1 التوزيع الاحتمالي للمتغيرات المنفصلة

المتغيرات العشوائية المنفصلة هي متغيرات معدودة كأعداد الأشخاص أو السيارات، ولها توزيعان :

التوزيع	الهندسي	ذي الحدين
الترميز	$x \sim Geo(p)$	$x \sim B(n,p)$
قيم x	$x = 1 , 2 , \dots$	$x = 0 , 1 , \dots , n$
تميز التوزيع	استمرار تكرار التجربة لحين الوصول للنجاح	لدينا عدد محدد من التكرار قبل إجراء التجربة
احتمال الحادث $P(x=x)$	$P(1-P)^{x-1}$	$\binom{n}{r}(P)^r(1-P)^{n-r}$
التوقع $E(x)$	$\frac{1}{P}$	nP
التباين $\sigma^2 = var(x)$	——	$nP(1-P)$

ملاحظات

1) على الأقل a ، $x \geq a$

2) على الأكثر a ، $x \leq a$

3) أكثر من a ، $x > a$

4) في الهندسي إذا كان مطلوب

$$p(x > a) = (1-p)^a$$

✓ ويمكن الاستفادة منها للفترات الكبيرة في الحالات التالية:

a) $P(x \geq 2)$

2 3 4 5 ....

$$= P(x > 1) = (1-P)^1$$

b) $P(2 < x < 7)$

2 3 4 5 6 7

$$= P(x > 2) - P(x > 6)$$
$$= (1-P)^2 - (1-P)^6$$

c) $P(2 \leq x \leq 7)$

2 3 4 5 6 7

$$= P(x > 1) - P(x > 7)$$

5) في الهندسي: يكون توقع عدد مرات تكرار التجربة قبل أول نجاح $E(x) - 1$

6) $\boldsymbol{p(X > a) = 1 - P(x \leq a)}$

$\boldsymbol{P(X \leq b) = 1 - P(x > b)}$

الأستاذ ماهر ضمرة
0795195907

مثال 1 ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

- إذا كان: $X \sim Geo(0.6)$ أجب عن الفقرات من (4-1):

1) قيمة $P(x = 3)$ تساوي:

a) 0.24 b) 0.096
c) 0.038 d) 0.144

2) قيمة $P(x > 2)$ تساوي:

a) 0.36 b) 0.6
c) 0.16 d) 0.4

3) قيمة $P(x \geq 4)$ تساوي:

a) 0.064 b) 0.216
c) 0.0256 d) 0.1296

4) قيمة $E(x)$ تساوي:

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{5}{3}$
c) 2.5 d) 0.4

5) إذا كان: $X \sim Geo(P)$ وكان $P(x = 2) = 0.24$ فإن قيم P تساوي:

a) $\{0.6, 0.4\}$ b) $\{0.3, 0.1\}$
c) $\{0.3, 0.7\}$ d) $\{0.2, 0.5\}$

6) إذا كان: $X \sim Geo(P)$ وكان $E(x) = 2$ فإن $P(x > 3)$ تساوي:

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{4}{5}$

7) إذا كان: $X \sim Geo(0.25)$ فإن $P(2 < x \leq 3)$ تساوي:

a) $\frac{3}{16}$ b) $\frac{12}{64}$ c) $\frac{21}{64}$ d) $\frac{9}{64}$

8) إذا كان: $X \sim Geo(P)$ وكان $P(x > 3) = 0.82$ فإن $P(x \leq 3)$ تساوي:

a) 0.82 b) 0.18
c) 0.28 d) 0.17

مثال 2 إذا كان $X \sim Geo(0.8)$ جد $P(5 \leq x < 13)$ ؟

الحل:

$$P(x > 4) - P(x > 12)$$

$$(0.2)^4 - (0.2)^{12} = 0.0016$$

مثال 3 إذا كان $X \sim Geo(P)$ وكان $P(x = 2) = \frac{1}{4}$، أجب عما يلي:

1) $E(x)$ 2) $P(x = 1)$

الحل:

$$\frac{1}{4} = P(1 - p)$$

$$\frac{1}{4} = P - P^2 \quad \rightarrow \quad p^2 - p + \frac{1}{4} = 20$$

$$4p^2 - 4p + 1 = 0$$

$$(2P - 1)^2 = 0 \quad \rightarrow \quad P = \frac{1}{2}$$

1) $E(x) = 2$

1) $P(x = 1) = p = \frac{1}{2}$

الأستاذ ماهر ضمرة
0795195907

مثال 4 من المعروف أنه في مدرسة ما 30% من الطلبة يؤدون الصلاة بوقتها قام باحث بالسؤال بشكل عشوائي طلبة هذه المدرسة، ودلَّ المتغير العشوائي x عن عدد الأشخاص الذين سألهم الباحث حتى يلتقي أول طالب يؤدي الصلاة بوقتها، أجب عما يلي:

1) $P(x > 4)$

2) $P(x < 6)$

3) عدد الطلبة المتوقع سؤالهم قبل مصادفته طالب يؤدي الصلاة بوقتها.

الحل:

$P = 0.3$

$X \sim Geo(0.3)$

$x = \{1,2, \dots \dots\}$

1) $P(x > 4) = (0.7)^4 = 0.240$

2) $P(x < 6) = 1 - P(x \geq 6)$

$= 1 - P(x > 5)$

$= 1 - (0.7)^5 \quad = 0.832$

3) $E(x) \approx 3$

يتوقع أن يسأل 2 قبل مصادفته طالب يؤدي الصلاة بوقتها

مثال 5 يمثل الشكل المجاور قرصًا مقسمًا إلى 5 أجزاء متطابقة إذا دلَّ المتغير العشوائي x على عدد مرات تدوير القرص حتى يقف عند اللون الأحمر.

1) أجد احتمال تدوير القرص 3 مرات على الأقل.

2) احتمال تدوير القرص مرتين على الأكثر.

الحل:

$$P = \frac{2}{5}, x \sim Geo\left(\frac{2}{5}\right)$$

1) $P(x \geq 3) = P(x > 2) = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

2) $P(x \leq 2)$

$= P(x = 1) + P(x = 2)$

$$= \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5} + \frac{6}{25} \quad = \frac{16}{25}$$

مثال 6 إذا كان $X \sim B(5, 0.3)$، أجد ما يلي:

1) $P(x \geq 1)$

2) $P(x < 4)$

3) $P(\mu \leq x < \mu + \sigma^2)$

الحل:

1) $P(x \geq 1) = 1 - P(x < 1)$

$= 1 - P(x = 0)$

$$= 1 - \binom{5}{0}(0.3)^0(0.7)^5 = 0.832$$

2) إما تحسب من

$P(x = 0) + P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3)$

$= 0.969$

أو تحسب بالطريقة التالية

$1 - P(x < 4)$

$1 - (P(x = 4) + P(x = 5))$

$$1-\left(\binom{5}{4}(0.3)^4(0.7)+\binom{5}{5}(0.3)^5(0.7)^0\right)$$

$$=0.969$$

3) $\mu = nP = 5\times 0.3 = 1.5$

$$\sigma^2 = nP(1-P) = 1.5\times 0.7 = 1.05$$

$$P(1.5 \le x < 2.55)$$

$$= P(x=2)$$

$$= \binom{5}{2}(0.3)^2(0.7)^3 = 0.309$$

مثال 7 ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يلي:

1) إذا كان $X\sim B(3,P)$ وكان $P(x\ge 1)=\frac{19}{27}$ فإن $P(x=2)$ تساوي:

a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{9}$

2) إذا كان $X\sim B(5,0.1)$ فإن $Var(x)$ تساوي:

a) 0.45 b) 0.51 c) 0.5 d) 1.52

3) إذا كان $X\sim B(3,P)$ وكان $P(x\le 2)=\frac{98}{125}$ فإن P تساوي:

a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{5}{9}$

4) يتألف اختبار من 5 فقرات من نوع من اختيار متعدد لكل منها 4 بدائل واحدة فقط صحيحة، إذا أجيب عن هذه الأسئلة بصورة عشوائية ما احتمال أن تكون 3 فقرات فقط صحيحة:

a) $\frac{45}{512}$ b) $\frac{15}{173}$ c) $\frac{71}{512}$ d) $\frac{13}{715}$

5) إذا كان $X\sim B(n,P)$ وكان $E(x)=8$, $Var(x)=\frac{20}{3}$ فإن n تساوي:

a) 32 b) 64 c) 56 d) 48

6) تبين في مصنع المصابيح الكهربائية أن احتمال أن يكون أي من الصباح من إنتاج المصنع صالحاً هو 0.75 إذا اختير 100 مصباح عشوائيا من انتاج المصنع فإن العدد المتوقع من المصابيح التالفة يساوي:

a) 8 b) 6 c) 25 d) 4

7) إذا كان $X\sim B(10,0.2)$ فإن $P(\mu < x < \mu+\sigma)$ تساوي:

a) 0.201 b) 0.715

c) 0.315 d) 0.761

مثال 8 إذا كان $X\sim B(15,P)$، أجد قيمة P في كل مما يلي:

1) $P(x=0)=0.04$

2) $Var(x)=3.15$

الحل:

1) $\binom{15}{0}(P)^0(1-P)^{15}=0.04$

$$1-P=\sqrt[15]{0.04}$$

$$P=1-\sqrt[15]{0.04}=0.193$$

2) $15\,(P)(1-P)=3.15$

$$P-P^2=0.21$$

$$100P^2-100P+21=0$$

$$(P-0.7)(P-0.3) \quad \rightarrow \quad P=\{0.7,0.3\}$$

مثال 9 ألقى خالد قطعة نقد غير منتظمة 200 مرة فكان عدد مرات ظهور الكتابة هو 140 مرة إذا ألقى خالد قطعة النقد 25 مرة أخرى ما احتمال الحصول على:

1) كتابة في 3 رميات.

2) صورة في جميع الرميات.

الحل:

$$P = 0.7, n = 25$$

$$1)\ P(x=3) = \binom{25}{3}(0.7)^3(0.3)^{22}$$

$$2)\ P(x=0) = \binom{25}{0}(0.7)^0(0.3)^{25}$$

مثال 10 إذا كان عدد الطلبة في أحد الصفوف 25 طالباً، فجد كلاً مما يأتي:

a) احتمال أن يكون طالب واحد من مواليد شهر نيسان.

b) احتمال أن يكون 3 طلبة من مواليد شهر أيار.

c) احتمال أن يكون إثنان من الطلبة فقط من مواليد فصل الشتاء.

نيسان = شهر 4،

$$P = \frac{\text{عدد أيام شهر آذار}}{\text{عدد أيام السنة}} = \frac{30}{365} \approx 0.082$$

$$X \sim B(25, 0.082)$$

$$a)\ P(X=1) = \binom{25}{1}(0.082)^1(0\cdot 915)^{24}$$

$$\approx 0.243$$

$$b)\ P = \frac{31}{365} = 0.085$$

$$P(X=3) = \binom{25}{3}(0.085)^3(0\cdot 915)^{22}$$

$$\approx 0.2$$

$$c)\ P = \frac{\text{فصل الشتاء}}{\text{عدد فصول السنة } 4} = \frac{1}{4}$$

$$X \sim B\left(25, \frac{1}{4}\right)$$

$$P(x=2) = \binom{25}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(1-\frac{1}{4}\right)^{23} \approx 0.025$$

مثال 11 بهدف تشجيع زراعة أشجار الزينة أمام المنازل، تبيع إحدى البلديات المواطن 5 أشجار بسعر دينار واحد لكل شجرة ويسترد المواطن 10 دنانير مقابل كل شجرة تنجح زراعتها. ما احتمال أن يكون صافي ربح صاحب المنزل 25 دينار مقابل زراعته للأشجار الخمسة علما بأن احتمال نجاح كل شجرة من هذه الأشجار $\frac{1}{2}$.

الحل:

أن يربح صاحب منزل 25 دينار هذا يعني أن تنجح 3 شجرات بالزراعة

$$P(X=3) = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-3}$$

$$= 10 \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$$

2 التوزيع الطبيعي

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

حيث:

μ : الوسط الحسابي

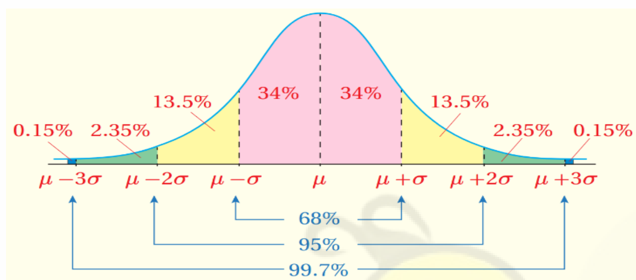
σ^2 : التباين

يتم حساب الاحتمال (النسب) بطريقتين

الطريقة التجريبية — الجدول

❖ **الطريقة التجريبية:**

إذا اتخذت مجموعة من البيانات شكل منحنى طبيعي بوسط حسابي μ وانحراف معياري σ فإن:



مثال 1 ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

1) النسبة المئوية لمساحة المقدرة بين $\mu + 3\sigma, \mu - 2\sigma$ أسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي:

a) 97.35% b) 95%

c) 99.7% d) 99.35%

2) النسبة المئوية البيانات التي تزيد عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد عن انحرافين معياريين يساوي:

a) 34% b) 47.5%

c) 95% d) 81.5%

3) النسبة المئوية للبيانات التي تزيد عن الوسط الحسابي بمقدار انحراف معياري واحد وتقل عنه بما لا يزيد 3 انحرافات يساوي:

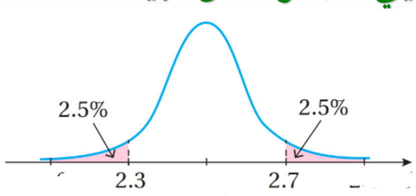
a) 2.5% b) 99.7%

c) 0.39% d) 83.85%

4) وفقًا للقاعدة التجريبية إذا كان $X \sim N(50, 16)$ وكان $P(a < x < 58) = 0.815$ فإن قيمة a تساوي:

a) 46 b) 42 c) 38 d) 50

مثال 2 بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل توزيع الطبيعي لمجموعة من البيانات



أجد الوسط الحسابي والتباين لهذه البيانات.

الحل:

$$\mu + 2\sigma = 2.3$$

$$\mu - 2\sigma = 2.7$$

$$2\mu = 5 \quad , \quad \sigma = 0.1 \quad \rightarrow \quad \sigma^2 = 0.01$$

$$\mu = 2.5$$

❖ حساب الاحتمال بالجدول:

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

حيث z العلامة المعيارية المقابلة للعلامة x.

$$Z \sim N(0,1)$$

في التوزيع الطبيعي المعياري:

- ✓ الوسط الحسابي $(\mu) = 0$
- ✓ الانحراف المعياري $(\sigma) = 1$
- ✓ الاحتمال = المسافة تحت المنحنى

❖ ملاحظات لاستخدام الجداول

يجب أن يكون الاحتمال على صورة $P(z \le a)$ ، $P(z < a)$ فإذا كان خلاف ذلك نعدّل اللاحتمال

1. $P(z > a) = 1 - P(z \le a)$
2. $P(z \le -a) = 1 - P(z \le a)$
3. $P(z \ge -a) = 1 - P(z \le a)$
4. $P(a \le z \le b) = P(z \le b) - P(z \le a)$

مثال 3 إذا كان $X \sim N(\mu, \sigma^2)$، وكانت القيمة المعيارية التي تقابل $x = 14$ هي $z = 3.2$ والقيمة المعيارية التي تقابل $x = -6$ هي $z = -1.8$ جد الوسط الحسابي والانحراف المعياري؟

الحل:

$$3.2 = \frac{14-\mu}{\sigma}$$

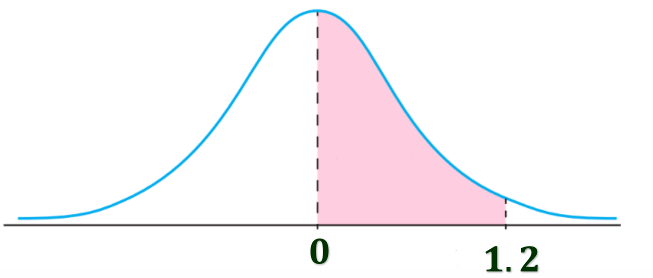
$$3.2\,\sigma = 14 - \mu \;\ldots\ldots (1)$$

$$-1.8 = \frac{-6-\mu}{\sigma}$$

$$-1.8\,\sigma = -6 - \mu \;\ldots\ldots (2)$$

$$\sigma = 4 \quad , \quad \mu = 1.2$$

مثال 4 أجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور:



الحل:

$$P(0 < z < 1.2)$$

$$P(z < 1.2) - P(z < 0)$$

$$0.8849 - 0.5 = 0.3849$$

مثال 5 إذا كان أوزان كعكة الجوز تتبع توزيعا طبيعيا بوسط حسابي 460 جرام وانحراف معياري 10جرام إذا اختيرت كعكة عشوائية مع احتمال أن ينحصر وزنها بين 465,475؟

الحل:

$$\mu = 460 \quad , \quad \sigma = 10$$

$$P(465 < x < 475)$$

$$P(0.5 < z < 1.5)$$

$$P(z < 1.5) - P(z < 0.5)$$

$$= 0.9332 - 0.6915$$

$$= 0.242$$

مثال 6 تعتبر حبة المانجا التي تزيد وزنها عن 372 غرام كبيرة الحجم إذا كان أوزان حبات المانجا تتبع توزيع طبيعي بوسط حسابي 350 غرام وتباين 200 غرام سحبت حبة عشوائيا ما احتمال ألا تكون كبيرة الحجم؟

الحل:

$$\mu = 350 \ , \ \sigma = \sqrt{200}$$

كبيرة الحجم← $x > 372$

ليست كبيرة الحجم← $x < 372$

$$P(x < 372)$$

$$P(z < 1.56) = 0.9406$$

مثال 7 إذا كان الوقت الذي يحتاجه الطلاب لإنهاء امتحان الرياضيات يتبع توزيع طبيعي انحرافه المعياري 12، أوجد الوسط الحسابي للزمن الذي يحتاجه الطلاب لإنهاء الامتحان إذا علمت أن 2.5% من الطلبة احتاجوا أكثر من 94 دقيقة لإكمال الامتحان؟

الحل:

$$P(x > 94) = 0.025$$

$$P\left(z > \frac{94-\mu}{12}\right) = 0.025$$

$$P\left(z < \frac{94-\mu}{12}\right) = 0.975$$

$$\frac{94-\mu}{12} = 1.96 \quad \rightarrow \quad \mu = 70.48$$

مثال 8 إذا كانت أطوال طلبة الصف السادس بتبع توزيع طبيعي وسطه الحسابي $109\ cm$ انحرافه المعياري $10\ cm$ جد الطول الذي 95% من الطلاب أطول منه.

الحل:

المطلوب: a

$$P(x > a) = 0.95$$

$$P\left(z > \frac{a-109}{10}\right) = 0.95$$

$$\frac{a-109}{10} = -1.64$$

$$a = 92.6$$

مثال 9 مدرسة عدد طلابها 1000 طالب إذا كان أوزان الطلبات التتبع توزيع طبيعي وسطه الحسابي $45\ kg$ انحرافه المعياري $4kg$ اختير أحد الطلبة عشوائيا:

1) ما احتمال أن يكون وزنه بين $43kg, 49\ kg$.

2) عدد الطلبة الذين يزيد وزنهم عن $41kg$.

الحل:

1) $P(43 < x < 49)$

$$P(-0.5 < z < 1)$$

$$= P(z < 1) - P(z < -0.5)$$

$$= 0.8413 - [1 - 0.6915] = 0.5328$$

2) $P(z > 41)$

$$P(z > -1) = P(z < 1)$$

$$0.8413$$

المطلوب = 841 طالب

الأستاذ ماهر ضمرة
0795195907

مثال 10 يعبأ إنتاج مزرعة من التفاح في صناديق ثم تقاس كتلتها بحسب المواصفات المطلوبة، وقد تبين أن 1578 من أصل 10000 صندوق تزيد كتلة كل منها عن $6\ kg$ ، إذا كانت كتل الصناديق تتبع توزيع طبيعي ووسطه الحسابي $5\ kg$ ، جد الانحراف المعياري لهذه الكتل.

الحل:

$$P(x > 6) = 0.1578$$

$$P\left(z > \frac{6-5}{\sigma}\right) = 0.1578$$

$$P\left(z < \frac{6-5}{\sigma}\right) = 1 - 0.1578 = 0.8422$$

$$\frac{1}{\sigma} = 1 \quad \rightarrow \quad \sigma = 1$$

مثال 11 إذا كانت أطوال إبر الخياطة تتبع توزيع طبيعي إذا كان 11.51% من الإبر أقصر من $6.2\ cm$ و $3.59\ \%$ من الإبر أطول من $9.5\ cm$ أجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لأطوال إبر خياطة.

الحل:

$$P(x < 6.2) = 0.1151$$

$$P\left(z < \frac{6.2-\mu}{\sigma}\right) = 1 - 0.1151$$

$$P\left(z < \frac{6.2-\mu}{\sigma}\right) = 0.8849$$

لكن القيمة ستكون سالبة

$$\frac{6.2-\mu}{\sigma} = -1.2$$

$$6.2 - \mu = -1.2\,\sigma \quad \ldots (1)$$

$$P(x > 9.5) = 0.0359$$

$$p\left(z > \frac{9.5-\mu}{\sigma}\right) = 0.0359$$ **(القيمة الموجبة)**

$$p\left(z > \frac{9.5-\mu}{\sigma}\right) = 0.9641$$

$$\frac{9.5-\mu}{\sigma} = 1.8$$

$$9.5 - \mu = 1.8\sigma \quad \ldots (2)$$

$$-6.2 + \mu = 1.2\sigma \quad \leftarrow 1 - \times\ (1)$$

$$3 \cdot 3 = 3\sigma \quad \rightarrow \quad \sigma = 1.1$$

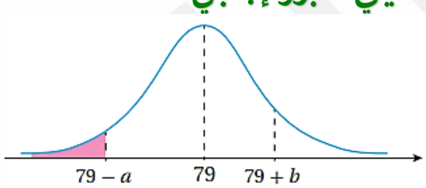
$$\therefore \quad \mu = 7.52$$

مثال 12 بيّن الشكل التالي منحنى التوزيع الطبيعي للمتغيّر العشوائي X الذي وسطه الحسابي 79 ، وتباينه 144 . إذا كان:

$$P(79 - a \le x \le 79 + b) = 0.6463$$

وكان: $P(X \ge 79 + b) = 2P(X \le 79 - a)$

فجد كلاً مما يأتي، مبرراً إجابتي:



a) مساحة المنطقة المظللة.

b) قيمة الثابت b

a) المساحة الكلية $= 1 = 100\%$

المساحة بين $79 - a \ ,\ 79 + a$

تساوي $0.6463 = 64.63\%$

المساحة خارجها= $100\% - 64.63\% = 35 \cdot 37\%$

والمساحة من اليمين ضعف اليسار

$$\therefore \quad \frac{35.37\%}{3} = 11.79\%$$

المساحة المظللة $= 0.1179$

b) $P(X \le 79 + b) = 0.6463 + 0.1179$

$$P\left(Z \le \frac{79 + b - 79}{12}\right) = 0.7642$$

$$\frac{b}{12} = 0.72 \to b = 8.64$$

مثال 13 في دراسة لإدارة السير تبيّن أنّ سرعة السيارات على أحد الطرق تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي $90km/h$ وانحرافه المعياري $5km/h$. إذا كانت السرعة القصوى المحدّدة على هذا الطريق هي $100km/h$ ، وكان العدد الكلي للسيّارات التي تسير على هذا الطريق في أحد الأيام هو 1000 سيّارة، فأجد العدد التقريبي للسيّارات التي ستتجاوز السرعة المحدّدة على الطريق العام في هذا اليوم.

$$\mu = 90 \quad , \quad \sigma = 5$$

السرعة القصوى $= 100$ km/h

عدد السيارات الكلي $= 1000$

المطلوب: العدد التقريبي للسيّارات التي ستتجاوز السرعة المحددة.

$$P(X > 100) = P\left(Z > \frac{100 - 90}{5}\right)$$

$$= 1 - P(Z < 2)$$

$$= 1 - 0.9772 = 0.0228$$

العدد الكلي × الاحتمال = عدد السيارات التي ستتجاوز

$= 0.0228 \times 1000 = 22.8 \approx 23$ سيارة

✓ تدريبات منزلية

تدريب 1 تحتوي آلة حاسبة على 16 زرًا للأعداد من 0 إلى 9 بالإضافة إلى العمليات الحسابية والفاصلة العشرية والمساواة، إذا ضغط أحمد على الأزرار بشكل عشوائي حتى يحصل على عملية حسابية ما احتمال أن يحصل على عملية حسابية بأقل من 4 محاولات.

الحل:

$$P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$x \sim Geo\left(\frac{1}{4}\right)$$

المطلوب $P(x < 4)$

$$P(x = 1) + P(x = 2) + P(x = 3) = \frac{37}{64}$$

أو باستخدام الطريقة التالية

$$= 1 - P(x > 3)$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^3 = 1 - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$$

تدريب 2 إذا كان احتمال وصول أحمد متأخرًا على المدرسة هو 0.15 أوجد ما يلي:

1) احتمال وصول أحمد متأخرًا عن المدرسة في مرتين على الأقل من 25 مرة.

2) احتمال وصول أحمد متأخرا عن المدرسة في المرة العاشرة.

الحل:

$$P = 0.15$$

$$1)\ n = 25 \ \rightarrow \ P(x \ge 2) = 1 - P(x < 2)$$

$$1 - \left(\binom{25}{0}(0.15)^0(0.85)^{25} + \binom{25}{1}(0.15)^1(0.85)^{24}\right)$$

2) $P = 0.15$

$$P(x = 10) = \binom{25}{10}(0.15)^{10}(0.85)^{15}$$

$$= 0.0016$$

تدريب 3 إذا كان $X \sim B(n, P)$، وكان $E(x) = \sigma = 0.95$ جد قيمة n وP؟

الحل:

$$np = 0.95 \ldots\ldots (1)$$

$$np(1-p) = (0.95)^2 \ldots\ldots (2)$$

$$0.95(1-p) = (0.19)^2$$

$$p = 0.05 \qquad n = 19$$

تدريب4 توصل الدراسة إلى أن أطوال الرجال حول العالم تتبع توزيع الطبيعي وسطه الحسابي $171\ cm$ وانحرافه المعياري $10\ cm$ اختير رجل عشوائيًا:

a) ما احتمال أن يزيد طول الرجل عن $180\ cm$.

b) ما احتمال أن يكون طول الرجل أقل من الوسط الحسابي للأطوال بأكثر من انحرافين معياريين.

c) ما احتمال أن يزيد طول الرجل عن الوسط الحسابي للأطوال بأكثر من انحراف معياري.

d) احتمال ألا يزيد الفرق بين طول الرجل والوسط الحسابي للأطوال على انحراف معياري.

الحل:

a) $$P(X > 181) = P\left(Z > \frac{181-171}{10}\right)$$
$$= 1 - P(Z < 1)$$
$$= 1 - 0.8413 = 0.1587$$

b) $$P(X < 151)$$
$$= P(Z < -2) = 1 - P(Z < 2)$$
$$= 1 - 0.9772 = 0.0228$$

c) $$P(X > 171 + 10)$$
$$= P\left(Z > \frac{181-171}{10}\right)$$
$$= 1 - P(Z < 1)$$
$$= 1 - 0.8413 = 0.1587$$

d) $$P(-\sigma \le X - \mu \le \sigma)$$
$$P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma)$$
$$= p\left(\frac{-\sigma}{\sigma} \le Z \le \frac{\sigma}{\sigma}\right)$$
$$= P(-1 \le Z \le 1) = 0.6826$$

إجابة سؤال الدوائر ص2

رقم الدائرة	1	2	3	4	5	6	7	8
الإجابة	b	c	a	b	a	b	d	b

إجابة سؤال الدوائر ص4

رقم الدائرة	1	2	3	4	5	6	7
الإجابة	d	a	c	a	d	c	a

إجابة سؤال الدوائر 6

رقم الدائرة	1	2	3	4
الإجابة	a	b	d	A

جدول التوزيع الطبيعي المعياري

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998