



2023 \

اليوم والتاريخ:

مدة الامتحان: ساعة

العلامة ()

المادة: الرياضيات

نهاية الفصل الثاني

اسم الطالب:

الصف: الثاني الثانوي علمي

المعلم: نبيل معمر

السؤال الأول: (٤٢ علامة)

(10 علامات)

(a) انقل رمز الاجابة الصحيحة الى دفتر الاجابة :

(1) أي مما يأتي يمثل ناتج $\int \sin^2 \theta \cos \theta d\theta$ ؟

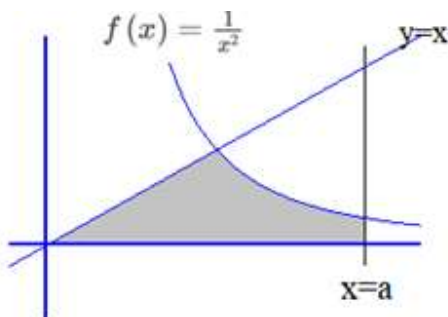
- A) $\frac{1}{3} \sin^3 \theta \cos \theta + C$ B) $\frac{1}{3} \sin^3 \theta + \frac{1}{2} \cos^2 \theta + C$ C) $\frac{1}{3} \theta^3 + \frac{\cos^2 \theta}{2} + C$ D) $\frac{\sin^3 \theta}{3} + C$

(2) إذا كان ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x)$ عند أي نقطة (x, y) يعطي بالعلاقة $y = 4x^3 + \frac{1}{x+e}$ فأوجد قاعدة الدالة $f(x)$ إذا علمت أن منحنها يمر بالنقطة $(0, 3)$

- A) $f(x) = x^4 + \ln(x+e)$ B) $f(x) = x^4 + \ln(x+e) + 2$
C) $f(x) = \ln(x+e)$ D) $f(x) = \ln(x+e) + 2$

(3) إذا كان $2 \int_0^{\pi} \sin^2 x dx = \pi$ اوجد $\int_0^{\pi} \frac{1}{2} \cos^2 x dx$

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) π C) $\frac{\pi}{4}$ D) 0



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 2.5

(4) في الشكل اذا كانت المساحة المحصورة بين محور السينات

والمستقيم $y = x$ والمنحنى $f(x) = \frac{1}{x^2}$

والمستقيم $x = a$ تساوي وحدة واحدة اوجد قيمة a .

$$v(t) = \begin{cases} 8t - 3t^2 & , 0 \leq t \leq 3 \\ 15 - 2t & , t > 3 \end{cases} \quad (5) \text{ يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران:}$$

حيث t الزمن بالثواني، و v سرعته المتجهة بالمتري لكل ثانية. إذا انطلق الجسيم من نقطة الأصل، فأجد موقعه بعد 4 ثانية من بدء الحركة.

- A) 14 B) 15 C) 6 D) 17

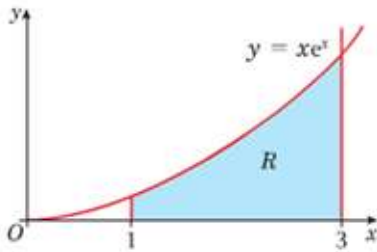
(b) إذا كان $\int_2^a \frac{4}{x^2-1} dx = 2 \ln \frac{3}{2}$ فما قيمة الثابت a حيث $a > 1$ ؟ (8 علامات)

(c) اوجد التكاملات التالية : (16 علامة)

1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{(2x + \sin 2x)} \cos^2 x \cdot dx$

2) $\int \frac{dx}{2x-1+\sqrt{2x+1}}$

(8 علامات)



(d) يُبين الشكل المجاور جزءاً من منحنى الاقتران: $y = xe^x$ أجد حجم المُجَسَّم الناتج من دوران المنطقة حول المحور x .

السؤال الثاني: (٣٢ علامة)

(a) انقل رمز الاجابة الصحيحة الى دفتر الاجابة : (10 علامات)

(1) المتجه الذي له نفس اتجاه المتجه: $\vec{v} = 4\hat{i} - 12\hat{j} + 3\hat{k}$ ، ومقداره 26.

- A) $8\hat{i} - 24\hat{j} + 6\hat{k}$ B) $16\hat{i} - 114\hat{j} + 9\hat{k}$
C) $4\hat{i} - 12\hat{j} + 3\hat{k}$ D) $\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$

(2) إذا كانت: $\vec{r} = \langle 3, 2, 1 \rangle + t\langle 4, a, -12 \rangle$ معادلة متجهة للمستقيم l_1 ، وكانت:

$\vec{r} = \langle -2, 4, 3 \rangle + u\langle 3, -2, -9 \rangle$ معادلة متجهة للمستقيم l_2 ، فأجد قيمة a التي تجعل $l_1 \parallel l_2$.

- A) 8 B) $\frac{4}{3}$ C) $-\frac{8}{3}$ D) 4

3) إذا كان قياس الزاوية بين المتجه: $(\nu, 0, -1)$ والمتجه: $(2, -1, 0)$ هو 60° ، فإن قيمة ν ؟

- A) $\sqrt{\frac{5}{12}}$ B) $\pm \sqrt{\frac{5}{12}}$ C) $-\sqrt{\frac{5}{11}}$ D) $\sqrt{\frac{5}{11}}$

4) إذا كانت: $\vec{r} = \langle -5, 8, 4 \rangle + t \langle 3, -2, 9 \rangle$ معادلة متجهة للمستقيم l ، فإن إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم l مع المستوى xz ؟

- A) $(7,0,30)$ B) $(7,0,40)$ C) $(4,0,40)$ D) $(7,1,40)$

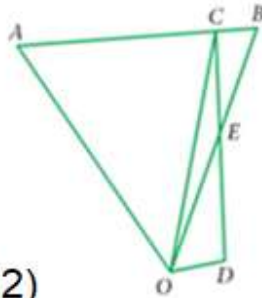
5) متجهها الموقع للنقطة L والنقطة M هما: $\langle -3, 4, -5 \rangle$ ، و $\langle 0, -2, 4 \rangle$ على الترتيب. فإن متجه الموقع للنقطة N التي تقع على \overline{LM} ، علمًا بأن: $\overline{LN} = \frac{1}{2} \overline{NM}$.

- A) $\langle -2, 2, -2 \rangle$ B) $\langle 2, 2, 2 \rangle$ C) $\langle 3, 2, 9 \rangle$ D) $\langle -2, 1, -2 \rangle$

6) إذا كانت متجهات مواقع النقاط: A, B, C هي: $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$ ، $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} + 10\mathbf{j} - 9\mathbf{k}$ ، $\mathbf{c} = 8\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$ على الترتيب، وكانت النقطة D تقع على المستقيم المارّ بالنقطة A والنقطة C ، حيث \overline{OD} عمودي على AC .

فأجب عن الأسئلة الآتية تباعًا:

- (1) أجد $\cos \angle ABC$.
 (2) أجد متجه موقع النقطة D .
 (3) أجد مساحة المثلث OAC على صورة \sqrt{a} ، حيث a عدد صحيح. (10 علامات)



(12 علامة)

7) في الشكل المجاور، إذا كان متجهها الموقع للنقطة A والنقطة B بالنسبة إلى نقطة الأصل O هما: \vec{a} ، و \vec{b} على الترتيب، وكانت النقطة C تقسم AB بنسبة $5:1$ وكانت $\overline{OE} = \lambda \mathbf{b}$ ، والنقطة E منتصف CD ، و $\overline{OD} = \mu(\mathbf{b} - \mathbf{a})$ ، فأجب عن الأسئلة

- (1) أكتب كلاً من \overline{OC} ، \overline{AC} بدلالة \vec{a} ، و \vec{b} .
 (2) أكتب \overline{CE} بدلالة λ ، و \vec{a} ، و \vec{b} .
 (3) أكتب \overline{ED} بدلالة μ ، و λ ، و \vec{a} ، و \vec{b} .
 (4) أجد قيمة كل من λ ، و μ .

السؤال الثالث: (٢٦ علامة)

(10 علامات)

(a) انقل رمز الاجابة الصحيحة الى دفتر الاجابة :
 (1) إذا كان: $X \sim B(4, 0.4)$ ، فإن: $P(X = 3)$ يساوي:

- a) 0.1536 b) 0.0384 c) 0.064 d) 0.3456

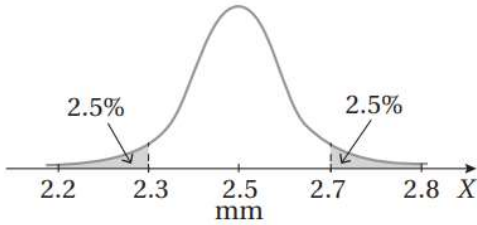
(2) إذا كان X مُتغيِّراً عشوائياً ذا حدَّين، وكان معاملُه $n = 320$ ، وتوقَّعه 60، فإنَّ المعامل p هو:

a) $\frac{3}{16}$

b) $\frac{13}{16}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{5}{16}$



(3) يُمكن نمذجة أطوال أقطار مسامير يُنتجها مصنع بمنحنى التوزيع

الطبيعي المُبيَّن في الشكل المجاور:

فان الانحراف المعياري لأطوال أقطار المسامير.

a) 0.2

b) 2.5

c) 0.3

d) 0.1

(4) إذا كان X مُتغيِّراً عشوائياً ذا حدَّين، وكان توقَّعه 8، وتباينه $\frac{20}{3}$ ، فإنَّ المعامل n هو:

a) 32

b) 64

c) 56

d) 48

(5) إذا كان: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ، وكانت القيمة المعيارية التي تُقابل $x = 14$ هي $z = 3.2$ ، والقيمة المعيارية التي

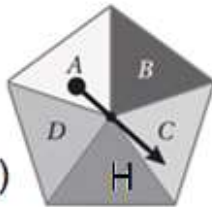
تُقابل $x = -6$ هي $z = -1.8$ ، فان الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغيِّر العشوائي X .

a) 1.2 , 4

b) 1.3 , 3

c) 2.1 , 1

d) 2.2 , 4



(8علامات)

(b) يُمثل الشكل المجاور قرصاً على شكل خماسي منتظم. إذا دُوِّر مؤشر القرص 10 مرَّات، ودلَّ المُتغيِّر العشوائي X على عدد مرَّات توقَّف المؤشر على الحرف A ، فأجد كلاً ممَّا يأتي:

(1) احتمال أن يتوقَّف المؤشر على الحرف A ثلاث مرَّات على الأقل.

(2) احتمال ألا يتوقَّف المؤشر على الحرف A نهائياً.

(c) مدرسة عدد طلابها (1000) طالب إذا كانت اوزان الطلبة فيها يتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 45kg

وانحرافه المعياري 4kg. اختير احد الطلبة عشوائياً اوجد:

(1) احتمال ان يكون من الطلبة الذين تنحصر اوزانهم بين (43) kg , (49) kg ؟

(2) عدد الطلبة الذين تزيد اوزانهم عن (41)kg .

(8علامات)

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الاتي والذي يمثل جزءاً من جدول التوزيع الطبيعي المعياري

| | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| z | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 |
| $P(z)$ | 0.5000 | 0.6915 | 0,8413 | 0.9322 | .9772 |

معلم المادة: نبيل معمر

انتهت الاسئلة

نموذج الاجابة

السؤال الاول :

a)

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| d | b | c | b | d |

b)

$$\int_2^a \frac{4}{x^2-1} dx = 2 \ln \frac{3}{2}$$

$$\int_2^a \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1} dx = 2 \ln \frac{3}{2}$$

$$a(x+1) + b(x-1) = 4$$

$x=1 \Rightarrow a=2$
 $x=-1 \Rightarrow b=-2$

$$\int_2^a \frac{2}{x-1} + \frac{-2}{x+1} dx = 2 \ln \frac{3}{2}$$

$$2 \ln|x-1| - 2 \ln|x+1| \Big|_2^a = 2 \ln \frac{3}{2}$$

$$2 \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| \Big|_2^a = 2 \ln \frac{3}{2}$$

$$\ln \left| \frac{a-1}{a+1} \right| - \ln \frac{1}{3} = \ln \frac{3}{2}$$

$$\ln \left| \frac{a-1}{a+1} \right| = \ln \frac{3}{2} + \ln \frac{1}{3}$$

$$= \ln \frac{1}{2}$$

$$\frac{a-1}{a+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2a-2 = a+1$$

$$\Rightarrow \boxed{a=3}$$

c)

1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x + \sin 2x) \cos^2 x dx$

$u = 2x + \sin 2x$
 $du = 2 + 2 \cos 2x dx$ / $x=0 \Rightarrow u=0$
 $x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow u=\pi$

$$\int_0^{\pi} e^u \cos^2 x \frac{du}{2(1+\cos 2x)}$$

$$\int_0^{\pi} e^u \cos^2 x \frac{du}{2(1+2\cos^2 x - 1)}$$

$$\frac{1}{4} \int_0^{\pi} e^u du = \frac{1}{4} e^u \Big|_0^{\pi}$$

$$= \frac{1}{4} (e^{\pi} - e^0) = \frac{1}{4} e^{\pi} - \frac{1}{4}$$

$$2) \int \frac{dx}{2x-1+\sqrt{2x+1}} \quad \left| \quad \int \frac{a}{u+2} + \frac{b}{u-1} du \right.$$

$$u = \sqrt{2x+1}$$

$$u^2 = 2x+1$$

$$2u du = 2 dx$$

$$\int \frac{u du}{u^2+u-2} \quad \left| \quad \int \frac{\frac{2}{3}}{u+2} + \frac{\frac{1}{3}}{u-1} du \right.$$

$$a(u-1) + b(u+2) = u$$

$$u=2 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$u=1 \Rightarrow b = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3} \ln|u+2| + \frac{1}{3} \ln|u-1| + c$$

$$\frac{2}{3} \ln|\sqrt{2x+1} + 2| + \frac{1}{3} \ln|\sqrt{2x+1} - 1| + c$$

$$d) \quad v = \pi \int_1^3 x^2 e^{2x} dx$$

$$v = \pi \left(\frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} \right) \Big|_1^3$$

$$= \pi \left[\left(\frac{9}{2} e^6 - \frac{3}{2} e^6 + \frac{1}{4} e^6 \right) - \left(\frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{4} e^2 \right) \right]$$

$$= \frac{13}{4} \pi e^6 - \frac{1}{4} \pi e^2$$

$$\begin{array}{r} \frac{u}{x^2} \quad \frac{dv}{e^{2x}} \\ \swarrow + \quad \searrow \\ 2x \quad \frac{2x}{2} e^{2x} \\ \swarrow + \quad \searrow \\ 2 \quad \frac{2}{2} e^{2x} \\ \swarrow + \quad \searrow \\ 1 \quad \frac{1}{2} e^{2x} \\ \hline \frac{1}{8} \end{array}$$

السؤال الثاني :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| a | c | d | b | a |

b)

$$\begin{aligned}
 1) \quad \cos \angle ABC &= \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{|\vec{BA}| |\vec{BC}|} \\
 &= \frac{8+8+8}{\sqrt{24} \sqrt{6}} \\
 &= \frac{4}{\sqrt{24}} = \frac{4}{2\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \approx 0,816
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad \vec{r} &= \vec{r}_0 + t(c-a) \\
 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2-t \\ 6+t \\ -5-t \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned}
 \vec{OD} &= \begin{pmatrix} 2-t \\ 6+t \\ -5-t \end{pmatrix} \\
 \vec{OD} \cdot \vec{v} &= 0 \\
 \begin{pmatrix} 2-t \\ 6+t \\ -5-t \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2+t+6+t+5+t &= 0 \\
 9+3t &= 0 \\
 t &= -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{OD} &= \langle 5, 3, -2 \rangle \\
 &= \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \\
 &= 5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad \vec{AO} &= \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix} & \vec{AC} &= \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \\
 |\vec{AO}| &= \sqrt{4+36+25} & |\vec{AC}| &= \sqrt{4+4+4} \\
 &= \sqrt{65} & &= \sqrt{12}
 \end{aligned}$$

$$A = \frac{1}{2} \sqrt{65} \sqrt{12} \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{65} \sqrt{12} \sqrt{1 - \left(\frac{-18}{\sqrt{65} \sqrt{12}} \right)^2}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{65} \sqrt{12} \sqrt{1 - \frac{324}{780}}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{780} \sqrt{\frac{456}{780}}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{456}$$

$$= \frac{1}{2} 2\sqrt{114}$$

$$= \sqrt{114}$$

$$\begin{aligned}
 \cos \theta &= \frac{\vec{AO} \cdot \vec{AC}}{|\vec{AO}| |\vec{AC}|} \\
 &= \frac{4-12-10}{\sqrt{65} \sqrt{12}} \\
 &= \frac{-18}{\sqrt{65} \sqrt{12}}
 \end{aligned}$$

c)

$$1.) \vec{AC} = \frac{5}{6} \vec{AB}$$

$$= \frac{5}{6} (-\vec{a} + b)$$

$$\vec{OC} = a + \frac{5}{6}(-a+b)$$

$$= a - \frac{5}{6}a + \frac{5}{6}b \quad \vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$$

$$= \frac{1}{6}a + \frac{5}{6}b$$

$$2.) \vec{CE} = \vec{CB} + \vec{BE}$$

$$= \frac{1}{5}(\vec{AB}) +$$

$$\vec{CE} = \vec{CA} + \vec{AO} + \vec{OE}$$

$$= +\frac{5}{6}a + \frac{5}{6}b - a + \lambda b$$

$$= -\frac{1}{6}a + (\frac{5}{6} + \lambda)b$$

$$3.) \vec{ED} = \vec{EO} + \vec{OD}$$

$$= -\lambda b + \mu(b-a)$$

$$= -\lambda b + \mu b - \mu a$$

$$= (\mu - \lambda)b - \mu a$$

$$4.) \vec{EP} = \vec{CE}$$

$$(\mu - \lambda)b - \mu a = -\frac{1}{6}a + (\frac{5}{6} + \lambda)b$$

$$\mu - \lambda = -\frac{5}{6} + \lambda$$

$$-\mu = -\frac{1}{6}$$

$$\mu = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} - \lambda = -\frac{5}{6} + \lambda$$

$$2\lambda = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$$

$$\lambda = \frac{1}{2}$$

السؤال الثالث :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| a | a | d | d | a |

b)

$$1) P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2))$$

$$= 1 - \left(\binom{10}{0} \left(\frac{1}{5}\right)^0 \left(\frac{4}{5}\right)^{10} + \binom{10}{1} \left(\frac{1}{5}\right)^1 \left(\frac{4}{5}\right)^9 + \binom{10}{2} \left(\frac{1}{5}\right)^2 \left(\frac{4}{5}\right)^8 \right) \approx 0.322$$

$$2) P(X = 0) = \binom{10}{3} \left(\frac{1}{5}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^7 \approx 0.1074$$

c)

$$1) P(43 \leq X \leq 49)$$

$$P\left(\frac{43-45}{4} < Z < \frac{49-45}{4}\right)$$

$$P(-0.5 < Z < 1)$$

$$P(Z < 1) - P(Z < -0.5)$$

$$P(Z < 1) - (1 - P(Z < 0.5))$$

$$0.8413 - (1 - 0.6915)$$

$$0.8413 - 0.3085$$

$$0.5328$$

$$2) P(X > 41) =$$

$$P\left(Z > \frac{41-45}{4}\right)$$

$$P(Z > -1)$$

$$P(Z < 1) = 0.8413$$

عدد إحصاء الذين تزيد أعمارهم عن 41 سنة هو

$$0.8413 \times 1000 \approx 841$$

معلم المادة: نبيل معمر

انتهت الاجابة