9$ b) $\log_5 \frac{(x+1)^3}{8}$ c) $\log_3 \frac{x^7 y^3}{z^5}$ d) $\log_b \sqrt[3]{\frac{x^7 b^2}{y^5}}$

مثال 3

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المُختصَرة، علمًا بأنَّ المُتغيِّرات جميعها تُمثِّل أعدادًا حقيقيةً موجبةً:

1) $3\log_2 x + 4\log_2 y$ 2) $5\log_a x + \frac{1}{3}\log_a y - 7\log_a z$

أتحقّق من فهمي

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المُختصَرة، علمًا بأنَّ المُتغيِّرات جميعها تُمثِّل أعدادًا حقيقيةً موجبةً:

a) $\log_5 a + 3\log_5 b$ b) $5\log_b x + \frac{1}{2}\log_b y - 9\log_b z$

الأستاذ محمد السواعير

مثال 4 : من الحياة

نسيان: في تجربة لتحديد مدى تأثير المُدَّة الزمنية في درجة تذكُّر الطلبة للمعلومات، تقدَّمت مجموعة من الطلبة لاختبار في مادَّة مُعيَّنة، ثم لاختبارات مُكافِئة لهذا الاختبار على مدار مُدَد شهرية بعد ذلك، فوجد فريق البحث أنَّ النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكَّرها أحد الطلبة بعد t شهرًا من إنهائه دراسة المادَّة تعطى بالاقتران:

$$M(t) = 85 - 25 \log_{10}(t+1).$$

أجد النسبة المئوية للمادَّة التي يتذكَّرها هذا الطالب بعد 19 شهرًا من إنهائه دراستها، علمًا بأنَّ $\log_{10} 2 \approx 0.3010$، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب عدد صحيح.

أتحقَّق من فهمي

يُمثِّل الاقتران: $M(t) = 92 - 28 \log_{10}(t+1)$ النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكَّرها طالب من مادَّة مُعيَّنة بعد t شهرًا من إنهائه دراستها. أجد النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكَّرها هذا الطالب بعد 29 شهرًا من إنهائه دراسة المادَّة، علمًا بأنَّ $\log_{10} 3 \approx 0.4771$، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب عدد صحيح.

الأستاذ محمد السواعير

أتدرَّب وأحُلُّ المسائل

إذا كان: $\log_a 6 \approx 0.778$، وكان: $\log_a 5 \approx 0.699$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

1. $\log_a \frac{5}{6}$
2. $\log_a 30$
3. $\frac{\log_a 5}{\log_a 6}$
4. $\log_a \frac{1}{6}$
5. $\log_a 900$
6. $\log_a \frac{18}{15}$
7. $\log_a (6a^2)$
8. $\log_a \sqrt[4]{25}$
9. $(\log_a 5)(\log_a 6)$

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المُطوَّلة، علمًا بأنَّ المُتغيِّرات جميعها تُمثِّل أعدادًا حقيقيةً موجبةً:

10. $\log_a x^2$
11. $\log_a \left(\frac{a}{bc}\right)$
12. $\log_a (\sqrt{x}\sqrt{y})$

13 $\log_a\left(\frac{\sqrt{z}}{y}\right)$ 14 $\log_a \frac{1}{x^2 y^2}$ 15 $\log_a \sqrt[5]{32x^5}$

16 $\log_a \frac{(x^2 y^3)^2}{(x^2 y^3)^3}$ 17 $\log_a (x+y-z)^7, x+y>z$ 18 $\log_a \sqrt{\frac{x^{12} y}{y^3 z^4}}$

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المُختصَرة، علمًا بأنَّ المُتغيِّرات جميعها تُمثِّل أعدادًا حقيقيةً موجبةً:

19 $\log_a x + \log_a y$ 20 $\log_b (x+y) - \log_b (x-y), x>y$ 21 $\log_a \frac{1}{\sqrt{x}} - \log_a \sqrt{x}$

22 $\log_a (x^2-4) - \log_a (x+2), x>2$ 23 $2\log_b x - 3\log_b y + \frac{1}{3}\log_b z$ 24 $\log_b 1 + 2\log_b b$

25 نمـو: يُمثِّل الاقتـران: $f(x) = 29 + 48.8 \log_6 (x+2)$ النسـبة المئوية لطول الطفل الذكر الآن من طوله عند البلوغ، حيث x عمره بالسنوات. أجد النسبة المئوية لطول طفل عمره 10 سنوات من طوله عند البلوغ، علمًا بأنَّ $\log_6 2 \approx 0.3869$.

مهارات التفكير العليا

26 تحدٍّ: أُثبِت أنَّ $\frac{\log_a 216}{\log_a 36} = \frac{3}{2}$.

27 أكتشف الخطأ: أكتشف الخطأ في الحَلِّ الآتي، ثم أُصحِّحه:

$\log_2 5x = (\log_2 5)(\log_2 x)$ ✗

28 تبرير: أُثبِت أنَّ $\log_b (b-3) + \log_b (b^2+3b) - \log_b (b^2-9) = 1$، حيث: $b > 3$، مُبرِّرًا إجابتي.

الأستاذ محمد السواعير

الدرس 4

قوانين اللوغاريتمات
Laws of Logarithms

إذا كان: $\log_a 7 \approx 0.936$، وكان: $\log_a 3 \approx 0.528$، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

1. $\log_a \frac{3}{7}$
2. $\log_a 21$
3. $\frac{\log_a 3}{\log_a 7}$
4. $\log_a \frac{1}{7}$
5. $\log_a 441$
6. $\log_a \frac{49}{27}$
7. $\log_a (7a^2)$
8. $\log_a \sqrt[4]{81}$
9. $(\log_a 3)(\log_a 7)$

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المُطوَّلة، علمًا بأنَّ المُتغيِّرات جميعها تُمثِّل أعدادًا حقيقيةً موجبةً:

10. $\log_a x^7$
11. $\log_a \left(\frac{ac}{b}\right)$
12. $\log_a (\sqrt{x})$
13. $\log_a \left(\frac{\sqrt{xy}}{z}\right)$
14. $\log_a \frac{1}{x^3 y^4}$
15. $\log_a \sqrt[7]{128x^7}$
16. $\log_a \frac{(x^{-1}y^2)^4}{(x^5 y^{-2})^3}$
17. $\log_a \sqrt{\frac{x^2 y^3}{z^3}}$
18. $\log_a (x-y+z)^9, y-x<z$

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المُختصَرة، علمًا بأنَّ المُتغيِّرات جميعها تُمثِّل أعدادًا حقيقيةً موجبةً:

19. $\log_a x - \log_a y$
20. $\log_b (b-1) + 2\log_b b, b>1$
21. $\log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}}$
22. $\log_a (x^2-25) - \log_a (x+5), x>5$
23. $3\log_b 1 - \log_b b$
24. $8\log_b x + 4\log_b y - \frac{1}{2}\log_b z$

25. إيـرادات: يُمثِّل الاقتران: $T(a) = 10 + 20\log_6 (a+1)$ مبيعات شـركة (بآلاف الدنانيـر) من مُنتَج جديد، حيث a المبلغ (بآلاف الدنانير) الذي تُنفِقه الشـركة على إعلانات المُنتَج، و $a \geq 0$. وتعنـي القيمة: $T(1) \approx 17.7$ أنَّ إنفاق JD 1000 على الإعلانات يُحقِّق إيرادات قيمتها JD 17700 من بيع المُنتَج. أجد قيمة إيرادات الشـركة بعد إنفاقها مبلغ 11 ألف دينار على الإعلانات، علمًا بأنَّ $\log_6 2 \approx 0.3869$.

الأستاذ محمد السواعير

الدرس 5

المعادلات الأُسِّية
Exponential Equations

مثال 1

أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كلٍّ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة:

1 $\log 2.7$ 2 $\log (1.3 \times 10^5)$ 3 $\ln 17$

أتحقَّق من فهمي

أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كلٍّ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة:

a) $\log 13$ b) $\log (3.1 \times 10^4)$ c) $\ln 0.25$

مثال 2

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من مئة (إنْ لزم):

1 $\log_3 16$ 2 $\log_{\frac{1}{2}} 10$

أتحقَّق من فهمي

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من مئة (إنْ لزم):

a) $\log_3 51$ b) $\log_{\frac{1}{2}} 13$

مثال 3

أحُلُّ المعادلات الأُسِّية الآتية، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب منزلتين عشريتين:

1 $2^x = 13$ 2 $5e^{3x} = 125$ 3 $2^{x+4} = 5^{3x}$ 4 $9^x + 3^x - 30 = 0$

الأستاذ محمد السواعير

أتحقَّق من فهمي

أحُلُّ المعادلات الأُسّية الآتية، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب 4 منازل عشرية:

a) $7^x = 9$

b) $2e^{5x} = 64$

c) $7^{2x+1} = 2^{x-4}$

d) $4^x + 2^x - 12 = 0$

مثال 4 : من الحياة

نمو سكّاني: قُدِّر عدد سكّان العالَم بنحو 6.5 مليار نسمة عام 2006م. ويُمثِّل الاقتران: $P(t) = 6.5(1.014)^t$ عدد سكّان العالَم (بالمليار نسمة) بعد t عامًا منذ عام 2006م. بعد كم سنةً من عام 2006م سيبلغ عدد سكّان العالَم 13 مليار نسمة؟

أتحقَّق من فهمي

اعتمادًا على المعطيات الواردة في المثال السابق، بعد كم سنةً من عام 2006م سيبلغ عدد سكّان العالَم 9 مليارات نسمة؟

أتدرَّب وأحُلُّ المسائل

أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كلٍّ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة:

1. $\log 19$
2. $\log (2.5 \times 10^{-3})$
3. $\ln 3.1$
4. $\log_2 10$
5. $\log_3 e^2$
6. $\ln 5$

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من مئة (إنْ لزم):

7. $\log_3 33$
8. $\log_{\frac{1}{3}} 17$
9. $\log_6 5$
10. $\log_7 \frac{1}{7}$
11. $\log 1000$
12. $\log_3 15$

أحُلُّ المعادلات الأُسّية الآتية، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب 4 منازل عشرية:

13. $6^x = 121$
14. $-3e^{4x} = -27$
15. $5^{7x-2} = 3^{2x}$
16. $25^x + 5^x - 42 = 0$
17. $2(9)^x = 32$
18. $27^{2x+3} = 2^{x-5}$

الأستاذ محمد السواعير

أودعت سميرة مبلغ P في حساب بنكي، بنسبة ربح مُركَّب مستمر مقدارها 5 %:

19 بعد كم سنةً تصبح جُمْلة المبلغ مثلي المبلغ الأصلي؟

20 بعد كم سنةً تصبح جُمْلة المبلغ 3 أمثال المبلغ الأصلي؟

إرشاد: صيغة جُمْلة المبلغ للربح المُركَّب المستمر هي: $A = Pe^{rt}$.

21 كوالا: تناقصت أعداد حيوان الكوالا في إحدى الغابات وَفق الاقتران: $N = 873e^{-0.078t}$، حيث N العدد المُتبقّي من هذا الحيوان في الغابة بعد t سنة. بعد كم سنةً يصبح في الغابة 97 حيوانًا من الكوالا؟

مهارات التفكير العليا

22 تبرير: أجد قيمة كلٍّ من k، وh إذا وقعت النقطة $(-2, k)$، والنقطة $(h, 100)$ على منحنى الاقتران: $f(x) = e^{0.5x+3}$، مُبرِّرًا إجابتي.

23 تحدٍّ: أحُلُّ المعادلة: $3^x + \frac{4}{3^x} = 5$.

الأستاذ محمد السواعير

الدرس 5

المعادلات الأُسّية
Exponential Equations

أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كلٍّ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من عشرة:

1. $\log 17$
2. $\log (1.5 \times 10^{-4})$
3. $\ln 2.3$
4. $\log_2 15$
5. $\log_5 e^7$
6. $\ln 7$

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب جزء من مئة (إنْ لزم):

7. $\log_5 27$
8. $\log_{\frac{1}{4}} 19$
9. $\log_7 8$
10. $\log_8 \frac{1}{8}$
11. $\log 10000$
12. $\log_3 18$

أحُلُّ المعادلات الأُسّية الآتية، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب 4 منازل عشرية:

13. $5^x = 120$
14. $-4e^{4x} = -64$
15. $3^{2x+1} = 7^{5x}$
16. $64^x + 2(8^x) - 3 = 0$
17. $7(4)^x = 49$
18. $21^{x-1} = 3^{7x+1}$

19. **حرارة:** تُمثِّل المعادلة: $T = 27 + 219e^{-0.032t}$ درجة حرارة معدن (بالسليسيوس °C) بعد t دقيقة من بَدْء تبريده. متى تصبح درجة حرارة المعدن 100°C؟

أرانب: توصَّلت دراسة إلى أنَّ عدد الأرانب في محمية طبيعية يتزايد وَفق الاقتران: $N(t) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$، حيث N عدد الأرانب في المحمية بعد t سنة:

20. أجد عدد الأرانب في المحمية عند بَدْء الدراسة.
21. بعد كم سنةً يصبح عدد الأرانب في المحمية 700 أرنب؟

أسماك: يُمثِّل الاقتران: $P(t) = 200e^t$ عدد أسماك السلمون P في نهر بعد t سنة من بَدْء دراسة مُعيَّنة عليها:

22. أجد عدد أسماك السلمون في النهر عند بَدْء الدراسة.
23. بعد كم سنةً يصبح عدد أسماك السلمون في النهر 4000 سمكة؟

الأستاذ محمد السواعير

اختبار نهاية الوحدة

أختار رمز الإجابة الصحيحة في كلٍّ ممّا يأتي:

1 خط التقارب الأفقي للاقتران: $f(x) = 4(3^x)$ هو:

a) $y = 4$ b) $y = 3$

c) $y = 1$ d) $y = 0$

2 حَلُّ المعادلة: $\ln e^x = 1$ هو:

a) 0 b) $\frac{1}{e}$

c) 1 d) e

3 قيمة $\log(0.1)^2$ هي:

a) -2 b) -1

c) 1 d) 2

4 أحد الآتية يُكافِئ المقدار:

$\log_a 27 - \log_a 9 + \log_a 3$:

a) $\log_a 3$ b) $\log_a 6$

c) $\log_a 9$ d) $\log_a 27$

5 أحد الآتية يُكافِئ المقدار: $\log_a \frac{ax^5}{y^3}$:

a) $5\log_a x - 3\log_a y + 1$

b) $a\log_a x^5 - \log_a y^3$

c) $5a\log_a x - 3\log_a y$

d) $1 - 5\log_a x - 3\log_a y$

6 حَلُّ المعادلة: $2^{x+1} = 4^{x-1}$ هو:

a) 2 b) 3

c) 4 d) 8

7 قيمة $\log 10$ هي:

a) $2\log 5$ b) 1

c) $\log 5 \times \log 2$ d) 0

8 إذا كان: $e^{x^2} = 1$، فإنَّ قيمة x هي:

a) 0 b) 1

c) 2 d) 4

9 الاقترانات اللوغاريتمية التي في صورة:

$f(x) = \log_b x$، حيث: b عدد حقيقي،

و $b \neq 1, b > 0$، تمرُّ جميع منحنياتها بالنقطة:

a) (1, 1) b) (1, 0)

c) (0, 1) d) (0, 0)

إذا كان: $\log_5 4 = k$، فأكتب قيمة كلٍّ ممّا يأتي بدلالة k:

10 $\log_5 16$

11 $\log_5 256$

الأستاذ محمد السواعير

أُمثِّل كل اقتران ممّا يأتي بيانيًّا، ثم أُحدِّد مجاله ومداه:

12 $f(x) = 6^x$

13 $g(x) = (0.4)^x$

14 $h(x) = \log_7 x$

15 $p(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$

أحُلُّ المعادلات الأُسّية الآتية، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقرب 4 منازل عشرية:

16 $8^x = 2$

17 $-3e^{4x+1} = -96$

18 $11^{2x+3} = 5^x$

19 $49^x + 7^x - 72 = 0$

20 استثمر سليمان مبلغ JD 2500 في شركة صناعية، بنسبة ربح مُركَّب تبلغ 4.2%، وتضاف شهريًّا. أجد جُمْلة المبلغ بعد 15 سنة.

21 أودع سعيد مبلغ JD 800 في حساب بنكي، بنسبة ربح مُركَّب مستمر مقدارها 4.5%. أجد جُمْلة المبلغ بعد 5 سنوات.

22 فيروس: انتشر فيروس في شبكة حواسيب وَفق الاقتران: $v(t) = 30e^{0.1t}$، حيث v عدد أجهزة الحاسوب المصابة، وt الزمن بالدقائق. أجد الزمن اللازم لإصابة 10000 جهاز حاسوب بالفيروس.

يُمثِّل الاقتران: $N(t) = 100e^{0.045t}$ عدد الخلايا البكتيرية في عيِّنة مخبرية بعد t يومًا:

23 أجد العدد الأصلي للخلايا البكتيرية في العيِّنة.

24 أجد عدد الخلايا البكتيرية في العيِّنة بعد 5 أيام.

25 بعد كم يومًا يصبح عدد الخلايا البكتيرية في العيِّنة 1400 خلية؟

26 بعد كم يومًا يصبح عدد الخلايا البكتيرية في العيِّنة ضعف العدد الأصلي؟

يقاس الضغط الجوي بوحدة تُسمّى هيكتوباسكال (hPa)، ويبلغ هذا الضغط عند سطح البحر $1000\ hPa$، ويتناقص بنسبة 12% لكل كيلومتر فوق سطح البحر:

27 أكتب اقتران الاضمحلال الأُسّي للضغط الجوي عند ارتفاع h كيلومترًا عن سطح البحر.

28 عند أيِّ ارتفاع تساوي قيمة الضغط الجوي نصف قيمة الضغط الجوي عند سطح البحر؟

29 إعلانات: يُمثِّل الاقتران: $S(x) = 400 + 250 \log x$ مبيعات شركة (بآلاف الدنانير) من مُنتَج جديد، حيث x المبلغ (بآلاف الدنانير) الذي تُنفِقه الشركة على إعلانات المُنتَج، و$x \geq 1$. وتعني القيمة: $S(1) = 400$ أنَّ إنفاق JD 1000 على الإعلانات يُحقِّق إيرادات قيمتها JD 400000 من بيع المُنتَج. أجد $S(10)$، مُفسِّرًا معنى الناتج.

الأستاذ محمد السواعير