MAT
13 B
20231

مديرية التربية والتعليم للواء ماركا

امتحان نهاية الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي 2022/2023

مبحث الرياضيات للصف الثاني عشر — الفرع العلمي — الزمن : ساعتان ونصف

اليوم والتاريخ: الأحد 2023/5/28

ملاحظة هامة: أجيب عن جميع الاسئلة وعددها (5) ، موزعة على (4) صفحات.

السؤال الأول : يتكون هذا السؤال من (25) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، لكل فقرة (4) بدائل واحد منها صحيح، أنقل إلى ورقة الإجابة رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة. (100علامة)

1- إذا كان: $X \sim G(0.25)$ ، فإن: $P(2 < X \leq 3)$ ، هو :

a) $\frac{3}{16}$ b) $\frac{12}{64}$ c) $\frac{21}{64}$ d) $\frac{9}{64}$

2- إذا كان: $X \sim B(6, 0.1)$ ، فإن: $P(X = 5)$ ، هو :

a) 0.000054 b) 0.54 c) 54 d) 0.00027

3- إذا كان: $X \sim Geo(p)$ ، وكان: $P(X > 3) = 0.82$ ، فإن قيمة: $P(X \leq 3)$ ، هي:

a) 0.82 b) 0.18 c) 0.28 d) 0.17

4- وفقاً للقاعدة التجريبية، إذا إتخذت علامات طلبة شكل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري في اختبار ما، فإن النسبة المئوية للعلامات التي تزيد عن وسطها الحسابي بمقدار إنحراف معياري واحد أو تقل عنه بمقدار إنحرافين معياريين، هي :

a) 68% b) 3.5% c) 81.5% d) 95%

5- إذا كان: $X \sim B(30, \frac{1}{6})$ ، فإن قيمة التوقع ، هي :

a) 5 b) 6 c) $\frac{5}{6}$ d) $\frac{1}{6}$

6- قيمة : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}\, dx$ ، هي :

a) $e-1$ b) e c) $e+1$ d) 1

7- قيمة: $\int \frac{\sin 2x}{\sec^2 x} dx$ ، هي :

a) $\frac{-1}{2}\cos^3 x + C$ b) $\frac{-1}{2}\sin^3 x + C$ c) $\frac{-1}{2}\cos^4 x + C$ d) $\frac{-1}{2}\sin^4 x + C$

8- إذا كان: $\int_1^2 \frac{1}{4}(2x+k)\, dx = \int_1^2 2x\, dx$ ، فإن: قيمة الثابت k ، هي :

a) 9 b) -9 c) -3 d) 3

9- قيمة: $\int_0^4 (6 - |x-2|)\, dx$ ، هي :

a) 8 b) 20 c) 24 d) 40

10- قيمة: $\int_1^e 4x^2 e^{\ln x}\, dx$ ، هي :

a) $e^3 - 1$ b) $e^3 + 1$ c) $e^4 - 1$ d) $e^4 + 1$

11- قيمة: $\int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x} + 2e^x + 1} dx$ ، هي :

a) $\frac{e-1}{2(e+1)}$ b) $\frac{-3-e}{2(e+1)}$ c) $\frac{2}{2(e+1)}$ d) $\frac{e-1}{e+1}$

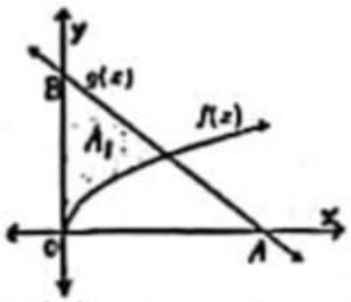
12- قيمة: $\int_0^a \frac{x}{2x^2+a^2}dx$ ، هي :

a) $\ln\sqrt[3]{4}$ b) $\ln\sqrt{3}$ c) $\ln\sqrt{2}$ d) $\ln\sqrt[4]{3}$

13- قيمة: $\int \frac{(x+2)^2-x^2}{2x+2}dx$ ، هي :

a) $4x+c$ b) $2x^2+x+c$ c) x^2+x+c d) $2x+c$

14- في الشكل المجاور ، إذا كانت مساحة المثلث BOA تساوي 12 وحدة مربعة ، وكان $\int_0^2 f(x)dx = 4$ ، وكان الاقترانين: f, g يتقاطعان في النقطة $(2,3)$ ، وكان $g(4) = 0$ ، فإن مساحة المنطقة المظللة A_1 ، تساوي :



a) 3 b) 4 c) 5 d) 7

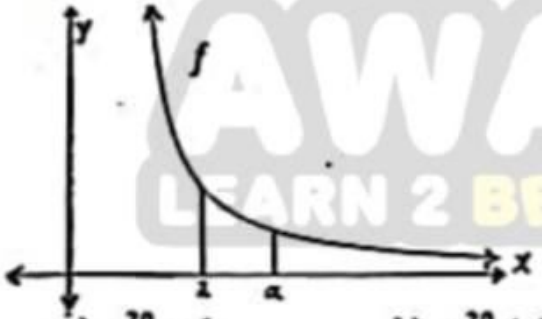
15- يتحرك جسيم في مسار مستقيم، وتعطى سرعته المتجهة بالمعادلة $v(t) = 6\sqrt{t+1}$ ، و $s(t)$ هو موقع الجسيم بالأمتار بعد t ثانية، و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية. إذا علم أن $s(0) = 1$، فإن موقع الجسيم عندما $t = 3$، هو:

a) 29 m b) 35 m c) 7 m d) 6 m

16- حجم الجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين $f(x) = \sqrt{\ln x}$ ومحور x والمستقيمين $x = e, x = e^3$ حول محور x ، هو :

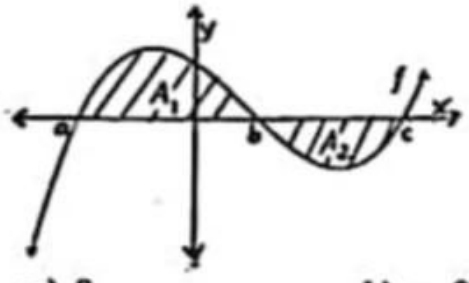
a) e^3 b) πe^3 c) $2\pi e^3$ d) $3\pi e^3$

17- يُبين الشكل المجاور منحنى الاقتران: $f(x) = \frac{2}{x-1}$ ، إذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران f والمحور x والمستقيمين $x = a, x = 2$ تساوي 20 وحدة مربعة ، فإن قيمة a ، هي:



a) $e^{20}-1$ b) $e^{20}+1$ c) $e^{10}-1$ d) $e^{10}+1$

18- يُمثل المنحنى المجاور الاقتران f ، والمنطقة المظللة A_1 بين a, b والمنطقة المظللة A_2 بين b, c .
فإذا علمت أن مساحة A_1 تساوي 14 وحدة مربعة، وأن مساحة A_2 تساوي 6 وحدات مربعة، فإن قيمة: $\int_c^a f(x)dx$ ، هي :



a) 8 b) -8 c) -20 d) 20

19- المستقيم l الذي يوازي المتجه $\vec{v} = (1,-4,-5)$ ، ويمر بالنقطة $P(0,-6,9)$ ، له معادلة متجهة ، هي:

a) $\vec{r} = (0,-6,9) + t(1,-4,-5)$ b) $\vec{r} = (1,-4,5) + t(0,-6,9)$

c) $\vec{r} = (1,2,-14) + t(1,-4,-5)$ d) $\vec{r} = (1,2,-14) + t(0,-6,9)$

20- إذا كان قياس الزاوية بين المتجهين $\vec{m}$, $\vec{n}$ هو 60^0، وكان $\vec{n}\cdot\vec{m} = 30$ ، وكان $|\vec{m}| = 10$ ، فإن مقدار $\vec{n}$ ، هو:

a) 24 b) 6 c) 5 d) 3

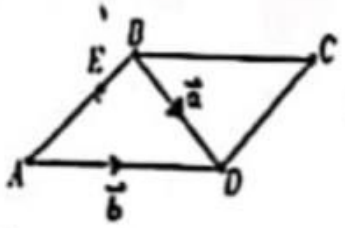
21- إذا كان: $\vec{a}=(2,3,4)$ ، $\vec{b}=(-2,1,4)$ ، وكان: $\vec{a}=3\vec{b}+2\vec{c}$ ، فإن $\vec{c}$ ، هو:

a) $(4,0,-4)$ b) $(4,2,0)$ c) $(-4,6,16)$ d) $(-2,9,12)$

22- الشكل المجاور يُمثل متوازي أضلاع .

إذا كان: $\overrightarrow{BD}=\vec{a}$ ، وكان: $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ ، وكان: $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{EB}$ ،

فإن $\overrightarrow{ED}$ بدلالة: $\vec{a},\vec{b}$ ، هو :



a) $\frac{1}{4}(3\vec{a}+\vec{b})$ b) $\frac{1}{4}(3\vec{a}-\vec{b})$ c) $\frac{3}{4}(\vec{a}+\vec{b})$ d) $\frac{3}{4}(\vec{a}-\vec{b})$

23- إذا كانت: $K(4,a,3)$ ، $H(4,4,-4)$ ، $L(7,7,3)$ ، $G(7,5,-11)$ ، وكان $\overrightarrow{GL}\,//\,\overrightarrow{HK}$ ، فإن قيمة الثابت a ، هي :

a) 6 b) 5 c) -2 d) -3

24- إذا كان المتجه $\vec{u}=(5,-6,3)$ والمتجه $\vec{v}=(6,6,a)$ متعامدين، فإن قيمة الثابت a هي :

a) 2 b) -5 C) 3 d) 0

25- متجه الوحدة في إتجاه المتجهة $\overrightarrow{AB}$ ، حيث $A(-1,4,6)$ ، $B(3,4,9)$ هو :

a) $(\frac{4}{5},0,\frac{3}{5})$ b) $(\frac{2}{5},\frac{8}{3},3)$ c) $(4,0,3)$ d) $(2,8,15)$

السؤال الثاني : (28 علامة)

a) أجد كلا مما يأتي: (18 علامة)

1) $\int_3^4 \frac{4}{x^3-4x^2+4x}\,dx$

2) $\int x^5(1+x^2)^3\,dx$

3) $\int \frac{x\cos x}{(\sin x)^3}\,dx$

b) أجد حجم المجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بين المنحنيين الآتيين: (5 علامات)

$f(x)=x^2$ ، $g(x)=\sqrt{x}$ ، حول المحور x .

c) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين الاقترانين: $f(x)=3x^3-x^2+2x$ ، $g(x)=-4x^2+2x$. (5 علامات)

السؤال الثالث : (10 علامات)

a) يتحرك جسيم في مسار مستقيم وتعطى سرعته المتجهة بالمعادلة: $V(t)=\sin t$ ، حيث t الزمن بالثواني، و v السرعة بالمتر لكل ثانية. إذا بدء الجسيم الحركة من نقطة الأصل، فأجب عن كل مما يأتي: (5 علامات)

1) متى يصل الجسيم إلى الموقع $\frac{1}{2}$ m ، لأول مرة ؟

2) ما إزاحة الجسيم في الفترة $[0,3\pi]$ ؟

b) تتكمش كرة ويتغير نصف قطرها بمعدل يُمكن نمذجته بالمعادلة التفاضلية: $\frac{dr}{dt}=-0.007\,r^2$ ، حيث r نصف القطر للكرة بالسنتيمتر، و t الزمن بالثواني، أجد العلاقة التي تُمثل نصف قطر الكرة r بعد t ثانية، علماً بأن طول نصف قطر الكرة الإبتدائي 20 cm . (5 علامات)

السؤال الرابع : (20 علامة)

a) اتلفت ديما وأخواتها على ألا تخرج أي منهن من البيت حتى ترمي حجر نرد منتظم بشكل متكرر ويظهر العدد 6 على الوجه العلوي للحجر. إذا أرادت ديما الخروج، وكان المتغير العشوائي X يدل على عدد مرات رميها حجر النرد حتى ظهور العدد 6 لأول مرة، فأجد كلاً مما يأتي:

(7 علامات) (1) $P(X = 4)$ (2) $P(X \leq 3)$

b) إذا دل المتغير العشوائي X على طول قطر برغي تنتجه آلة، حيث: $X \sim N(7, 0.1^2)$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

(7 علامات) (1) $P(X > 7)$ (2) $P(6.9 < X < 7.1)$

c) يعبئ مصنع إنتاجه في حاويات متماثلة تجهيزاً لشحنها، ويفيس كتل هذه الحاويات جميعاً للتحقق من صلاحيتها للشحن. إذا كانت كتل الحاويات تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي 1000 kg وانحرافه المعياري 10 kg ، فأجد النسبة المئوية للحاويات التي تتراوح كتلها بين 990 kg و 1000 kg . (6 علامات)

إرشاد: في السؤال الرابع، يمكن الاستفادة من الجدول التالي الذي يُعطي بعض القيم من جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

z_i	0.7	0.8	0.9	1	1.1	1.2
$P(Z = z_i)$	0.7580	0.7881	0.8159	0.8413	0.8443	0.8849

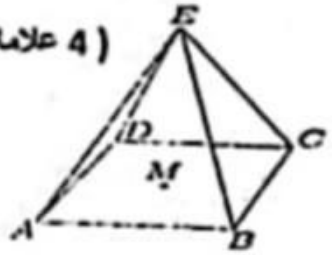
السؤال الخامس : (32 علامة)

a) إذا كانت: $S(1, 0, -5)$ ، وكانت: $T(2, -2, 0)$ ، أكتب: (4 علامات)
1) المتجه $\overrightarrow{ST}$ بالصورة الإحداثية. 2) المتجه $\overrightarrow{ST}$ بدلالة متجهات الوحدة الأساسية.

b) أجد معادلة متجهة للمستقيم l المار بالنقطتين: $Q(19, 5, -10)$ ، $P(5, -2, 18)$. (6 علامات)

c) إذا كانت: $\vec{r} = (3, -3, -6) + t(2, -4, 3)$ معادلة متجهة للمستقيم l_1 ، (8 علامات)
وكانت: $\vec{r} = (4, 7, 0) + t(1, 2, 3)$ معادلة متجهة للمستقيم l_2 ،
أحدد فيما إذا كان المستقيمان متوازيان أم متقاطعان ام متخالفان، وإذا كانا متقاطعين أجد نقطة التقاطع.

d) في الهرم المجاور: $ABCD$ قاعدته مربعة الشكل، حيث: (4 علامات)
$A(1, 1, -1)$ ، $B(9, -1, -3)$ ، $C(9, -7, 3)$ ، $D(1, -5, 5)$
ورأس الهرم $E(8, 3, 7)$ ، والنقطة M مركز قاعدته. أجد كلاً مما يأتي:
1) إحداثيات النقطة M .
2) قياس الزاوية AMB .



e) إذا كانت : $\vec{r} = 16\hat{i} + 11\hat{j} - 3\hat{k} + t(5\hat{i} + 7\hat{j} - 3\hat{k})$ معادلة متجهة للمستقيم l ،
والنقطة $P(2, 0, \frac{10}{3})$ غير واقعة على المستقيم l ، فأجيب عن كل مما يأتي: (10 علامات)
1) أحدد مسقط العمود من النقطة P على المستقيم l .
2) أجد البُعد بين النقطة P والمستقيم l .

انتهت الأسئلة

/

الاجابة النموذجية للفرع العلمي

السؤال الاول :- (100 علامة)

رقم الفقرة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
رمز الاجابة الصحيحة	d	a	b	c	a	a	c	a	b	c	a	d	d
رقم الفقرة	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	X
رمز الاجابة الصحيحة	c	a	c	d	b	a	b	a	a	b	a	a	

علمي (2)

السؤال الثاني فرع (أ) صفحة (18)

(6) 1) $\int_3^4 \frac{4}{x^3-4x^2+4x}\,dx$

$= \int_3^4 \frac{4}{x(x-2)^2}\,dx$

$= \int_3^4 \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{(x-2)^2}\,dx$ (1)

حيث $4 = A(x-2)^2 + B(x)(x-2) + C(x)$

$x=2$

$\Rightarrow 4 = 2C \Rightarrow \boxed{C=2}$ (1)

$x=1$

$\Rightarrow 4 = A + -B + C$

بتعويض $C=2$

$\Rightarrow A - B = 2 \quad \cdots (1)$

$x=0$

$\Rightarrow 4 = 4A \Rightarrow \boxed{A=1}$ (1) $\Rightarrow 1 - B = 2$ بالتعويض في (1)

$\Rightarrow \boxed{B=-1}$ (1)

$= \int_3^4 \frac{1}{x}\,dx + \int_3^4 \frac{-1}{x-2}\,dx + \int_3^4 \frac{2}{(x-2)^2}\,dx$ اذن

$= \ln|x|\Big|_3^4 - \ln|x-2|\Big|_3^4 + \frac{-2}{x-2}\Big|_3^4$ (1)

$= \ln 4 - \ln 3 - (\ln 2 - \ln 1) + \left(\frac{-2}{2} + \frac{2}{1}\right)$

$= \ln 4 - \ln 3 - \ln 2 + -1 + 2$

$= \ln \frac{2}{3} + 1$ (1)

تابع السؤال الثاني فرع a

2) $\int x^5(1+x^2)^3\,dx$

$u = 1+x^2 \Rightarrow du = 2x\,dx$ ①, $u-1 = x^2$, $(u-1)^2 = x^4$

$\therefore \int x^5 u^3 \frac{du}{2x} = \frac{1}{2}\int (u-1)^2 u^3\,du$ ①

$= \frac{1}{2}\int (u^2-2u+1)u^3\,du = \frac{1}{2}\int (u^5-2u^4+u^3)\,du$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{u^6}{6} - \frac{2u^5}{5} + \frac{u^4}{4}\right) + C$ ①

$= \frac{1}{12}(1+x^2)^6 - \frac{1}{5}(1+x^2)^5 + \frac{1}{8}(1+x^2)^4 + C$ ①

3) $\int \frac{x\cos x}{\sin^3 x}\,dx = \int x \cot x \csc^2 x\,dx$ ①

$dv = \cot x \csc^2 x\,dx$ ①, $u = x \Rightarrow du = dx$

$v = \int \cot x \csc^2 x\,dx$, $y = \cot x \Rightarrow dy = -\csc^2 x\,dx$

$\Rightarrow v = \int y \csc^2 x \frac{dy}{-\csc^2 x} \Rightarrow v = -\int y\,dy$

$\therefore v = -\frac{1}{2}\cot^2 x$ ①

$= \frac{-x}{2}\cot^2 x + \int \frac{1}{2}\cot^2 x\,dx$ اذن التكامل

$= \frac{-x}{2}\cot^2 x + \frac{1}{2}\int (1-\csc^2 x)\,dx$ ①

$= \frac{-x}{2}\cot^2 x + \frac{x}{2} + \frac{1}{2}\cot x + C$ ①

السؤال الثاني فرع (b) (5)

$x^2 = \sqrt{x} \Rightarrow x^4 = x \Rightarrow x^4 - x = 0$ ①

$x(x^3 - 1) = 0 \Rightarrow x(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\Rightarrow x = 0 \text{ , } x = 1$ ①

$g > f$ على $[0, 1]$

$$V = \pi \int_0^1 (x - x^4)\, dx$$ ①

$$= \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^1$$ ①

$$= \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right) = \pi \left(\frac{3}{10} \right) = 0.3\pi$$ ①

السؤال الثاني فرع (c) (5)

$g(x) = f(x) \Rightarrow -4x^2 + 2x = 3x^3 - x^2 + 2x$ ①

$\Rightarrow 3x^3 + 3x^2 = 0 \Rightarrow 3x(x+1) = 0$

$x = 0 \text{ , } x = -1$ ①

$f > g$ على $[-1, 0]$

$$A = \int_{-1}^{0} \left[(3x^3 - x^2 + 2x) - (-4x^2 + 2x) \right] dx$$ ①

$$= \int_{-1}^{0} (3x^3 + 3x^2)\, dx$$

$$= \left(\frac{3}{4}x^4 + x^3 \right) \Big|_{-1}^{0}$$ ①

$$= -\left(\frac{3}{4} - 1 \right) = \frac{1}{4}$$ ①

السؤال الثالث (18) علامة

الفرع a (5)

$V(t) = \sin t$

(3) 1) $\frac{ds}{dt} = \sin t \Rightarrow ds = \sin t\, dt$

$\int ds = \int \sin t\, dt \Rightarrow s(t) = -\cos t + c$ (1)

بما أن $s(0) = 0 \Rightarrow 0 = -\cos 0 + c \Rightarrow c = 1$ (1)

$\therefore s(t) = -\cos t + 1$

$\frac{1}{2} = -\cos t + 1 \Rightarrow \cos t = \frac{1}{2} \Rightarrow t = 60$ (1)

(2) 2) $d = \int_0^{3\pi} \sin t\, dt = -\cos t \Big|_0^{3\pi}$ (1)

$= -(\cos(3\pi) - \cos 0) = -(-1-1) = 2$ (1)

الفرع (b) (7)

$\frac{dr}{dt} = -0.007 r^2 \Rightarrow \frac{dr}{r^2} = -0.007\, dt$ (1)

$\therefore \int \frac{dr}{r^2} = \int -0.007\, dt \Rightarrow \frac{-1}{r} = -0.007t + c$ (1)

عند $t = 0$ ، $r = 20$

$\frac{-1}{20} = 0 + c$ (1)

$\therefore \frac{-1}{20} = c$

$\frac{-1}{r^2} = -0.007t - \frac{1}{20}$ (1)

السؤال (20) الربع ج

(7) (a) فرع

$P = \frac{1}{6} \Rightarrow 1-P = \frac{5}{6}$

1) $X \sim G(\frac{1}{6})$

$P(X=4) = P(1-P)^3 = \frac{1}{6}(\frac{5}{6})^3 = \frac{125}{1296}$ ①

2) $P(X \leq 3) = 1 - P(X>3)$ ①

$= 1 - (1-P)^3 = 1 - (\frac{5}{6})^3 = \frac{91}{216}$ ①

(7) (b) فرع

$X \sim N(7, 0.1^2)$

1) $P(X>7) = P(Z > \frac{7-7}{0.1}) = P(Z>0) = 0.5$ ①

2) $P(6.9 < X < 7.1)$

$= P(\frac{6.9-7}{0.1} < Z < \frac{7.1-7}{0.1})$

$= P(-1 < Z < 1)$ ①

$= P(Z<1) - P(Z<-1)$ ①

$= P(Z<1) - [1 - P(Z<1)]$ ①

$= 2P(Z<1) - 1$ ①

$= 2(0.8413) - 1$

$= 1.6826 - 1 = 0.6826$ ①

السؤال الرابع (6) فرع (c)

$\mu = 1000$

$\sigma = 10$

$= P(990 < x < 1000)$ (1)

$= P\left(\frac{990-1000}{10} < Z < \frac{1000-1000}{10}\right)$

$= P(-1 < Z < 0)$ (1)

$= P(Z < 0) - P(Z < -1)$ (1)

$= P(Z < 0) - (1 - P(Z < 1))$ (1)

$= 0.5 - (1 - 0.8413)$ (1)

$= 0.5 - 0.1587$

$= 0.3413$ (1)

السؤال الخامس (32 علامة)

فرع (a) (4)

1) $\overrightarrow{ST} = \langle 1, -2, 5 \rangle$ ②

2) $\overrightarrow{ST} = \hat{i} - 2\hat{j} + 5\hat{k}$ ②

فرع (b) (6)

$\overrightarrow{PQ} = \langle 19-5, 5+2, -10-18 \rangle$

$\overrightarrow{PQ} = \langle 14, 7, -28 \rangle$

$\vec{r} = \vec{r_0} + t\vec{v}$ $\langle 2, 1, -4 \rangle$ بكلمة تبسيط

$= \langle 5, -2, 18 \rangle + t\langle 2, 1, -4 \rangle$

فرع (c) (8)

① $\langle 2, -4, 3 \rangle \neq k\langle 1, 2, 3 \rangle$ لأن.

① اذن المستقيمان غير متوازيان

بفرض أنهما متقاطعان

$\langle 3+2t, -3-4t, -6+3t \rangle = \langle 4+u, 7+2u, 3u \rangle$

① $3+2t = 4+u \Rightarrow 2t - u = 1$ ... ①

① $-3-4t = 7+2u \Rightarrow -4t - 2u = 10$ ... ②

① $t = -1$, $u = -3$ ②, ① بحل المعادلتين

$-6+3t \overset{?}{=} 3u$

$-6+-3 \overset{?}{=} 3 \times -3$

$-9 = -9$ ①

∴ متقاطعان

نقطة التقاطع $(1, 1, -9)$

السؤال الخامس مرع (d) ⟨4⟩

$$M = \left(\frac{1+9}{2}, \frac{1-7}{2}, \frac{-1+3}{2}\right)$$

1) $M = (5, -3, +1)$ ①

2) $\overrightarrow{AM} = \langle 4, -4, 2 \rangle$ ①

$\overrightarrow{MB} = \langle 4, 2, -4 \rangle$ ①

$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MB} = 16 - 8 - 8 = 0$

$\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{MB}$ اذن

اذن قياس الزاوية $AMB = 90^\circ$ } ①