إجابات الامتحان الوزاري لعام 2023 لمبحث الرياضيات الفرع العلمي
نموذج ( )

السـؤال الأول:

السؤال	الإجابة	السؤال	الإجابة
1)	c	16)	d
2)	a	17)	a
3)	c	18)	b
4)	b	19)	a
5)	b	20)	a
6)	b	21)	c
7)	d	22)	d
8)	c	23)	a
9)	a	24)	c
10)	b	25)	b
11)	d	26)	
12)	d	27)	
13)	b	28)	
14)	c	29)	
15)	c	30)	

السؤال 2

a)

1) $\int \sec^2 x \tan x \sqrt{1+\tan x}\, dx$

نفرض $y = \sqrt{1+\tan x}$

بالتربيع $y^2 = 1+\tan x$

$2y\,dy = \sec^2 x \cdot dx \rightarrow dx = \frac{2y\,dy}{\sec^2 x}$

$\rightarrow \int \sec^2 x \tan x \sqrt{1+\tan x}\, dx$

$= \int \sec^2 x \tan x \cdot y \cdot \frac{2y\,dy}{\sec^2 x}$

$y^2 - 1 = \tan x$ ← بإرجاع المفروض

$= \int (y^2-1) \cdot 2y^2 \cdot dy$

$= \int (2y^4 - 2y^2)\, dy$

$= \frac{2}{5}y^5 - \frac{2}{3}y^3 + c$

$= \frac{2}{5}(\sqrt{1+\tan x})^5 - \frac{2}{3}(\sqrt{1+\tan x})^3 + c$

ملاحظة يمكن ان نفرض $y = \tan x$

وبعد ذلك اجراء ...

السؤال 2

a)

1) $\int \sec^2 x \tan x \sqrt{1+\tan x}\, dx$

نفرض $y = \sqrt{1+\tan x}$

بالتربيع $y^2 = 1+\tan x$

$2y\,dy = \sec^2 x \cdot dx \rightarrow dx = \frac{2y\,dy}{\sec^2 x}$

$\rightarrow \int \sec^2 x \tan x \sqrt{1+\tan x}\, dx$

$= \int \sec^2 x \tan x \cdot y \cdot \frac{2y\,dy}{\sec^2 x}$

$y^2 - 1 = \tan x$ ← بإرجاع المفروض

$= \int (y^2-1) \cdot 2y^2 \cdot dy$

$= \int (2y^4 - 2y^2)\, dy$

$= \frac{2}{5}y^5 - \frac{2}{3}y^3 + c$

$= \frac{2}{5}(\sqrt{1+\tan x})^5 - \frac{2}{3}(\sqrt{1+\tan x})^3 + c$

ملاحظة يمكن ان نفرض $y = \tan x$

وبعد ذلك اجراء ...

$$A = \int_{-2}^{0} (x^3 - 3x - x)\,dx + \int_{0}^{2} (x - (x^3 - 3x))\,dx$$

$$A = \int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)\,dx + \int_{0}^{2} (4x - x^3)\,dx$$

$$= \frac{x^4}{4} - 2x^2 \Big|_{-2}^{0} + 2x^2 - \frac{x^4}{4} \Big|_{0}^{2}$$

$$= 0 - (4 - 8) + (8 - 4) - 0$$

$$= 4 + 4 = \boxed{8}$$ وهيَ وَرِيحَة.

: 3 ـــ

a) نجد نقاط التقاطع

$$f = g \rightarrow (x-2)^2 = 2 - (x-2)^2$$

$$\rightarrow (x-2)^2 + (x-2)^2 = 2$$

$$2(x-2)^2 = 2 \rightarrow (x-2)^2 = 1 \rightarrow x - 2 = \pm 1$$

$x - 2 = 1 \rightarrow \boxed{x = 3}$, $x - 2 = -1 \rightarrow \boxed{x = 1}$

$g(x) > f(x)$

$$V = \pi \int_{1}^{3} (g^2(x) - f^2(x))\,dx$$

$$V = \pi \int_{1}^{3} \left(2 - (2-x)^2\right)^2 - \left((x-2)^2\right)^2 \,dx$$

$$= \pi \int_{1}^{3} 4 - 4(2-x)^2 + (2-x)^4 - (x-2)^4 \,dx$$

$\rightarrow \frac{-1}{3}|n|3-y^3| = x^3 - x + c$

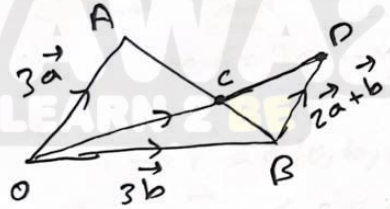
الشرط الأول ← $(\underset{x}{2}, \underset{y}{\sqrt[3]{3}})$

$\frac{-1}{3}|n|3-3| = 8-2+c$

$\frac{-1}{3}|n(0) = 6+c$

$|n(0)$ ؟؟؟ غير معرف

يوجد حضانتي ؟؟!



4 ن

$AC = m\,CB$

$\frac{AC}{CB} = \frac{m}{1}$

$AC : CB = m : 1$

مجالات النقاط O, C, D تحقق الاستقامة واحدة فيما

$\vec{OC} // \vec{OD}$

$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC}$ (قاعدة المثلث في الجمع المتجهات)

$\vec{OC} = 3\vec{a} + \frac{m}{m+1}\vec{AB}$

$\vec{AB} = -\vec{OA} + \vec{OB} = -3\vec{a} + 3\vec{b}$

$\rightarrow \overrightarrow{OC} = 3\vec{a} + \frac{m}{m+1}(-3\vec{a} + 3\vec{b})$.

$\overrightarrow{OC} = (3 - \frac{3m}{m+1})\vec{a} + \frac{3m}{m+1}\vec{b}$.

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{OD} = 3\vec{b} + 2\vec{a} + \vec{b}$

$\overrightarrow{OD} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$.

وبما انها متوازيه فإن النسبة بينهما ثابتة .

$\rightarrow \frac{3 - \frac{3m}{m+1}}{2} = \frac{\frac{3m}{m+1}}{4}$

وبضرب المعادلة في (4)

$6 - \frac{6m}{m+1} = \frac{3m}{m+1} \rightarrow 6 = \frac{9m}{m+1} \rightarrow 6m + 6 = 9m$

$\rightarrow 6 = 3m \rightarrow \boxed{m = 2}$

b) $L_1 \rightarrow \vec{r} = \langle 10, 4, 0\rangle + t\langle 6, 3, 5\rangle$

$L_2 \rightarrow \vec{r} = \langle -2, 2, 5\rangle + u\langle -9, 3, 0\rangle$.

$\vec{V} = \langle 6, 3, 5\rangle \leftarrow$ هو L_1 المتجه الموازي المستقيم

$\vec{w} = \langle -9, 3, 0\rangle \leftarrow$ هو L_2 المتجه الموازي المستقيم

المتجهان $\vec{V}$ ، $\vec{w}$ غير متوازيان لانه لا يوجد اي عدد ثابت ناتج عن ضرب الآخر بعدد ثابت .

نختبر التقاطع

$L_1 \rightarrow \vec{r} = \langle 10 + 6t, 4 + 3t, 5t\rangle$

$L_2 \rightarrow \vec{r} = \langle -2 - 9u, 2 + 3u, 5\rangle$

$L_1 = L_2$

$\rightarrow \langle 10+6t, 4+3t, 5t \rangle = \langle -2-9u, 2+3u, 5 \rangle$

$10+6t = -2-9u \rightarrow 6t+9u = -12 \quad \cdots ①$

$4+3t = 2+3u \rightarrow 3t-3u = -2 \quad \cdots ②$

$5t = 5 \rightarrow \boxed{t=1}$

بالتعويض في معادلة (1) ←

$6+9u = -12$

$9u = -18 \rightarrow \boxed{u=-2}$

بالتعويض في معادلة (2) ←

$3(1)-3(-2) \stackrel{?}{=} -2$

$3+6 \neq -2$

لا تحقق المعادلة (2)

لذلك المستقيمان غير متقاطعان

وبما أنهما غير متوازيان وغير متقاطعان فإنهما متخالفان.

السؤال 5:

b) $\cos\theta = \dfrac{\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED}}{|\overrightarrow{EB}| \cdot |\overrightarrow{ED}|}$

$\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{ED} = 1(-7) + -4(-8) + -10(-2)$

$= -7 + 32 + 20 = 45$

$|\overrightarrow{EB}| = \sqrt{(1)^2+(-4)^2+(-10)^2} = \sqrt{1+16+100} = \sqrt{117}$

$|\overrightarrow{ED}| = \sqrt{(-7)^2+(-8)^2+(-2)^2} = \sqrt{49+64+4} = \sqrt{117}$

$\cos\theta = \dfrac{45}{\sqrt{117} \cdot \sqrt{117}} = \dfrac{45}{117} = \dfrac{5}{13}$

$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) \rightarrow \theta = 67.4$

$m\angle BED = 67.4^\circ$

b) متغير عشوائي ذي الحدين

$n = 6 \quad , \quad p = \frac{3}{8} \quad , \quad 1-p = \frac{5}{8}$

1) $P(X=r) = \binom{n}{r}(p)^r(1-p)^{n-r}$

$P(X=3) = \binom{6}{3}\left(\frac{3}{8}\right)^3\left(\frac{5}{8}\right)^3 \simeq 0.2575$

2) $P(X \geq 1) = 1 - P(X<1)$

$= 1 - P(X=0)$

$= 1 - \binom{6}{0}\left(\frac{3}{8}\right)^0\left(\frac{5}{8}\right)^6$

$= 1 - \left(\frac{5}{8}\right)^6 \simeq 0.9404$

c) $\mu = 5$

$P(X > 5.3) = 2.5\%$

$P(Z > z) = 0.025$ أوجد z

$1 - P(Z<z) = 0.025 \rightarrow 0.975 = P(Z<z)$

$\rightarrow \quad z = 1.96$ من الجدول

$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \rightarrow 1.96 = \frac{5.3-5}{\sigma}$

$1.96\sigma = 0.3 \rightarrow \sigma = \frac{0.3}{1.96} \simeq 0.1531$

$$V = \pi \int_1^3 4 - 4(2-x)^2 \, dx$$

$$= \pi \left(4x - \frac{4(2-x)^3}{-3} \right) \Big|_1^3$$

$$= \pi \left(4x + \frac{4}{3}(2-x)^3 \right) \Big|_1^3$$

$$= \pi \left[\left((12) + -\frac{4}{3} \right) - \left(4 + \frac{4}{3} \right) \right]$$

$$= \pi \left[\frac{32}{3} - \frac{16}{3} \right] = \boxed{\frac{16\pi}{3}} \text{ m}^3$$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{9x^2 - 3}{y^2} - 3x^2 y + y$.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3(3x^2-1)}{y^2} - y(3x^2-1)$$

$$\frac{dy}{dx} = (3x^2-1)\left(\frac{3}{y^2} - y \right)$$

$$dy = (3x^2-1)\left(\frac{3}{y^2} - y \right) . dx$$

$$\frac{dy}{\frac{3}{y^2} - y} = (3x^2-1).dx \rightarrow \int \frac{dy}{\frac{3-y^3}{y^2}} = \int (3x^2-1).dx$$

$$\rightarrow \int \frac{y^2}{3-y^3} . dy = \int (3x^2-1) . dx$$

$$\frac{1}{-3} \int \frac{-3y^2}{3-y^3} . dy = \int (3x^2-1) . dx$$