Q O و ة

4

ة

2

إدارة الامتحانات والاختبارات

قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الثانوية العامة لعام 2023 (تجريبي)

المبحث: الرياضيات/ الورقة الثانية/ف2 | رقم المبحث:210 | مدة الامتحان: $\frac{س}{2}$: $\frac{د}{00}$

الفرع: العلمي | رقم النموذج:(1) | اليوم والتاريخ:

اسم الطالب: | رقم الجلوس:

ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الاتية جميعها وعددها (4)، بحيث تكون إجابتك على السؤال الأول على نموذج الإجابة، وتكون اجابتك على باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علماً أن عدد صفحات الامتحان (5).

السؤال الأول: (50 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة مما يأتي، ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير الى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علماً أن عدد فقراته (25) .

1) إذا كان: $\int_0^{\pi} x\cos x\, dx = \int_1^2 (3x^2 - ax)\, dx$ ، فإن قيمة الثابت a هي:

A) -9　　B) -6　　C) 9　　D) 6

2) قيمة التكامل: $\int_1^e \ln x\, dx$ تساوي:

A) e　　B) 1　　C) 0　　D) $-e$

3) قيمة التكامل: $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos x}{\sqrt{4+3\sin x}} dx$ تساوي:

A) $\frac{1}{2}$　　B) 2π　　C) 0　　D) -1

4) يتحرك جسيم في مسار مستقيم وتعطى سرعته المتجهة بالاقتران: $v(t) = -\frac{2t}{(1+t^2)^{\frac{3}{2}}}$ ، حيث t الزمن بالثواني و v سرعته المتجهة بالمتر لكل ثانية: إذا كان الموقع الابتدائي للجسيم هو $4m$.فإن موقع الجسيم بعد $\sqrt{3}$ ثانية هو:

A) 3　　B) 4　　C) 7　　D) 8

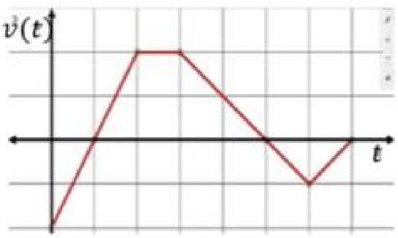
5) إذا كان: $f(5) = 2,\ f(2) = 3$ ، فإن $\int_1^2 4x\acute{f}(x^2+1)dx$ يساوي:

A) 2　　B) -2　　C) 1　　D) 4

6) قيمة التكامل: $\int_0^{\frac{\pi}{16}} (\cos^2 2x - 4\sin^2 x \cos^2 x)dx$ تساوي:

A) $\sqrt{2}$　　B) $4\sqrt{2}$　　C) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$　　D) $2\sqrt{2}$

7) يبين الشكل المجاور منحنى السرعة – الزمن لجسيم يتحرك على المحور x في الفترة الزمنية [0,7]. إذا بدأ الجسيم الحركة من $x = 2$ عندما $t = 0$ فإن:
إزاحة الجسيم في الفترة الزمنية المعطاة:

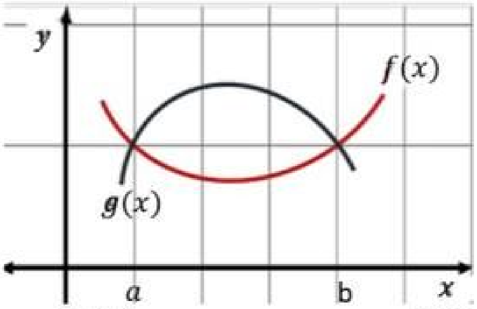


A) $-3m$　　B) $3m$
C) $2m$　　D) $-2m$

8) معتمداً على الشكل المجاور. إذا كانت

المساحة بين g, f تساوي 6 وحدات مربعة وكان: $\int_a^b f(x)dx = 10$ ،

فان $\int_a^b g(x)dx$ يساوي:



A) 10 B) 6 C) 16 D) -4

9) قيمة التكامل: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\, dx$ تساوي:

A) $\frac{1}{2}\ln 2$ B) $\ln 2$ C) $-\ln 2$ D) 2π

10) إذا كان: $\int \frac{x^2}{\sqrt{2x^3+1}} dx = b\sqrt{2x^3+1} + c$ ، فإن قيمة الثابت b هي:

A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) 6 D) $\frac{1}{6}$

11) إذا كان: $\vec{u} = \langle -3,6,4 \rangle$ ، وكان $\vec{v} =< 2, a, -2 >$ وكان $\vec{u} \perp \vec{v}$ فان قيمة a هي:

A) $-\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $-\frac{7}{3}$

12) احداثيات نقطة تقاطع مستقيمين معادلاتهما المتجهة:

$\vec{r} = \langle -2,2,-1 \rangle + t\langle 1,3,-1 \rangle$ و $\vec{r} = \langle 3,-4,6 \rangle + u\langle -1,4,-3 \rangle$ هي:

A) $(1,11,2)$ B) $(0,8,-3)$ C) $(2,0,-5)$ D) $(-1,3,0)$

13) إذا كان: $\vec{a} = \langle -1,2,c \rangle$ ، وكان $|\vec{b}| = 8$ وكانت الزاوية بين المتجهين 120^0 وكان $\vec{a}.\vec{b} = -12$ فإن قيمة الثابت c , حيث $c < 0$ هي:

A) -4 B) -2 C) ± 2 D) $-2\sqrt{3}$

14) قياس الزاوية المنفرجة بين المستقيم l_1 الذي معادلته المتجهة $\vec{r} = \langle -4,0,2 \rangle + t\langle 3,-1,2 \rangle$ و المستقيم l_2 المار بالنقطتين $B(-5,4,6)$ و $A(-3,2,1)$ مقربة الى جزء من عشرة هي:

A) 122.8° B) 84.7° C) 102.4° D) 95.3°

15) احداثي النقطة الواقعة على المستقيم الذي معادلته المتجهة $\vec{r} = \langle -3,0,2 \rangle + t\langle 2,-2,1 \rangle$ و تبعد عن نقطة الاصل مسافة $\sqrt{33}$ وحدة طول هي:

A) $(-1,4,3)$ B) $(1,-4,4)$ C) $(3,-3,4)$ D) $(1,3,-2)$

16) اذا وقعت النقطة $T(a,-3,-5)$ على المستقيم الذي معادلته المتجهة $\vec{r} = \langle -1,3,4 \rangle + t\langle -5,2,b \rangle$ فان قيم $b\ ,a$ تواليا هي:

A) $-3,14$ B) $14,3$ C) $14,-1$ D) $-3,3$

17) إذا كان: $\vec{u} = \langle -4,2,6 \rangle, \vec{w} =< 1,2,-5 >, \vec{v} = \langle 3,-3,4 \rangle$ ، فإن $\vec{v}.(\vec{u}-\vec{w})$ يساوي:

A) $< -21,-15,8 >$
B) 29
C) $-12\hat{\imath} - 8\hat{\jmath} - 10\hat{k}$
D) 31

18) إذا كان: $X \sim Geo(\frac{4}{7})$ فإن $P(X \geq 2)$ تساوي:

A) $\frac{4}{7}$
B) $\frac{7}{4}$
C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{3}{7}$

19) في دراسة لأحد الاطباء على حساسية الطفل لحليب البقر .وجد ان واحد من كل خمسة عشر طفلا مصاب بالحساسية .اذا بدأ الطبيب بسؤال طلبة احدى المدارس الابتدائية عن من لديه حساسية من حليب البقر على ان يتوقف عند اول مصاب .ما احتمال ان يتوقف عند سؤاله للطالب العاشر.

A) 0.036
B) 0.993
C) 0.0149
D) 0.964

20) اذا كان : $X \sim B(3,P)$ وكان $P(X \geq 1) = \frac{37}{64}$ فان قيمة P تساوي :

A) $\frac{3}{4}$
B) 0.56
C) $\frac{1}{4}$
D) 0.44

21) اذا كان : $X \sim B(n,p)$ وكان $E(X)=6$ و $Var(X)=4.8$ فان P تساوي :

A) $\frac{1}{5}$
B) 0.1
C) 0.5
D) 0.25

22) اذا اتخذت بيانات شكل المنحنى الطبيعي فان النسبة المئوية للبيانات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لايزيد على انحرافين معياريين او تقل عنه بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد.

A) 95%
B) 81.5%
C) 68%
D) 47.5%

23) اذا كان $X \sim N(9,2^2)$. وكان $P(X \leq x) = 0.4523$ فان قيمة x التي تحقق الاحتمال المعطى هي:

A) 6.76
B) 8.78
C) 7.24
D) 11.76

24) اذا كانت علامات 1000 طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي 65 و انحراف معياري 10 .اذا كان عدد الناجحين 785 طالبا فان علامة النجاح هي:

A) 72.8
B) 76.2
C) 57.2
D) 53.5

25) اذا كان الفرق بين علامتي طالبين في امتحان تساوي 25 وكان الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهما 2.5 فان قيمة الانحراف المعياري لعلامات جميع الطلاب تساوي:

A) 20
B) 15
C) 10
D) 5

السؤال الثاني: (18 علامة)

أ) أجد كل من التكاملات الآتية:

- $\int \frac{1}{x((\ln x)^2+\ln x)}dx$

$$u = \ln x \to du = \frac{1}{x}dx \to dx = xdu \to \int \frac{1}{u^2+u}du \to \int \frac{1}{u(u+1)}du$$
$$\to \int (\frac{A}{u} + \frac{B}{u+1})du \to 1 = A(u+1) + Bu \to A = 1, B = -1$$
$$\to \int \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u+1}\right) du = \ln|u| - \ln|u+1| + c$$
$$= \ln|\ln x| - \ln|(\ln x) + 1| + c$$

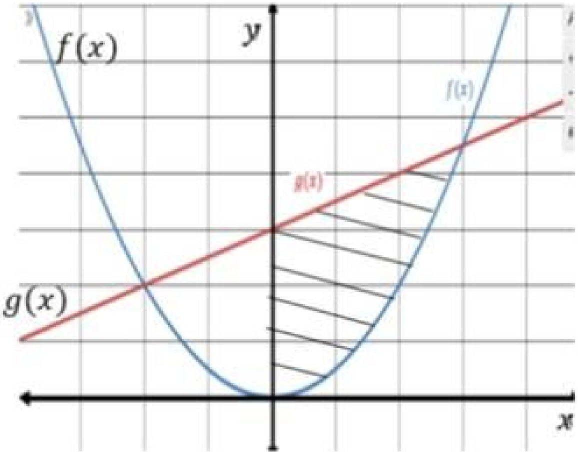
- $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^4 x \tan^5 x \, dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sec^2 x\,(1+\tan^2 x)\tan^5 x \; dx \to u = \tan x \to du = \sec^2 x\,dx \to dx = \frac{du}{\sec^2 x}$$
$$\to \int_0^{\sqrt{3}} (1+u^2)u^5 du \to \int_0^{\sqrt{3}} (u^5+u^7)du \to \frac{1}{6}u^6 + \frac{1}{8}u^8\Big|_0^{\sqrt{3}} = (\frac{27}{6} + \frac{81}{8})$$

- $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+5}dx$

u	dv
x^3+2x	e^{-2x}
$3x^2+2$	$-\frac{1}{2}e^{-2x}$
$6x$	$\frac{1}{4}e^{-2x}$
6	$-\frac{1}{8}e^{-2x}$
0	$\frac{1}{16}e^{-2x}$

$$-\frac{1}{2}(x^3+2x)e^{-2x} - \frac{1}{4}(3x^2+2)e^{-2x} - \frac{1}{8}6xe^{-2x} - \frac{6}{16}e^{-2x} + c$$
$$= -\frac{1}{2}(x^3+2x)e^{-2x} - \frac{1}{4}(3x^2+2)e^{-2x} - \frac{3}{4}xe^{-2x} - \frac{3}{8}e^{-2x} + c$$



ب) يبين الشكل المجاور منحني الاقترانين:
$f(x) = \frac{1}{2}x^2$ و $g(x) = \frac{1}{2}x + 3$ أجد حجم المجسم
الناتج من دوران المنطقة المظللة حول محور x .

$$f(x) = g(x) \to \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2}x + 3 \to x^2 = x + 6x$$
$$\to x^2 - x = 0 \to x = 3, x = -2$$

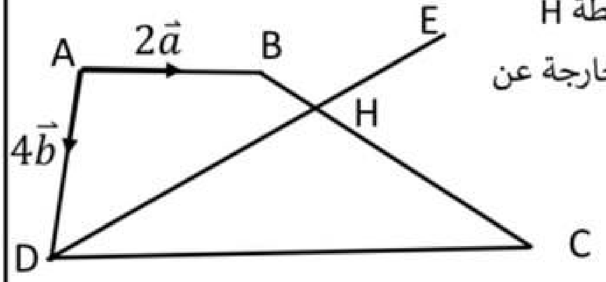
$$r = \int_0^3 \pi\left(g^2(x) - f^2(x)\right)dx = \pi \int_0^3 (\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 - \left(\frac{1}{2}x^2\right))dx$$
$$= \pi \int_0^3 (\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 - \frac{1}{4}x^4)dx = \pi(\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^3 - \frac{1}{20}x^5)\Big|_0^3$$
$$= \pi\left(\left(\frac{2}{3}\left(\frac{3}{2} + 3\right)^3 - \frac{243}{20}\right) - (18 - 0)\right) = \frac{153}{5}\pi$$

ج) أجد الحل الخاص الذي يحقق الشرط الأولي للمعادلة التفاضلية:
$$\boldsymbol{\frac{dy}{dx} = x\, e^{y - x^2}\ ; y(1) = 0}$$

$$\frac{dy}{dx} = x\frac{e^y}{e^{x^2}} \to \frac{dy}{e^y} = \frac{x}{e^{x^2}}dx \to \int e^{-y}dy = \int xe^{(-x^2)}dx \to u = -x^2 \to \frac{du}{dx} = -2x$$
$$\to dx = \frac{du}{-2x} \to \int e^{-y}dy = \int -\frac{e^u}{2}du \to -e^{-y} = -\frac{1}{2}e^u + c$$
$$\to -e^{-y} = -\frac{1}{2}e^{x^2} + c \to y(1) = 0 \to -e^0 = -\frac{1}{2}e + c$$
$$\to -1 = -\frac{1}{2}e + c \to c = -1 + \frac{1}{2}e \to \therefore -e^{-y} = -\frac{1}{2}e^{-x^2} - 1 + \frac{1}{2}e$$

السؤال الثالث: (16 علامة)

أ) في الشكل المجاور: $AB \parallel DC$ وكان $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$ وكانت النقطة H واقعة على الضلع BC حيث $HC : BH = 3 : 1$ وكانت النقطة E خارجة عن الرباعي ABCD حيث $\overrightarrow{EC} = 8\vec{a} - 2\vec{b}$
اثبت ان النقاط D,H,E على استقامة واحدة



$$\overrightarrow{AB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC} \rightarrow \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{AB} \rightarrow \overrightarrow{DC} = 6\vec{a}$$

$$\overrightarrow{BH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} \rightarrow \overrightarrow{BH} = \vec{b} + \vec{a}$$

$$\overrightarrow{DB} = -4\vec{b} + 2\vec{a} \rightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = 4\vec{b} - 2\vec{a} + 6\vec{a} = 4\vec{b} + 4\vec{a} = 4(\vec{b} + \vec{a})$$

$$\therefore \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BH} = -4\vec{b} + 2\vec{a} + \vec{b} + \vec{a} = -3\vec{b} + 3\vec{a} = 3(\vec{a} - \vec{b})$$

$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE} = 6\vec{a} - \frac{9}{2}\vec{b} - \frac{3}{2}\vec{a} = \frac{9}{2}\vec{a} - \frac{9}{2}\vec{b} = \frac{9}{2}(\vec{a} - \vec{b})$$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\left(\overrightarrow{DH}\right) \rightarrow \overrightarrow{DE} // \overrightarrow{DH}$$

على استقامة واحدة D, H, E

ب) إذا تقاطع المستقيم l_1 معادلته المتجهة $\vec{r} = \langle 5, -3, 6 \rangle + t\langle -1, 2, -2 \rangle$ مع المستقيم l_2 معادلته المتجهة $\vec{r} = \langle -3, 2, 5 \rangle + u\langle -1, 4, -5 \rangle$ في النقطة Q وكانت النقطة K تقع على المستقيم l_3 الذي معادلته المتجهة $\vec{r} = \langle 5, -2, -4 \rangle + w\langle -2, 3, 6 \rangle$ حيث $\overrightarrow{QK} \perp l_3$. اجد كل مما يأتي:

1) احداثي النقطة Q

$$\overrightarrow{rl_1} = \overrightarrow{rl_2} \rightarrow \langle 5 - t, -4 + 2t, 6 + 4t \rangle = \langle 3 - u, 2 + 4u, 5 - 5u \rangle$$

$5 - t = 3 - u..(1) \quad \rightarrow \times 2 \quad 10 - 2t = 6 - 2u$

$-4 + 2t = 2 + 4u..(2) \quad \rightarrow \quad \underline{-4 + 2t = 2 + 4u}$

$6 = 8 + 2u \quad \rightarrow u = -1, t = 1$

$$\overrightarrow{OQ} = \langle 5 - 1, -4 + 2, 6 + 4 \rangle = \langle 4, -2, 10 \rangle \rightarrow Q(4, -2, 10)$$

2) احداثي النقطة K

$$\overrightarrow{OK} = \langle 5 - 2w, -2 + w, -4 + 6w \rangle$$

$$\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OK} - \overrightarrow{OQ} = \langle 5 - 2w, -2 + w, -4 + 6w \rangle - \langle 4, -2, 10 \rangle$$
$$= \langle 1 - 2w, w, -14 + 6w \rangle$$

$\overrightarrow{QK} \perp l_3 \rightarrow \langle 1-2w, w, -14+6w\rangle \cdot \langle -2,1,6\rangle = 0$

$-2+4w+w-84+36w = 0 \rightarrow 41w = 86 \rightarrow w = \frac{86}{41}$

$\overrightarrow{OK} = \langle 5-\frac{172}{41}, -2+\frac{86}{41}, -4+\frac{516}{41}\rangle = \langle \frac{33}{41}, \frac{4}{41}, \frac{352}{41}\rangle \rightarrow \therefore k(\frac{33}{41}, \frac{4}{41}, \frac{352}{41})$

3) البعد بين النقطة Q و المستقيم l_3

$$QK = \sqrt{\left(\frac{33}{41}-4\right)^2 + \left(\frac{4}{41}+2\right)^2 + \left(\frac{352}{41}-10\right)^2} \cong 2.7$$

السؤال الرابع: (16 علامة)

أ) إذا كان متوسط اطوال 500 شجرة حرجية في إحدى غابات عجلون هو 8 أمتار والانحراف المعياري لها 1.5 وكانت اطوال الشجر تتخذ شكل التوزيع الطبيعي. اختيرت إحدى الاشجار عشوائيا فأجد كل مما يأتي:

$$x \sim N(8, 1.5^2)$$

1) احتمال ان لا يزيد طول الشجرة عن 11 متراً

$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{11-8}{1.5} = 2$

$P(x \le 11) = P(z \le -2)$

$= 1 - P(z \le 2)$

$= 1 - 0.9772 = 0.0228$

2) النسبة المئوية للأشجار التي طولها بين 7 أمتار و9 أمتار

$z = \frac{6.5-8}{1.5} = -1$

$P(x \ge 6.5) = P(z \ge -1)$

$= P(z \le 1)$

$= 0.8413$

3) احتمال ان يكون طول الشجرة أكبر من أو يساوي 6.5 متراً

$z = \frac{5-8}{1.5} = -2$

$z = \frac{11-8}{1.5} = 2$

$P(\mu - 2\sigma \le x \le \mu + 2\sigma) = P(5 \le x \le 11)$

$= P(-2 \le z \le 2) = P(z \le 2) - P(z \le -2)$

$= P(z \le 2) - (1 - P(z \le 2))$

$= 0.9772 - 0.0228 = 0.9544$

4) احتمال ان لا يزيد الفرق بين طول الشجرة والوسط الحسابي للأطوال على انحرافين معياريين

$P(x \le 5) = P(z \le -2) = 1 - P(z \le 2)$

$= 1 - 0.9772 = 0.0228$

5) عدد الأشجار التي طولها 5 أمتار على الأقل

$$P(x \geq 5) = P(z \geq -2) \qquad z = \frac{5-8}{1.5} = -2$$

$$= P(z \leq 2)$$

$$= 0.9772$$

عدد الاشجار $= 0.9772 * 500 \cong 489$ شجرة

ب) طائرة بها 5 محركات من نوع واحد تعمل بشكل مستقل. اذا كان احتمال تعطل المحرك خلال 5000 ساعة طيران هو 10% و كان المتغير العشوائي X يدل على عدد المحركات التي يمكن ان يصيبها العطل . اجد

$$x \sim B(5,0.1)$$

التجربة الاحتمالية محاولاتها متكررة ومستقلة والنتائج المتوقعة نجاح أول فشل والاحتمال ثابت في كل مرة يساوي $(10\% = 0.1)$ وعدد المحاولات محدد (5) .

التجربة الاحتمالية ذات الحدين

x : متغير عشوائي ذو حديث يدل على عدد المحركات التي فيها عطل.

1) احتمال ان يصيب العطل 4 محركات

$$P(x=4) = \binom{5}{4}(0.1)^4(0.9)^1 \cong 0.00045$$

2) احتمال ان تكون جميعها صالحة

$$P(x=0) = \binom{5}{0}(0.1)^0(0.9)^5 \cong 0.59$$

3) احتمال اصابة 3 محركات على الاكثر بالعطل

$$P(x \leq 3) = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3)$$

$$= 1 - P(x > 3) = 1 - (P(x=4) + P(x=5))$$

$$= 1 - \left(\binom{5}{4}(0.1)^4(0.9)^1 + \binom{5}{5}(0.1)^5(0.9)^0\right) = 0.9995$$

4) عدد المحركات المتوقع اصابتها بالعطل

$$E(x) = nP$$

$$= 5 * (0.1) = 0.5$$

5) تباين عدد المحركات التي يظهر فيها عطل خلال 5000 ساعة طيران

$$Var(x) = nP(1-P)$$

$$= 0.5(0.9) = 0.45$$