

الجوكر في الرياضيات



الوحدة الخامسة

الإحصاء والاحتمالات

الفرع الأدبي والفندقي

أ. محمد السواعير

المنهاج الجديد

0787468840

إذا توافرت الشروط الأربعة الآتية في تجربة عشوائية ما، فإنَّها تُعدُّ تجربة احتمالية هندسية:

- ① اشتمال التجربة على محاولات مستقلة ومُتكرِّرة.
- ② فرز النتائج المُمكنة في كل محاولة إلى نجاح أو فشل.
- ③ ثبات احتمال النجاح في كل محاولة.
- ④ التوقُّف عند أوَّل نجاح.

مثال 1

أُبَيِّن إذا كانت التجربة العشوائية تُمثِّل تجربة احتمالية هندسية في كُلِّ ممَّا يأتي:



1 تدوير سلمى المُتكرَّر لمُؤشِّر القرص المجاور الذي ينقسم إلى 4 قطاعات مُتطابقة، ثم توقُّفها عند استقرار رأس السهم على اللون الأحمر.

سحب كمال 3 كرات على التوالي من دون إرجاع، من صندوق فيه 4 كرات حمراء، و5 كرات خضراء، ثم كتابة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أتحقق من فهمي 

أبين إذا كانت التجربة العشوائية تُمثل تجربة احتمالية هندسية في كلِّ ممَّا يأتي:

- (a) إلقاء رِيَّان حجر نرد منتظمًا 4 مرَّات، ثم كتابة الأعداد الظاهرة.
- (b) إلقاء حنان قطعة نقد منتظمة بشكل مُتكرِّر، ثم التوقُّف عند ظهور الصورة.

إذا كان: $X \sim Geo(p)$ ، فإن: $x \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ، ويعطى التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X بالقاعدة الآتية:

$$P(X = x) = p(1-p)^{x-1}$$

حيث:

x : عدد المحاولات وصولاً إلى أول نجاح.

p : احتمال النجاح في كل محاولة.

مثال 2

إذا كان: $X \sim Geo(0.8)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

1 $P(X = 3)$

2 $P(X \leq 2)$

3 $P(X > 3)$

أتحقق من فهمي 

إذا كان: $X \sim Geo(0.4)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

a) $P(X = 2)$

b) $P(X \leq 3)$

c) $P(X > 4)$

مثال 3 : من الحياة



فرن غاز: يكرّر أحمد محاولة تدوير مَقْبُض الاشتعال في فرن مطبخه - بعد حدوث عطل فيه - حتى يتمكن من تشغيل الفرن لطهي الطعام. إذا كان احتمال اشتعال الفرن في كل محاولة هو $\frac{1}{3}$ ، ومثل X عدد محاولات أحمد حتى يشتعل الفرن، فأجد كلاً مما يأتي:

1 احتمال أن يتمكن أحمد من إشعال الفرن في المحاولة الرابعة.

أتحقّق من فهمي



صناعة: في دراسة لقسم الجودة في مصنع للأواني الفخارية، تبين أن 10% من الأواني الفخارية عيباً مصنعياً. إذا مثل X عدد الأواني الفخارية التي سيفحصها مراقب الجودة حتى إيجاد أول إناء معيب، فأجد كلاً ممّا يأتي:

- (a) احتمال أن يكون الإناء العاشر هو أول إناء معيب يجده مراقب الجودة.
- (b) احتمال أن يفحص مراقب الجودة أكثر من 3 أوانٍ حتى إيجاد أول إناء معيب.

إذا كان: $X \sim Geo(p)$ ، فإن التوقع للمتغير العشوائي X يعطى بالقاعدة الآتية:

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

حيث p احتمال النجاح في كل محاولة.

مثال 4 : من الحياة



رياضة: تتدرب لنا على مسابقة رمي السهام. إذا كان احتمال إصابتها الهدف هو 0.2، فكم سهمًا يُتوقع أن تُطلق لنا حتى تصيب الهدف أول مرة؟

أتحقق من فهمي



لعبة: قرر ريان إلقاء حجر نرد منتظم بشكل متكرر، والتوقف عند ظهور العدد 4. كم مرة يُتوقع أن يرمي ريان حجر النرد؟



أُبَيِّنُ إذا كانت التجربة العشوائية تُمثِّلُ تجربة احتمالية هندسية في كلِّ ممَّا يأتي:

- 1 عدد الأسئلة التي ستجيب عنها أسماء إجابة صحيحة من بين 25 سؤالاً من نوع الاختيار من مُتعدِّد، لكلِّ منها 5 بدائل، واحد منها فقط صحيح، في حال الإجابة عن الأسئلة جميعها بصورة عشوائية.
- 2 رمي لاعب كرة سلَّة الكرة نحو الهدف بشكل مُتكرَّر، والتوقُّف عند إحراز الهدف أوَّل مرَّة، علماً بأنَّ احتمال إحرازه الهدف في كل مرَّة هو 0.3

إذا كان: $X \sim Geo(0.2)$ ، فأجد كُلاً ممَّا يأتي، مُقرَّباً إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

- | | | |
|------------------------|----------------------|-----------------|
| 3 $P(X = 2)$ | 4 $P(X \leq 3)$ | 5 $P(X \geq 3)$ |
| 6 $P(3 \leq X \leq 5)$ | 7 $P(X < 4)$ | 8 $P(X > 4)$ |
| 9 $P(1 < X < 3)$ | 10 $P(4 < X \leq 6)$ | 11 $P(X < 1)$ |

- 12 أُلقي حجر نرد منتظم ذو ثمانية أوجه مُرقَّمة بالأرقام من 1 إلى 8 بشكل مُتكرَّر حتى ظهور العدد 7. أجد احتمال إلقاء حجر النرد 6 مرَّات.

أجد التوقُّع لكلِّ من المُتغيِّرات العشوائية الآتية:

- | | | |
|----------------------|---|-----------------------|
| 13 $X \sim Geo(0.3)$ | 14 $X \sim Geo\left(\frac{3}{7}\right)$ | 15 $X \sim Geo(0.45)$ |
|----------------------|---|-----------------------|



صناعة: وجد مصنع لوحدات الإنارة المكتبية أنَّ احتمال أن تكون وحدة الإنارة معيبة هو 0.10. إذا مثَّل X عدد وحدات الإنارة التي سيفحصها مُراقِب الجودة حتى إيجاد أوَّل وحدة إنارة معيبة، فأجد كُلاً ممَّا يأتي:

- 16 احتمال أن تكون وحدة الإنارة الخامسة هي أوَّل وحدة معيبة يجدها مُراقِب الجودة.
- 17 احتمال أن يفحص مُراقِب الجودة أكثر من 4 وحدات إنارة حتى إيجاد أوَّل وحدة إنارة معيبة.
- 18 العدد المُتوقَّع من وحدات الإنارة التي سيفحصها مُراقِب الجودة حتى إيجاد أوَّل وحدة إنارة معيبة.



لعبة: اتفقت ليلي وزميلاتها على ألا تُشارك أيّ منهن في لعبة حتى ترمي حجر نرد منتظمًا، ويظهر الرقم 6. إذا أرادت ليلي المشاركة في اللعبة، وكان X يُمثّل عدد مرّات رميها حجر النرد حتى ظهور العدد 6، فأجد كلاً ممّا يأتي:

19 احتمال أن ترمي ليلي حجر النرد 3 مرّات لكي تشارك في اللعبة.

20 احتمال أن ترمي ليلي حجر النرد أكثر من 3 مرّات لكي تشارك في اللعبة.

مهارات التفكير العليا

21 **أكتشف الخطأ:** أرادت لانا حلّ السؤال الآتي:

"عند إلقاء قطعة نقد غير منتظمة، كان احتمال ظهور الصورة هو $\frac{2}{5}$. إذا أُلقيت قطعة النقد بصورة مُتكرّرة حتى تظهر الصورة أوّل مرّة، فما احتمال ظهور الصورة أوّل مرّة عند إلقاء قطعة النقد في المرّة الثانية؟". وكان حلّها على النحو الآتي:

$$P(X=2) = \frac{2}{5} \left(1 - \frac{2}{5}\right)^2 = \frac{18}{125}$$

أكتشف الخطأ في حلّ لانا، ثم أصحّحه، مُبرّرًا إجابتي.

22 **تبرير:** إذا كان: $X \sim Geo(p)$ ، وكان: $P(X \leq 3) = \frac{819}{1331}$ ، فأجد $P(X > 3)$ ، مُبرّرًا إجابتي.

23 **تحّد:** إذا كان: $X \sim Geo(p)$ ، وكان: $P(X=1) = 0.2$ ، فأجد التوقُّع $E(X)$.

الدرس 1

التوزيع الهندسي Geometric Distribution

إذا كان: $X \sim Geo\left(\frac{1}{8}\right)$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي، مُقرَّباً إجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

- | | | |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 1 $P(X = 4)$ | 2 $P(X \leq 4)$ | 3 $P(X \geq 2)$ |
| 4 $P(3 \leq X < 5)$ | 5 $P(X < 2)$ | 6 $P(X > 5)$ |
| 7 $P(1 < X < 3)$ | 8 $P(4 < X \leq 6)$ | 9 $P(2 < X \leq 4)$ |

أجد التوقع لكل من المتغيرات العشوائية الآتية:

- | | | |
|----------------------|----------------------|-----------------------|
| 10 $X \sim Geo(0.8)$ | 11 $X \sim Geo(0.1)$ | 12 $X \sim Geo(0.75)$ |
|----------------------|----------------------|-----------------------|

أطلق عماد رصاصة نحو هدف بصورة مُتكرِّرة، ثم توقَّف عند إصابته الهدف أوّل مرّة. إذا كان احتمال إصابته الهدف في كل مرّة هو 0.7، فأجد كلاً ممّا يأتي:

- 13 احتمال أن يصيب الهدف أوّل مرّة في المحاولة العاشرة.
- 14 احتمال أن يُطلق رصاصتين على الأقل حتى يصيب الهدف أوّل مرّة.
- 15 العدد المُتوقَّع من الرصاصات التي سيُطلقها عماد حتى يصيب الهدف أوّل مرّة.

دوّرت هديل مُؤشِّر قرص بشكل مُتكرَّر، وكان القرص مُقسَّماً إلى 4 قطاعات مُتطابقة ومُلوَّنة بالأحمر، والأخضر، والأزرق، والأصفر. إذا دلّ المُتغيِّر العشوائي X على عدد مرّات تدوير مُؤشِّر القرص حتى توقّفه عند اللون الأصفر أوّل مرّة، فأجد كلاً ممّا يأتي:

- 16 احتمال أن تكون المرّة الثالثة هي أوّل مرّة يتوقّف فيها مُؤشِّر القرص عند اللون الأصفر.
- 17 احتمال أن تُدوّر هديل مُؤشِّر القرص أكثر من 4 مرّات حتى يتوقّف المُؤشِّر عند اللون الأصفر أوّل مرّة.

إذا كان X مُتغيِّراً عشوائياً هندسياً، وكان التوقع $E(X) = 2$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:

- | | |
|---------------|---------------|
| 18 $P(X = 1)$ | 19 $P(X > 3)$ |
|---------------|---------------|

التجربة الاحتمالية ذات الحدين

مفهوم أساسي

إذا توافرت الشروط الأربعة الآتية في تجربة عشوائية ما، فإنها تُعدُّ تجربة احتمالية ذات حدين:

- 1 اشتغال التجربة على محاولات مستقلة ومُتكررة.
- 2 فرز النتائج المُمكنة في كل محاولة إلى نجاح أو فشل.
- 3 ثبات احتمال النجاح في كل محاولة.
- 4 وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة.

مثال 1

أُبين إذا كانت التجربة العشوائية تُمثل تجربة احتمالية ذات حدين في كلِّ ممَّا يأتي:

إلقاء 10 قطع نقدية منتظمة ومتمايزة، ثم كتابة عدد الصور التي ظهرت.

سحب 5 كرات على التوالي من دون إرجاع، من صندوق فيه 8 كرات حمراء، و7 كرات خضراء، ثم كتابة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أتحقق من فهمي

أُبين إذا كانت التجربة العشوائية تُمثّل تجربة احتمالية ذات حدّين في كلّ ممّا يأتي:

(a) إلقاء حجر نرد منتظم 20 مرّة، ثم كتابة عدد المَرّات التي يظهر فيها العدد 1 على الوجه العلوي لحجر النرد.

(b) اختيار 7 طلبة عشوائياً من صف روضة فيه 15 ولدًا و10 بنات، ثم كتابة عدد البنات اللاتي وقع عليهن الاختيار.

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ذي الحدين

مفهوم أساسي

إذا كان: $X \sim B(n, p)$ ، فإن: $x \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ ، ويعطى التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X بالقاعدة الآتية:

$$P(X = r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

حيث:

n : عدد المحاولات في التجربة.

p : احتمال النجاح في كل محاولة.

r : عدد المحاولات الناجحة من بين n من المحاولات.

مثال 2

إذا كان: $X \sim B(4, 0.3)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

1 $P(X = 2)$

2 $P(X > 2)$

أتحقق من فهمي 

إذا كان: $X \sim B(5, 0.1)$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:

a) $P(X = 4)$

b) $P(X \leq 2)$

c) $P(X > 2)$

مثال 3 : من الحياة



صيانة: وفقاً لنموذج تقييم الخدمة الإلكتروني في إحدى شركات صيانة الأجهزة الكهربائية المنزلية، تبين رضا 75% من الزبائن عن خدمات الشركة. إذا قدّمت الشركة خدماتها لـ 10 زبائن في أحد الأيام، فأجد كلاً ممّا يأتي:

1 احتمال رضا 4 زبائن فقط عن خدمات الشركة.

2 احتمال رضا 3 زبائن على الأقل عن خدمات الشركة.

أتحقق من فهمي 



طقس: في دراسة تناولت حالة الطقس مدّة طويلة في إحدى المدن، تبين أن احتمال أن يكون أيّ يوم فيها مطرًا هو $\frac{2}{7}$. إذا اختيرت 5 أيام عشوائيًا، فأجد كلاً ممّا يأتي:

- (a) احتمال أن تكون 3 أيام فقط من هذه الأيام ماطرة.
- (b) احتمال أن يكون يوم واحد على الأقل من هذه الأيام ماطرًا.

التوقع للمتغير العشوائي ذي الحدين

مفهوم أساسي

إذا كان: $X \sim B(n, p)$ ، فإن: $x \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ ، ويعطى التوقع للمتغير العشوائي X بالقاعدة الآتية:

$$E(X) = np$$

حيث:

n : عدد المحاولات في التجربة.

p : احتمال النجاح في كل محاولة.

مثال 4 : من الحياة



ضبط الجودة: بعد إجراء مسح لمنتج صنعه إحدى الشركات، تبين أن نسبة القطع المعيبة في هذا المنتج هي 8%. إذا اختارت لجنة الرقابة الحكومية 50 قطعة من هذا المنتج عشوائياً، فأجد عدد القطع التي يُتوقع أن تكون معيبة من هذه العينة.

أنحقق من فهمي



اتصالات: بعد إجراء مسح لمشتري إحدى شركات الاتصالات، تبين أن 30% من المشتركين هم من الإناث. إذا اختير 400 مشترك عشوائياً لاستطلاع آرائهم حيال الخدمات التي تقدمها الشركة، فأجد عدد الإناث المتوقع في هذه العينة.

التباين للمتغير العشوائي ذي الحدين

مفهوم أساسي

إذا كان: $X \sim B(n, p)$ ، فإن: $x \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ ، ويعطى التباين للمتغير العشوائي X بالقاعدة الآتية:

$$\text{Var}(X) = \sigma^2 = np(1-p)$$

حيث:

n : عدد المحاولات في التجربة.

p : احتمال النجاح في كل محاولة.

مثال 5

إذا كان: $X \sim B(20, 0.7)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

1 التوقع $E(X)$.

2 التباين $\text{Var}(X)$.

أتحقق من فهمي 

إذا كان: $X \sim B(400, \frac{3}{8})$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

(b) التباين $\text{Var}(X)$.

(a) التوقع $E(X)$.



أُبَيِّنُ إِذَا كَانَتِ التَّجَرُّبَةُ الْعَشَوَائِيَّةُ تُمَثِّلُ تَجَرُّبَةَ احْتِمَالِيَّةٍ ذَاتِ حَدَّيْنِ فِي كُلِّ مَمَّا يَأْتِي:

- 1 إلقاء قطعة نقد 80 مرَّة، ثم تسجيل عدد مرَّات ظهور الكتابة.
 - 2 إلقاء حجر نرد منتظم 20 مرَّة، ثم كتابة عدد المرَّات التي ظهر فيها العدد 4 على الوجه العلوي لحجر النرد.
 - 3 إطلاق أسهم بشكل مُتكرَّر نحو هدف، ثم التوقُّف عند إصابته أوَّل مرَّة.
 - 4 إذا كان X مُتغيِّراً عشوائياً ذا حَدَّيْنِ، وكان معاملاه: $n = 17, p = 0.64$ ، فأعبر عن هذا المُتغيِّر بالرموز.
- إذا كان: $X \sim B(10, 0.2)$ ، فأجد كُلاً ممَّا يأتي، مُقَرَّباً إيجابتي إلى أقرب 3 منازل عشرية:

5 $P(X = 2)$

6 $P(X = 5)$

7 $P(X < 3)$

إذا كان: $X \sim B(3, \frac{2}{3})$ ، فأجد كُلاً ممَّا يأتي:

8 $P(X = 1)$

9 $P(X > 1)$

10 $P(0 \leq X < 2)$



مساجد: بعد إجراء مسح للمُصلِّين في أحد مساجد العاصمة عمَّان، تبَيَّن أنَّ 60% من هؤلاء المُصلِّين تقلُّ أعمارهم عن 50 عاماً. إذا اختير 12 مُصلِّياً من مرئادي هذا المسجد عشوائياً، فأجد كُلاً ممَّا يأتي:

11 احتمال أن تقلَّ أعمار 7 منهم فقط عن 50 عاماً.

12 احتمال أن يقلَّ عُمر اثنين منهم على الأكثر عن 50 عاماً.

13 $X \sim B(5, 0.1)$

14 $X \sim B(20, \frac{3}{8})$



إذا كان احتمال إصابة شخص ما بأعراض جانبية بعد أخذه مطعوماً مُعيّناً هو 12%، وقرّر طبيب إعطاء 50 شخصاً هذا المطعوم، ودلّ المُتغيّر العشوائي X على عدد الأشخاص الذين ستظهر عليهم الأعراض الجانبية، فأجد كلاً ممّا يأتي:

15 احتمال ظهور الأعراض الجانبية على 3 أشخاص فقط ممّن أخذوا المطعوم.

16 العدد المُتوقّع للأشخاص الذين ستظهر عليهم أعراض المطعوم الجانبية.

17 التباين للمُتغيّر العشوائي X .

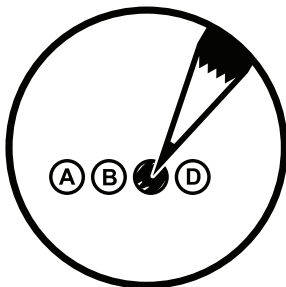


18 **فصيلة الدم:** تبلغ نسبة حاملي فصيلة الدم O- من سكّان الأردن نحو 4% تقريباً. أجد عدد الأشخاص الذين يلزم إشرافهم في عيّنة عشوائية من السكّان، ويُتوقّع أن يكون منهم 10 أشخاص من حاملي فصيلة الدم O-.

مهارات التفكير العليا

19 **تبرير:** إذا كان: $X \sim B(3, p)$ ، وكان: $P(X \geq 1) = \frac{215}{216}$ ، فأجد $P(X = 2)$ ، مُبرّراً إجابتي.

20 **تبرير:** إذا كان: $X \sim B(100, p)$ ، وكان التباين للمُتغيّر العشوائي X هو 24، فأجد قيمة p ، مُبرّراً إجابتي.



21 **تحّد:** يتألّف اختبار لمبحث الجغرافيا من 25 سؤالاً، جميعها من نوع الاختيار من مُتعدّد، ولكلّ منها 4 بدائل، واحد منها فقط صحيح، ولكل فقرة 4 علامات. إذا أجاب رامي عن هذه الأسئلة جميعها بصورة عشوائية، فما احتمال أن يحصل على علامة 76 من 100؟

الدرس 2

توزيع ذي الحدين Binomial Distribution

الوحدة 5: الإحصاء والاحتمالات.

إذا كان: $X \sim B(20, \frac{1}{8})$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

1 $P(X = 18)$

2 $P(X \leq 3)$

3 $P(1 < X \leq 3)$



يُمثل الشكل المجاور قرصاً على شكل خماسي منتظم. إذا دُور مؤشر القرص 10 مرّات، ودلّ المُتغيّر العشوائي X على عدد مرّات توقّف المؤشر على الحرف A ، فأجد كلاً مما يأتي:

4 احتمال أن يتوقّف المؤشر على الحرف A ثلاث مرّات فقط.

5 احتمال أن يتوقّف المؤشر على الحرف A ثلاث مرّات على الأقل.

6 احتمال ألا يتوقّف المؤشر على الحرف A نهائياً.

طيران: يواجه الطيّارون صعوبة في الرؤيا باحتمال 0.25 عند الهبوط بالطائرات في أحد المطارات خلال فصل الشتاء بسبب سوء الأحوال الجوية. إذا هبط طيّار 20 مرّة في هذا المطار شتاءً، فأجد كلاً مما يأتي:

7 احتمال أن يواجه الطيّار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في ثلاث مرّات فقط.

8 احتمال أن يواجه الطيّار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في ثلاث مرّات على الأقل.

9 احتمال أن يواجه الطيّار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط في المرّات جميعها.

10 العدد المُتوقّع من المرّات التي سيواجه فيها الطيّار صعوبة في الرؤيا خلال الهبوط.

أجد التوقّع والتباين لكلّ من المُتغيّرات العشوائية الآتية:

11 $X \sim B(40, 0.2)$

12 $X \sim B(280, 0.4)$

13 $X \sim B(48, \frac{1}{6})$

14 **أمراض:** وفقاً لدراسة طبية، فإنّ 9% من البالغين حول العالم مصابون بمرض السكّري. إذا اختيرت عيّنة عشوائية من البالغين تضمّ 12000 شخص، فما العدد المُتوقّع من المصابين بمرض السكّري في هذه العيّنة؟

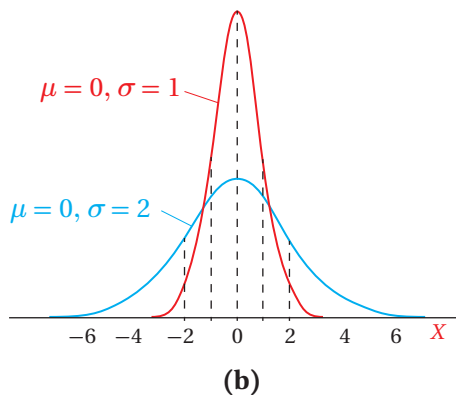
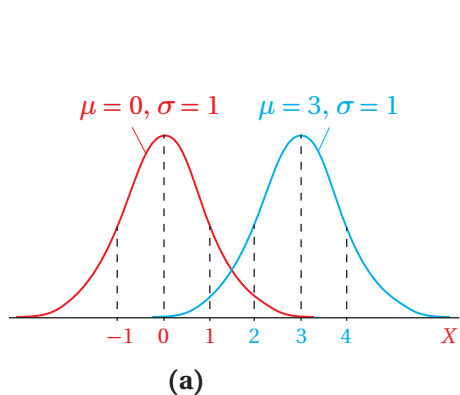
خصائص المنحنى الطبيعي

مفهوم أساسي

يمتاز المنحنى الطبيعي بالخصائص الآتية:

- منحنى متصل له شكل الجرس.
- تطابق الوسط الحسابي والوسيط والمنوال، وتوسط البيانات في كل منها.
- تماثل البيانات حول الوسط الحسابي.
- اقتراب المنحنى عند طرفيه من المحور x من دون أن يمسّه.
- المساحة الكلية أسفل المنحنى هي 1.

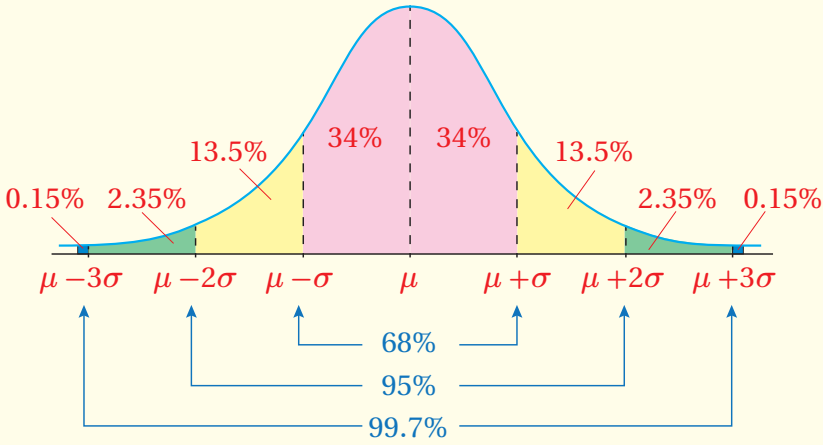
يعتمد شكل المنحنى الطبيعي وموقعه على الوسط الحسابي μ ، والانحراف المعياري σ للبيانات. فمثلاً، في الشكل (a) التالي، يُمكن ملاحظة أنَّ التغيُّر في الوسط الحسابي يؤدي إلى انسحاب أفقي للمنحنى الطبيعي. أمّا في الشكل (b) فيُلاحظ أنَّ زيادة الانحراف المعياري تجعل المنحنى الطبيعي أكثر انتشاراً وتوسُّعاً.



القاعدة التجريبية

مفهوم أساسي

إذا اتخذت مجموعة من البيانات شكل المنحنى الطبيعي، وكان وسطها الحسابي μ ، وانحرافها المعياري σ ، فإن:



- 68% من البيانات تقريباً تقع بين $\mu - \sigma$ و $\mu + \sigma$ ؛ أي إنَّ 68% من البيانات لا يزيد البُعد بينها وبين الوسط الحسابي على قيمة الانحراف المعياري.
- 95% من البيانات تقريباً تقع بين $\mu - 2\sigma$ و $\mu + 2\sigma$ ؛ أي إنَّ 95% من البيانات لا يزيد البُعد بينها وبين الوسط الحسابي على مثلي قيمة الانحراف المعياري.
- 99.7% من البيانات تقريباً تقع بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$ ؛ أي إنَّ 99.7% من البيانات لا يزيد البُعد بينها وبين الوسط الحسابي على ثلاثة أمثال قيمة الانحراف المعياري.

إذا اتخذت كتل مجموعة من طلبة الصف الثاني عشر شكل المنحنى الطبيعي، فأجد كلاً ممّا يأتي:

1 النسبة المئوية للطلبة الذين تقع كتلهم فوق الوسط الحسابي.

2 النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البُعد بين كتلهم والوسط الحسابي على انحراف معياري واحد.

3 النسبة المئوية للطلبة الذين تقل كتلهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.

النسبة المئوية للطلبة الذين تزيد كتلهم على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين، أو تقل عنه بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد.

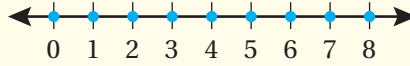
أتحقق من فهمي

إذا اتخذ التمثيل البياني لأطوال مجموعة من طلبة الصف الثاني عشر شكل المنحنى الطبيعي، فأجد كلاً مما يأتي:

- (a) النسبة المئوية للطلبة الذين تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي.
- (b) النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين أطوالهم والوسط الحسابي على انحراف معياري واحد.
- (c) النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.
- (d) النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية، أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.

• المتغير العشوائي المنفصل هو متغير عشوائي يأخذ قيمًا معدودةً.

مثال: عدد السيارات التي ستمرُّ أمام إحدى المدارس خلال الساعة القادمة.



• المتغير العشوائي المتصل هو متغير عشوائي يأخذ قيمًا متصلةً ضمن فترة مُعيَّنة من الأعداد الحقيقية.

مثال: سرعة أول سيارة ستمرُّ أمام إحدى المدارس خلال الساعة القادمة.



إذا ارتبط المتغير العشوائي المتصل X بتجربة عشوائية اتخذ تمثيل بياناتها البياني شكل

المنحنى الطبيعي، فإنه يُسمَّى مُتَغَيَّرًا عشوائيًا طبيعيًّا، ويُسمَّى توزيعه الاحتمالي **التوزيع**

الطبيعي (normal distribution)، ويمكن التعبير عنه بالرموز على النحو الآتي:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

حيث:

μ : الوسط الحسابي.

σ : الانحراف المعياري.

إذا كان: $X \sim N(20, 4)$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:

1 $P(X > 20)$

2 $P(18 < X < 22)$

3 $P(X > 22)$

أتحقق من فهمي 

إذا كان: $X \sim N(55, 121)$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:

a) $P(X < 55)$

b) $P(55 < X < 66)$

c) $P(X > 77)$

مثال 3 : من الحياة



أطوال: توصّلت دراسة إلى أنّ أطوال النساء في إحدى المدن تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 167 cm ، وانحرافه المعياري 8 cm . إذا اختيرت امرأة عشوائياً، فأجد كلاً ممّا يأتي:

1 احتمال أن يكون طول المرأة أقل من 167 cm

2 احتمال أن يتراوح طول المرأة بين 159 cm و 167 cm

أتحقق من فهمي



أطوال: توصّلت دراسة إلى أنّ أطوال الرجال في إحدى المدن تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 178 cm ، وانحرافه المعياري 7 cm . إذا اختير رجل عشوائياً، فأجد كلاً ممّا يأتي:

(a) احتمال أن يكون طول الرجل أكثر من 178 cm

(b) احتمال أن يتراوح طول الرجل بين 171 cm و 192 cm

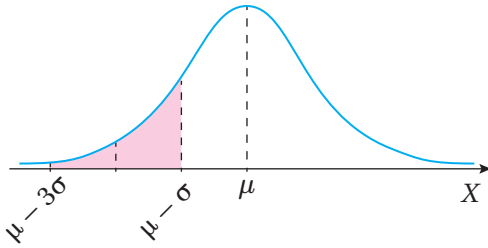


إذا اتخذت علامات الطلبة في اختبار لمبحث التاريخ شكل المنحنى الطبيعي، فأجد كلاً ممّا يأتي:

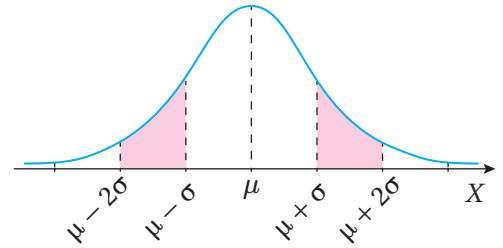
- 1 النسبة المئوية للعلامات التي تقع فوق الوسط الحسابي.
- 2 النسبة المئوية للعلامات التي لا يزيد البُعد بينها وبين الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد.
- 3 النسبة المئوية للعلامات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.
- 4 النسبة المئوية للعلامات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد، أو تقل عنه بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية.

أحدّد النسبة المئوية لمساحة المنطقة المُظَلَّلة أسفل كل توزيع طبيعي ممّا يأتي:

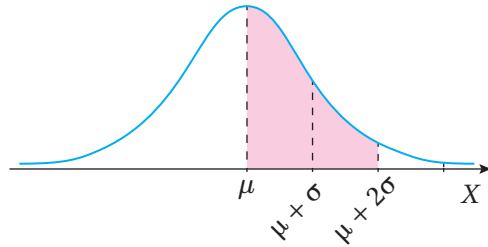
5



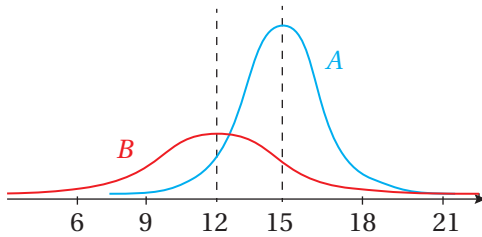
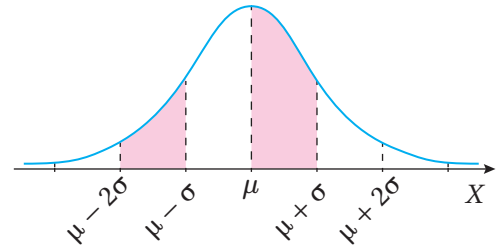
6



7



8



- 9 يُمثّل كلّ من المنحنيين المجاورين توزيعاً طبيعياً. أُمَارِن بَيْن هَٰذَيْن التَّوْزِيعَيْن مِنْ حَيْث: قِيَمُ الْوَسْطِ الْحَسَابِيِّ، وَالْأَنْحِرَافِ الْمَعْيَارِيِّ.

إذا كان: $X \sim N(79, 144)$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:

10 $P(X < 79)$

11 $P(67 < X < 91)$

12 $P(X > 91)$

13 $P(X > 103)$

14 $P(43 < X < 115)$

15 $P(X < 43)$



صناعة: إذا دلّ المُتغيّر العشوائي X على أطوال أقطار رؤوس مثاقب (بالمليمتر) تُنتجها آلة في مصنع، حيث: $X \sim N(30, 0.4^2)$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:

16 $P(X > 30)$

17 $P(29.6 < X < 30.4)$

18 $P(29.2 < X < 30)$

19 $P(29.2 < X < 30.4)$

صناعة: يُنتج مصنع أكياس أسمنت تتبع كتلتها توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 50 kg، وانحرافه المعياري 2 kg. إذا اختير كيس أسمنت عشوائياً، فأجد كلاً ممّا يأتي:

20 احتمال أن تكون كتلة الكيس أكثر من 54 kg.

21 احتمال أن تتراوح كتلة الكيس بين 44 kg و 52 kg.



مهارات التفكير العليا



22 **أكتشف الخطأ:** قال يوسف: "إنّ $X \sim N(4^2, t^2)$ مُتغيّر عشوائي طبيعي، وسطه الحسابي 4، وانحرافه المعياري t^2 ". أكتشف الخطأ في قول يوسف، ثمّ أصحّحه.



23 **تبرير:** يدلّ المُتغيّر العشوائي $X \sim N(100, \sigma^2)$ على أطوال الأفاعي (بالستيمتر) في أحد مجتمعاتها. إذا كانت أطوال 68% منها تتراوح بين 93 cm و 107 cm، فأجد σ^2 ، مُبرّراً إجابتي.

24 **تحذّر:** تتبع العلامات في أحد الاختبارات توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 68، وانحرافه المعياري 15. إذا لم ينجح في الاختبار 16% من الطلبة، فأجد علامة النجاح.

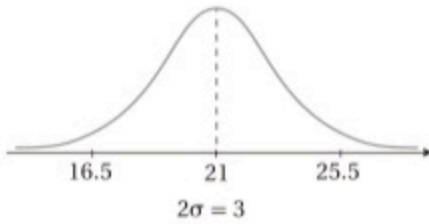
الدرس 3

التوزيع الطبيعي Normal Distribution

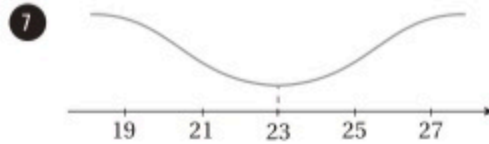
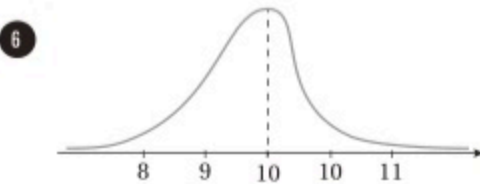
الوحدة 5: الإحصاء والاحتمالات.

إذا اتخذ التمثيل البياني لأطوال مجموعة من طلبة الصف السابع شكل المنحنى الطبيعي، فأجد كلاً مما يأتي:

- 1 النسبة المئوية للطلبة الذين تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي.
- 2 النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البُعد بين أطوالهم والوسط الحسابي على انحراف معياري واحد.
- 3 النسبة المئوية للطلبة الذين تقلُّ أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.
- 4 النسبة المئوية للطلبة الذين تقلُّ أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية، أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين.



- 5 يُبين الشكل المجاور منحنى توزيع طبيعي. أعبّر عن المُتغيّر العشوائي لهذا التوزيع باستعمال الرموز.



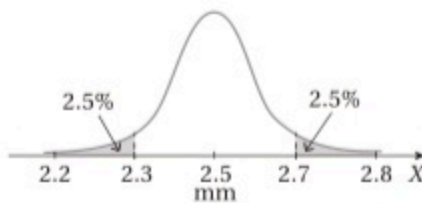
أبين لماذا لا يُمثل أيٌّ من التمثيلين الآتيين منحنى توزيع طبيعي:

8 $P(X > 8)$

9 $P(7.8 < X < 8.2)$

10 $P(X > 8.4)$

إذا كان: $X \sim N(8, 0.04)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:



صناعة: يُمكن نمذجة أطوال أقطار مسامير يُنتجها مصنع بمنحنى التوزيع الطبيعي المُبين في الشكل المجاور:

- 11 أجد كلاً من الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لأطوال أقطار المسامير.

- 12 أجد النسبة المئوية للمسامير التي يزيد طول قُطر كلٍّ منها على الوسط الحسابي بما لا يزيد على انحرافين معياريين.

أجد كلاً ممّا يأتي، مُستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

1 $P(Z < 1.34)$

2 $P(Z > -2.01)$

أتحقّق من فهمي 

أجد كلاً ممّا يأتي، مُستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

a) $P(Z < 0.69)$

b) $P(Z < 3.05)$

c) $P(Z > -1.67)$

d) $P(Z > -2.88)$

أجد كلاً ممّا يأتي، مُستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

1 $P(Z > 1.25)$

2 $P(Z < -0.62)$

أتحقق من فهمي 

أجد كلاً ممّا يأتي، مُستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

a) $P(Z > 2.56)$

b) $P(Z > 1.01)$

c) $P(Z < -0.09)$

d) $P(Z < -1.52)$

أجد كلاً ممّا يأتي، مُستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

1 $P(0.47 < Z < 1.1)$

2 $P(-1.5 < Z < 2.34)$

أنتحقق من فهمي 

أجد كلاً ممّا يأتي، مُستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

a) $P(0 < Z < 0.33)$

b) $P(-1 < Z < 1.25)$

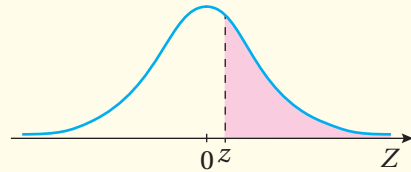
في ما يأتي مُلخص للحالات المذكورة في الأمثلة السابقة:

إيجاد احتمال المتغير العشوائي الطبيعي المعياري

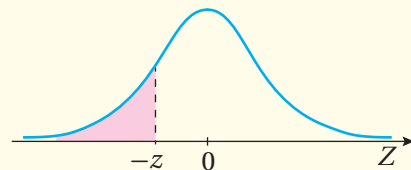
مُلخص المفهوم

إذا كان: $Z \sim N(0, 1)$ ، فإن:

1 $P(Z > z) = 1 - P(Z < z)$

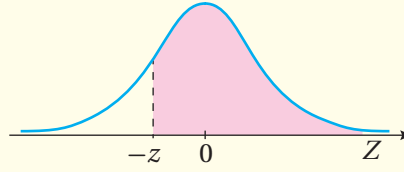


2 $P(Z < -z) = 1 - P(Z < z)$

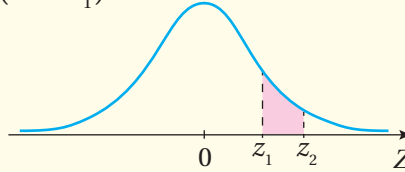


إذا كان: $Z \sim N(0, 1)$ ، فإن:

3 $P(Z > -z) = P(Z < z)$



4 $P(z_1 < Z < z_2) = P(Z < z_2) - P(Z < z_1)$



إيجاد قيمة المتغير العشوائي إذا عُلِمَ الاحتمال

مثال 4

أجد قيمة a التي تُحقّق الاحتمال المعطى في كلِّ ممّا يأتي:

1 $P(Z < a) = 0.8212$

2 $P(Z < a) = 0.32$

3 $P(Z > a) = 0.9406$

4 $P(Z > a) = 0.015$

أتحقق من فهمي 

أجد قيمة a التي تُحقّق الاحتمال المعطى في كلّ ممّا يأتي:

a) $P(Z < a) = 0.9788$

b) $P(Z < a) = 0.25$

c) $P(Z > a) = 0.9738$

d) $P(Z > a) = 0.2$



أجد كلاً مما يأتي، مُستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

1 $P(Z < 0.68)$

2 $P(Z < 1.54)$

3 $P(Z > 0.27)$

4 $P(0.49 < Z < 2.9)$

5 $P(-0.08 < Z < 0.8)$

6 $P(0 < Z < 1.07)$

7 $P(Z < -1.25)$

8 $P(Z > -1.99)$

9 $P(-0.5 < Z < 0)$

10 $P(Z < 0.43)$

11 $P(Z > 3.08)$

12 $P(Z < -2.03)$

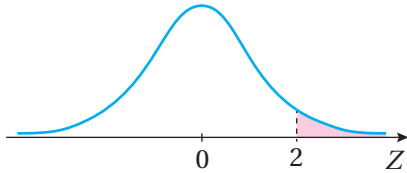
13 $P(Z > 2.2)$

14 $P(-0.72 < Z < 3.26)$

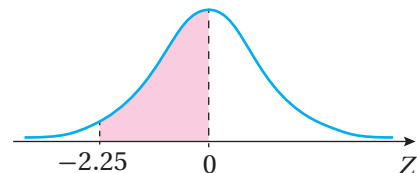
15 $P(1.5 < Z < 2.5)$

أجد مساحة المنطقة المظللة أسفل منحني التوزيع الطبيعي المعياري في كل مما يأتي:

16



17



أجد قيمة a التي تُحقق الاحتمال المعطى في كل مما يأتي:

18 $P(Z < a) = 0.7642$

19 $P(Z < a) = 0.13$

20 $P(Z > a) = 0.8531$

21 $P(Z > a) = 0.372$



22 **أكتشف الخطأ:** عبّرت روان عن المُتغيّر العشوائي الطبيعي المعياري على النحو الآتي:

$$N \sim Z(1, 0^2)$$



أكتشف جميع الأخطاء التي وقعت فيها روان، ثم أصحّحها.

23 **تحّد:** إذا كان $a > 0$ ، فأثبت أن: $P(-a < Z < a) = 2P(Z < a) - 1$.

تبرير: أجد قيمة a التي تُحقق الاحتمال المعطى في كل مما يأتي، مُبرّرًا إجابتي:

24 $P(0 < Z < a) = 0.45$

25 $P(-a < Z < a) = 0.1272$

الدرس 4

التوزيع الطبيعي المعياري Standard Normal Distribution

الوحدة 5: الإحصاء والاحتمالات.

أجد كلاً مما يأتي، مُستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

1 $P(Z < 1.42)$

2 $P(Z < 0.87)$

3 $P(Z > 1.06)$

4 $P(Z < -2.78)$

5 $P(Z > -1.33)$

6 $P(1.1 < Z < 2.1)$

7 $P(-2.65 < Z < -1.43)$

8 $P(0.24 < Z < 1.1)$

9 $P(Z < -0.54)$

10 $P(-1.8 < Z < 1.8)$

11 $P(Z < -1.75)$

12 $P(Z > 0.81)$

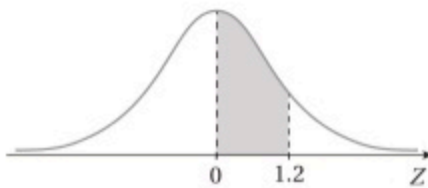
13 $P(-1 < Z < -0.33)$

14 $P(0.4 < Z < 1.7)$

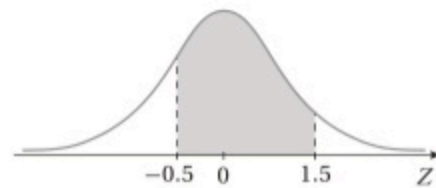
15 $P(Z > 2.09)$

أجد مساحة المنطقة المظللة أسفل منحني التوزيع الطبيعي المعياري في كلٍّ مما يأتي:

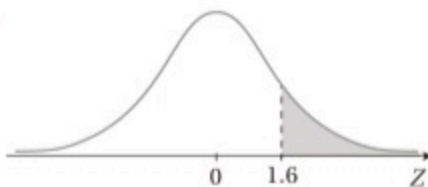
16



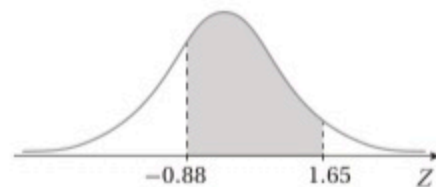
17



18



19



أجد قيمة a التي تُحقق الاحتمال المعطى في كلٍّ مما يأتي:

20 $P(Z < a) = 0.9082$

21 $P(Z < a) = 0.0314$

22 $P(Z > a) = 0.95$

23 $P(Z < a) = 0.5442$

24 $P(Z > a) = 0.2743$

25 $P(Z > a) = 0.6231$

26 إذا كان: $Z \sim N(0, 1)$ ، وكان: $P(1 < Z < c) = 0.1408$ ، فأجد قيمة الثابت c .

تحويل قِيَم التوزيع الطبيعي إلى قِيَم معيارية

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

بطرح الوسط الحسابي من قيمة x ، ثم
 القسمة على الانحراف المعياري.

مثال 1

إذا كان X مُتغيّرًا عشوائيًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 64، وانحرافه المعياري 5، فأجد القيمة المعيارية z التي تُقابل قيمة x في كلِّ ممّا يأتي:

1 $x = 70$

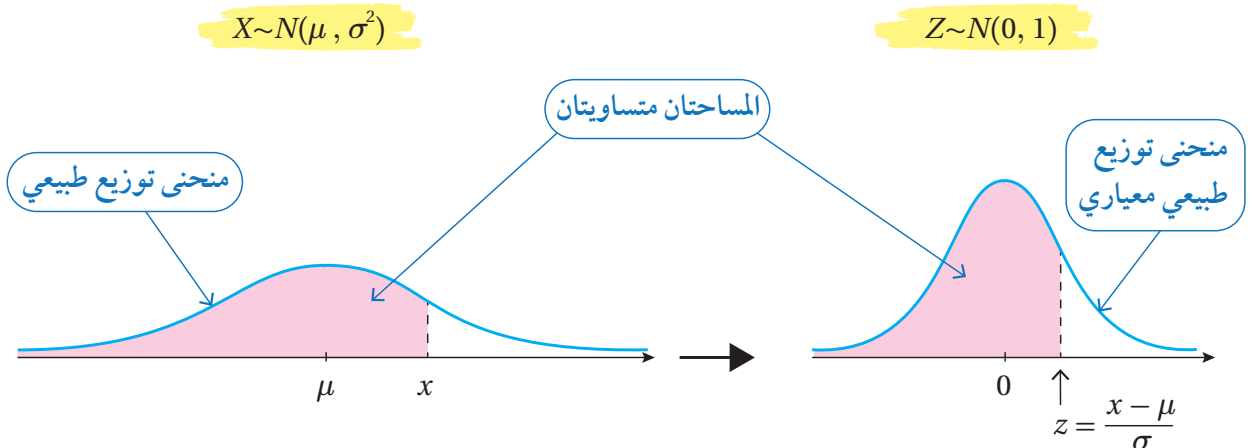
أتحقق من فهمي 

إذا كان X مُتَغَيِّرًا عشوائيًا طبيعيًّا، وسطه الحسابي 15، وانحرافه المعياري 4، فأجد القيمة المعيارية z التي تُقَابِلُ قيمة x في كلِّ ممَّا يأتي:

a) $x = 24$

b) $x = 10$

إيجاد احتمال المُتَغَيِّر العشوائي الطبيعي (غير المعياري)



إذا كان: $X \sim N(36, 8^2)$ ، فأجد كل احتمال ممّا يأتي، مُستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

1 $P(X < 42)$

2 $P(X > 28)$

أنتحقق من فهمي 

إذا كان: $X \sim N(7, 0.25)$ ، فأجد كل احتمال ممّا يأتي، مُستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

a) $P(X < 7.7)$

b) $P(X > 6.1)$

c) $P(6 < X < 7.1)$



زراعة: تتبع كتل ثمار الجوّافة في إحدى مزارع غور الأردن توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 70 g، وانحرافه المعياري 4 g:

أوجد نسبة ثمار الجوّافة التي تزيد كتلة كلّ منها على 80 g

1

إذا وُضع في شاحنة 4500 ثمرة جوّافة من إنتاج هذه المزرعة، فأوجد عدد ثمار الجوّافة التي تقلّ كتلة كلّ منها عن 65 g في هذه الشاحنة.

2



أتحقق من فهمي

زراعة: تتبع كتل ثمار البندورة في إحدى المزارع توزيعاً طبيعياً،

وسطه الحسابي 90 g، وانحرافه المعياري 5 g:

(a) أجد نسبة ثمار البندورة التي تقل كتلة كل منها عن 80 g

(b) إذا احتوى صندوق على 200 حبة بندورة من إنتاج هذه المزرعة، فأجد عدد ثمار البندورة التي تزيد كتلة كل منها على 100 g في هذا الصندوق.

أدرب وأحل المسائل

إذا كان X متغيراً عشوائياً طبيعياً، وسطه الحسابي 224، وانحرافه المعياري 6، فأجد القيمة المعيارية z التي تُقابل قيمة x في كل مما يأتي:

1 $x = 239$

2 $x = 200$

3 $x = 224$

إذا كان: $X \sim N(30, 100)$ ، فأجد كل احتمال مما يأتي، مُستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

4 $P(X < 35)$

5 $P(X > 38)$

6 $P(35 < X < 40)$

7 $P(X < 20)$

8 $P(15 < X < 32)$

9 $P(17 < X < 19)$

إذا كان: $X \sim N(154, 144)$ ، فأجد كل احتمال مما يأتي، مُستعملاً جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

10 $P(X < 154)$

11 $P(X > 160)$

12 $P(140 < X < 155)$

قياس: يتبع محيط خصر 1200 شخص توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 78 cm، وانحرافه المعياري 5 cm:

13 أجد نسبة الأشخاص الذين يقل محيط الخصر لكل منهم عن 70 cm

14 أجد عدد الأشخاص الذين يتراوح محيط الخصر لكل منهم بين 70 cm و 80 cm



بطاريات: تُنتج إحدى الشركات بطاريات من نوع AA، ويتبع عُمر هذه البطاريات توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 25 ساعة، وانحرافه المعياري 1.5 ساعة. إذا اختيرت بطارية عشوائياً، فأجد كلاً مما يأتي:

15 احتمال أن يكون عُمر البطارية أكثر من 28 ساعة.

16 احتمال أن يكون عُمر البطارية أكثر من 20 ساعة.

17 احتمال أن يتراوح عُمر البطارية بين 22 ساعة و 25 ساعة.



السرعة	درجة المخالفة
(75–85) km/h	الأولى
أكثر من (85) km/h	الثانية

إدارة السير: في دراسة لإدارة السير، تبين أن سرعة السيارات على أحد الطرق تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 68.5 km/h، وانحرافه المعياري 5 km/h. إذا كانت السرعة القصوى المُحددة على هذا الطريق هي 70 km/h، وكان العدد الكلي للسيارات التي تسير على هذا الطريق في أحد الأيام هو 1300 سيارة، فأجب عن السؤالين الآتيين تبعاً:

18 أجد العدد التقريبي للسيارات التي ستتجاوز السرعة المُحددة على الطريق في هذا اليوم.

19 إذا كان نظام المراقبة على هذا الطريق يرصد مخالفات من درجتين بحسب مقدار تجاوز الحد الأقصى للسرعة كما في الجدول المجاور، فأجد عدد المخالفات التي سُجّلت من كل درجة في هذا اليوم.



مهارات التفكير العليا

20 تبرير: إذا كان: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ وكانت القيمة المعيارية التي تُقابل $x = 14$ هي $z = 3.2$ ، والقيمة المعيارية التي تُقابل $x = -6$ هي $z = -1.8$ ، فأجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

21 تحدّ: إذا كانت مُعدّلات 600 طالب تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي هو 73، وانحرافه المعياري هو 8، وقرّرت إدارة المدرسة تكريم الطلبة الخمسين الحاصلين على أعلى المُعدّلات من بين هؤلاء الطلبة، فما أقل مُعدّل للطلبة

الخمسين؟

الدرس 5

احتمال المُتغيّر العشوائي الطبيعي باستعمال الجدول Probability of Normal Random Variable Using the Table

الوحدة 5: الإحصاء والاحتمالات.

إذا كان X مُتغيّرًا عشوائيًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 89، وانحرافه المعياري 11.5، فأجد القيمة المعيارية z التي تُقابل قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:

1 $x = 81$

2 $x = 92$

3 $x = 100$

إذا كان X مُتغيّرًا عشوائيًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 220، وانحرافه المعياري 10، فأجد قيمة x التي تُقابل القيمة المعيارية z في كلٍّ ممّا يأتي:

4 $z = 2$

5 $z = -3.5$

6 $z = 4.2$

إذا كان: $X \sim N(17, 100)$ ، فأجد كل احتمال ممّا يأتي، مُستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

7 $P(X < 25.8)$

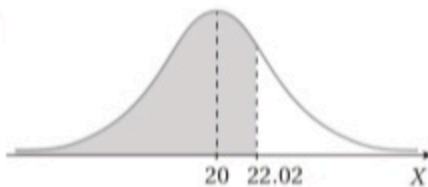
8 $P(X > 10.5)$

9 $P(19.4 < X < 30.2)$

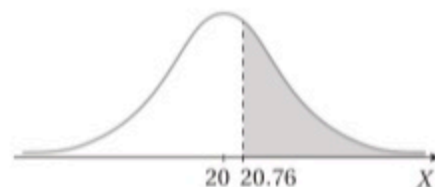
10 $P(4 < X < 17)$

إذا كان: $X \sim N(20, 9)$ ، فأجد مساحة المنطقة المُظلّلة أسفل منحنى التوزيع الطبيعي للمُتغيّر العشوائي X في كلٍّ ممّا يأتي:

11



12



رياضة: تتبع أطوال لاعبي كرة السلة توزيعًا طبيعيًا، وسطه الحسابي 185 cm، وانحرافه المعياري 5 cm. إذا اختير لاعب عشوائيًا، فأجد كلاً ممّا يأتي:

13 احتمال أن يزيد طول اللاعب على 175 cm.

14 احتمال أن يتراوح طول اللاعب بين 180 cm و 190 cm.

15 العدد التقريبي للاعبين الذين تزيد أطوالهم على 195 cm من بين 2000 لاعب.

6 إذا كانت علامات 2000 طالب في أحد الاختبارات تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 83، وانحرافه المعياري 4، فإن عدد الطلبة الذين تقلّ علاماتهم عن 80 هو تقريباً:

- a) 453 b) 1547
c) 1567 d) 715

إذا كان: $X \sim Geo(0.3)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

- 7 $P(X = 4)$ 8 $P(3 < X \leq 5)$
9 $P(X > 4)$ 10 $E(X)$

إذا كان: $X \sim B(6, 0.3)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

- 11 $P(X = 2)$ 12 $P(X > 4)$
13 $P(2 \leq X < 3)$ 14 $E(X)$

أجد كلاً مما يأتي، مُستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

- 15 $P(Z < 1.93)$ 16 $P(Z < 0.72)$
17 $P(Z > -1.04)$ 18 $P(-1.7 < Z < 3.3)$

إذا كان: $X \sim N(55, 16)$ ، فأجد كلاً مما يأتي، مُستعملًا جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

- 19 $P(X \leq 50)$ 20 $P(50 < X < 58)$
21 $P(56 < X < 59)$ 22 $P(X > 55)$

أختار رمز الإجابة الصحيحة في كلٍّ مما يأتي:

1 إذا كان: $X \sim B(4, 0.4)$ ، فإن: $P(X = 3)$ يساوي:

- a) 0.1536 b) 0.0384
c) 0.064 d) 0.3456

2 إذا كان X مُتغيِّراً عشوائياً ذا حدّين، وكان معامل $n = 320$ ، وتوقُّعه 60، فإنّ المعامل p هو:

- a) $\frac{3}{16}$ b) $\frac{13}{16}$
c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{5}{16}$

3 إذا كان: $X \sim B(8, 0.1)$ ، فإن: $P(X < 2)$ إلى أقرب 4 منازل عشرية يساوي:

- a) 0.3826 b) 0.8131
c) 0.4305 d) 0.1488

4 إذا كان X مُتغيِّراً عشوائياً ذا حدّين، وكان توقُّعه 8، وتباينه $\frac{20}{3}$ ، فإنّ المعامل n هو:

- a) 32 b) 64
c) 56 d) 48

5 النسبة المئوية لمساحة المنطقة المحصورة بين $\mu - 3\sigma$ و $\mu + 3\sigma$ أسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي:

- a) 68% b) 95%
c) 99.7% d) 89.7%

أجد القيمة a التي تُحقّق كل احتمال ممّا يأتي:

28 $P(Z < a) = 0.638$

29 $P(Z > a) = 0.6$



تعبئة: يُعبئ مصنعُ حبّوب الحِمَص في أكياس تتبع كتلتها توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 250 g، وانحرافه المعياري 4 g:

30 أجد نسبة أكياس الحِمَص التي تزيد كتلة كلّ منها على 260 g

31 أجد نسبة أكياس الحِمَص التي تتراوح كتلة كلّ منها بين 240 g و 250 g



في دراسة لإحدى شركات الاتصالات، تبين أنّ 30% من المشتركين يستعملون هواتفهم المحمولة لإجراء مكالمتين فقط يومياً. إذا اختير 20 شخصاً من المشتركين عشوائياً، فأجد كلاً ممّا يأتي:

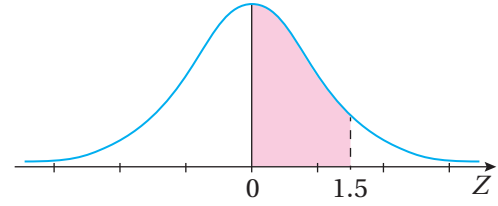
32 احتمال أن يُجري 4 منهم فقط مكالمتين هاتفيتين في اليوم الواحد.

33 احتمال أن يُجري اثنان منهم على الأقل مكالمتين هاتفيتين في اليوم الواحد.

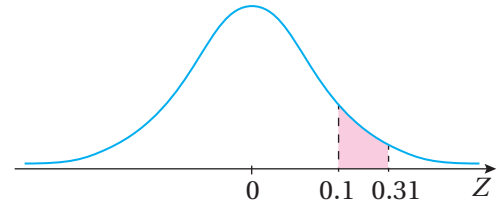
34 تُنتج إحدى الشركات قوارير زيت، ويُفترض أن تحوي كل قارورة منها نصف لتر من الزيت، وأن يتبع حجم الزيت في هذه القوارير توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 506 mL، وانحرافه المعياري 3 mL. إذا احتوى صندوق على 100 قارورة توضع عشوائياً، فأجد عدد القوارير في هذا الصندوق التي تحوي كلّ منها زيتاً أقل من نصف لتر.

أجد مساحة المنطقة المُظلّلة أسفل منحني التوزيع الطبيعي المعياري في كلّ ممّا يأتي:

23



24



25 تبين في مصنع للمصابيح الكهربائية أنّ احتمال أن يكون أيّ مصباح من إنتاج المصنع تالفاً هو 0.17. إذا اختير 100 مصباح عشوائياً من إنتاج المصنع، فأجد العدد المُتوقّع من المصابيح التالفة.



أخذت نور تُراقب السيّارات المارّة أمام منزلها. إذا كان احتمال أن تمرّ أيّ سيّارة زرقاء من أمام منزلها هو 0.1، فأجد كلاً ممّا يأتي:



26 احتمال عدم مرور أيّ سيّارة زرقاء من بين أوّل 5 سيّارات مرّت أمام المنزل.

27 احتمال مرور أكثر من 3 سيّارات حتى شاهدت نور أوّل سيّارة زرقاء.

جدول التوزيع الطبيعي المعياري

[illegible]