الرياضيات العلمي

اختبار في الوحدة الأولى

مدارس ليفانت الدولية
Levant International Schools

الاستاذ/ ماهر ضمرة مدة الامتحان: حصة دراسية

الســـؤال الأول: (28 علامة)

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1) إذا علمت أن $f(x) = (\log \sin x)^2$ فإن $f'(x)$ تساوي:

a) $\frac{2\cot x}{\ln 10}$ b) $\frac{2(\log sinx)\ \cot x}{\ln 10}$ c) $\frac{-2\,co}{\ln 10}$ d) $\frac{-2(\log sinx)\ \cot x}{\ln 10}$

2) إذا علمت أن $f(x) = e^{(x^2-3x+2)}$ فإن x التي يكون عندها المماس أفقي

a) $\{1,2\}$ b) $\left\{1,2,\frac{3}{2}\right\}$ c) $\{-1,-2\}$ d) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$

3) إذا علمت أن $S(t) = 4 - \sin 2t$ يمثل موقع جسيم يتحرك في مسار مستقيم، جد موقع الجسيم عندما يكون الجسيم في حالة السكون اللحظي لأول مرة بعد انطلاقه:

a) (4)m b) (2)m c) $\left(\frac{1}{2}\right)$m d) (3)m

4) إذا علمت أن $f(2) = 2$, $g(2) = 3$

وأن $g'(2) = 1$, $f'(2) = -1$

فإن $h'(2)$ تساوي حيث $h(x) = x^2 f(x) g(x)$:

a)28 b) 8 c) 20 d) -4

5) إذا علمت أن $f(x) = \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2}$ فإن $f'(-8)$ تساوي:

a) $\frac{-1}{6}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{-1}{2}$ d) -1

6) إذا علمت أن $f(x) = \log_3(1+x^2)^{\ln 3}$ فإن $f'(1)$ تساوي:

a) $\frac{-1}{\ln 3}$ b) 1 c) $\frac{(\ln 3)^2}{2}$ d) 2

7) يتحرك جسم حسب العلاقة $s(t) = t^{(5t-8)}$ ، جد السرعة المتجهة عندما تصبح $t = 2$

a) $20 \ln 2$ b) $4 + 5 \ln 2$ c) $1 + 5 \ln 2$ d) $4 + 20 \ln 2$

السـؤال الثاني: (16 علامة)

a) احسب مساحة المثلث من المماس لمنحنى $x^2 + y^2 = 4y - 2x$ عند $(1,1)$ والمحورين الإحداثيين. (8 علامات)

b) إذا علمت أن $0 \le t \le 2\pi$, $x = \sin t$, $y = sin2t$ (8 علامات)

1. جد النقطة (النقاط) التي يكون مماس المنحنى موازياً لمحور y عندها.
2. إذا مر فرعان بنقطة الأصل فجد ميل المماس عند تلك النقطة.

السـؤال الثالث: (26 علامة)

a) إذا علمت أن $2x + 1 = \sin y$ جد $\frac{d^2y}{dx^2}$ عندما $x = \frac{-1}{6}$ حيث y في الربع الاول (8علامات)

b) إذا علمت أن $x = e^{-t}$, $y = t^3 + t + 1$ جد $\frac{d^2y}{dx^2}$ عندما $t = 0$ (8 علامات)

c) إذا علمت أن $f(x) = \ln(ax^2 + bx + 5)$ له مماس أفقي عند $(-2,0)$ جد النقطة الواقعة في الربع الأول والواقعة على منحنى $f(x)$ والتي تكوّن مماس ميله $\frac{3}{5}$. (10 علامات)

انتهت الأسئلة

الأجابة النموذجية

السؤال الأول:

1) $f(x) = 2(\log_5 \sin x) \dfrac{\cos x}{\ln 10 \sin x} = \dfrac{2(\log_5 \sin x)\cot x}{\ln 10}$ (b)

2) $f'(x) = e^{(x^2-3x+2)} * (2x-3) = 0$

$\Rightarrow 2x-3=0 \longrightarrow x = \dfrac{3}{2}$ (d)

3) $v(t) = -2\cos 2t = 0$

$2t = \dfrac{\pi}{2} \longrightarrow t = \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow S(\dfrac{\pi}{4}) = 4-1=3$ (d)

4) $h'(x) = 2x f(x) g(x) \oplus x^2 f'(x) g(x) \oplus x^2 f(x) g'(x)$

$h'(2) = 4*2*3 \oplus 4*-1*3 \oplus 4*2*1$

$= 24 - 12 + 8 = 20$ (c)

5) نجد $f(x) = \dfrac{(\sqrt[3]{x}+2)(\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4)}{\sqrt[3]{x}+2}$

$f'(x) = \dfrac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \dfrac{2}{3}x^{-\frac{2}{3}}$

$f'(-8) = \dfrac{2}{3} * \dfrac{-1}{2} - \dfrac{2}{3} * \dfrac{1}{4} = \dfrac{-3}{6} = \dfrac{-1}{2}$ (c)

$$f(x) = \ln 3 \log_3(1+x^2)$$

$$f'(x) = \frac{\ln 3 \times 2x}{(1+x^2)\ln 3} \Rightarrow f'(1) = \frac{2}{2} = 1$$ (b)

(7

$$\ln s(t) = \ln t^{5t-8} = (5t-8)\ln t$$

$$\frac{v(t)}{s(t)} = (5t-8)\times\frac{1}{t} + 5\ln t$$

$$v(2) = s(2)\left[1 + 5\ln 2\right] = 4[1+5\ln 2]$$

$$= 4 + 20\ln 2$$ (d)

السؤال الثاني

a) بتعويض النقطة الأساس

$x_1 = 1, \quad y_1 = 1$

بتفاضل ⇐

نفرض $2x + 2yy' = 4y' - 2$

$$2 + 2y' = 4y' - 2 \Rightarrow m_{\text{الأساس}} = 2$$

$$y - 1 = 2(x-1)$$

$y = 0$

$-1 = 2x - 2$

$x = \frac{1}{2}$

$x = 0$

$y = -1$

(c) $A = \frac{1}{2}(0-(-1))(\frac{1}{2}-0) = \frac{1}{4}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\cos 2t}{\cos t}$$

(1

لكي يوازي محور y ← أصفار المقام

$\cos t = 0$ ←

$t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow (1, 0)$

$t = 3\frac{\pi}{2} \rightarrow (-1, 0)$

(2 نجد t ← $0 = \sin t \Rightarrow t = 0, \pi, 2\pi$

$0 = \sin 2t \rightarrow 2t = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi$

$t = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$

$t = 0, 2\pi$

$t = \pi$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\cos 2t}{\cos t}$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{\substack{t=0 \\ t=2\pi}} = 2$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{t=\pi} = -2$$

أسئلة الفصل :

(a) عندما $x = -\frac{1}{6} \leftarrow \frac{2}{3} = \sin y$

نشتق الطرفين $\leftarrow 2 = \cos y \, y'$

$y' = 2\sec y$

$y'' = 2\sec y \tan y \, y' = 4\sec^2 y \tan y$

$\sin^2 y + \cos^2 y = 1$ بما أن

$\cos^2 y = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \rightarrow \cos y = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$

بما أن y في الربع الأول، $\cos y = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\sec^2 y = \frac{9}{5}$, $\tan y = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}$

$= \frac{2}{\sqrt{5}}$

(b)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3t^2 + 1}{-e^{-t}}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{-e^{-t} \times 6t - (3t^2+1)}{e^{-2t}}}{-e^{-t}} \Bigg|_{t=0} = \frac{-1}{-1} = 1$$

a, b اوجد قيمة

$f(-2) = 0 \longrightarrow 4a - 2b + 5 = 1$

$4a - 2b = -4 \quad \cdots \quad (1)$

$f'(x) = \frac{2ax + b}{ax^2 + bx + c} \Rightarrow f'(-2) = \frac{-4a + b}{4a + b + c} = 0$

$-4a + b = 0 \quad \cdots \quad (2)$

$-b = -$ ..... بجمع المعادلتين (1) ، (2)

$\boxed{b = 4}$

$\boxed{a = 1}$ نعوض (1)

$f(x) = \ln(x^2 + 4x + 5)$

$f'(x) = \frac{2x + 4}{x^2 + 4x + 5} = \frac{3}{5}$

$10x + 20 = 3x^2 + 12x + 15$

$3x^2 + 2x - 5 = 0$

$(3x + 5)(x - 1) = 0$

$x = 1 \Rightarrow (1, \ln 10)$ (5)