المملكة الاردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
مديرية التربية والتعليم الخاص
مدارس المدار الدولية

امتحان نهاية الفصل الدراسي الاول
للعام 2023/2022

المبحث :الرياضيات
الصف : الثاني الثانوي العلمي
اليوم : الاحد
التاريخ 2023/1/15

40

السؤال الاول :ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة فيما يلي (18 علامة)

1) إذا كان $f(x)=\ln\left(\sqrt{x}-1\right)$ ، فإن قيمة $f'(4)$ تساوي:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{12}$

2) إذا كان $y=\cot\left(\frac{\pi}{2}e^{x+1}\right)$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $x=-1$ تساوي:

a) 0 b) $-\frac{\pi}{2}$ c) $\frac{\pi}{2}$ d) -1

3) إذا كان $x\in[-3\ ،\ 2]$ ، $f(x)=\left((x+2)^2+2\right)^2$ ، فإن $f'(-2)$ تساوي:

a) 0 b) -4 c) 4 d) غير موجودة

4) إذا كان $f(x)=x^3$ ، $g(x)=2x^2+1$ فإن $(f'\circ g)'(1)$ تساوي:

a) 72 b) 108 c) 90 d) 135

5) إذا كان $y=f\left(x^3+x\right)$ ، $f'(2)=7$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $x=1$ تساوي:

a) 28 b) 7 c) 32 d) 11

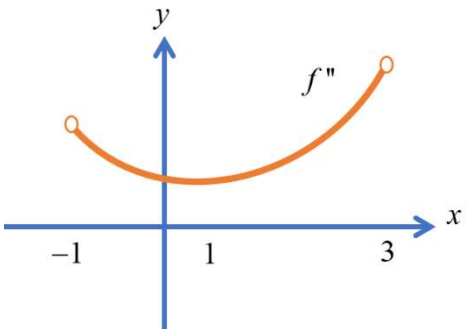
6) إذا كانت $x=t^2$ ، $y=2t^3$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $t=2$ يساوي

a) 96 b) 24 c) 3 d) 6

7) إذا كان لمنحنى الاقتران $f(x)=\cos x-ax^2$ نقطة انعطاف عند $x=\frac{\pi}{3}$ فجد قيمة الثابت a

a) $\frac{1}{4}$ b) $-\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{2}$ d) -1

8) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران (f) المتصل على $[-1 \ ، \ 3]$ فإن الاقتران $f'(x)$ يكون متزايد في الفترة:



a) $[-1 \ ، \ 3]$ b) $(-1 \ ، \ 3)$
c) $(1 \ ، \ 3)$ d) $[1 \ ، \ 3]$

9) إذا كان $f(x)=x^{\frac{1}{3}}-x$ فإن منحنى الاقتران $f(x)$ مقعراً للأسفل في الفترة:

a) $(0 \ ، \ \infty)$ b) $(-\infty \ ، \ 0]$ c) $[1 \ ، \ \infty)$ d) $(-\infty \ ، \ \infty)$

10) إذا كان $f(x)=\sqrt{x^2+5}$ ، فإن $\frac{d}{dx}\left(\sqrt{f(2x)}\right)$ عند $x=1$ تساوي:

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ c) $\frac{2}{9}$ d) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

11) إذا كان $s(t)=\frac{1}{4}(t+2)^4-6t^2$ هي العلاقة الزمنية لحركة جسم على خط مستقيم حيث (s) الموقع بالأمتار (t) الزمن بالثواني، فإن تسارع الجسم بعد ثانيتين من بدء الحركة يساوي:

a) $48m/s^2$ b) $60m/s^2$ c) $4m/s^2$ d) $36m/s^2$

12) إذا كان (f) كثير حدود من الدرجة الثانية فيه $f(1)=4$ ، $f'(1)=-2$ ، $f''(1)=6$ ، فإن قاعدة الاقتران (f) هي:

a) $f(x)=3x^2-8x+9$ b) $f(x)=3x^2-8x-9$
c) $f(x)=3x^2+8x+7$ d) $f(x)=3x^2+8x-7$

13) النظير الضربي للعدد $3+5i$ بالصورة القياسية هو :

(a) $\frac{3}{34}-\frac{5}{34}i$ (b) $\frac{5}{34}-\frac{3}{34}i$ (c) $\frac{3}{34}+\frac{5}{34}i$ (d) $\left(\frac{3}{34}-\frac{5}{34}\right)i$

14) ناتج المقدار $(3+4i)^2+(5-3i)(1+i)$ يساوي:

$(a)\ 26$ $(b)\ 26-i$ $(c)\ 1-26i$ $(d)\ 1+26i$

15) المقياس للعدد المركب $\frac{2i}{1+i}$ يساوي:

$(a)\ -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $(b)\ \frac{1}{\sqrt{2}}$ $(c)\ \sqrt{2}$ $(d)\ -\sqrt{2}$

16) السعة الاساسية للعدد المركب $\frac{2i}{1+i}$ يساوي:

$(a)\ \pi$ $(b)\ \frac{\pi}{4}$ $(c)\ \frac{\pi}{2}$ $(d)\ \frac{3\pi}{2}$

17) الصورة المثلثية للعدد المُركَّب $z=-1+i\sqrt{3}$

$(a)\ 2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ $(b)\ 2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

$(c)\ 2\left(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ $(d)\ 2\left(\cos\frac{2\pi}{3}-i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

18) مكعب مفتوح من الاعلى طول ضلعه $3cm$ بدأ يتمدد فتزايد طول ضلعه بسرعة $1cm/s$ محافظا على شكله فإن معدل التغير في مساحة الشكل الكلية عندما يكون مجموع أحرفه $60cm$ هي :

$(a)\ 60cm^2/s$ $(b)\ 55cm^2/s$ $(c)\ 200cm^2/s$ $(d)\ 50cm^2/s$

السـؤال الثاني (20 علامة)

1) إذا كان $f(x)=1+\sqrt{3-2x}$ فجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

2) إذا كان $f(x)=2x-\sin 4x$ حيث $x\in[0\ ,\ \frac{\pi}{2}\ ]$ فجد جميع قيم (x) التي يكون عندها العمودي على المماس لمنحنى (f) موازيا لمحور (y) ثم جد معادلة أحد هذه المماسات فقط.

3) إذا كان $3y^2-2xy=15$ فجد $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $(3\ ,\ 2)$

4) إذا كان $y=\frac{1}{3}\tan^3 x+\tan x$ ، فأثبت أن $\frac{dy}{dx}=\sec^4 x$

السـؤال الثالث (14 علامة)

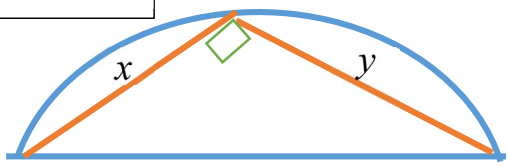
a) إذا كان $f(x)=-2x^3+9x^2+24x+5$ فجد:

1) الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران متناقصا
2) القيمة الصغرى المحلية للاقتران

b) إذا كان الاقتران (f) متصلا على الفترة $[0\ ,\ 2]$ وكانت $f'(x)=\sin(\pi x)+\cos(\pi x)$ ، فجد الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران (f) مقعرا للأعلى

السـؤال الرابع (10 علامة)

a) يضخ غاز داخل بالون كروي بمعدل $(125)cm^3/s$ جد معدل الزيادة في مساحة سطح البالون عندما يكون طول قطر البالون $(10)cm$



b) الشكل المجاور يمثل نافذة على شكل نصف دائرة نصف قطرها $3m$ داخلها مثلث قائم الزاوية اذا كان الزجاج الذي يمثل المثلث ملون يسمح بادخال2 وحدة ضوء لكل متر مربع اما الدائرة شفاف يسمح بادخال 3 وحدة ضوء لكل متر مربع جد قيمة x , y التي تجعل كمية الضوء المار من خلال المنطقة المحصورة بينهما اقل ما يمكن

السـؤال الخامس (18 علامة)

1) اذا كانت $a+bi=\dfrac{2+i}{1-i}$ اثبت ان $2\left(a^3+b^3\right)=7$

2) اذا كان $\dfrac{3-2i}{i}$, $\dfrac{x-yi}{1+5i}$ مترافقان ، جد/ي x , y الحقيقية

3) أجد جميع الجذور الحقيقية والجذور المُركَّبة للمعادلة:

$$z^3-z^2-7z+15=0$$

4) جد الجذرين التربيعين للعدد المركب $(12-18i)$

اسئلة اضافية : BONS

1) اذا كانت العلاقة $2y^2+x^2=36$ فيها المماس عموديا على المستقيم $y-4x+1=0$ جد معادلة المماس عند نقاط التماس للعلاقة ؟

2) مثلث متساوي الساقين طول قاعدته $(6cm)$ وارتفاعه $(8cm)$ يراد قطع مستطيل منه بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث ويقع كل من الرأسين الاخرين على ساقي المثلث، جد بعدي المستطيل لتكون مساحته أكبر ما يمكن

كل الامنيات لكم بالتوفيق والنجاح

الإجابة النموذجية للامتحان

نهاية الفصل الدراسي الأول:

2022 / 2023 :

السؤال الأول:

1) $f'(x)=\frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow f'(4)=\frac{\frac{1}{4}}{2-1}$

$=\boxed{\frac{1}{4}}$

2) $\frac{dy}{dx}=-\csc^2\left(\frac{\pi}{2}e^{x+1}\right)\left(\frac{\pi}{2}e^{x+1}\right)$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=-1}=-\csc^2\left(\frac{\pi}{2}\right)\left(\frac{\pi}{2}\right)=\boxed{\frac{-\pi}{2}}$

3) $f'(x)=2\left((x+2)^2+2\right)(2(x+2))$

$f'(-2)=(2)(2)(2)(0)=\boxed{0}$

4) $f'(x)=3x^2$ ، $g'(x)=4x$

$f''(g(1)).g'(1)$ $\boxed{f''(x)=6x}$

$f''(3)\cdot 4=18\cdot 4=\boxed{72}$

5) $\frac{dy}{dx}=f'(x^3+x)\cdot(3x^2+1)$

$\frac{dy}{dx}=f'(2).(4)$

$=7\cdot 4=\boxed{28}$

6) $\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{6t^2}{2t}=3t$

$\frac{dy}{dx}=\boxed{6}$

7) $f'(x)=-\sin x-2a x$

$f''(x)=-\cos x-2a$

$f''\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\cos\frac{\pi}{3}-2a=0$

$-\frac{1}{2}=2a \Rightarrow \boxed{a=-\frac{1}{4}}$

8) f'' : $-$ عند -1، $+$ عند 3

يكون f' متزايدة في الفترة $(-1,3)$

9) $f'(x)=\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}-1$

$f''(x)=-\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}}$

$=\frac{-2}{9\left(\sqrt[3]{x}\right)^5}$

اصفار بسط: لا يوجد ، اصفار مقام: $x=0$

$-\infty$ (+) 0 (−) ∞

مقعر لأعلى في الفترة $(0,\infty)$

10) المطلوب: $\frac{f'(2x)\cdot 2}{2\sqrt{f(2x)}}=\frac{f'(2)}{\sqrt{f(2)}}$

$f'(x)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+5}}$

$f'(2)=\frac{2}{3}$

$f(2)=3$

$=\frac{2}{3\sqrt{3}}$

11) $v(t)=(t+2)^3-12t$

$a(t)=3(t+2)^2-12$

$a(2)=3\cdot 16-12=36\ m/s^2$

Scanned with CamScanner

(12 $f(x) = Ax^2 + Bx + c$

$f'(x) = 2Ax + B$

$f''(x) = 2A$

$f''(1) = 2A = 6 \rightarrow \boxed{A = 3}$

$f'(1) = 6 + B = -2 \Rightarrow \boxed{B = -8}$

$f(1) = 3 - 8 + C = 4 \rightarrow \boxed{C = 9}$

$f(x) = 3x^2 - 8x + 9$

(13 نفرض النظير الضربي z

$(3+5i) \cdot z = 1$

$z = \frac{1}{3+5i} \cdot \frac{3-5i}{3-5i}$

$z = \frac{3-5i}{34}$

$\boxed{z = \frac{3}{34} - \frac{5}{34}i}$

(14 $9 - 16 + 24i + 5 + 3 - 3i + 5i$

$1 + 26i$

(15 $\frac{|2i|}{|1+i|} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

(16 $\text{Arg}\left(\frac{2i}{1+i}\right)$

$\text{Arg}(2i) - \text{Ar}(1+i)$

$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}$

(17 $z = -1 + i\sqrt{3}$

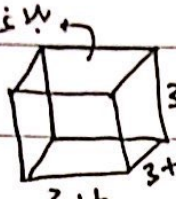
$|z| = \sqrt{1+3} = 2$

$\theta = \pi - \tan^{-1}(\sqrt{3})$

$\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = 2\frac{\pi}{3}$

$z = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

(18



$A = 5(3+t)^2$

$\frac{dA}{dt} = 10(3+t)$

لما $\frac{dA}{dt} = 10(5)$

$= 50\ cm^2/s$

$12(3+t) = 60$

$3+t = 5$

$\boxed{t = 2}$

السؤال الثاني:

1)

$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{x} + \sqrt{3-2(x+h)} - \cancel{x} - \sqrt{3-2x}}{h}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{3-2x-2h} - \sqrt{3-2x}}{h} \cdot \frac{\sqrt{3-2x-2h} + \sqrt{3-2x}}{\sqrt{3-2x-2h} + \sqrt{3-2x}}$

Scanned with CamScanner

$$= \lim_{h\to 0} \frac{3-2x-2h-3+2x}{h\left(\sqrt{3-2x-2h}+\sqrt{3-2x}\right)}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{-2h}{h\left(\sqrt{3-2x-2h}+\sqrt{3-2x}\right)}$$

$$= \frac{-2}{2\sqrt{3-2x}} = \frac{-1}{\sqrt{3-2x}}$$

(2 $f(x) = 2x - \sin 4x$

العمودي على المماس موازيا لمحور y

تفيد انه المماس موازيا لمحور x

أي انه لدينا مماسا افقيا

$f'(x) = 2 - 4\cos 4x = 0$

$\cos 4x = \frac{1}{2}$

$4x = \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{\pi}{12} \in$

$4x = \frac{5\pi}{3} \rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \in$

لنأخذ $x = \frac{\pi}{12}$

$y = f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{6} - \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$

$m = 0$

معادلة المماس هي:

$y - \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0 \Rightarrow \boxed{y = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}}$

(3 $6y\frac{dy}{dx} - 2x\frac{dy}{dx} - 2y = 0$

$(2,3) \Rightarrow 18\frac{dy}{dx} - 4\frac{dy}{dx} - 6 = 0$

$\frac{dy}{dx} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$

(4 $\frac{dy}{dx} = \tan^2 x \sec^2 x + \sec^2 x$

$= \sec^2 x(\tan^2 x + 1)$

$= \sec^2 x(\sec^2 x)$

$\frac{dy}{dx} = \sec^4 x$

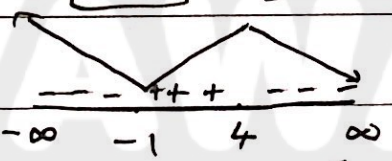
السؤال الثالث:

(a $f'(x) = -6x^2 + 18x + 24 = 0$

$-6(x^2 - 3x - 4) = 0$

$-6(x-4)(x+1) = 0$

x الحرجة: $\boxed{x=4}$ ، $\boxed{x=-1}$



(1 فترات التناقص: $(-\infty,-1) \cup (4,\infty)$

(2 عند $x=-1$ تمر صغرى محلية و $f(-1)=-8$

$f(-1) = -8$

Scanned with CamScanner

السؤال الثالث: b)

$f'(x) = \sin(\pi x) + \cos(\pi x)$

$f''(x) = \pi\cos(\pi x) - \pi\sin(\pi x) = 0$

$\tan(\pi x) = 1$

$\pi x = \frac{\pi}{4} \rightarrow x = \frac{1}{4}$

$\pi x = \frac{5\pi}{4} \rightarrow x = \frac{5}{4}$

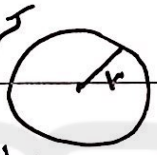
∪ ∩ ∪
+ + + | − − − | + + +
0 $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{4}$ 2

فترات التقعر لأعلى: $(0,\frac{1}{4})$ ، $(\frac{5}{4},2)$

السؤال الرابع:

a)

كرة



$\frac{dv}{dr} = 125\ cm^3/s$

$\frac{dA}{dr}$ ؟؟ $A = 4\pi r^2$

$v = \frac{4}{3}\pi r^3$ $\frac{dA}{dt} = 8\pi r \frac{dr}{dt}$

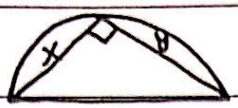
$\frac{dv}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$ عند $r = 5$

$r = 5$

$125 = 100\pi \frac{dr}{dt}$ $\frac{dA}{dt} = 8\pi(5).\frac{5}{4\pi}$

$\frac{dr}{dt} = \frac{5}{4\pi}$ $\frac{dA}{dt} = 50\ cm^2/s$

b)



كيف للصنوبر

هو المساحة المحصورة بينهم

$A = A_{\text{نصف دائرة}} - A_{\text{مثلث}}$

$A = 3.\frac{1}{2}\pi(3)^2 - \frac{1}{2}x.y.2$

$\boxed{A = \frac{27}{2}\pi - xy}$

من فيثاغورث

$36 = x^2 + y^2$ $A = \frac{27}{2}\pi - x\sqrt{36-x^2}$

$\boxed{y = \sqrt{36-x^2}}$

مجال x $[0,6]$ $A' = x.\frac{-2x}{2\sqrt{36-x^2}} + \sqrt{36-x^2}.1$

$\frac{x^2}{\sqrt{36-x^2}} - \sqrt{36-x^2} = 0$

$\frac{x^2}{\sqrt{36-x^2}} = \sqrt{36-x^2}$

$x^2 = 36 - x^2$

$2x^2 = 36 \rightarrow x^2 = 18$

$x = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

− − − | + + +
0 $3\sqrt{2}$ 6

عند $x = 3\sqrt{2}$ صغرى محلية ومطلقة داخل كلية صنوبر

$y = \sqrt{18}$

$\boxed{y = 3\sqrt{2}}$

Scanned with CamScanner

السؤال الخامس:

1) $a+bi = \frac{2+i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i}$

$a+bi = \frac{1+3i}{2}$

$a+bi = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

$a = \frac{1}{2}$ ، $b = \frac{3}{2}$

الآن:

$2\left(\frac{1}{8}+\frac{27}{8}\right)$

$\times\left(\frac{28}{8}\right) = \boxed{7}$

4

12) $\frac{3-2i}{i}$ ، $\frac{x-yi}{1+5i}$ مترافقان

$z = \frac{3-2i}{i} \cdot \frac{-i}{-i} = -2-3i$

$\bar{z} = -2+3i$

ومنه $\frac{x-yi}{1+5i} = -2+3i$

بالضرب التبادلي:

$x-yi = -17-7i$

$\boxed{x=-17}$ ، $\boxed{y=7}$

3) $z^3 - z^2 - 7z + 15 = 0$

بالتجريب: $\boxed{z=-3}$

	z^3	z^2	z	الثابت
	1	-1	-7	15
$\boxed{-3}$		-3	12	-15
	1	-4	5	0

$(z+3)(z^2-4z+5) = 0$

$\boxed{z=-3}$ بالقانون العام

$z = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2}$ فتنتج

$z = \frac{4 \pm 2i}{2}$

$z = 2 \pm i$

2) الحلول هي: $\{-3, 2-i, 2+i\}$

4) الجذور التربيعية:

$z = 12-16i$

نفترض $\sqrt{z} = x+iy$

$z = (x+iy)^2 = 12-16i$

$x^2 - y^2 = 12$

$2xy = -16 \Rightarrow \boxed{y = \frac{-8}{x}}$

$x^2 - \frac{64}{x^2} = 12$

$x^4 - 12x - 64 = 0$

$(x^2-16)(x^2+4) = 0$

$x = 4 \rightarrow y = -2 \Rightarrow \boxed{4-2i}$

$x = -4 \rightarrow y = 2 \Rightarrow \boxed{-4+2i}$

Scanned with CamScanner

الأمسلة الاضافية:

1) $2y^2+x^2=36$

المماس عموديا على المستقيم $y=4x-1$

$y'=4=m_{\text{العمودي}}$

$y'=-\frac{1}{4}=m_{\text{المماس}}$

نشتق العلاقة

$4y\frac{dy}{dx}+2x=0$

$4y(-\frac{1}{4})+2x=0$

$-y+2x=0 \Leftarrow \dots(1)$

$y=2x$

نعوض بالعلاقة الأولى:

$2(2x)^2+x^2=36$

$9x^2=36$

$x^2=4 \begin{cases} x=2 \to y=4 \\ x=-2 \to y=-4 \end{cases}$

نقاط التماس: $(-2,-4),(2,4)$

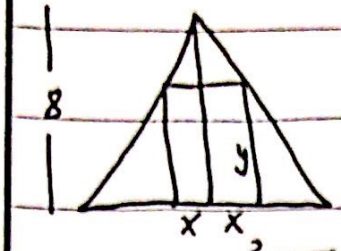
عند النقطة $(2,4)$ ، $m=-\frac{1}{4}$

المماس الأول: $y-4=-\frac{1}{4}(x-2)$

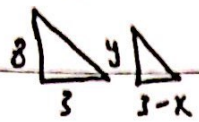
عند النقطة $(-2,-4)$ ، $m=-\frac{1}{4}$

المماس الثاني: $y+4=-\frac{1}{4}(x+2)$

2)



نشأ مثلثات متشابهة



$\frac{8}{3}=\frac{y}{3-x}$

$3y=24-8x$

$y=\frac{24-8x}{3}$

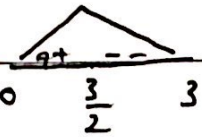
$A=2xy$

$A=2x(\frac{24-8x}{3})$

$A=\frac{2}{3}(24x-8x^2)$

$A'=\frac{2}{3}(24-16x)=0$

$x=\frac{24}{16}=\frac{3}{2}$ cm



عند $x=\frac{3}{2}$ عظمى محلي ومطلق

وأكبر مساحة

$y=\frac{24-12}{3}=4$ cm

Scanned with CamScanner