إدارة الامتحانات و الاختبارات

قسم الامتحانات العامة

مدارس المدار الدولية

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام 2023 | الورقة الاولى

المبحث : الرياضيات — مدة الامتحان : 00 : 02 س

الفرع : العلمي — اليوم والتاريخ : السبت 20 / 5 / 2023

السؤال الأول : اختر رمز الاجابة الصحيحة فيما يلي :

1. اذا كان $f(x) = a|x-1| + 3$ وكان $f'(-2) = 5$ فإن قيمة الثابت a يساوي :

a) 2 b) – 8 c) 5 d) - 5

2. اذا علمت أن $f(x) = 2e^{2x} - 8e^{x}$ فإن النقطة التي عندها مماساً أفقياً هي :

a) (Ln2,-8) b) (Ln2,0) c) (Ln8,-56) d) (-Ln2,8)

3. اذا كان $v(t) = (t^2 - 5)(t + 1)$ هي السرعة المتجهة لحركة جسم حيث $t \geq 0$ ، t الزمن بالثواني فإن السرعة المتجهة للجسم عند انعدام تسارعه هي :

a) 16 m /s b) 8 m/s c) - 8m/s d) -16m/s

4. اذا كان $f(x) = 3x\,Lnx - x^3$ فإن قيمة x التي تحقق المعادلة $f''(x) = 0$ هي :

a) { +- 1/2} b) { 1 / √2 } c) { + - 1 / √2 } d) { ½ }

5. اذا كان $f(x) = \dfrac{\cos x}{1 + 2\sin x}$ حيث $x \in [0, 2\pi]$

فإن قيم x التي عندها المماس موازياً لمحور y هي :

a) { π/6 , 5π/6 } b) { π/3 , 5π/3 } c) { 2π/3 , 4π/3 } d) { 7π/6 , 11π/6 }

6. اذا أمكننا التعبير عن التغير في عدد النباتات في مزرعة ما خلال t من الاسابيع بالاقتران $h(t) = (4t) / (t^2 + 2)$ فإن معدل تغير الأسابيع بالنسبة لعدد النباتات بعد اسبوعين هو :

a) -2 / 9 b) -9/2 c) 9/2 d) 2/9

7. اذا علمت أن $f(x) = e^{a+4x} + \sin 3x$ وكان ميل المماس لمنحنى f(x) عند مقطعه مع محور y يساوي 5 ، فإن قيمة الثابت a تساوي :

a) Ln2/4 b) ½ c) Ln2 d) -Ln2

8. اذا علمت أن $u = x^2 - x$, $y = 1/u^2 + u$ فإن dy/dx عند $u=2$, $x<0$ هو :

a) -9/4 b) 9/4 c) -45/16 d) 45/16

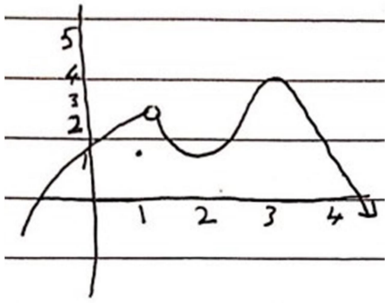
9. اذا علمت أن $f(x) = \sin(2x + \pi/4)$ ، $g(x) = \ln(3x+1)^4$ فإن $(g/f)'(0)$ تساوي :

a) 24/√2 b) 12/√2 c) 6/√2 d) 6√2

10. خزان ماء اسطواني الشكل ارتفاعه 10m ، و قطر قاعدته (A)m ، حيث A ثابت ، ملئ الخزان بالماء وبمعدل 2000 L/min وكان معدل ارتفاع الماء في الخزان $1/\pi$ m/min فإن نصف القطر للخزان هو :

a) 2√2 m b) √2 m c) 2m d) 4m

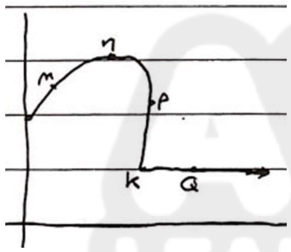
11. الشكل المجاور يمثل f(x) فإن القيمة القصوى المطلقة هي :



a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

12. الشكل المجاور يمثل s(t) موقع الجسيم ، حيث $t \geq 0$, t: الزمن بالثواني

عند أي من الحروف يكون v(t) = 0



a) { n , k , q } b) { n , q } c) { n } d) { q }

13. اذا كان $z = 3 + i^{15} - \sqrt{-12}$ ، وعلمت أن $i = \sqrt{-1}$ فإن الجزء التخيلي للعدد المركب هو :

a) 1 – 2 √3 b) - i (1 + 2 √3) c) 1 + 2 √3 d) - 1 – 4 √3

14. قيمة المقياس للعدد المركب $z = (2 + 3i)(1-2i)(2-3i)(1+2i)$ هو :

a) 75 b) √65 c) √75 d) 65

15. اذا كان $x = \text{Arg}(3 - 2i)$ فإن السعة بدلالة x للعدد المركب $Z = -2-3i$ هو :

a) π/2 - x b) - x c) x – π/2 d) -π-x

16. اذا كان $\frac{3 + 2i}{2 + i} = 2a - ib$ فإن قيم الثوابت a,b الحقيقية على الترتيب هي :

a) 8/5 , -1/5 b) 4/5 , -1/5 c) 8/5 , 1/5 d) 4/5 , 1/5

17. المعادلة التربيعية التي لها الجذران المركبان (4 ± 2 i) هي :

a) $x^2 + 8x + 20 = 0$ b) $x^2 - 8x + 12 = 0$

c) $x^2 - 4x + 20 = 0$ d) $x^2 - 8x + 20 = 0$

السؤال الثاني :

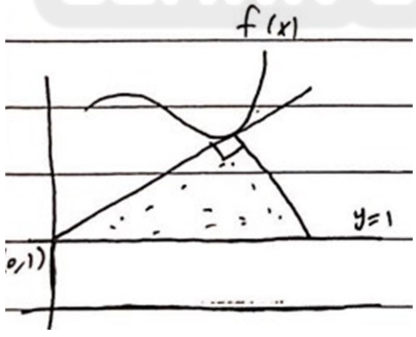
1. اذا كان $y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$ حيث $x \in (0,2\pi)$ فجد معادلة المماس لمنحنى y عند مقطعها مع محور x

2. للمعادلة $\sin(xy) = x + y$ جد dy/dx .

3. اذا كان $y = e^{2ax}$ ، جد قيم a التي تحقق المعادلة $3y'' + 2y' - 16y = 0$

السؤال الثالث :

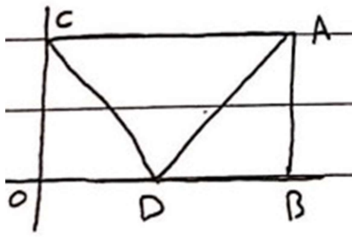
1. في الشكل المجاور جد مساحة المثلث المتكون من المماس المرسوم من النقطة (0,1) لمنحنى $f(x) = x^3 + 3$ و العمودي على المماس عند نقطة التماس و المستقيم y=1



2. دائرة مركزها (1,2) انطلقت نقطة على الدائرة من النقطة (3,2-) بعكس عقارب الساعة بسرعة 3cm/s جد معدل التغير في البعد بينها و بين النقطة (3,2-) عندما يصنع القوس الذي ترسمه زاوية مركزية قياسها $\pi/3$ ؟

3. مثلث متطابق الضلعين طول قاعدته ثابته ويساوي L ، اذا كان طول كل من ضلعيه المتطابقين يتناقص بمعدل 3cm/s ، فما معدل التناقص في مساحة المثلث في اللحظة التي يكون فيها طول كل اضلاعه متساوية .

4. يمثل الشكل المجاور المستطيل ABOC حيث B(2,0) , C(0,1)
اذا فرضت النقطة D على الضلع OB وعلى بعد X من نقطة الأصل O ، ووصل DC,DA
فتكونت الزاوية θ المتغيرة ، جد قيمة X التي تجعل θ في نهايتها العظمى .



السؤال الرابع :

1. اذا كان $f(x) = \sin^2 x - \frac{1}{2}\cos 2x$ حيث $x \in [0 , 3\pi/2]$ ، جد كلا مما يلي :
   1. مجالات التزايد و التناقص للاقتران f(x) .
   2. القيم القصوى المحلية للاقتران f(x) ان وجدت .
   3. الفترة " الفترات " التي تكون فيها جميع مماسات f(x) مرسومة فوقه .
   4. نقاط الانعطاف ان وجدت .

2. اذا كان $(2i)$, $(-3i)$ هي جذور للمعادلة $ax^4 + bx^3 - 13cx^2 + dx - 2d - 3f = 0$
جد قيم الثوابت الحقيقية a,b,c,d ,f ؟

3. اذا كان $z_1 = -2-2i$, $z_2 = \sqrt{3} - 1$ جد المقياس والسعة لكل مما يلي :
   1. z_2/z_1
   2. $-3/z_2$
   3. $4i\, z_2$

السؤال الخامس :

1. اذا كان $Arg(Z_1) = \pi$, $|Z_1| = 4$ وكان $Z_2 = 2(\cos\pi/4 - i \sin\pi/4)$

جد $\overline{Z_1}.Z_2$ بالصورة المثلثية .

2. اذا كان $(\sqrt{2}\, i)$ هو أحد جذور المعادلة $Z^3 - Z^2 + 2z - 2 = 0$
جد باقي الجذور لهذه المعادلة .

3. اذا كان Z عدداً مركباً حيث $Arg(Z) = \tan^{-1}(1/3)$, $|Z| = 2\sqrt{10}$

وكان $(Z)/(2+4i) = a + i\, b$ ، أثبت أن $2a - 5b = 8$ ؟

السؤال السادس :

1. اذا كانت $|Z + 3 - 3\sqrt{3}\, i| = 3$

جد القيمة العظمى لسعة الاعداد المركبة Z لهذه المعادلة .

2. أثبت أن المعادلة $|Z + 6 - 9\, i| = 2|Z - 6|$

تمثل معادلة دائرة ، ثم جد مركزها وطول نصف قطرها .

3. مثل في المستوى المركب المحل الهندسي للنقاط التي تحقق المتباينة :

$$-\frac{\pi}{4} \leqslant Arg(Z - 2\, i) \leqslant \frac{\pi}{3}$$

و المتباينة $2 \leqslant |Z - 3 + i| \leqslant 5$ ؟

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتوفيق و السداد

أ. إيهاب الرنتيسي

الإجابات النموذجية لامتحانات نهاية الفصل الأول
الرياضيات العلمية / 2023 - 2022

السؤال الأول:

1 [d]	2 [a]	3 [c]	4 [b]	5 [d]
6 [b]	7 [d]	8 [a]	9 [a]	10 [b]
11 [d]	12 [b]	13 [a]	14 [d]	15 [c]
16 [b]	17 [d]			

السؤال الثاني:

① $x = ?$ ، $y = 0$ ، $m =$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1-\cos x)(-\sin x) - (1+\cos x)(\sin x)}{(1-\cos x)^2}$$

$$0 = \frac{1+\cos x}{1-\cos x}$$

$$1 + \cos x = 0$$

$$\cos x = -1$$

$$x = \pi$$

$$m = \frac{dy}{dx} = \frac{0}{4} = 0$$

معادلة المماس: $y = 0$

② $\cos(xy)\left(x\frac{dy}{dx} + y\right) = 1 + \frac{dy}{dx}$

$$x\cos(xy)\frac{dy}{dx} + y\cos(xy) = 1 + \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - y\cos(xy)}{-1 + x\cos(xy)}$$

Scanned with CamScanner
Scanned with CamScanner

$y = e^{2ax} \rightarrow y' = 2a e^{2ax} \rightarrow y'' = 4a^2 e^{2ax}$ ③

$12a^2 e^{2ax} + 4a e^{2ax} - 16 e^{2ax} = 0$

$e^{2ax}(12a^2 + 4a - 16) = 0$

$e^{2ax} \neq 0 \quad 12a^2 + 4a - 16 = 0 \div 4$

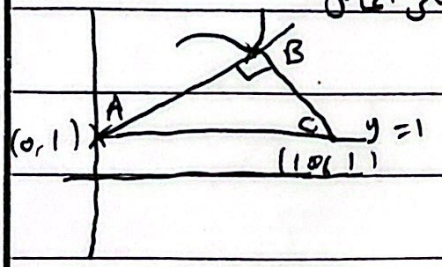
$3a^2 + a - 4 = 0$

$(3a + 4)(a - 1) = 0$

$\boxed{a = -\frac{4}{3}} \quad (a = 1)$

السؤال الثالث:

① نجد معادلة المماس والعمودي على المماس



نفرض نقطة التماس (x_1, y_1)

$m_{\text{مماس}} = f'(x) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$= 3x^2 = \frac{y-1}{x} \Rightarrow 3x^3 = y - 1$

$3x^3 = x^3 + 3 - 1 \Rightarrow 2x^3 = 2 \rightarrow x^3 = 1 \rightarrow \boxed{x = 1}$

$\boxed{y = 4} \quad \boxed{m = 3}$ ∴ نقطة التماس $(1, 4)$

معادلة المماس: $y - 4 = 3(x - 1)$

معادلة العمودي: $y - 4 = -\frac{1}{3}(x - 1)$

نجد احداثيات النقطة C عند $y = 1$ تقع على معادلة العمودي ⇐

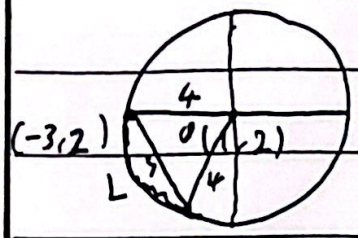
$\boxed{x = 10} \quad -3 = -\frac{1}{3}(x - 1)$

$\therefore \text{Area} = \frac{1}{2} |10 - 0| \cdot |4 - 1|$

$= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3 = 15$ وحدة مساحة

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner



$s^2 = 16+16-2(4)(4)\cos\theta$ ②

$s = \sqrt{32-32\cos\theta}$

$\frac{ds}{dt} = \frac{16 \sin\theta \frac{d\theta}{dt}}{2\sqrt{32-32\cos\theta}}$

$\frac{dL}{dt} = +3$ cm/s

$\frac{ds}{dt} = ?!$

$\frac{ds}{dt} = \frac{16 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{4}}{\sqrt{16}}$

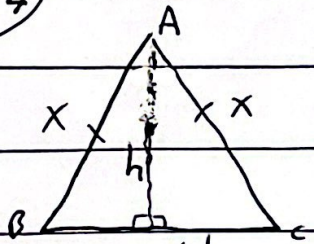
طول القوس $L = 4 \cdot \theta$

$= \frac{6\sqrt{3}}{4} \cdot = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\frac{dL}{dt} = 4\frac{d\theta}{dt}$

$3 = 4\frac{d\theta}{dt}$

$\frac{d\theta}{dt} = \frac{3}{4}$



$L \cdot \frac{L}{2}$

$Area = \frac{1}{2} L \cdot h$ ③

$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2} \cdot \frac{dh}{dt}$

$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2} \cdot -2\sqrt{3}$

$\frac{dA}{dt} = -\sqrt{3}\, L$

$\frac{dx}{dt} = -3$

فيثاغورس:

$x^2 = h^2 + \frac{L^2}{4}$

$2x\frac{dx}{dt} = 2h\frac{dh}{dt}$

$L^2 = h^2 + \frac{L^2}{4}$

$-3L = h\frac{dh}{dt}$

$\frac{3}{4}L^2 = h^2$

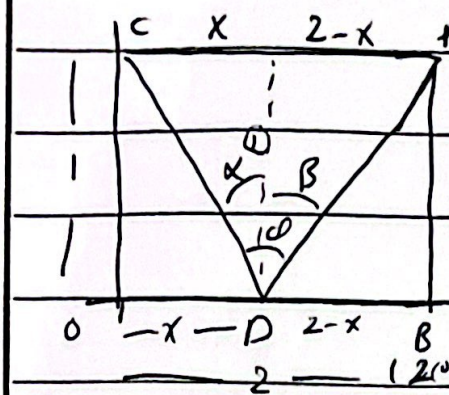
$-3x = \frac{\sqrt{3}}{2}x\frac{dh}{dt}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}L = h$

$\frac{dh}{dt} = -2\sqrt{3}$

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner



(4)

$\theta = \alpha + \beta$

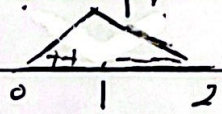
$\tan\theta = \tan(\alpha+\beta)$

$= \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$

$\tan\theta = \frac{\frac{x}{1} + \frac{2-x}{1}}{1 - x(2-x)} = \frac{2}{1-2x+x^2}$

$\sec^2\theta \cdot \frac{d\theta}{dx} = \frac{-2(-2+2x)}{(1-2x+x^2)^2} = 0$

$2x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x=1}$ عند $x=1$ تكون θ قيمة عظمى



السؤال الرابع:

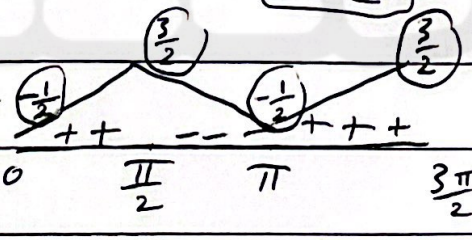
(1)

$f'(x) = 2\sin x \cos x + \sin 2x$

$= \sin 2x + \sin 2x = 2\sin 2x = 0$

$2x = 0 \rightarrow \boxed{x=0}$ ، $2x = \pi \rightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{2}}$

$2x = 2\pi \rightarrow \boxed{x = \pi}$ ، $2x = 3\pi \rightarrow \boxed{x = \frac{3\pi}{2}}$



فترات التزايد: $(0, \frac{\pi}{2}), (\pi, \frac{3\pi}{2})$

فترات التناقص: $(\frac{\pi}{2}, \pi)$

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

نتابع: بحث: نرى أن

عند $x=0$ يوجد نهاية صغرى محلية وقيمتها $f(0)=-\frac{1}{2}$

عند $x=\pi$ = = = نهاية صغرى محلية وقيمتها $f(\pi)=-\frac{1}{2}$

عند $x=\frac{\pi}{2}$ يوجد نهاية عظمى محلية وقيمتها $f(\frac{\pi}{2})=\frac{3}{2}$

عند $x=\frac{3\pi}{2}$ = = = نهاية صغرى محلية وقيمتها $f(\frac{3\pi}{2})=\frac{3}{2}$

المطلوب

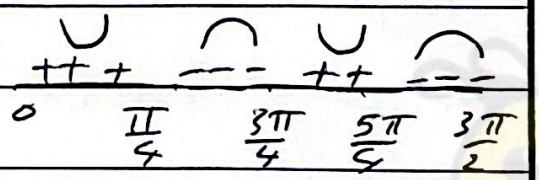
$f''(x)=4\cos 2x=0$

$2x=\frac{\pi}{2} \rightarrow x=\frac{\pi}{4}$

$2x=\frac{3\pi}{2} \rightarrow x=\frac{3\pi}{4}$

$2x=\frac{5\pi}{2} \rightarrow x=\frac{5\pi}{4}$

$2x=\frac{7\pi}{2} \rightarrow x=\frac{7\pi}{4}$ مرفوض



المماسات منحنى $f(x)$ تقعر لأنه لا تقطع المنحنى

مقعر للأسفل: $(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}),(\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2})$

نقاط الانقلاب:

$(\frac{\pi}{4},\frac{1}{2})$

$(\frac{3\pi}{4},\frac{1}{2})$

$(\frac{5\pi}{4},\frac{1}{2})$

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

② جذور المعادلة $3i, -3i, -2i, 2i$

$x = \pm 3i$	$x = \pm 2i$
$x^2 = -9$	$x^2 = -4$
$x^2 + 9 = 0$	$x^2 + 4 = 0$

$$(x^2+9)(x^2+4) = 0$$

$$x^4 + 13x^2 + 36 = 0$$

بمقارنة المعادلتين: $\boxed{a=1}$ ، $\boxed{b=0}$

$13 = -13c \rightarrow \boxed{c=-1}$ ، $\boxed{d=0}$

$-2d - 3f = 36$

$-3f = 36 \rightarrow \boxed{f=-12}$

① $\frac{z_2}{z_1} = \frac{\sqrt{3}-i}{-2-2i} \cdot \frac{-2+2i}{-2+2i} = \frac{-2\sqrt{3}+2+2+2\sqrt{3}i}{8}$ ③

$\frac{-2(\sqrt{3}+1)}{8} + \frac{2(\sqrt{3}+1)i}{8}$

$\frac{\sqrt{3}+1}{4} + \frac{\sqrt{3}+1}{4}i$

المقياس $= \sqrt{(\frac{\sqrt{3}+1}{4})^2 + (\frac{\sqrt{3}+1}{4})^2} = \sqrt{\frac{3+2\sqrt{3}+1}{16} + \frac{3+2\sqrt{3}+1}{16}}$

$= \sqrt{\frac{8+4\sqrt{3}}{16}} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\sqrt{3}}$

الزاوية: $\theta = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

② $\frac{-3}{\sqrt{3}-i} \cdot \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i} = \frac{-3\sqrt{3}-3i}{4} = -\frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{4}i$

المقدار $= \sqrt{\frac{27}{16}+\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{36}{16}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

السعة $\theta = -(\pi - \tan^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}}))$

$\theta = -(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\frac{5\pi}{6}$

③ $4i(\sqrt{3}-i) = 4\sqrt{3}i + 4$

المقدار $= \sqrt{48+16} = \sqrt{64} = 8$

$\theta = \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$

① $z_2 = 2(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i\sin(-\frac{\pi}{4}))$

$z_1 = 4(\cos\pi + i\sin\pi)$

$\overline{z_1} = 4(\cos\pi - i\sin\pi)$

$\overline{z_1} = 4(\cos(-\pi) + i\sin(-\pi))$

$\overline{z_1} \cdot z_2 = 8(\cos(-\frac{5\pi}{4} + 2\pi) + i\sin(-\frac{5\pi}{4}))$

$= 8(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

$z=-\sqrt{2}i$ ، $z=\sqrt{2}i$ ②

$z^2=-2$

$z^2+2=0$

$z-1$

$z^2+2 \overline{)\ z^3-z^2+2z-2}$

$-z^3 \quad +2z$

$-z^2-2$

$+z^2+2$

0

= الباقي

$z=\sqrt{2}i$ ، $z=-\sqrt{2}i$ ، $z=1$

$|z|=\sqrt{a^2+b^2}=2\sqrt{10}$ ③

$a^2+b^2=40$ ② $\quad \frac{b}{a}=\frac{1}{3} \Rightarrow a=3b$ ①

نعوض ① في ②

$(3b)^2+b^2=40 \Rightarrow 10b^2=40 \rightarrow b^2=4 \leftarrow \begin{matrix} b=2 \\ b=-2 \end{matrix}$

وبما أن الزاوية في الربع الأول $\therefore \tan^{-1}(\frac{1}{3})$ = قوس

$b=2 \Rightarrow a=6$ ∴

$z=6+2i$

$\frac{6+2i}{2+4i} \cdot \frac{2-4i}{2-4i} = a+ib$

$\frac{20-20i}{20} = a+ib$

$1-i = a+ib \Rightarrow a=1$ ، $b=-1$

$a-5b=$

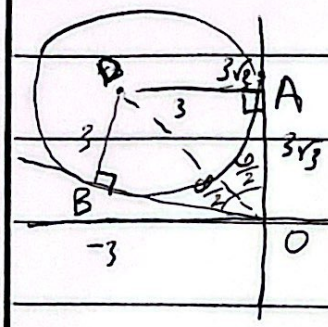
$2+5=7$

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

السؤال السادس:

① الدائرة مركزها $(-3, 3\sqrt{3})$ ، $r=3$



المثلثين ADO ، ODB

متطابقان بتبرير التطابق ضلع،

ضلعان اقطار ① $AD=DB$

② ضلع مشترك $OD=OD$

③ $OA=OB$

المماسات المرسومة من نقطة خارج الدائرة تكون متساوية عند نقاط التماس للدائرة

وتكون الزاوية $\theta = AOB$ ، و OD منصفاً لها

فتكون متساوية $\frac{\theta}{2}$

$$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\theta}{2} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta = 2\frac{\pi}{6}$$

الزاوية العظمى لها الاتجاه الموجب

$$\alpha = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$$

② $|x+(y-6)i| = 2|x+(y+6-4)i|$

$|(x-6)+iy| = 2|(x+6)+(y-4)i|$

$\sqrt{(x-6)^2+y^2} = 2\sqrt{(x+6)^2+(y-4)^2}$

$(x-6)^2+y^2 = 4((x+6)^2+(y-4)^2)$

$x^2-12x+36+y^2 = 4(x^2+12x+36+y^2-18y+81)$

Scanned with CamScanner

Scanned with CamScanner

$x^2 - 12x + 36 + y^2 = 4x^2 + 48x + 144 + 4y^2 - 72y + 324$

$3x^2 + 3y^2 + 60x - 72y + 432 = 0 \div 3$

$x^2 + y^2 + 20x - 24y + 144 = 0$

$x^2 + 20x + y^2 - 24y = -144$

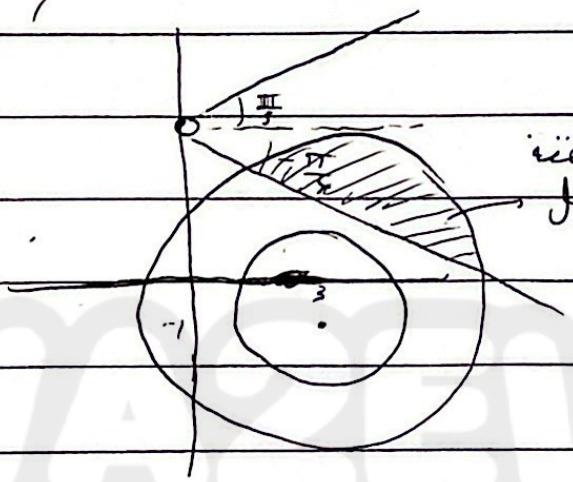
$x^2 + 20x + 100 + y^2 - 24y + 144 = -144 + 100 + 144$

$(x+10)^2 + (y-12)^2 = 100$

دائرة مركزها $(-10, 12)$ ، طول نصف القطر $= 10$

(3) $2 \le |z - 3 + i| \le 5$ ، $-\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z - 2i) \le \frac{\pi}{3}$

$(3, -1)$ ، $(0, 2)$



مع أمنياتي لكم بالنجاح

Scanned with CamScanner
Scanned with CamScanner